

СЛОЖНАЯ ФУНКЦИЯ

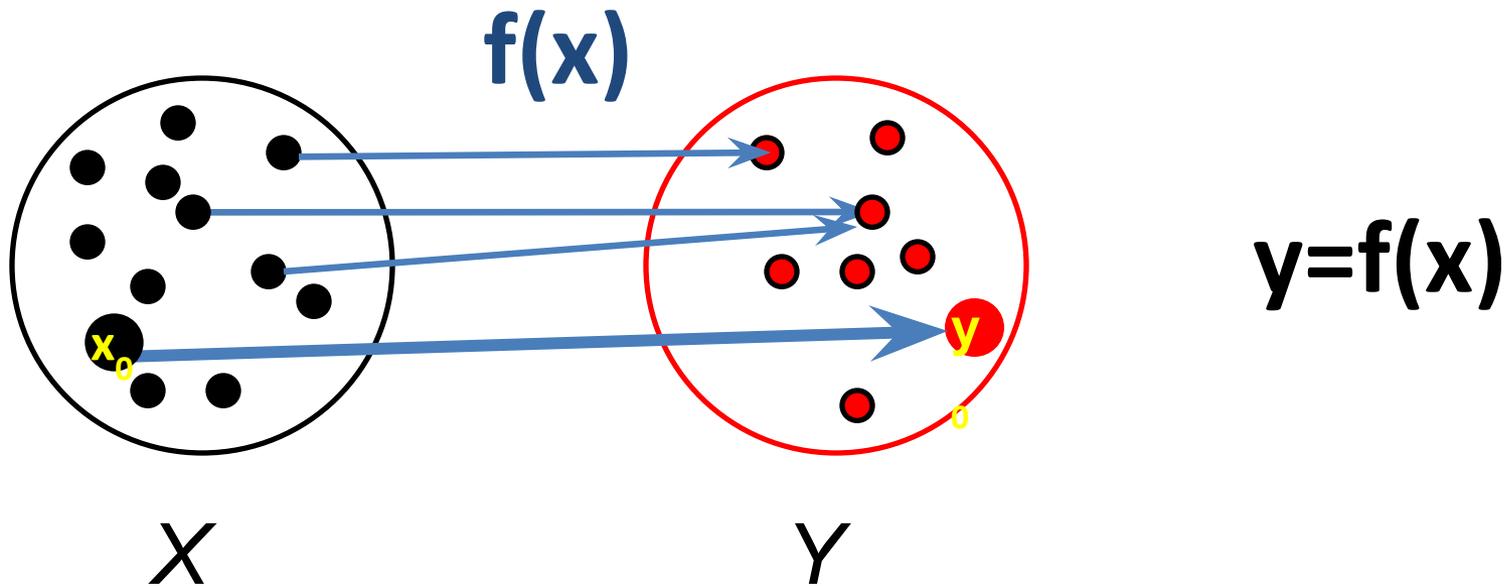
*Сложная – не значит
трудная!*

Содержание

- Введение понятия сложной функции 
- Примеры построения графиков 
- Множество значений сложной функции 

Определение функции

Функция – соответствие между множествами (X и Y), при котором каждому элементу первого множества (X) соответствует не более одного элемента другого множества (Y).



