

2. ОСНОВЫ РАСЧЕТА И БЕЗОПАСНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ, МОДЕЛИРУЕМЫХ В ФОРМЕ ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ

Вопросы, изложенные в лекции:

2.5 Цилиндрические и конические обечайки и замкнутые сферические оболочки

2.6 Выпуклые крышки и днища. Самостоятельно. Ист.1 с.28-31.

2.7 Плоские крышки и днища

2.8 Устойчивость оболочек при воздействии сжимающих нагрузок

**2.9 Гладкие конические обечайки и выпуклые днища
Самостоятельно . Ист. 1, с. 49-52.**

2.10 Узлы сопряжения оболочек. Самостоятельно . Ист. 2, с. 52-61.

Учебная литература:

.Мильченко А.И. Особенности расчета типовых элементов химического оборудования. Корпуса аппаратов. Текст лекций, ЛТИ. – Ленинград, 1987, - 64с.

.Мильченко А.И. Прикладная механика. Часть 2. Учебное пособие. – М: Изд.

Центр Академия. 2013 – 256 с.

2.5 Цилиндрические и конические обечайки и замкнутые сферические оболочки

Обечайками называют цилиндрические или конические барабаны из листового материала, открытые с торцов и применяемые в качестве заготовок для сосудов, аппаратов и трубопроводов.

Для гладкой цилиндрической обечайки, нагруженной внутренним избыточным давлением p_p , составляющие внешней нагрузки по нормали и касательной к меридиану будут соответственно

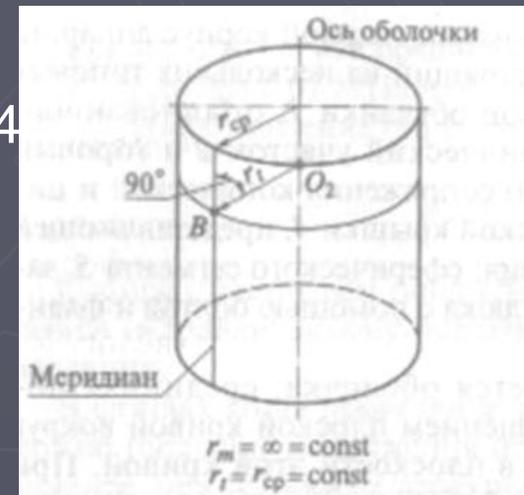
$p_n = p_p$, $p_t = 0$, а главные радиусы кривизны $r_m = \infty$; $r_t = D_{cp}/2 = const$.

Это дает при подстановке в уравнение Лапласа (2.4)

$$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{D_{cp}/2} = \frac{p}{s} \quad \text{или} \quad \sigma_t = \frac{pD_{cp}}{2s} \quad (2.7)$$

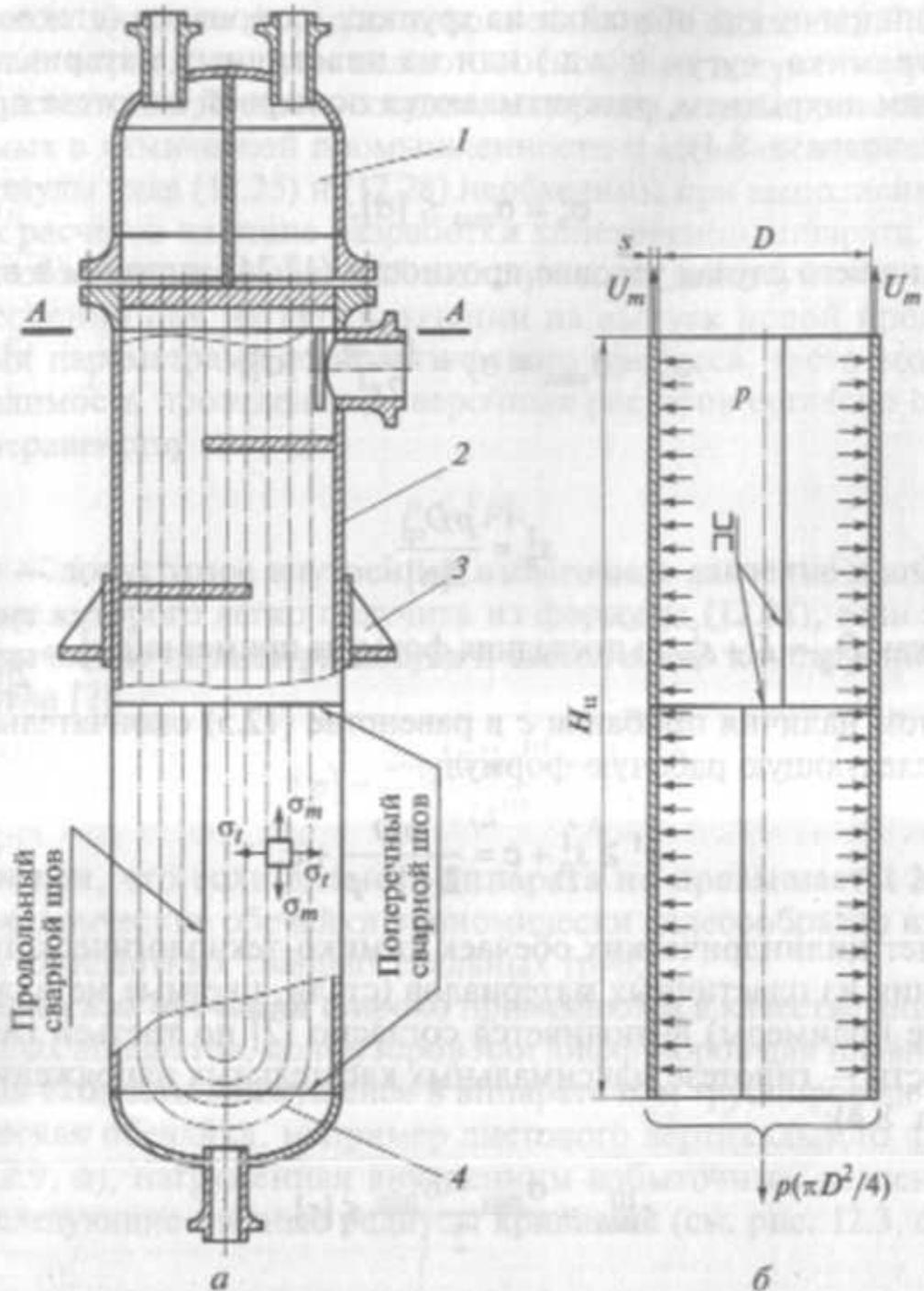
а при подстановке в уравнение (2.5):

$$\sigma_m = \frac{pD_{cp}}{4s}$$



- Из этих выражений следует, что **тангенциальные напряжения, действующие в осевых сечениях цилиндра, в два раза больше меридио-нальных напряжений**, действующих в поперечных сечениях. Поэтому продольные сварные швы цилиндрических обечаек более нагружены

Рис. 2.6 -
Кожухотрубный
вертикальный
теплообменник с U-
образными трубками
(а) и расчетная схема
цилиндрической
обечайки кожуха (б):
1 —
распределительная
камера; 2 — кожух;
3 — опоры;
4 — U-образные
трубки.



► Таким образом, материал упругой тонкостенной цилиндрической обечайки находится в *плоском* (двухосном) напряженном состоянии под действием нормальных напряжений σ_t , σ_m (третье нормальное напряжение — радиальное $\sigma_r \approx 0$, о чем уже упоминалось выше) и расчет толщины ее стенки должен выполняться по одной из **теорий прочности** в зависимости от свойств применяемого материала.

► При изготовлении обечаек из **хрупких материалов** (стекло, фарфор, керамика, чугун и т. д.) или из пластичных материалов, но с *хрупким покрытием* их расчет выполняется по **первой теории прочности**, построенной на предположении, что опасное состояние наступает в момент, когда наибольшее нормальное напряжение достигает опасного значения.

Условие прочности по первой теории имеет вид

$$\sigma_{max} \leq [\sigma]. \quad (2.8)$$

Для нашего случая условие (2.8) запишем в виде

$$\sigma_{max} = \sigma_t = \frac{p_p D_{cp}}{2s} \leq [\sigma]$$

откуда

$$s_R^1 = \frac{p_p D_{cp}}{2[\sigma]}$$

Так как $D_{cp} = D + s_R^1$ то последняя формула примет вид

$$s_R^1 = \frac{p_p D}{2[\sigma] - p_p}$$

а с учетом наличия прибавки C окончательно получим следующую рабочую формулу:

$$s^1 \geq s_R^1 + C = \frac{pD}{2[\sigma] - p_p} + c \quad (2.9)$$

► Расчет цилиндрических обечаек химико-технологического оборудования **из пластичных материалов** (стали, цветные металлы, некоторые полимеры) выполняется **по третьей гипотезе прочности — гипотезе максимальных касательных напряжений**

► Опасное состояние наступает в момент, когда касательное напряжение, равное полуразности наибольшего и наименьшего главных напряжений, достигает опасного значения. Условие прочности по третьей теории имеет вид

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \leq [\tau] \quad (2.10)$$

► Так как $[\tau] \approx [\sigma]/2$, а $\sigma_{min} = \sigma_p \approx 0$, $\sigma_{max} = \sigma_t = \frac{pD_{cp}}{2s_p^1}$ то условие (2.10) для цилиндрической обечайки можно переписать с учетом коэффициента прочности сварных швов в виде

$$\sigma_{max} \leq \varphi[\sigma], \quad (2.11)$$

► что почти совпадает с условием (2.8). Поэтому расчетная формула для определения толщины стенки цилиндрической обечайки **по третьей теории прочности** аналогична формуле (2.9):

$$s_R^3 = \frac{p_p D}{2\varphi[\sigma] - p_p} \quad s^3 \geq s_R^3 + C = \frac{p_p D}{2\varphi[\sigma] - p_p} + C$$

► Для обеспечения надежной эксплуатации аппаратов, особенно при их переключении на выпуск новой продукции с иными параметрами технологического процесса, часто возникает необходимость проведения их *проверочных* расчетов согласно очевидному неравенству

$$\text{► } p_p \leq [p], \quad (2.13)$$

► где $[p]$ — допускаемое внутреннее избыточное давление в аппарате, величину которого легко получить из формулы (2.12):

$$[p] = \frac{2\varphi[\sigma](S^3 - C)}{D + (S^3 - C)}$$

► **Четвертая теория прочности** нашла применение при расчетах на прочность **трубопроводов химических установок, элементов паровых котлов, атомных реакторов и другого энергетического оборудования**. Теория построена на предположении, что момент наступления опасного состояния зависит от величины потенциальной энергии, накапливающейся при деформации в единице объема материала.

