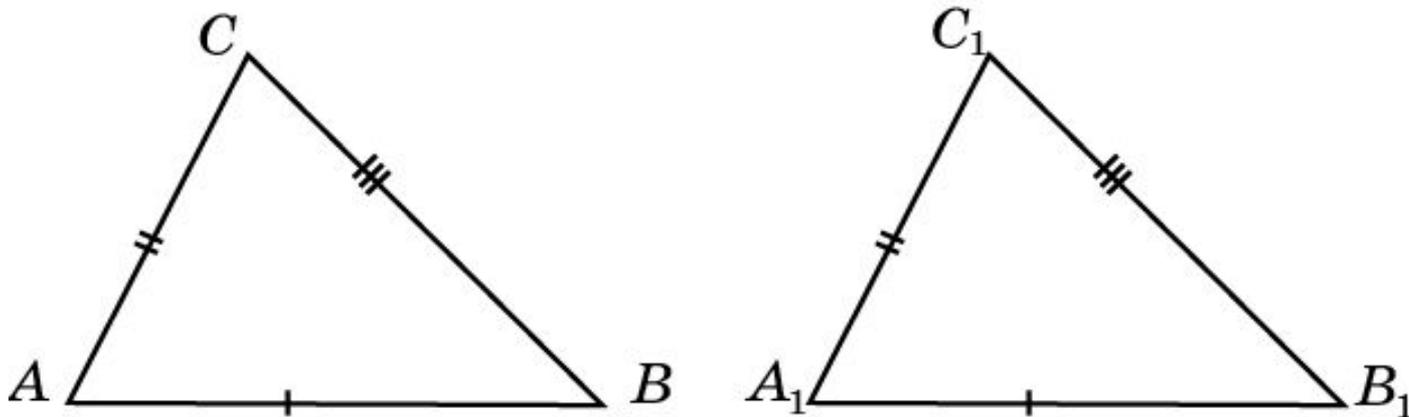


# Третий признак равенства треугольников

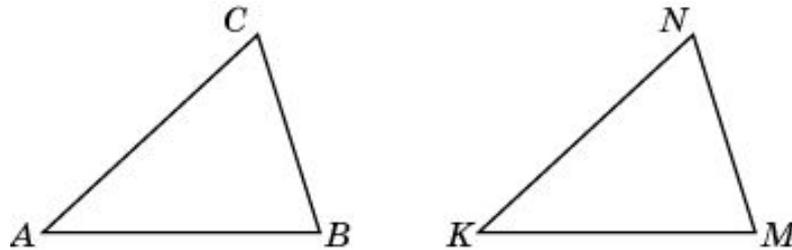
Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