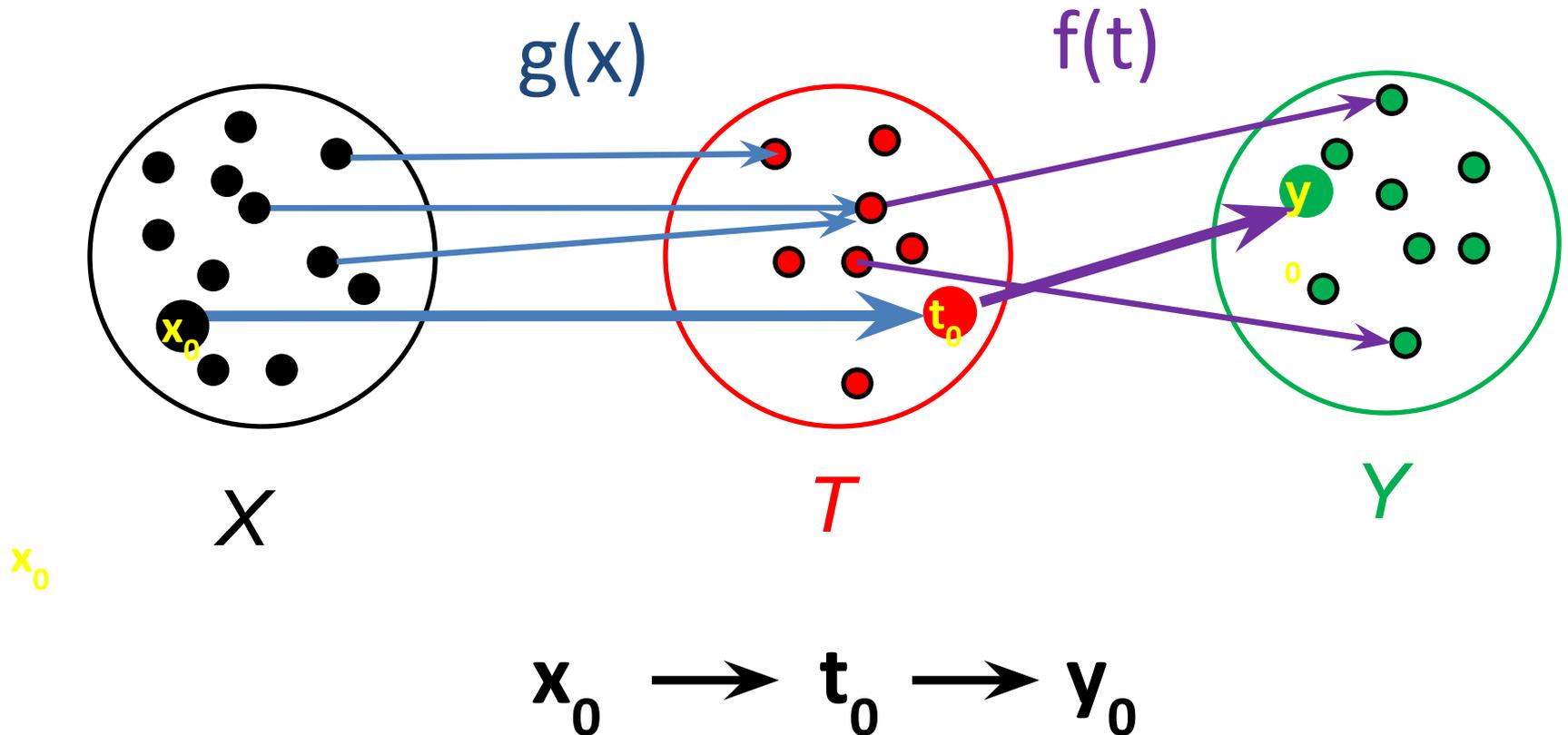
$$x_0 \longrightarrow y_0$$

$$y_0 = f(x_0)$$

Сложная функция

Композиция двух функций

$$y=f(g(x))$$



Формула для задания сложной функции

Пример.

$y=f(g(x))$ –
– сложная функция

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

$g(x)$ – внутренняя
функция

$g(x) = x^2 - 4$ –
внутренняя функция

$f(t)$ – внешняя функция

$f(t) = \sqrt{t}$ – внешняя
функция

Примеры сложных функций

1. $y = \sin 2x$

2. $y = (x^3 - 1)^5$

3. $y = \cos(7x + 2)$

4. $y = \frac{1}{x^2 - x}$

5. $y = \sin^2 x + 5 \sin x$

Назовите
внутреннюю
и
внешнюю
функцию

Примеры построения графиков

Пример 1

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$



Пример 2

$$y = \sin 2x$$



Пример 1

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

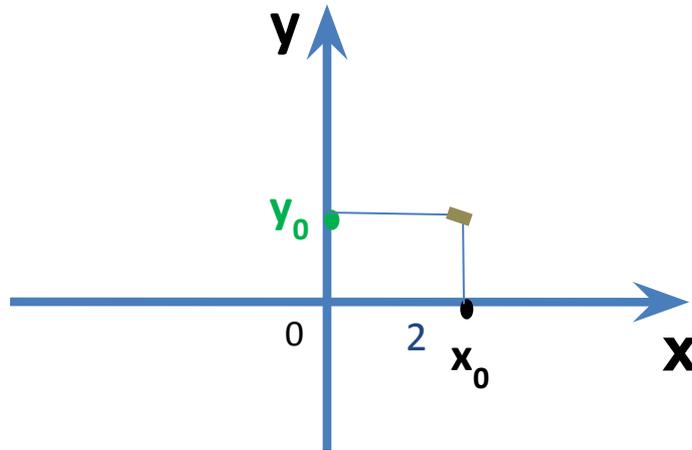
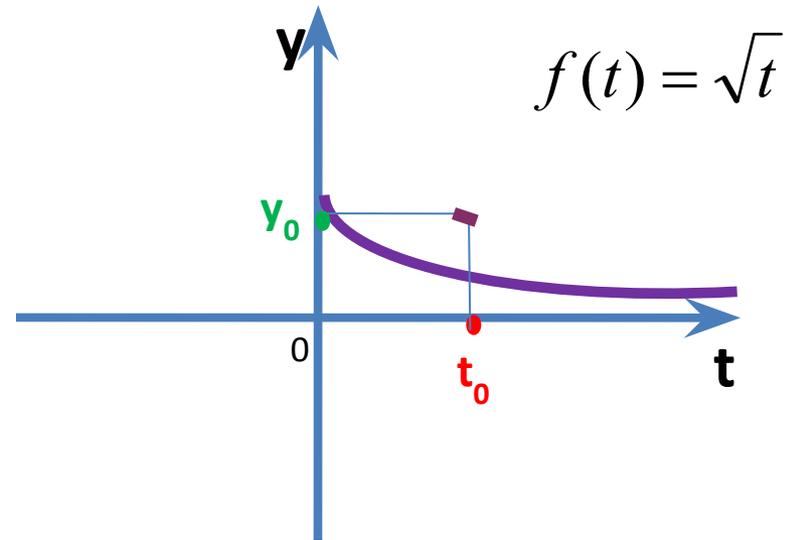
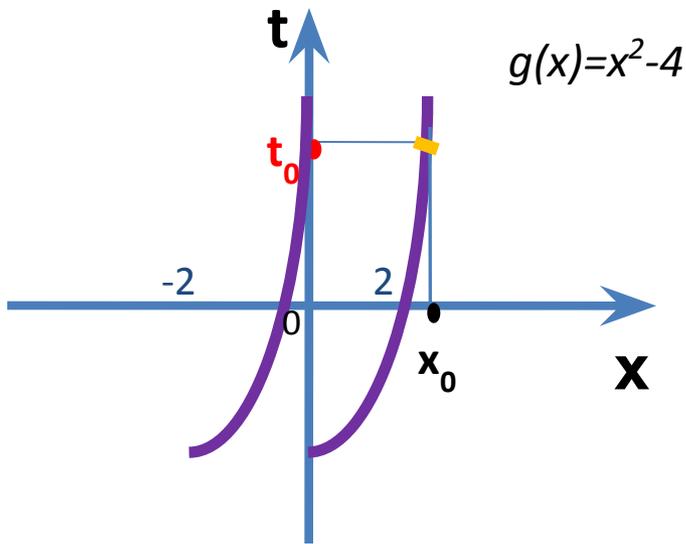
1. Найдем область определения функции:

$$D(y) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$

Функция четная.

2. Построим графики

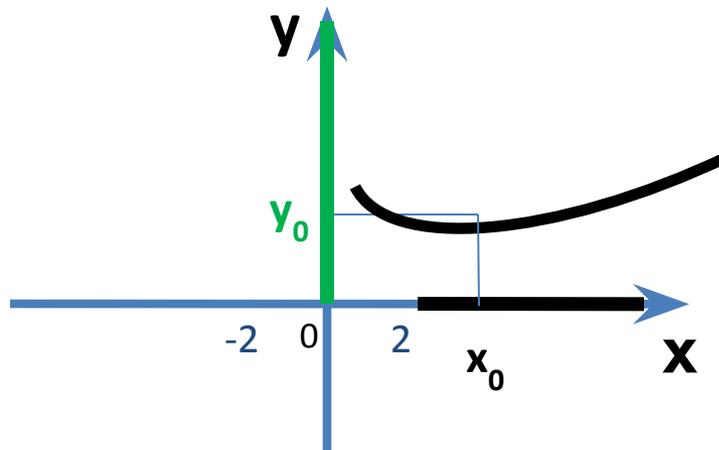
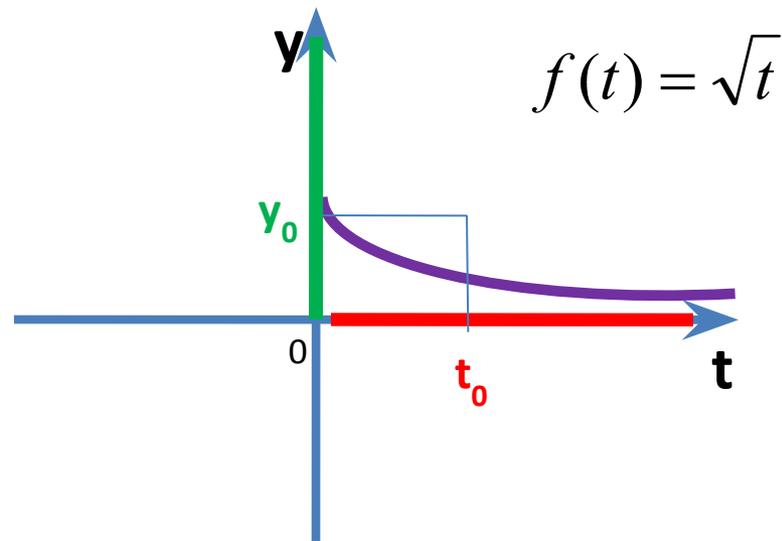
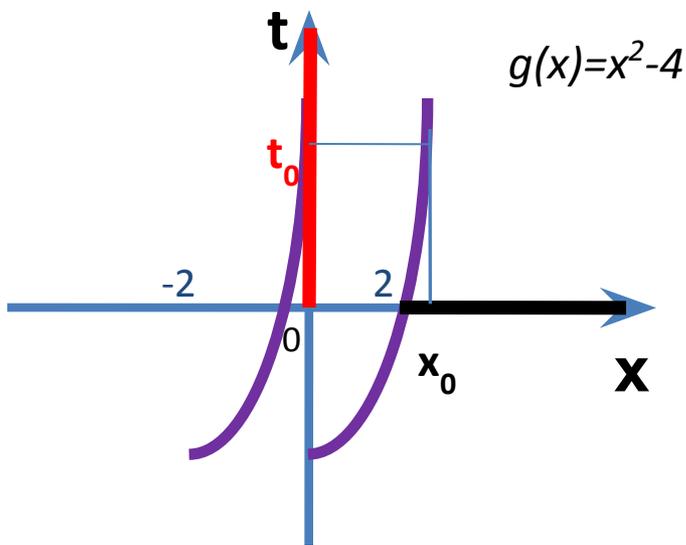
внутренней $g(x) = x^2 - 4$ и внешней функции: $f(t) = \sqrt{t}$