- Конические обечайки широко применяются в качестве конфузоров или диффузоров для постепенного изменения скорости движущейся в аппарате или трубопроводе среды.
- Для такой обечайки, нагруженной внутренним избыточным давлением (рис. 2.7), составляющие внешней нагрузки $p_n = p_p$, $p_t = 0$ и главные радиусы кривизны (см. рис. 1.3,б)
- $r_m = \infty$; $r_t = r_{cp} / \cos \alpha$.

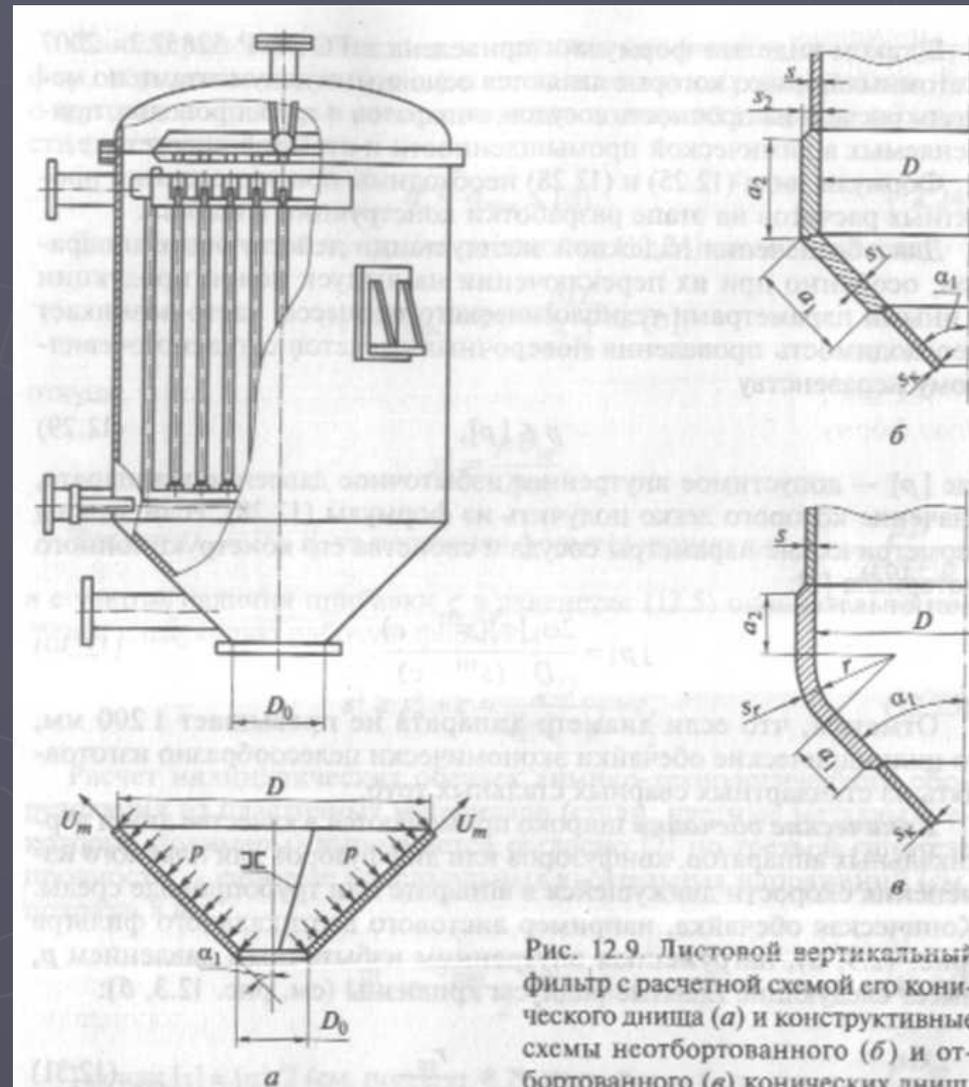


Рис. 12.9. Листовой вертикальный фильтр с расчетной схемой его конического дна (а) и конструктивные схемы неотбортованного (б) и отбортованного (в) конических дна

Тогда из выражения (2.5) легко получить формулу для меридиональных напряжений:

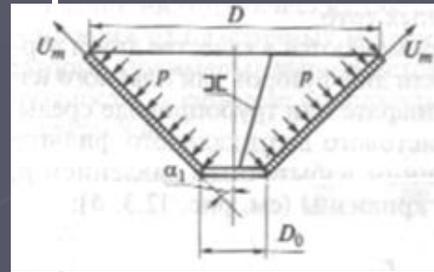
$$\sigma_m = \frac{p_p r_{cp}}{2s_k \cos \alpha_1} \quad (2.17)$$

а из уравнения Лапласа (2.4)

$$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{r_t} = \frac{p_p}{s_k}$$

формулу для тангенциальных напряжений конической обечайки:

$$\sigma_t = \frac{p r_{cp}}{s_k \cos \alpha_1}$$



$$(2.18)$$

Таким образом, для конических обечаек, как и для цилиндрических, $\sigma_t = 2\sigma_m$ т. к. цилиндр является частным случаем конуса при $\alpha = 0$.

Так как радиус параллельного круга конической обечайки изменяется в пределах $r_{cp} = D_0/2 \dots D_{cp}/2$, то и напряжения σ_t, σ_m также изменяются вдоль оси и будут максимальными у большего основания конуса:

$$\sigma_{t \max} = \frac{p_p D_{cp}}{2s_k \cos \alpha_1}$$

$$\sigma_{m \max} = \frac{p_p D_{cp}}{4s_k \cos \alpha_1}$$

$$(2.19,20)$$

- ▶ Применяя **третью теорию прочности**, как и ранее для цилиндра, по аналогии с формулой (2.11) получим

$$\sigma_{max}^3 = \sigma_{t max} = \frac{p_p D_{cp}}{2s_k \cos \alpha_1} \leq \varphi[\sigma] \quad \text{отсюда} \quad s_{kp}^3 = \frac{p_p D_{cp}}{2\varphi[\sigma] \cos \alpha_1}$$

- ▶ Так как $D_{cp} = D + S_k \cos \alpha$, то с учетом C получим следующую формулу для расчета толщины стенки конической обечайки:

$$s_{kp}^3 = \frac{p_p}{2\varphi[\sigma] - p_p} \frac{D_k}{\cos \alpha_1} + C \quad (2.21)$$

- ▶ Решая (2.21) относительно p_p , получим для эксплуатационных условий следующую формулу проверочного расчета согласно неравенству (2.13):

$$[p] = \frac{2\varphi[\sigma](s_k^3 - C)}{\frac{D_l}{\cos \alpha_1} + (s_k^3 - C)} \quad (2.22)$$

- ▶ Формулы (2.21) и (2.22) **применимы лишь при $\alpha \leq 60^\circ$** , т.к. обечайки с углом $\alpha > 60^\circ$ по своим свойствам больше соответствуют **плоским** элементам, и для их расчета нужны другие зависимости.

► **Сферические оболочки** широко применяются в качестве хранилищ газов и жидкостей (рис. 2.8). Для такой оболочки, нагруженной внутренним избыточным давлением, составляющие внешней нагрузки $p_n = p_p$; $p_t = 0$, главные радиусы кривизны $r_m = r_t = r_{cp}$. Тогда формула (2.5) в применении к отсеченной коническим сечением нижней части сферической оболочки примет вид

$$\sigma_m = \frac{p_p r_{cp}}{2s_l} \quad \text{►} \quad (2.23)$$

► Уравнение Лапласа (2.4) для сферической оболочки

$$\frac{\sigma_m}{r_{cp}} + \frac{\sigma_t}{r_{cp}} = \frac{p_p}{s_l}$$

► и с учетом (2.23)

$$\frac{p_p r_{cp}}{2s_l r_{cp}} + \frac{\sigma_t}{r_{cp}} = \frac{p_p}{s_l}$$

► отсюда

$$\sigma_t = \frac{p_p r_{cp}}{2s_l} \quad (2.24)$$

► Таким образом, для замкнутой сферической оболочки имеем

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{p_p r_{cp}}{2s_l} = \frac{p_p D_{cp}}{4s_l} \quad \text{►} \quad (2.25)$$

Применяя **третью теорию прочности** подучим

$$\sigma_{max}^3 = \frac{p_p D_{cp}}{4s_l} \leq \varphi[\sigma] \quad (2.26)$$

Откуда с учетом $D_{cp} = (D + S_c)$ и с учетом C формула для расчета толщины стенки сварной сферической оболочки примет вид

$$s_l^3 \geq s_{lp}^3 + C = \frac{p_p D}{4\varphi[\sigma] - p_p} + c \quad (2.27)$$