# Упражнение 1

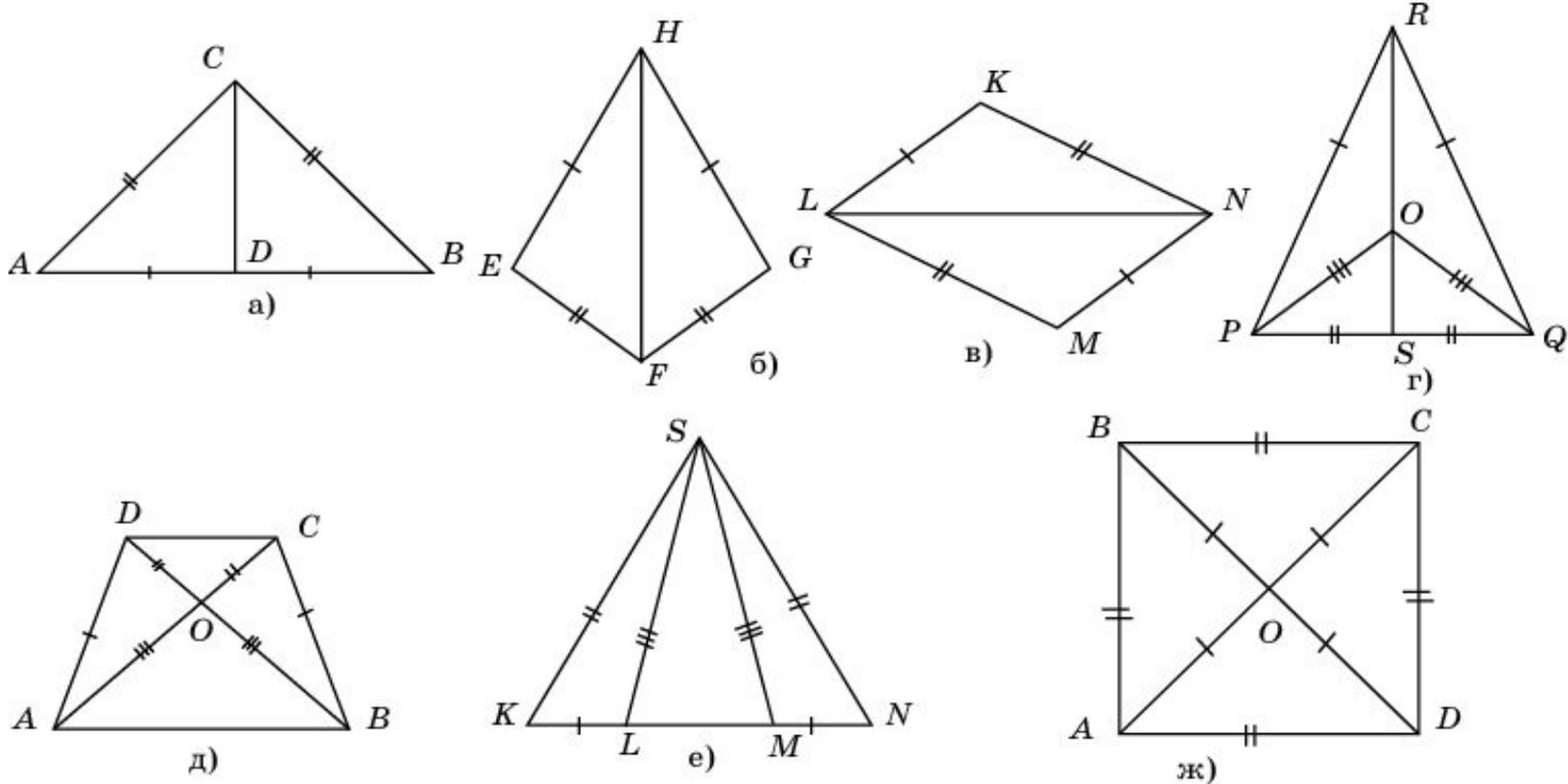
В треугольниках  $ABC$  и  $MNK$  справедливы неравенства  $AB \neq MN$ ,  $BC \neq NK$ ,  $CA \neq KM$ , а треугольники все же равны. Возможно ли это?

Ответ: Да.



## Упражнение 2

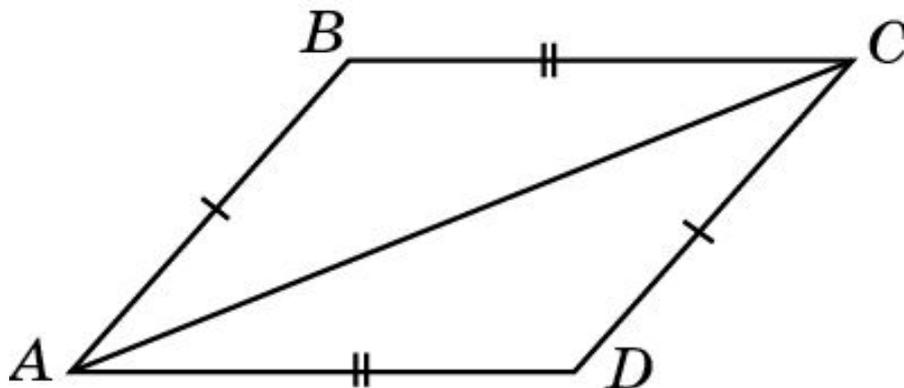
На рисунках отмечены равные отрезки и равные углы. Укажите на них равные треугольники.