$x \rightarrow t \rightarrow y$

0 0 0
 Как построить
 график

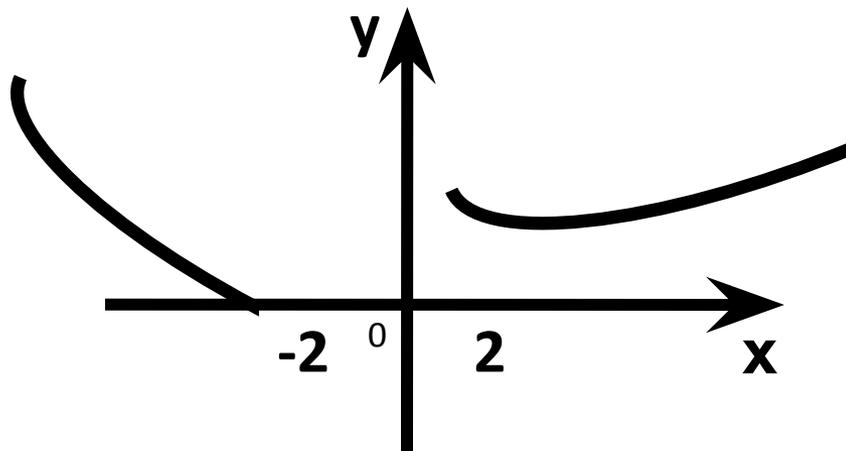
$$y = \sqrt{x^2 - 4} \quad ?$$



Изменение значений

| | x, t, y |
|----------|----------------|
| x | 2 ; + ∞ |
| t | 0 ; + ∞ |
| y | 0 ; + ∞ |

**Использование четности:
график симметричен
относительно оси ординат**



$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

Пример 2

$$y = \sin 2x$$

1. $D(y) = \mathbb{R}$

Функция нечетная.

Функция периодическая, период:

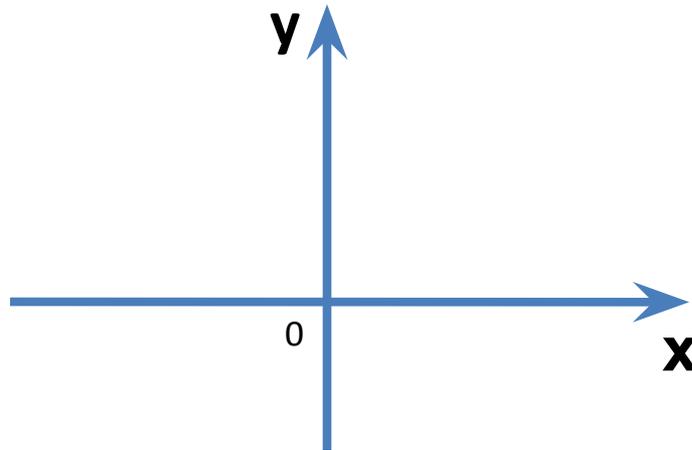
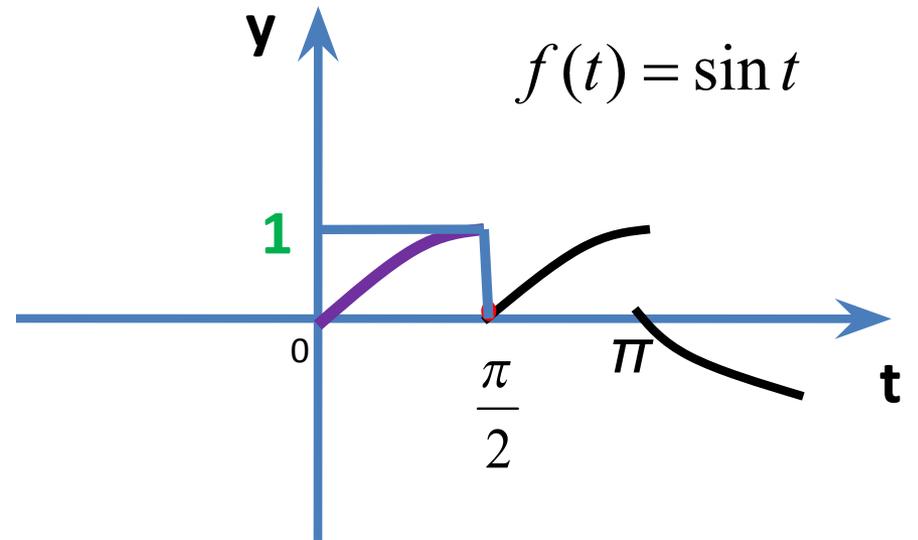
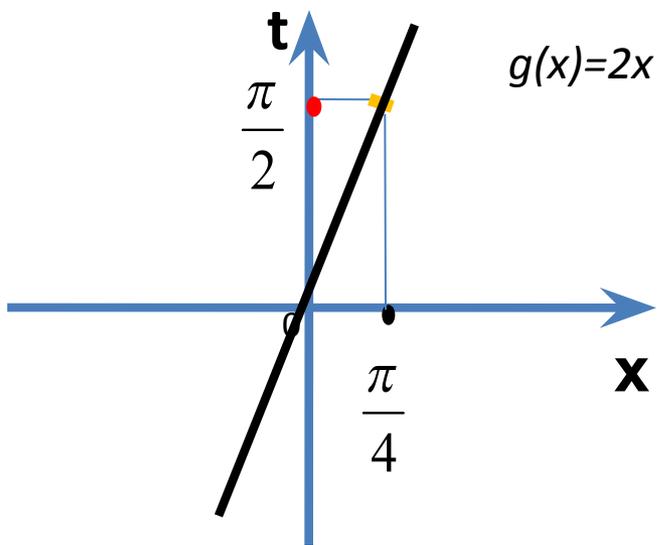
π .