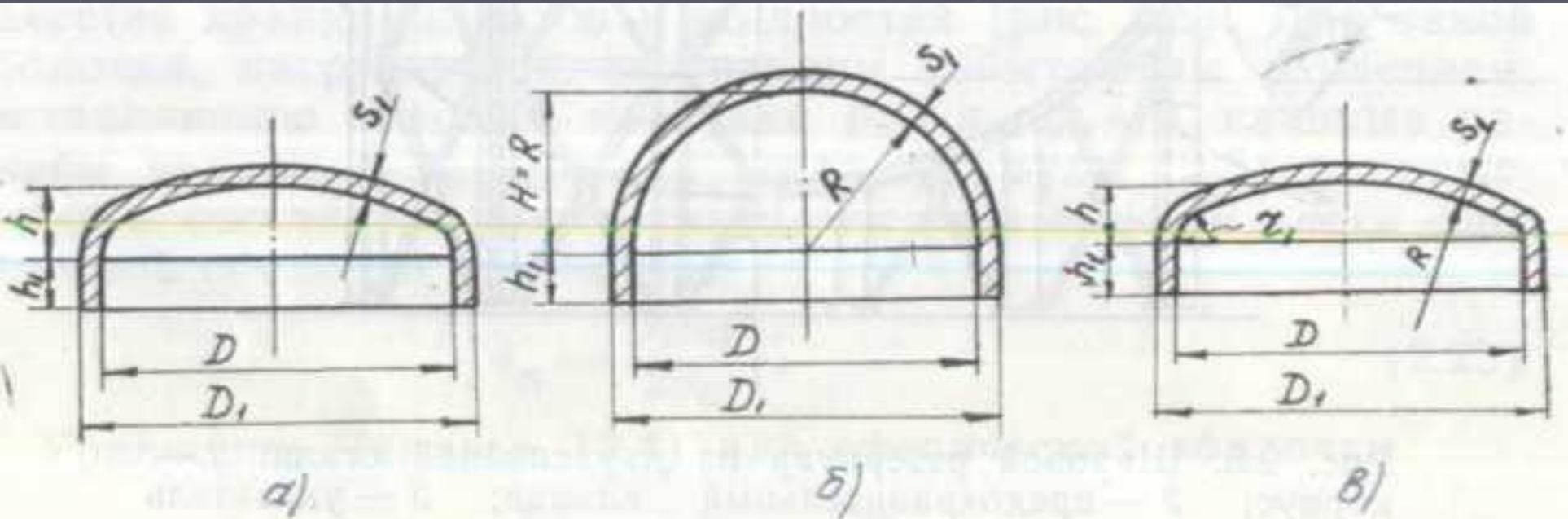
а формула для проверочного расчета согласно неравенству (2.13) по аналогии с (2.14) будет

$$[p] = \frac{4\varphi[\sigma](s_l^3 - C)}{D + (s_l^3 - C)} \quad (2.28)$$

Таким образом, **толщина сферической оболочки вдвое меньше цилиндрической** (см. формулу (2.12)), что обеспечило широкое применение сферических сосудов, несмотря на сложность их изготовления.

2.6 Выпуклые крышки и днища. Самостоятельно

► Наибольшее распространение в химическом аппаратостроении получили эллиптические, полусферические и отбортованные сферические или тороидальные днища, расчетные схемы которых показаны на рис. 2.9. Все эти днища имеют кроме основного высотного габарита H еще и высоту h_1 так называемой цилиндрической отбортовки.



- Рис. 2.9 - Выпуклые днища: а — эллиптическое; б — полусферическое;
► в — тороидальное

2.7 Плоские крышки и днища

Плоские крышки и днища (пластины) широко применяются в конструкциях машин и аппаратов, благодаря простоте и дешевизне их изготовления.

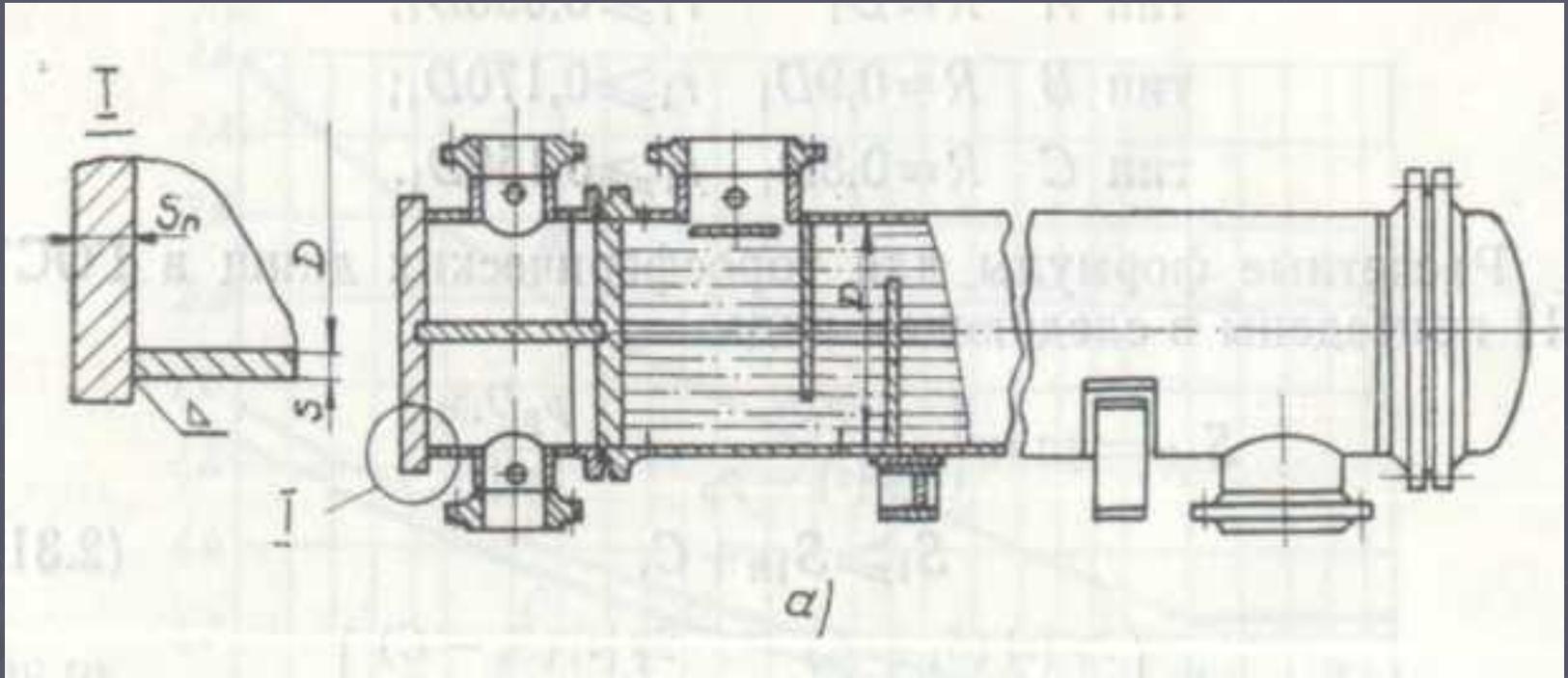
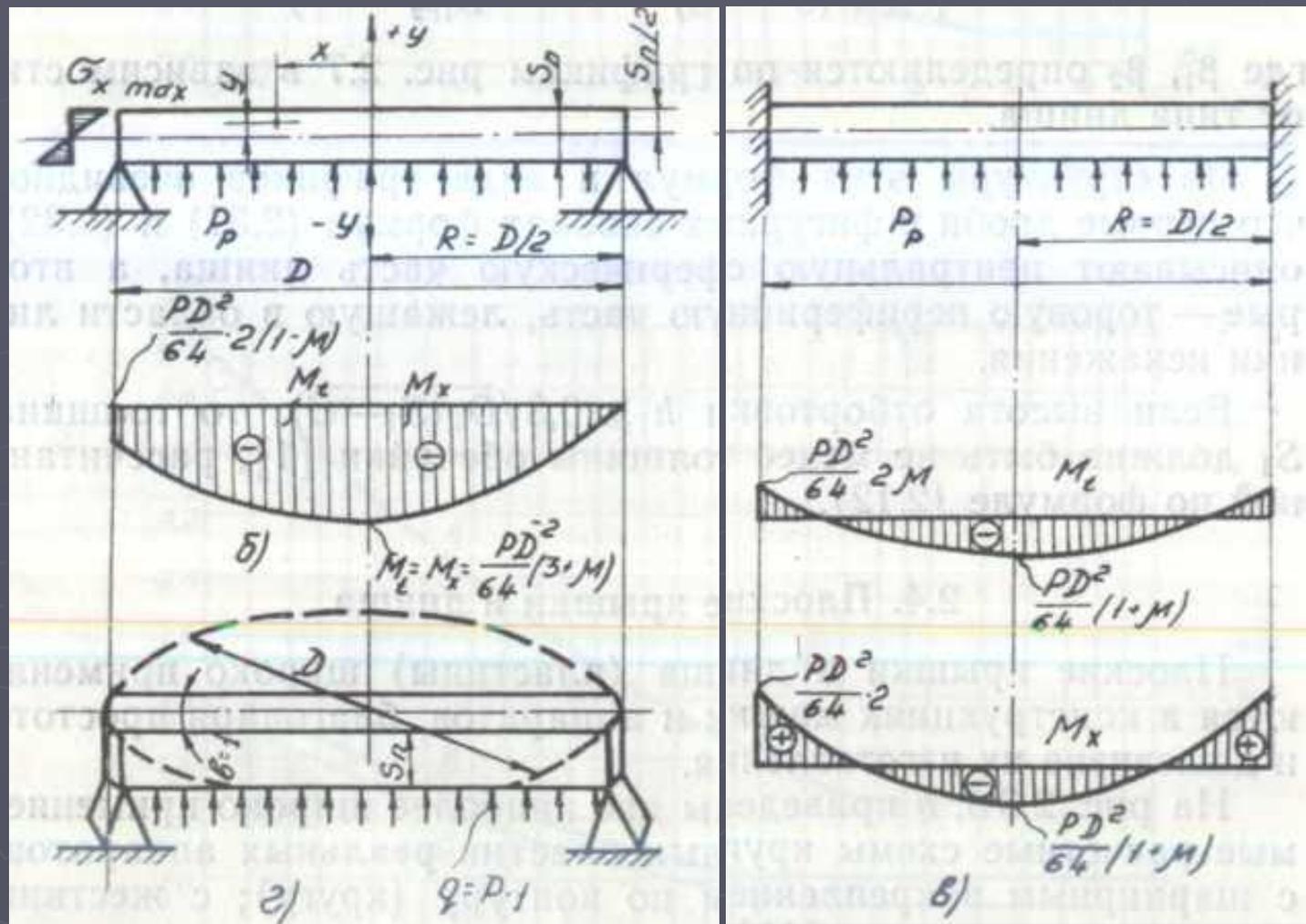


