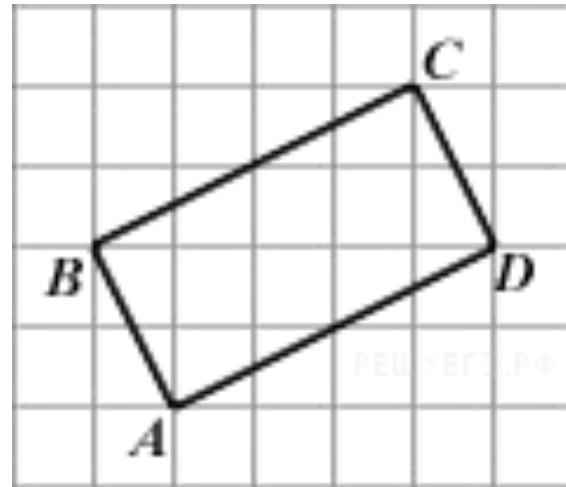
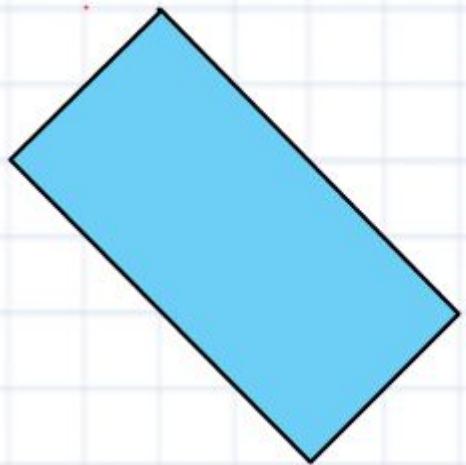


Планиметрия



4 Окружность с центром O вписана в равнобедренную трапецию $ABCD$ с боковой стороной AB .

а) Докажите, что треугольник AOB прямоугольный.

б) Найдите площадь трапеции, если известно, что радиус окружности равен 2, а точка касания делит боковую сторону трапеции в отношении $1:4$.

5 В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведены медиана CM и высота CH .

а) Докажите, что биссектриса CL треугольника ABC является также биссектрисой треугольника CMH .

б) Найдите CL , если известно, что $CM = 10$, $CH = 6$.

6 В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AD , P — точка пересечения отрезка BM с диагональю AC .

а) Докажите, что прямая DP проходит через середину стороны AB .

б) Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BM в точке Q . Найдите отношение $PM : BQ$, если известно, что $AB : AC = 1 : 3$.

9 Окружность с центром O и окружность вдвое меньшего радиуса касаются внутренним образом в точке A . Хорда AB большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M .

а) Докажите, что M — середина AB .

б) Луч OM пересекает большую окружность в точке P . Найдите расстояние от центра большей окружности до хорды AP , если радиус большей окружности равен 13, а $OM = 5$.

10 Окружности, построенные на сторонах AB и AC треугольника ABC как на диаметрах, пересекаются в точке D , отличной от A .

- Докажите, что точка D лежит на прямой BC .
- Найдите угол BAC , если известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, а точка D лежит на стороне BC , причём $DB : DC = 1 : 3$.

- 8 Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB и BC в точках P и Q соответственно.
- а) Докажите, что в четырёхугольник $BPOQ$ можно вписать окружность.
- б) Найдите угол ABC , если известно, что радиус этой окружности вдвое меньше радиуса вписанной окружности треугольника ABC .