2. Построим графики

внутренней и внешней функции:

$$g(x) = 2x$$

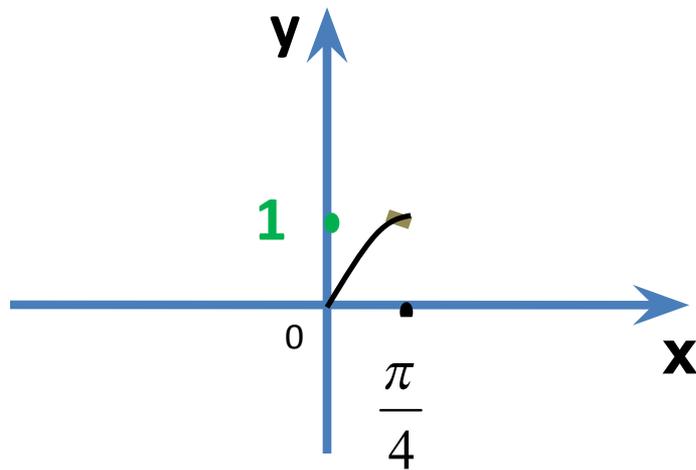
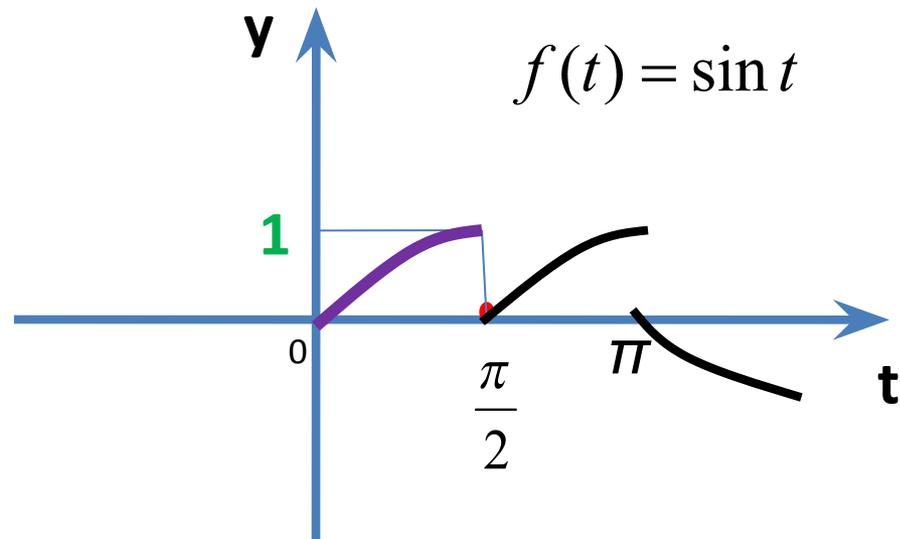
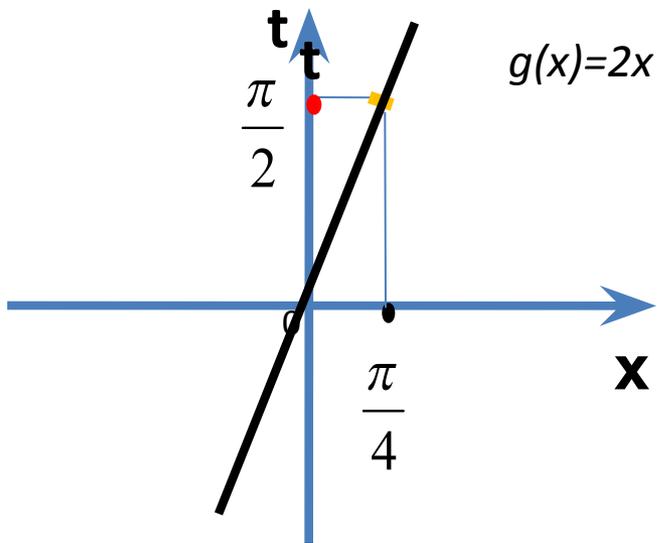
$$f(x) = \sin x$$



Как построить график $y = \sin 2x$?