Рис. 2.8. Горизонтальный кожухотрубный теплообменник жесткой конструкции с распределительной камерой, имеющей плоскую приварную крышку (а);

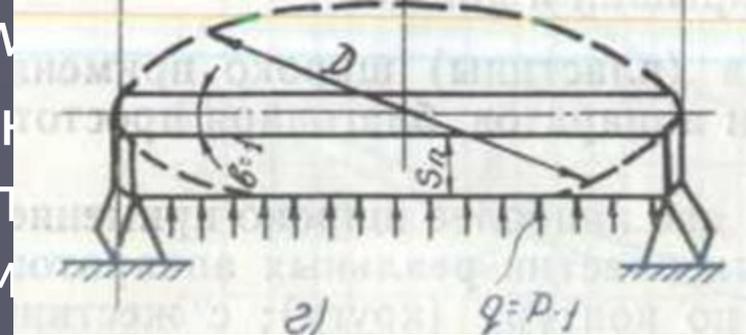
Расчетная схема и эпюры изгибающих моментов для случая: шарнирнозакрепленной (б) и жесткозащемленной плоской крышки камеры (в); плоская крышка с балкой-полоской единичной ширины (г)

На рис. 2.8 б, в
приведены две
наиболее
широко
применяемые
расчетные
схемы круглых
пластин
реальных
аппаратов: с
шарнирным
закреплением
по контуру
(кругу); с
жестким
защемлением
контура.



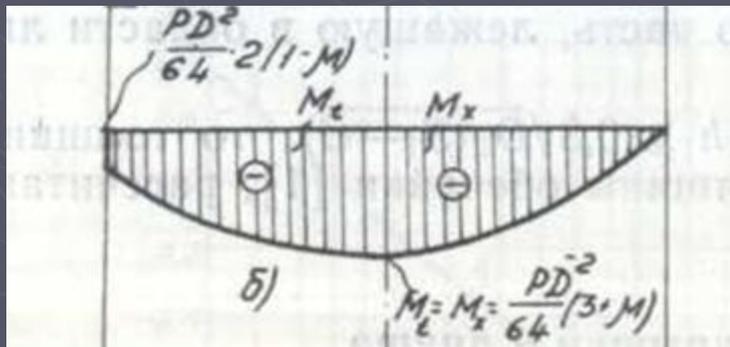
► Под действием давления p_r , нормального к срединной поверхности, пластина *изгибается* и меняет свою кривизну одновременно в двух плоскостях, в результате чего образуется некоторая слабо изогнутая поверхность двойной кривизны (оболочка). При расчете пластин *принимается, что прогиб пластины существенно меньше ее толщины*. Это допущение позволяет считать основными *напряжения от изгиба* и не учитывать напряжения растяжения срединной поверхности. Остальные допущения, положенные в основу теории изгиба пластин, аналогичны допущениям, отмеченным выше при расчете оболочек.

Рассмотрим изгибающие моменты M_t , M_x и напряжения в шарнирно закрепленной единичной ширины b , выделенной из плоскостных сечениями, близкими к диаметральному. Балка-полоска испытывает посередине максимальные изгибные напряжения (см. формулу Навье)



$$\sigma_{max} = \frac{M_{x.max} y_{max}}{I_z} \quad (2.33)$$

от максимального изгибающего момента



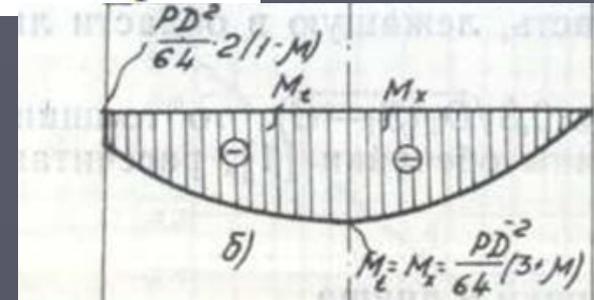
$$M_{x.max} = \frac{p_p D^2}{8} \quad (2.34)$$

Сопоставление формулы (2.34) со строго полученной эпюрой на рис. 2.8,6 свидетельствует о совпадении максимальных моментов с точностью до постоянного коэффициента. Величина этого коэффициента не принципиальна, т. к. в конечном счете вытекает из моментной теории оболочек и экспериментов.

- Запишем с учетом аналитически полученных эпюр моментов $M_x = M_r, M_t$ (рис. 2.8, б), $b=1$:

$$\sigma_{r \max} = \frac{M_{x \max} y_{\max}}{I_z} = \pm \frac{M_{x \max} s_l / 2}{1 s_l^3 / 12} = \frac{6 M_{x \max}}{s_l^2}$$

$$\sigma_{t \max} = \frac{M_{t \max} y_{\max}}{I_z} = \pm \frac{6 M_{x \max}}{s_l^2}$$



- Поскольку для шарнирно закрепленной по контуру пластинки $M_{x \max} = M_{t \max} = (p_p D^2 / 64) (3 + \mu)$, то

- $\sigma_{r \max} = \sigma_{t \max} \approx 0,31 p_p (D / s_l)^2.$ (2.35)

- Точно так же можно получить для жесткозащемленной пластинки

- $\sigma_{t \max} \approx 0,19 p_p (D / s_l)^2.$ (2.36)

- Обозначая в формулах (2.35), (2.36) для общности через a численные коэффициенты, величина которых зависит от условий закрепления пластинки по контуру, и применяя **третью теорию прочности** по аналогии с (2.10) и (2.11),

получим

$$\sigma_{max} = \alpha \cdot p_p \cdot (D/s_l)^2 \leq \varphi[\sigma]$$

Откуда

$$s_l = D \sqrt{\alpha \frac{p_p}{\varphi[\sigma]}}$$

Вводя обозначения $\sqrt{\alpha} = k k_\sigma$, $D = D_p$ и учитывая C , получим для проектного расчета

$$s_{lR} = k k_0 D_p \sqrt{\frac{p_p}{\varphi[\sigma]}}$$

$$s_l \geq s_{lR} + C$$

(2.37)

а для проверочного расчета в условиях эксплуатации аппарата

$$[p] = \left(\frac{s_l - C}{k k_0 D_p} \right)^2 \varphi[\sigma]$$

(2.38)

- ▶ Коэффициент ослабления пластинки отверстиями $k_o=0$ при отсутствии отверстий.
- ▶ Если пластинка ослаблена одним отверстием диаметром d , то

$$k_o = \gamma \sqrt{1 + d/D_p + (d/D_p)^2}, \quad (2.39)$$

- ▶ а если она ослаблена несколькими отверстиями с диаметрами d_i , то коэффициент ослабления

$$k_o = \gamma \sqrt{[1 - \sum (d_i/D_p)^3] / [1 - \sum (d_i/D_p)]}, \quad (2.40)$$

- ▶ где согласно ГОСТ [1]

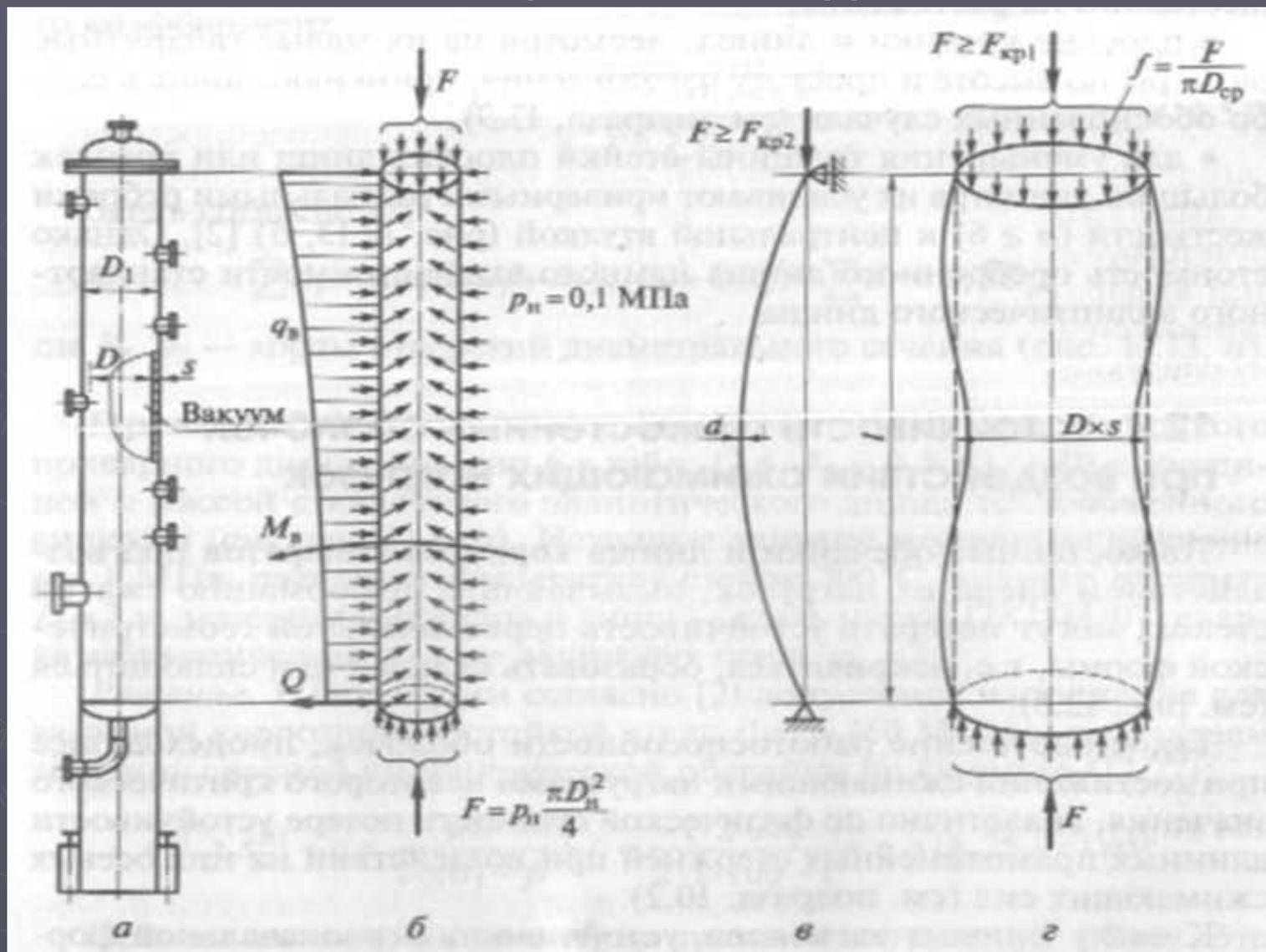
$$\sum d_i = \max \{ (d_1 + d_3); (b_2 + b_1) \},$$

- ▶ здесь b_1 и b_2 — хорды отверстий [10].