**Ответ:** а)  $ADC$  и  $BDC$ ; б)  $EFH$  и  $GFH$ ; в)  $KLN$  и  $MNL$ ; г)  $POR$  и  $QOR$ ,  $POS$  и  $QOS$ ,  $PRS$  и  $QRS$ ; д)  $AOD$  и  $BOC$ ,  $ABD$  и  $BAC$ ,  $ACD$  и  $BDC$ ; е)  $KLS$  и  $NMS$ ,  $KMS$  и  $NLS$ ; ж)  $AOB$  и  $BOC$  и  $COD$  и  $AOD$ ,  $ABD$  и  $BCD$  и  $ADC$  и  $DAB$ .

## Упражнение 3

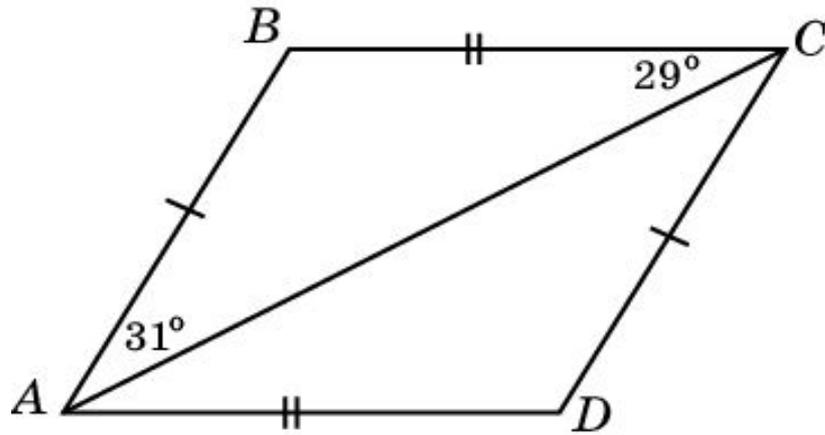
На рисунке  $AB=DC$  и  $BC=AD$ . Докажите, что угол  $B$  равен углу  $D$ .



**Решение.** Проведем отрезок  $AC$ . Треугольники  $ABC$  и  $CAD$  равны по третьему признаку. Следовательно, угол  $B$  равен углу  $D$ .

## Упражнение 4

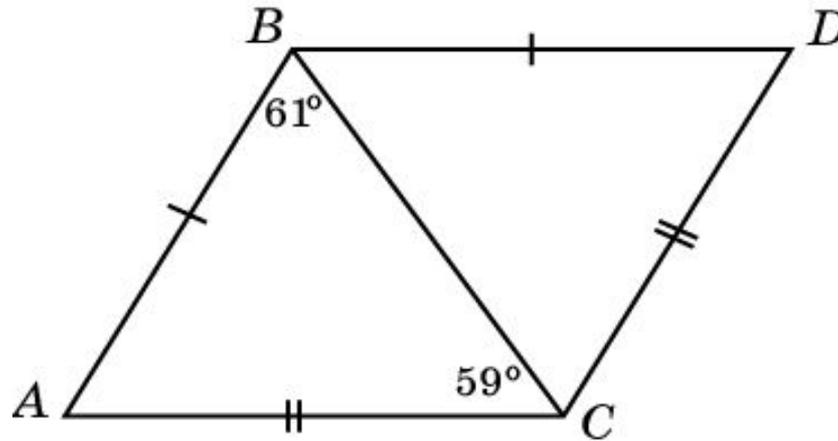
На рисунке  $AB=DC$  и  $BC=AD$ , угол  $BAC$  равен  $31^\circ$ , угол  $BCA$  равен  $29^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ .



**Решение:** Треугольники  $ABC$  и  $CAD$  равны по третьему признаку. Следовательно, угол  $ACD$  равен углу  $BAC$  и равен  $31^\circ$ .

## Упражнение 5

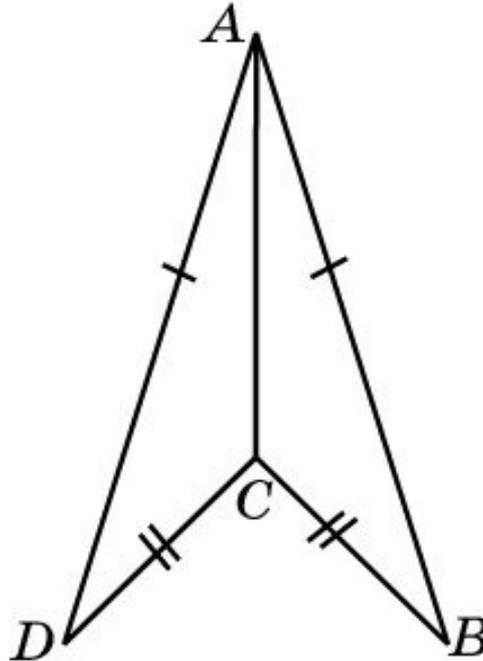
На рисунке  $AB=BD$  и  $AC=CD$ , угол  $ABC$  равен  $61^\circ$ , угол  $ACB$  равен  $59^\circ$ . Найдите угол  $B CD$ .



**Решение:** Треугольники  $ABC$  и  $DBC$  равны по третьему признаку. Следовательно, угол  $B CD$  равен углу  $ACB$  и равен  $59^\circ$ .

## Упражнение 6

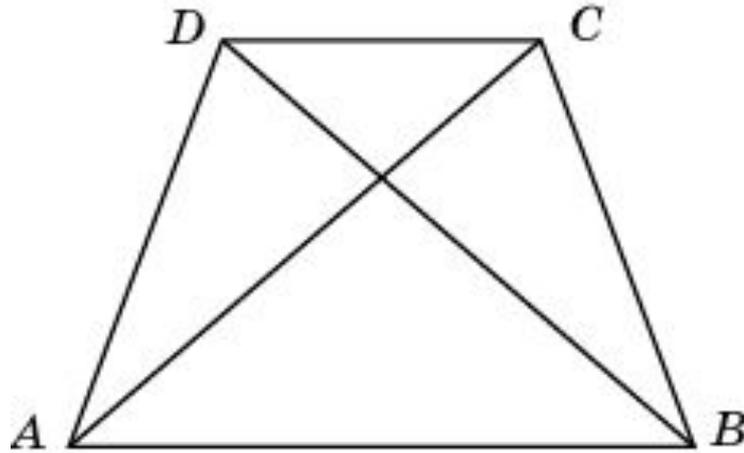
На рисунке  $AB = AD$  и  $DC = BC$ . Докажите, что отрезок  $AC$  является биссектрисой угла  $BAD$ .



**Доказательство:** Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по третьему признаку. Следовательно, угол  $BAC$  равен углу  $DAC$ , т.е.  $AC$  – биссектриса угла  $BAD$ .

## Упражнение 7

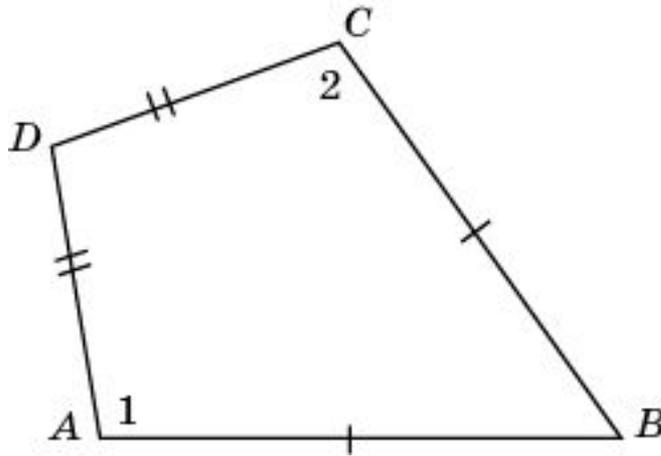
В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что угол  $BAD$  равен углу  $ABC$ .