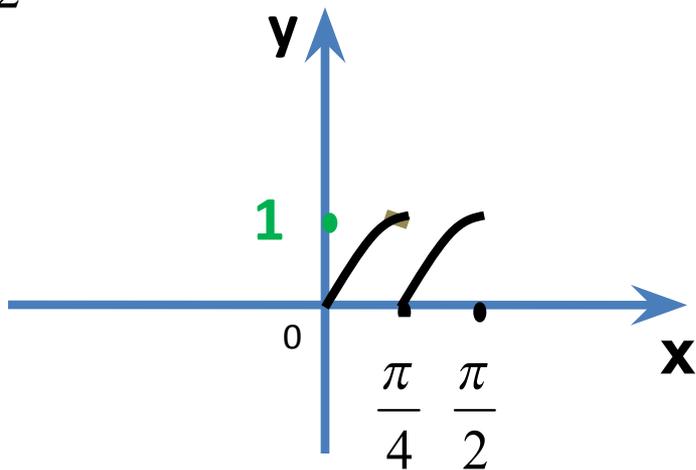
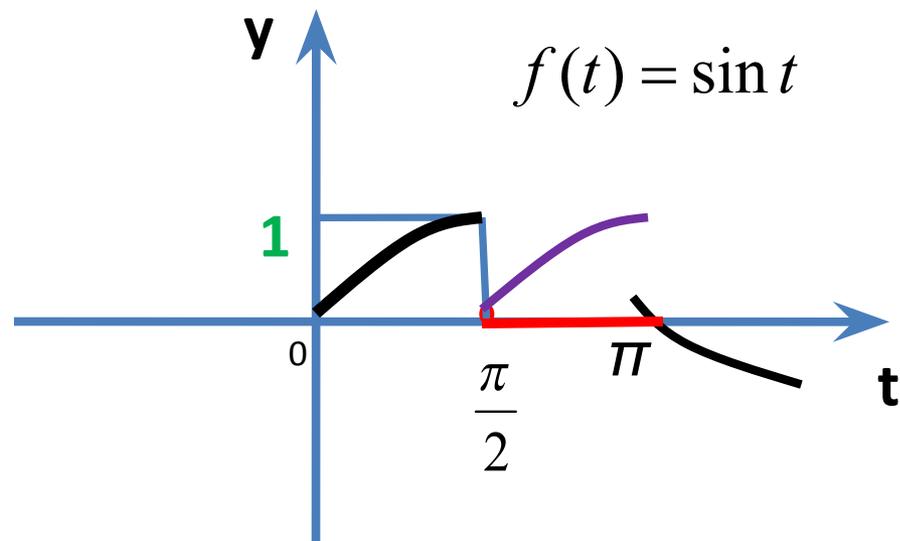
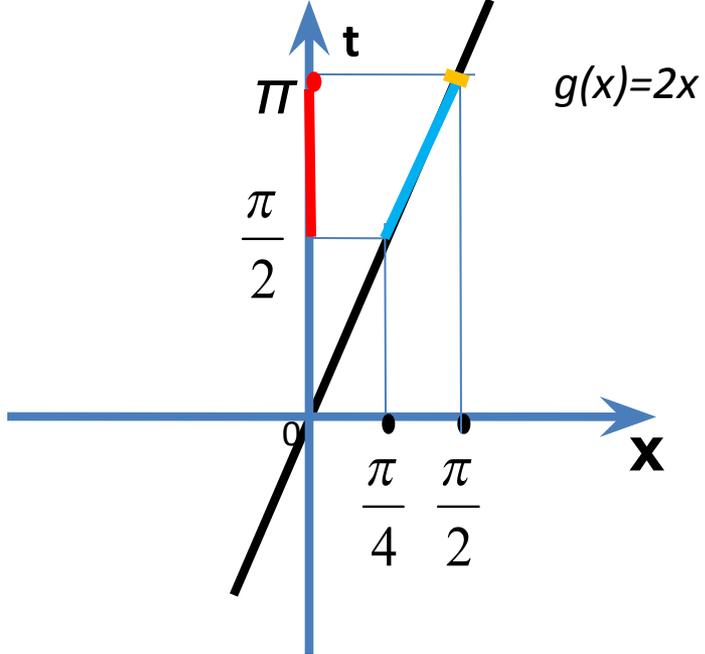
Таблица изменений значений x, t, y

| | | | | |
|----------|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|------------------------|
| x | $0 ; \frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{4} ; \pi$ |
| t | | | | |
| y | | | | |



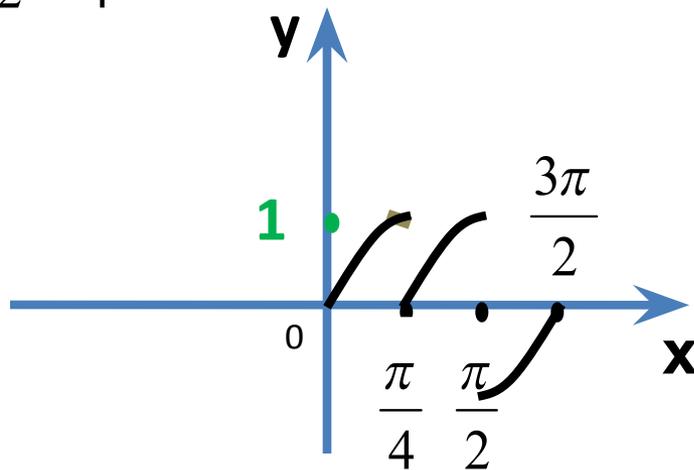
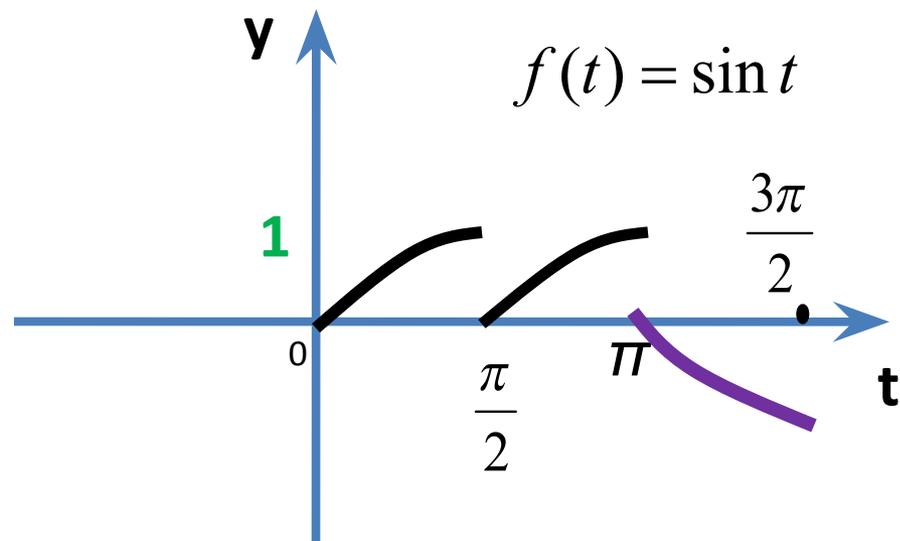
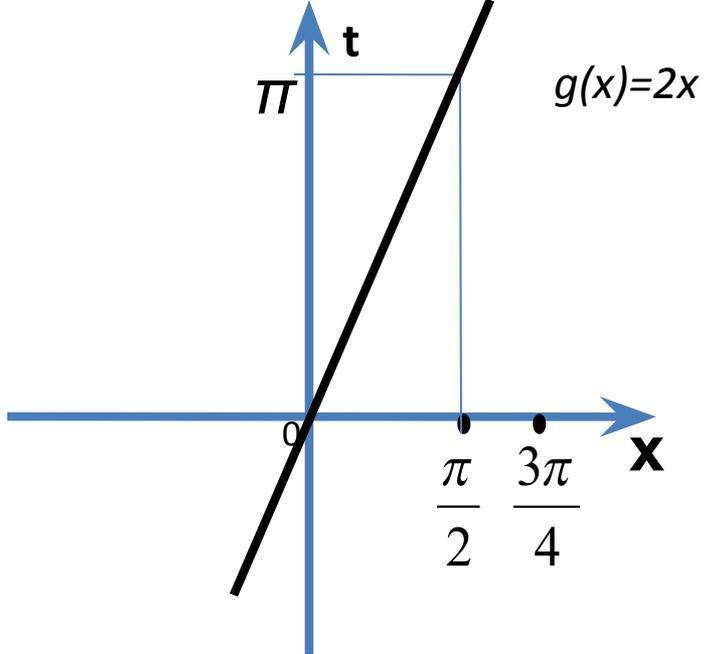
Изменение значений