2.8 Устойчивость оболочек при воздействии сжимающих нагрузок

- ▶ Тонкостенные элементы корпусов аппаратов под действием внешних нагрузок, вызывающих сжатие стенок, могут **потерять устойчивость** первоначальной геометрической формы, т. е. искривиться, образовать складки или сплющиться.
- ▶ Такое нарушение работоспособности оболочек происходит при достижении сжимающими нагрузками их некоторого **критического значения** и аналогично по физической сущности потере устойчивости прямолинейных стержней при воздействии осевых сжимающих сил (см. вывод формулы Эйлера для критической силы $F_{кр}$).
- ▶ **К числу типовых элементов, устойчивость формы которых определяет работоспособность тонко-стенных корпусов аппаратов, прежде всего относятся: цилиндрические и конические обечайки, выпуклые днища, а также кольца жесткости, применяемые для повышения несущей способности обечаек.**

Рис. 2.11- Колонный аппарат (а) и расчетная схема его цилиндрической обечайки (б); сжимаемый цилиндр с шарнирными опорами и сплошным поперечным сечением в момент потери общей устойчивости (в); то же с кольцевым сечением в момент потери местной устойчивости (г).



Цилиндрические обечайки

- Напряжения сжатия в стенке цилиндрической оболочки могут быть вызваны такими внешними нагрузками, как **наружное давление p_H** , **осевая сжимающая сила F** и **изгибающий момент M** . Перечисленные нагрузки могут действовать и по отдельности и совместно.
- Тогда в общем виде условие прочности можно записать

$$\frac{F}{[F]} + \frac{M}{[M]} + \frac{p_H}{[p_H]} \leq 1$$

Цилиндрические обечайки, работающие под наружным давлением, принято делить на **длинные и короткие**.

- Рис. 2.16 - Схема высокого вертикального аппарата с возможностью образования вакуума после гидроиспытаний



▶ **Длинные** цилиндрические обечайки и трубы теряют устойчивость с образованием двух волн смятия, аналогично ранее рассмотренным кольцам жесткости.

▶ **Короткие** цилиндрические обечайки, шарнирнозакрепленные по торцам, теряют устойчивость с образованием **трех, четырех и более** волн смятия z_B (рис. 0./,а). длина l_0 разделяющая обечайки на длинные и короткие, определяется по:

$$l_0 = 8,15 \sqrt{\frac{D}{100(s-c)}}$$

(2.56)

▶ Если расчетная длина гладкой (неподкрепленной кольцами) обечайки $l_p > l_0$ то оболочка является длинной, а при $l_p \leq l_0$ — короткой.

▶ Для сосудов и аппаратов с выпуклыми днищами (см. рис. 2.17,6)

$$l_p = l + h_0 + H/3 \quad (2.57)$$

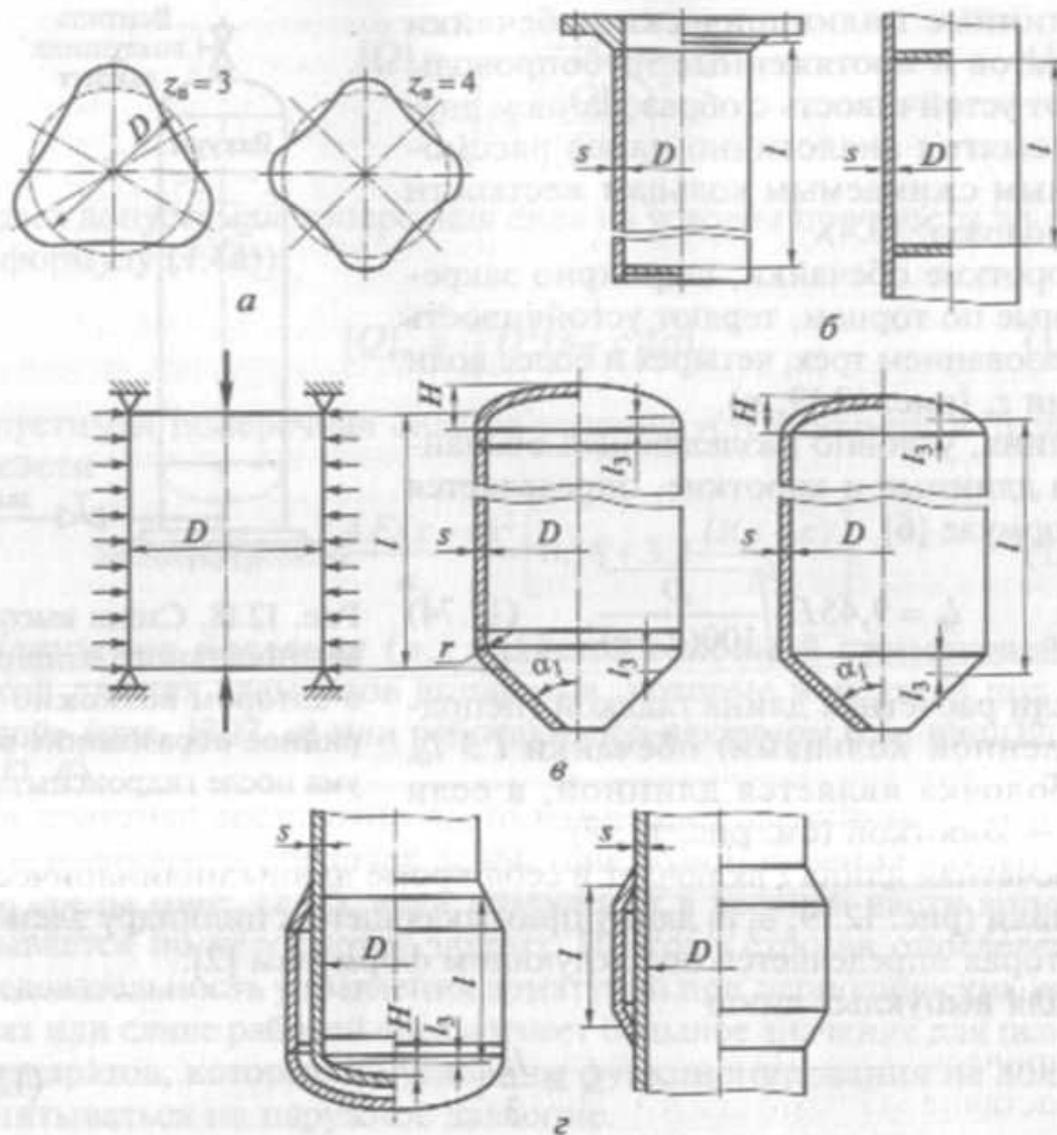
▶ где l — длина обечайки, находящейся под действием наружного давления; h_0 — высота цилиндрической части (отбортовки) днища; H — внутренняя высота выпуклой части днища.

▶ Для аппаратов с коническими днищами (см. рис. 2.17, в)

$$h_1 = \max\{r_0 \sin \alpha; D/(3t \operatorname{tg} \alpha)\} \quad l_p = l + h_0 + h_1 \quad (2.58)$$

▶ , где r_0 — внутренний радиус

- Рис. 2.17 – Схемы для определения расчетной длины цилиндрической обечайки в расчетах на устойчивость:
- *а* — образование волн смятия; *б* — обечаяк с плоскими днищами; *в, г* — цилиндрических обечаек соответственно с оболочковыми днищами и рубашкой

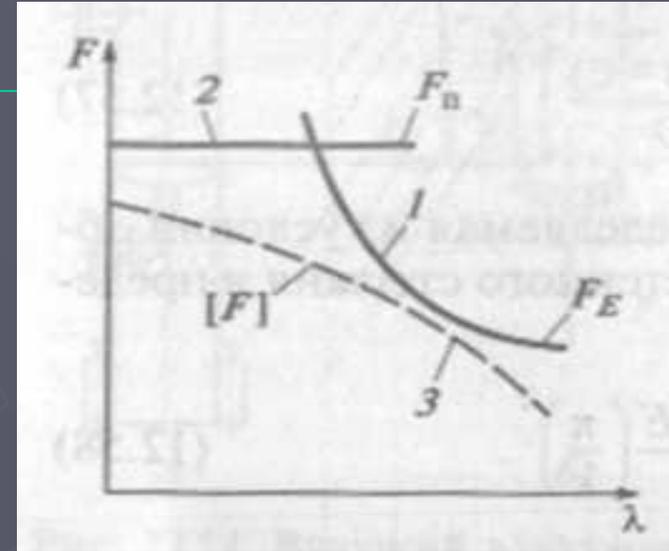


► Для длинных гибких стержней, потеря устойчивости начинается с упругой деформации (см. кривую 1 для расчета стержней на продольный изгиб).

Для коротких же и очень жестких стержней при действии больших сжимающих нагрузок характерны пластические деформации или хрупкое разрушение, не сопровождаемое явлениями потери устойчивости (см. кривую 2— здесь разрушающая сила не зависит от гибкости λ).