**Решение.** Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $AC = BD$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BAD$  и  $ABC$ .

## Упражнение 8

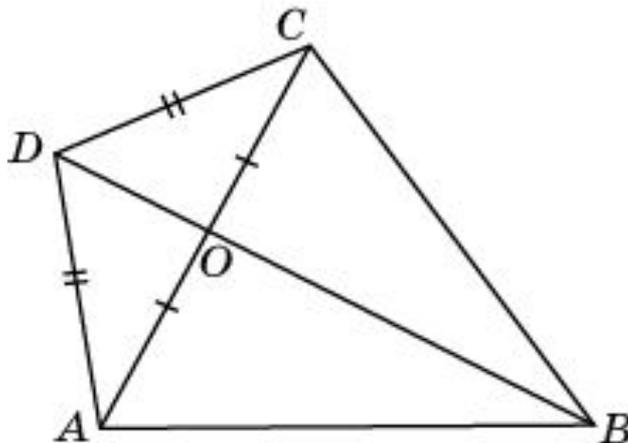
На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что угол 1 равен углу 2.



**Решение.** Проведем отрезок  $BD$ . Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы 1 и 2 этих треугольников.

## Упражнение 9

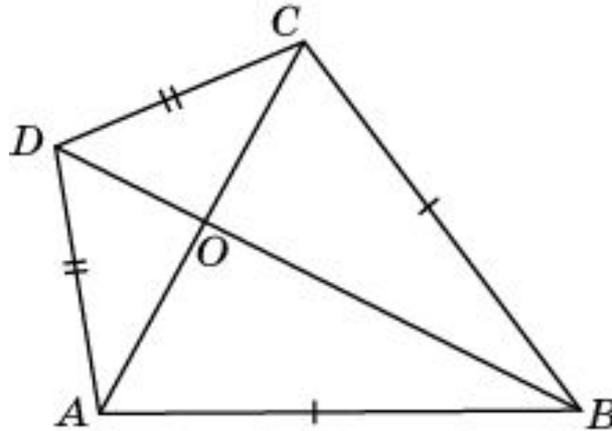
На рисунке  $AD = CD$ ,  $AO = OC$ . Докажите, что  $AB = BC$ .



**Решение.** Треугольники  $AOD$  и  $COB$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AO = CO$ ,  $AD = CD$ ,  $OD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADO$  и  $CDO$ . Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона, угол  $ADB$  равен углу  $CDB$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $BC$  этих треугольников.

## Упражнение 10

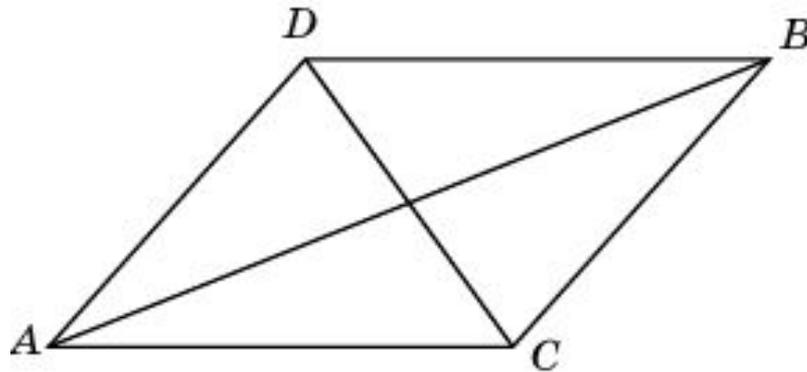
На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что  $AO = OC$ .