| | x, t, v |
|----------|---------------------------------------|
| x | 0 ; $\frac{\pi}{4}$ |
| t | 0 ; $\frac{\pi}{2}$ |
| y | 0 ; 1 |



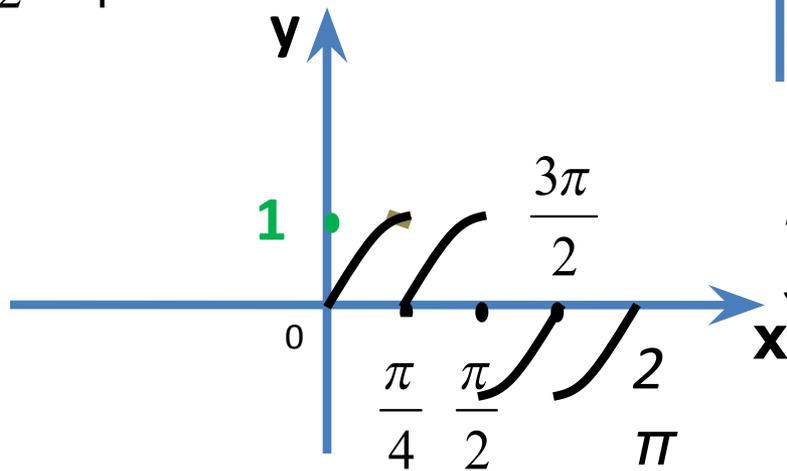
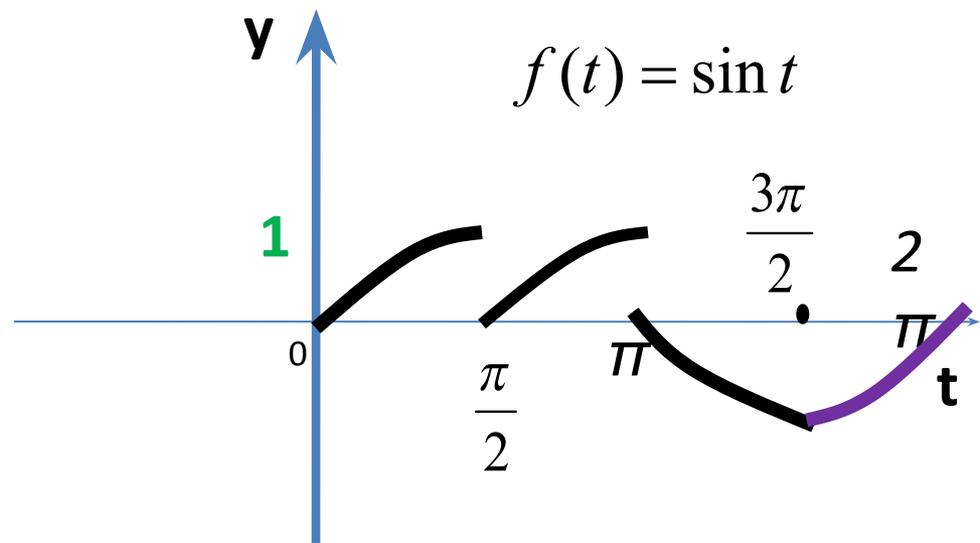
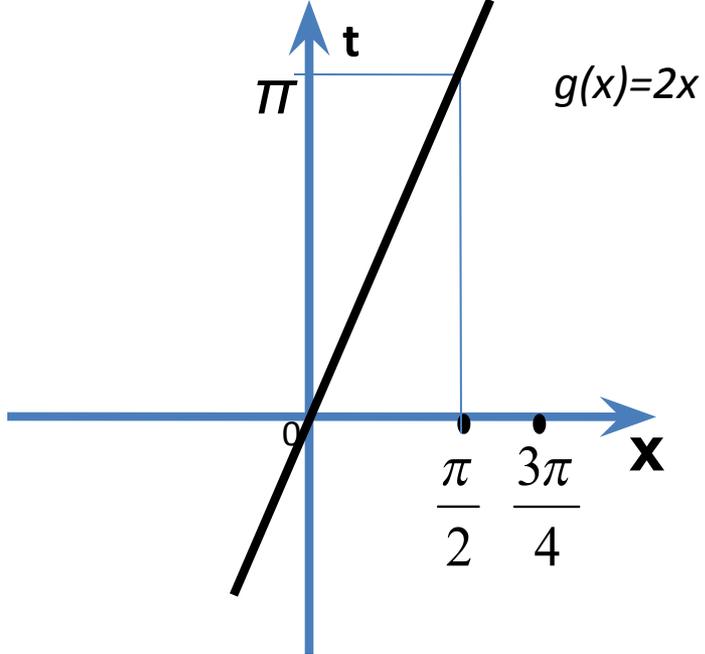
Изменение значений