► Между этими двумя предельными случаями лежит переходная область, в которой когда потеря устойчивости начинается с упругопластической деформации (кривая 3 на рис. 2.12, построенная с учетом запаса прочности n и запаса устойчивости n_y и лежащая ниже обеих предельных кривых 1 и 2). Эта кривая 3 описывается простым уравнением $1/[F]^2 = 1/[F]_p^2 + 1/[F]_E^2$, которое в соответствии с ГОСТ можно переписать в уже упомянутой в уравнении (2.49) форме. где допускаемое осевое сжимающее усилие $[F]$ вычисляется по формуле

(2.49)



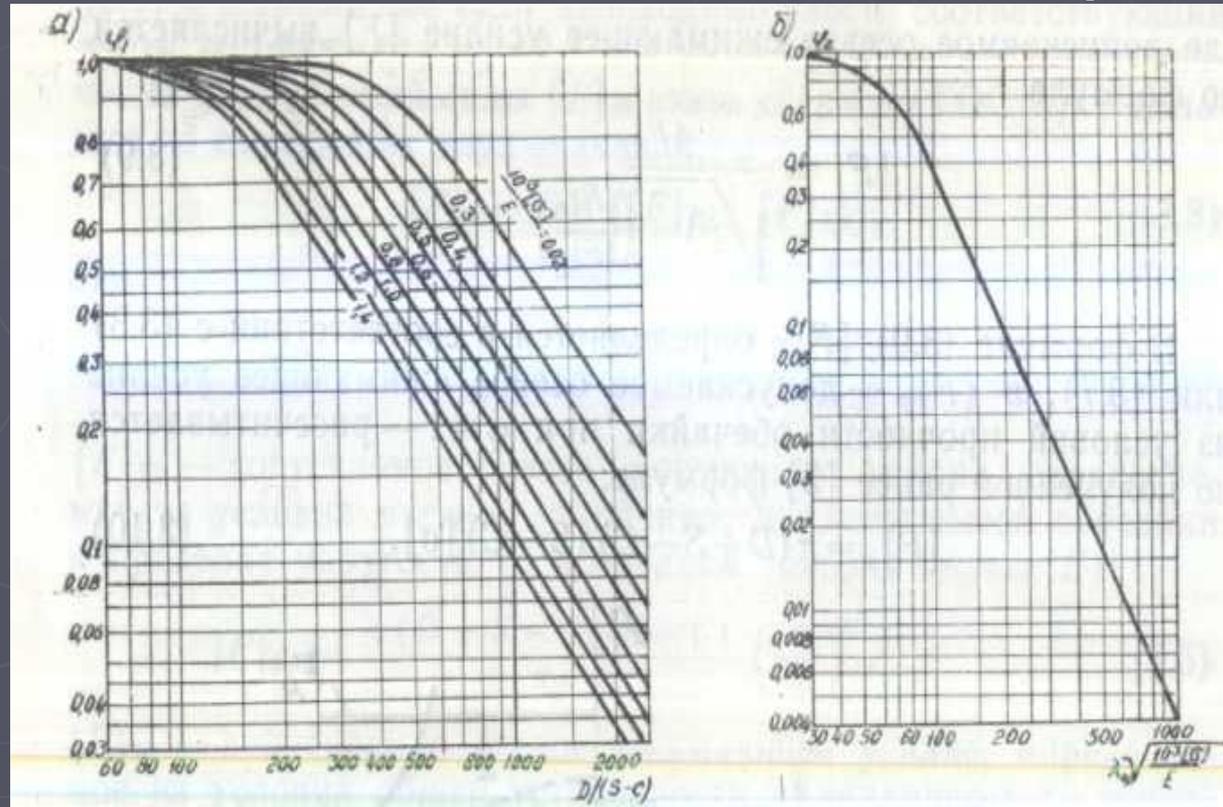
$$[F] = \frac{[F]_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{[F]_p}{[F]_E}\right)^2}}$$

► При таком подходе допускаемое усилие $[F]$ получается всегда ниже *меньшего* из двух допускаемых усилий $[F]_E$ и $[F]_P$, что и обеспечивает высокую надежность аппаратов, спроектированных в соответствии с условием (2.49).

► В случае *эксплуатации* аппарата и необходимости проверки его на устойчивость условие (2.49) можно переписать в виде

$$[F] = \pi(D+S-C)(S-C)[\sigma] \min \{\varphi_1; \varphi_2\}, \quad (2.51)$$

где коэффициенты снижения основного допускаемого напряжения φ_1 и φ_2 определяются по графику рис. 2.13 (первый характеризует местную устойчивость цилиндрической оболочки, второй — общую устойчивость стержня по Эйлеру).



- Чтобы учесть в расчетах на устойчивость только **изгибающий момент**, действующий на цилиндрическую обечайку (см, рис. 2.11,б), ГОСТ рекомендует другое уравнение для расчета $[M]$, которое по структуре аналогично (2.49):

$$[M] = \frac{[M]_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{[M]_p}{[M]_E}\right)^2}} \quad (2.52)$$

- где $[M]_p = D/4 [F]_p,$

$$(2.53)$$

- $[M]_p$ — допускаемый изгибающий момент из условий прочности оболочки при коэффициенте $\varphi = 1$;

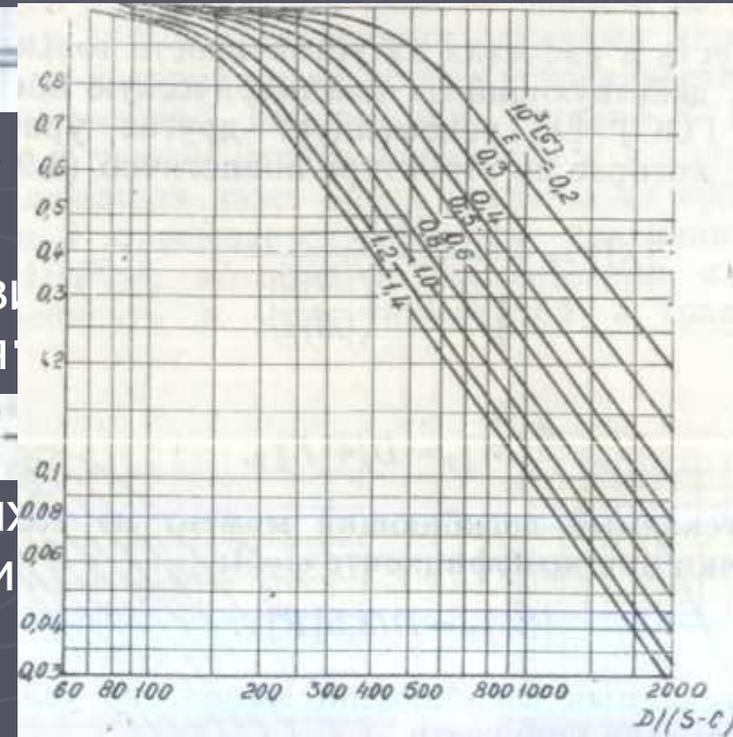
$$[M]_E =$$

- $[M]_E$ — допускаемый изгибающий момент из пределов упругости.

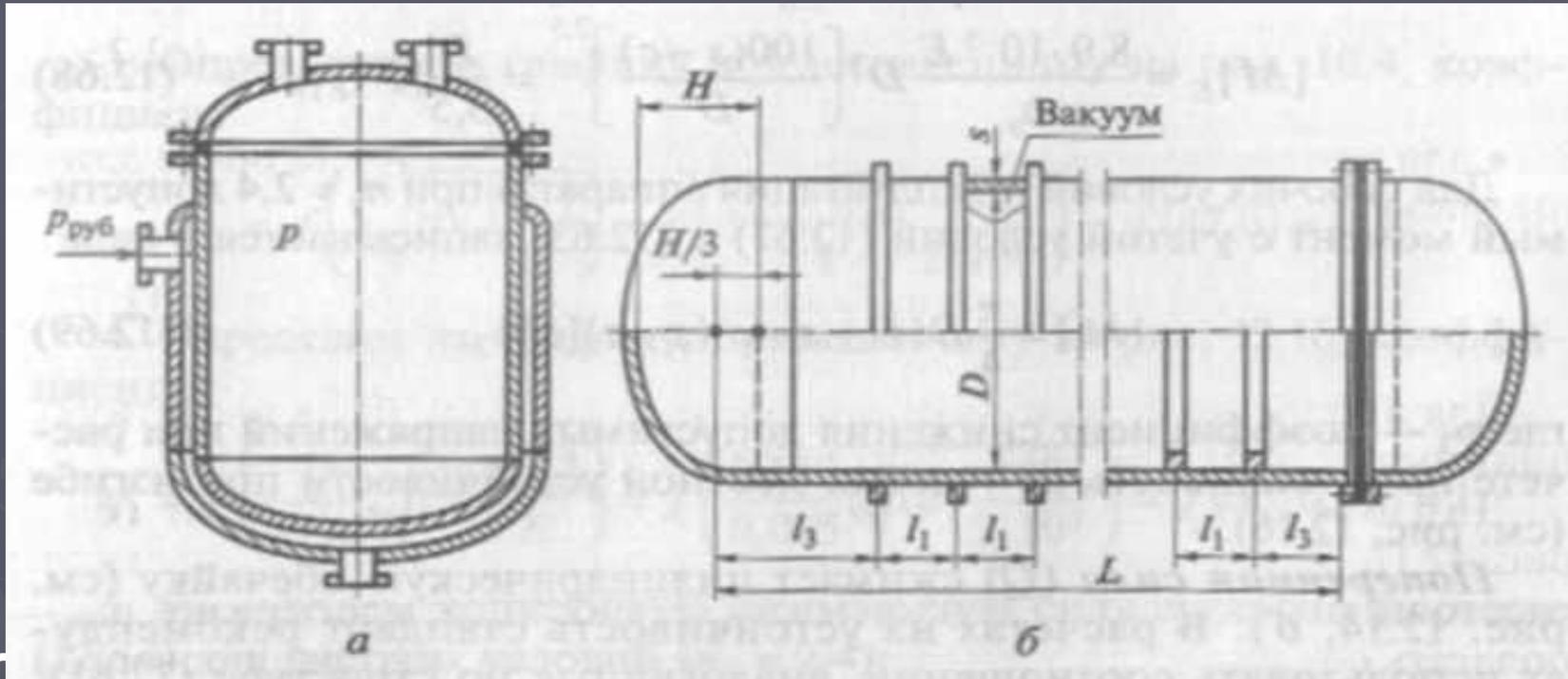
- При эксплуатации аппарата в рабочих условиях с учетом условий (2.53) и (2.50) записывается

$$[M] = (\pi D)/4 (D + S - C) (S - C)$$

- где φ_3 — коэффициент снижения допускаемых на устойчивость из условия местной устойчивости (рис. 2.14).