**Решение.** Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABO$  и  $CBO$ . Треугольники  $ABO$  и  $CBO$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $BO$  – общая сторона, угол  $ABO$  равен углу  $CBO$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AO$  и  $CO$  этих треугольников.

# Упражнение 11

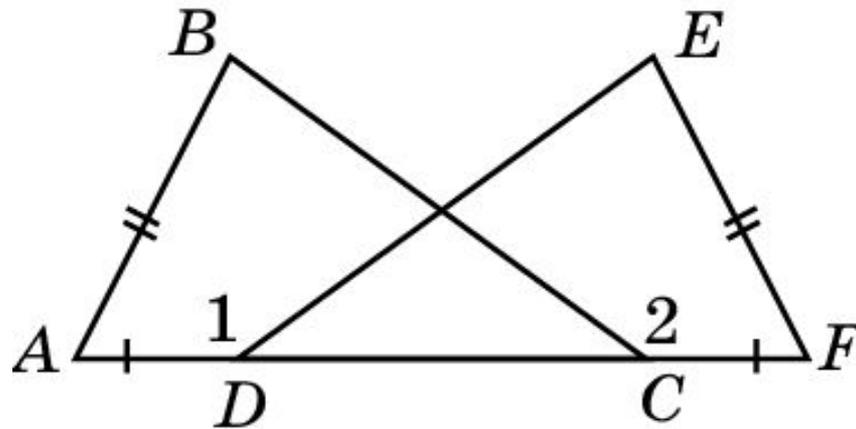
Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны, причем точки  $C$  и  $D$  лежат по разные стороны от прямой  $AB$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $DAC$  равны.



**Решение.** Из равенства треугольников  $ABC$  и  $BAD$  следует равенство соответствующих сторон  $AC$  и  $BD$ ,  $BC$  и  $AD$ . Треугольники  $CBD$  и  $DAC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $CB = DA$ ,  $BD = AC$ ,  $CD$  – общая сторона).

## Упражнение 12

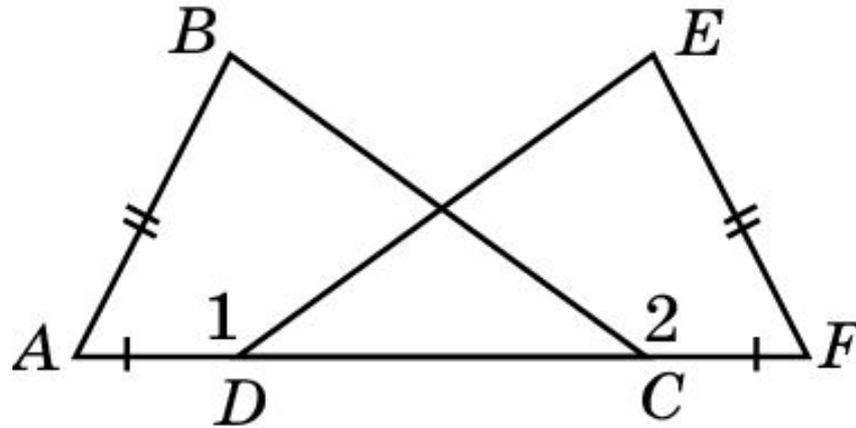
На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ .  
Докажите, что угол 1 равен углу 2.



**Доказательство:** Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку. Следовательно, угол  $ACB$  равен углу  $FDE$  и, значит, угол 1 равен углу 2.