➤ **Наружное давление** является основной нагрузкой для тех элементов аппаратов, которые находятся под «рубашкой» (рис. 2.15, а) или работают под вакуумом (см. рис. 2.15,б).



➤ **Критическая нагрузка для сжимаемых колец (колец жесткости)**

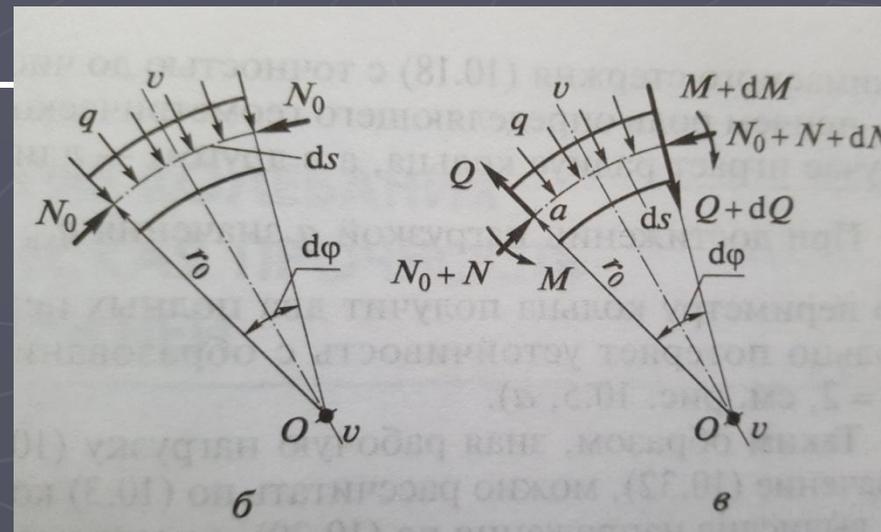
➤ Криволинейные стержни в виде замкнутых колец часто используются в качестве колец жесткости.

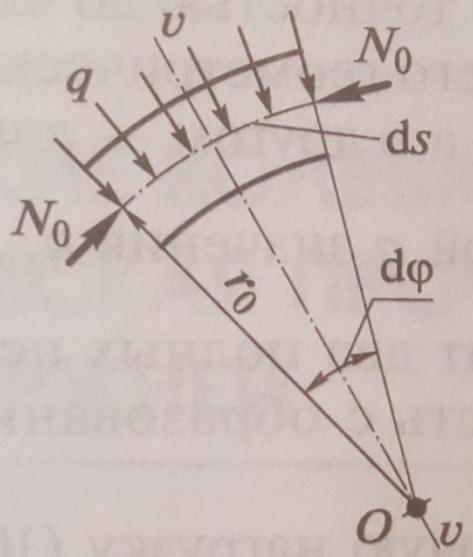
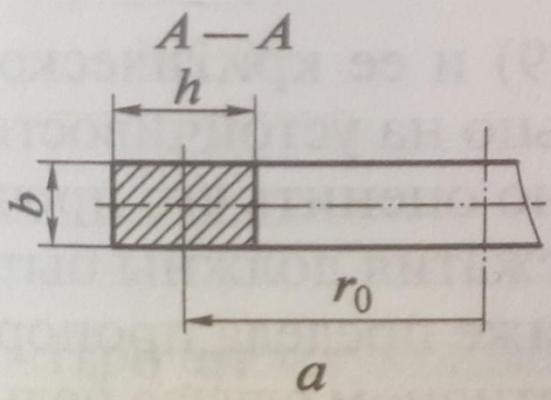
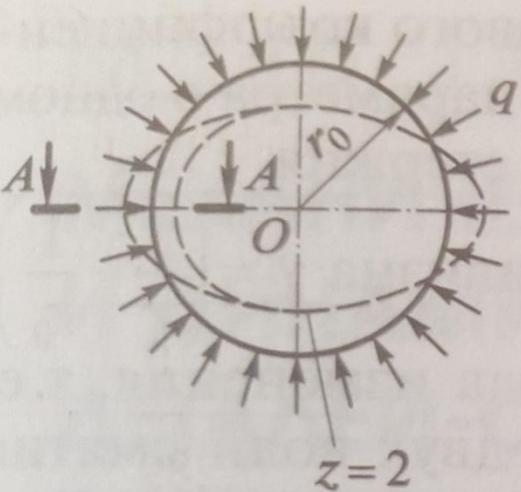
- Рассмотрим особенности расчета таких колец на устойчивость при воздействии на них равномерно распределенной наружной нагрузки q .
- Пусть весьма податливая цилиндрическая оболочка нагруженная давлением p_n , подкреплена жесткими кольцами с прямоугольным поперечным сечением, приваренными к оболочке на расстоянии l друг от друга. Тогда рабочую сжимающую нагрузку можно рассчитать:

$$q = \frac{F}{l} = \frac{p_n \pi D_n l}{\pi D_n} = p_n l.$$

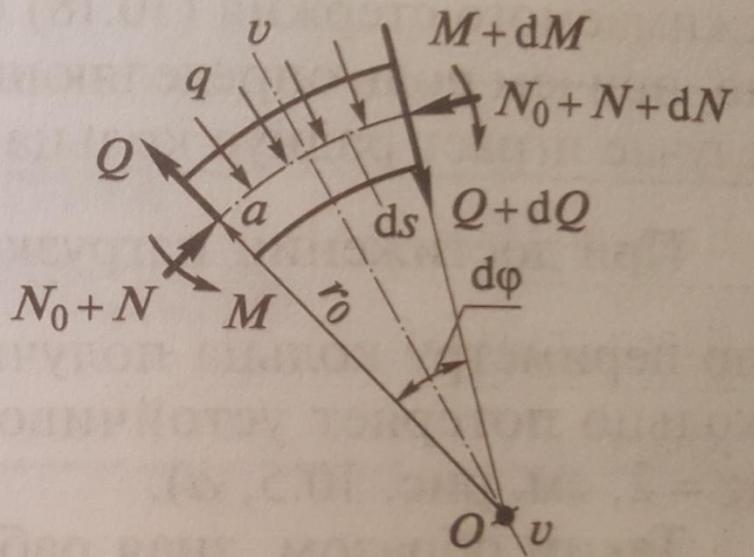
- Пока средняя линия кольца имеет форму окружности, сжимающая нагрузка q вызывает только осевые сжимающие усилия N_0 и соответствующие им усилия сжатия

$$\sigma_0 = \frac{N_0}{A} \quad A = b \cdot h$$





б



в

Значение N_0 легко определить из условия равновесия участка кольца, спроектировав все силы на направление нормали к середине

дуги ds :

$$dF = q \cdot ds = \frac{2N_0 \sin d\varphi}{2}$$

Что при малых углах $d\varphi$ определяет

$$qr_0 d\varphi = N_0 d\varphi$$

Или $N_0 = qr_0$.

Если q увеличиться до $q_{кр}$, то кольцо аварийно искривиться получив эллиптическую форму – потеряет устойчивость.

В каждом сечении кольца теперь действуют не только нормальные силы $N_0 + N$, но и изгибающие моменты M и поперечные силы Q . Круглое сечение деформируется в почти эллиптическое:

$$q_{кр} = \frac{3EI}{r_0^3}$$

А полное значение критической сжимающей силы

$$Q_{кр} = q_{кр} \cdot 2\pi r_0 = \frac{6\pi EI}{r_0^2}$$

Следовательно $Q_{кр}$ для кольца совпадает с формулой Эйлера для $F_{кр}$ сжимаемого стержня. При достижении q значения $q_{кр}$ кривизна $\chi = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}$ получит два полных периода изменения, то-есть кольцо потеряет устойчивость с образованием двух волн смятия.

▶ **Длинные цилиндрические обечайки**, имеющие

$$l > 8,15 \sqrt{\frac{D}{100(s - c)}}$$

▶ как уже упоминалось, теряют устойчивость с образованием двух волн смятия. Поэтому естественно применить к определению критического наружного давления $p_{н.кр}$ такой обечайки полученную ранее формулу для критической нагрузки кольца

$$Q_{кр} = \frac{3EI}{r_0^3} = \frac{3Ebh^3/12}{r_{ср}} \quad \blacktriangleright \quad (2.59)$$

▶ Для этого длинную обечайку толщиной S представим состоящей как бы из множества колец единичной ширины $b=1$ (см. рис. 2.18), которые испытывают упругую деформацию сжатия от нагрузки:

$$\blacktriangleright q_{кр} = p_{н.кр} \cdot 1 \quad (2.60)$$

➤ Заменяя в уравнении (2.59) жесткость одного кольца

$$EI = \frac{E \cdot 1 \cdot S^3}{12}$$

➤ на жесткость всего множества взаимосвязанных между собою колец

$$\frac{E \cdot 1 \cdot S^3}{12(1 - \nu^2)}$$

➤ (в литературе этот комплекс называется *цилиндрической жесткостью* обечайки и обозначается символом D ; ν — коэффициент Пуассона) и подставляя (2.59) в (2.60), получим

$$p_{н.кр} \cdot 1 = \frac{3E \cdot 1 \cdot S^3}{12(1 - \nu^2)r_{ср}^3}$$

➤ Или

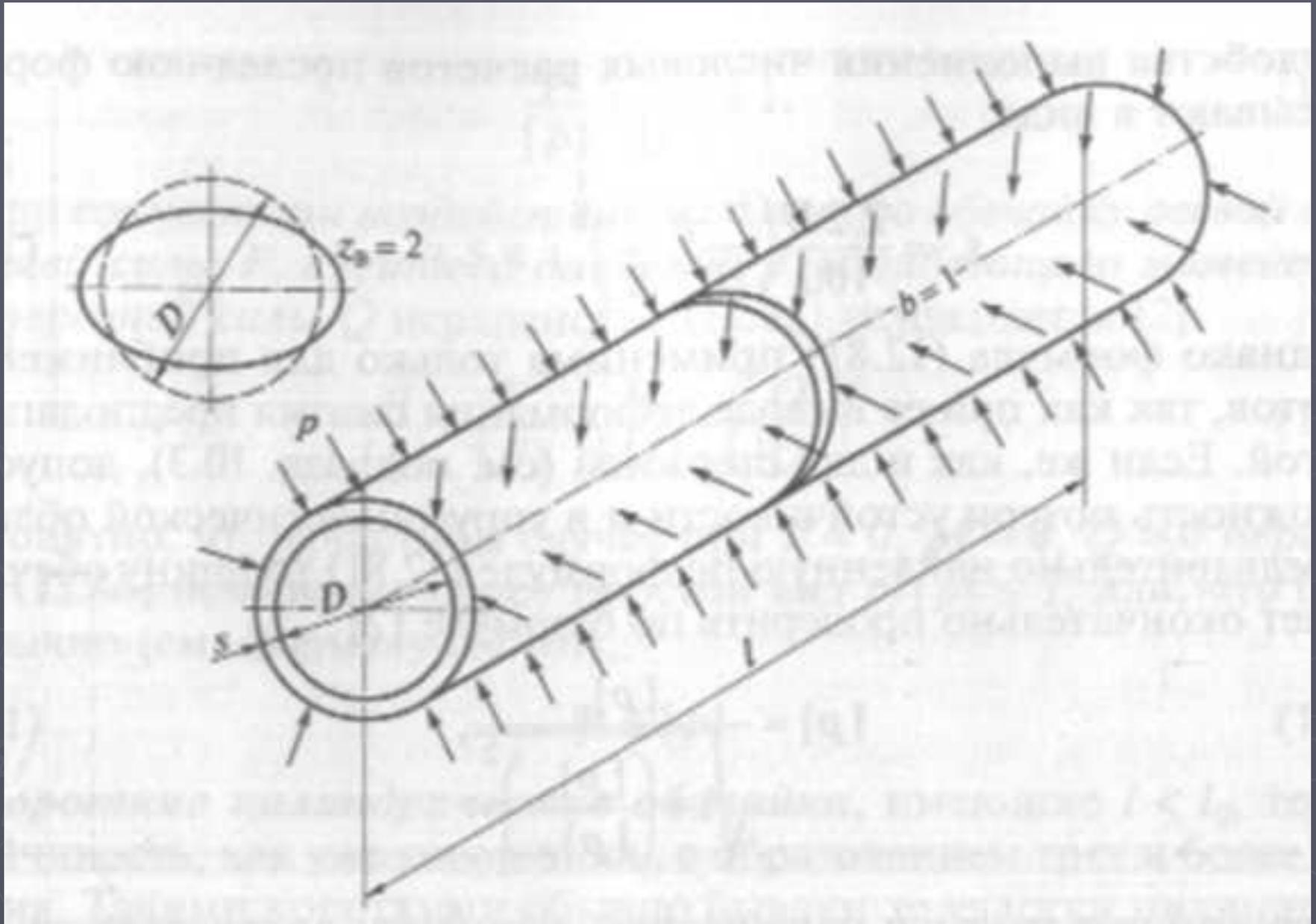
$$p_{н.кр} = \frac{E \cdot S^3}{4(1 - \nu^2)r_{ср}^3} \quad (2.61)$$

➤ Расчетное наружное давление $p_{н.р}$ должно быть меньше $p_{н.кр}$:

$$p_{н.р} \leq \frac{E \cdot S^3}{4(1 - \nu^2)r_{ср}^3}, r_{ср} \approx 0,5D \quad (2.62)$$

➤ где n_y — запас устойчивости.

Рис. 2.18 - Схема для расчета на устойчивость длинной цилиндрической обечайки



Подставляя соотношение (2.62) в формулу (2.61) получим следующее выражение для определения исполнительной толщины стенки *длинного* цилиндра, нагруженного наружным давлением:

$$S = R_{\text{ср}} \sqrt{\frac{4p_{\text{н.р}}n_y(1 - \nu^2)}{E}} \quad (2.63)$$

Для оболочек, изготовленных из пластичных материалов ($n_y = 2,4$; $\nu=0,3$) с целью удобства выполнения численных расчетов ГОСТ, рекомендуется записывать формулу (2.63) в виде

$$S_R = \frac{D}{100} \sqrt{\frac{P_{\text{н.кр}}}{10^{-6} E}} \quad (2.64)$$

$$S \geq S_R + c$$

Формула (2.64) применима только для приближенных расчетов, т. к. при ее выводе деформации сжатия предполагались упругими.

➤ Если же, как и для стержней, допускать возможность потери устойчивости и в упругопластической области, то найденную по формуле (2.64) толщину

$$[p_H] = \frac{[p_H]_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{[p_H]_p}{[p_H]_E}\right)^2}} \quad (2.65)$$

➤ обечайки следует окончательно
➤ проверить по формуле

➤ которая по структуре и физической сущности совпадает с формулами (2.49) и (2.52). При этом допускаемое давление $[P_H]_p$ из условия прочности при $\varphi = 1$ определяется из уравнения Лапласа:

$$[p_H]_p = \frac{2[\sigma](s - c)}{D + s - c} \quad (2.66)$$

➤ а допускаемое давление $[p_H]_E$ из условия устойчивости в пределах упругости легко получить из формулы (2.64), если ее записать относительно искомого давления:

$$[p_H]_E \approx 0,92E \cdot 10^{-8} \left[\frac{100(S - C)}{D} \right]^3 \quad (2.67)$$

➤ упрощается и принимает вид $p_H/[p_H] \leq 1$, или, что более привычно,

$$p_H \leq [p_H] \quad (2.70)$$

Короткие цилиндрические обечайки, имеющие

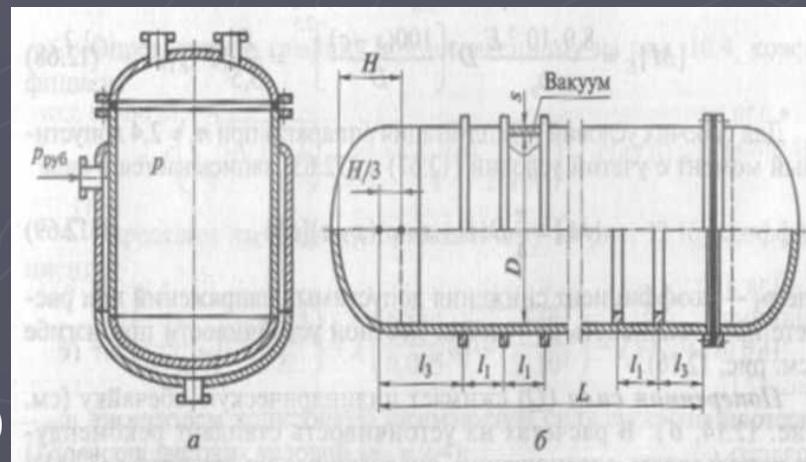
$$l \leq 8,15 \sqrt{\frac{D}{100(s - c)}}$$

теряют устойчивость, как уже упоминалось выше, с образованием *трех* и более волн смятия. Такими короткими обычно бывают те участки цилиндрической обечайки, которые или находятся между соседними кольцами жесткости (см. рис. 2.15), или заключены между фланцем корпуса и эллиптическим (коническим) достаточно жестким днищем аппарата. Подобные участки обечайки обычно считают шарнирно закрепленными по торцам, где находятся соответствующие пояса жесткости (рис). Даже из физических соображений понятно, что при наличии таких кольцевых идеально круглых шарнирных опор сплющить подкрепленную ими круглую тонкостенную обечайку с образованием 2-3 волн смятия будет тем труднее, чем меньше l — расстояние между опорами.

Именно этот вывод и вытекает из формулы ГОСТ [1] для допускаемого давления $[p_H]_E$ из условия устойчивости в пределах упругости:

$$p_H \leq [p_H]_E = \frac{18 \cdot 10^{-6} E}{n_y} \cdot \frac{D}{l} \left[\frac{100(s - c)}{D} \right]^{\frac{5}{2}}$$

(2.71)



Толщину же короткой обечайки для *приближенных* расчетов необходимо принять согласно ГОСТ [1] большей из следующих двух значений

$$S = \frac{1,1p_H D}{2[\sigma]} \quad (2.72)$$

$$S = \frac{D}{100} \left(\frac{n_y p_H l}{18 \cdot 10^{-6} E D} \right)^{2/5}$$

$$S_{\text{исп}} = S + c \quad (2.73)$$

Очевидно, что формула (2.72) практически совпадает с формулой, полученной из уравнения Лапласа (2.44) и третьей теории прочности при $\varphi=1$, а равенство (2.73) вытекает из уравнения (2.71), если его решить относительно искомой толщины S .

Окончательное же значение толщины стенки короткой обечайки, как и ранее, должно удовлетворять условию

$$p_H \leq [p_H] \quad (2.70)$$

$[p_H]$ определяется по формуле (2.65), $[p_H]_p$ — по формуле (3.66), и $[p_H]_E$ — по формуле (3.71).

► При *совместном нагружении короткой обечайки сжимающими нагрузками F, M, p_H* она рассчитывается на устойчивость в соответствии с неравенством (2.69), для которого используются те допускаемые значения нагрузок, которые определяются по формулам (2.49), (2.52) и (2.65).

► **2.9 Гладкие конические обечайки и выпуклые днища Самостоятельно . Ист. 1, с. 49-52.**

► **2.10 Узлы сопряжения оболочек. Самостоятельно . Ист. 2, с. 52-61.**

Лекция окончена.
Спасибо за внимание!