## Упражнение 13

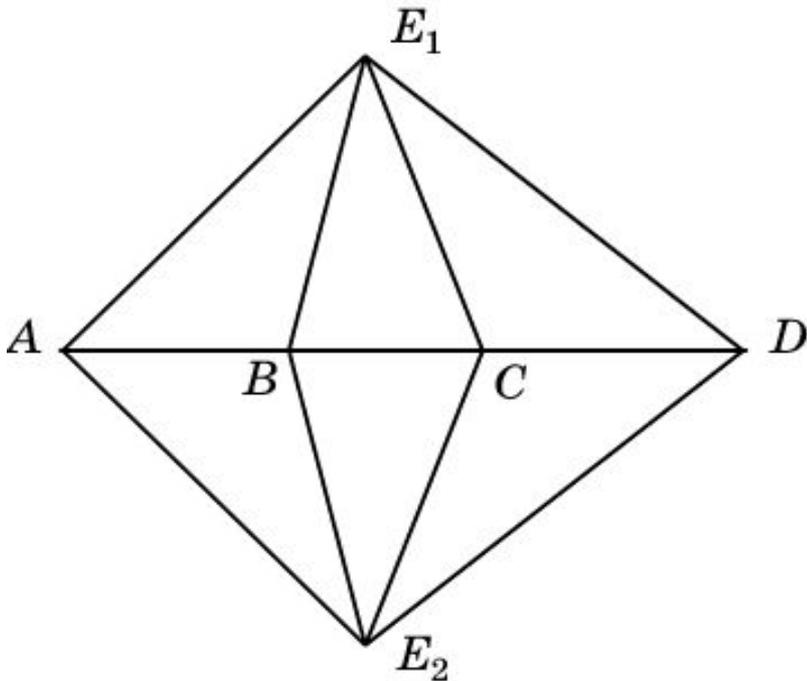
На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ , угол 1 равен  $140^\circ$ . Найдите угол 2.



**Решение:** Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку. Следовательно, угол 2 равен углу 1 и равен  $140^\circ$ .

## Упражнение 14

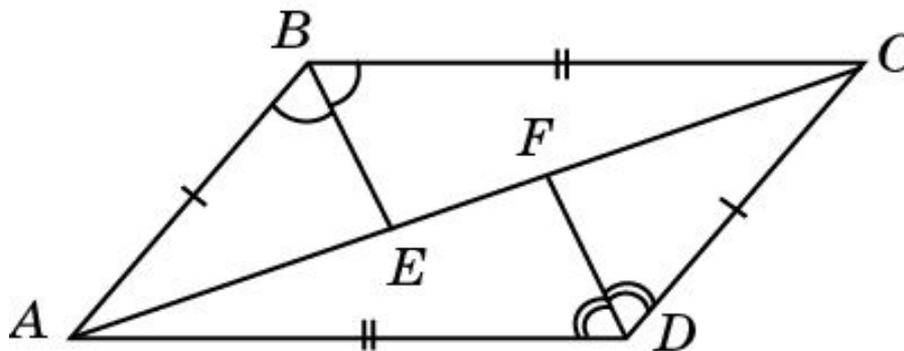
Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  принадлежат одной прямой. Докажите, что если треугольники  $ABE_1$  и  $ABE_2$  равны, то треугольники  $CDE_1$  и  $CDE_2$  тоже равны.



**Доказательство:** Из равенства треугольников  $ABE_1$  и  $ABE_2$  следует равенство сторон  $BE_1$ ,  $BE_2$  и углов  $CBE_1$ ,  $CBE_2$ . Отсюда (по первому признаку) вытекает равенство треугольников  $BCE_1$  и  $BCE_2$ . Аналогичным образом, из равенства треугольников  $BCE_1$  и  $BCE_2$  вытекает равенство треугольников  $CDE_1$  и  $CDE_2$ .

## Упражнение 15

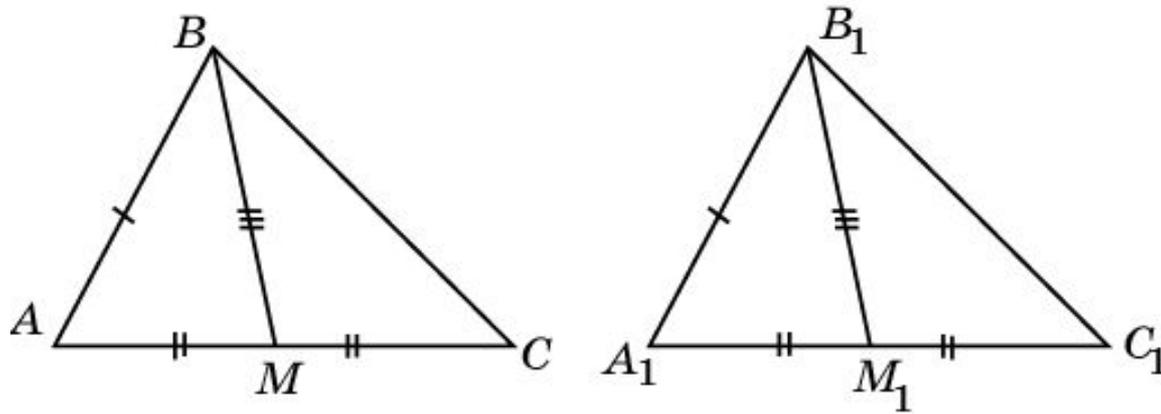
На рисунке  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ ,  $BE$  - биссектриса угла  $ABC$ , а  $DF$  - биссектриса угла  $ADC$ . Докажите, что  $\triangle ABE = \triangle CDF$ .



**Доказательство:** Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $BC = DA$ ,  $AC$  – общая). Следовательно, равны углы  $BAC$  и  $ACD$ ,  $ABC$  и  $CDA$ . Из равенства последних углов следует равенство углов  $ABE$  и  $CDF$ . Треугольники  $ABE$  и  $CDF$  будут равны по второму признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ , угол  $BAE$  равен углу  $DCF$ , угол  $ABE$  равен углу  $CDF$ ).

## Упражнение 16

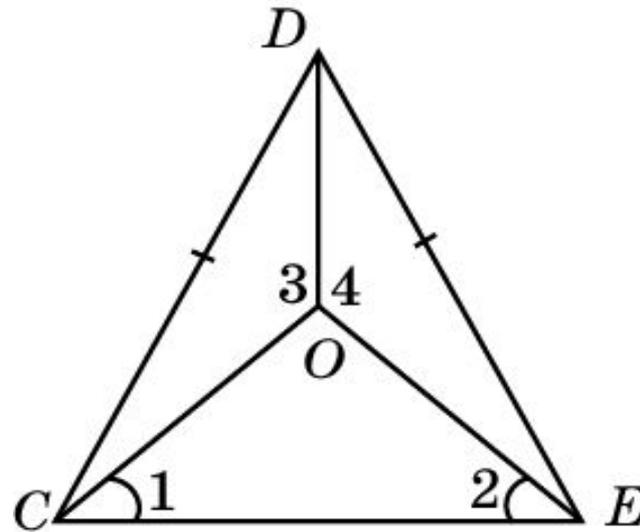
Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны, если у них равны медианы  $BM$  и  $B_1M_1$ , стороны  $AB$  и  $A_1B_1$ ,  $AC$  и  $A_1C_1$ .



**Доказательство:** Треугольники  $ABM$  и  $A_1B_1M_1$  равны по третьему признаку равенства треугольников. Следовательно, равны углы  $BAC$  и  $B_1A_1C_1$ . Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  будут равны по первому признаку равенства треугольников.

## Упражнение 17

На рисунке  $CD = ED$ , угол 1 равен углу 2.  
Докажите, что угол 3 равен углу 4.



**Доказательство:** Треугольник  $OCE$  равнобедренный ( $OC = OE$ ). Треугольники  $OCD$  и  $OED$  равны по третьему признаку равенства треугольников. Следовательно, равны углы 3 и 4.