| | x, t, v |
|----------|---------------------------------|
| x | $\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2}$ |
| t | $\frac{\pi}{2} ; \pi$ |
| y | 1 ; 0 |



Изменение значений

| | x | t | v |
|-----|-----------------|------------------|-----|
| x | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | |
| t | π | $\frac{3\pi}{2}$ | |
| y | 0 | -1 | |

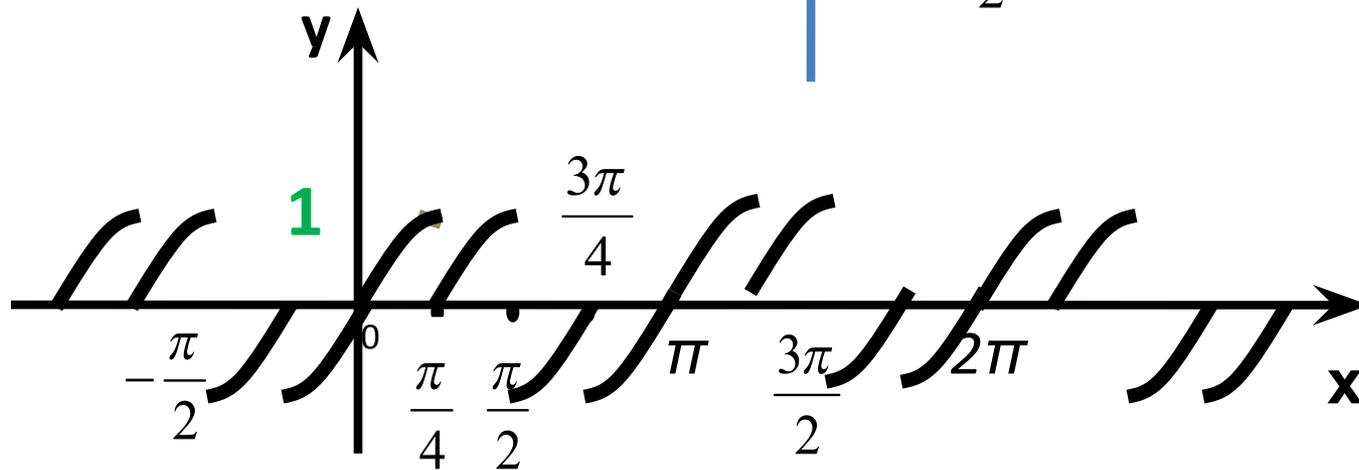
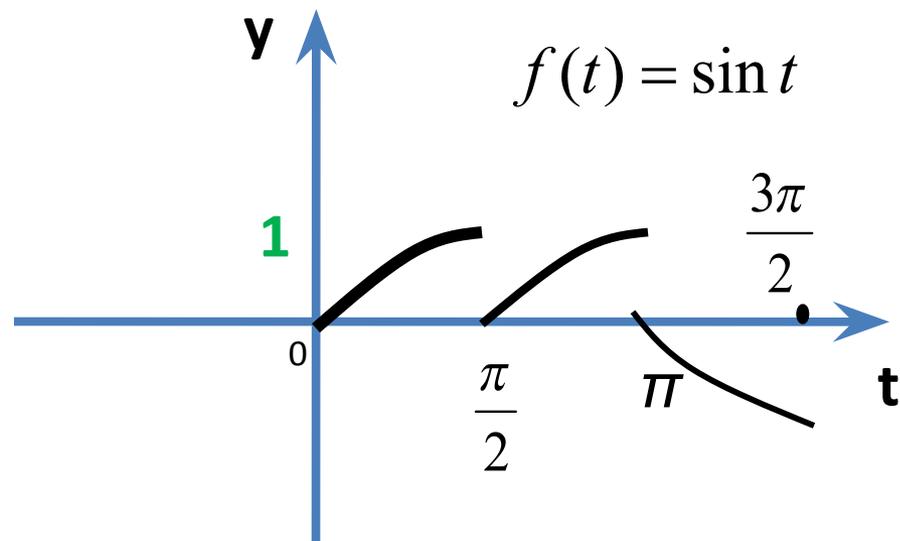
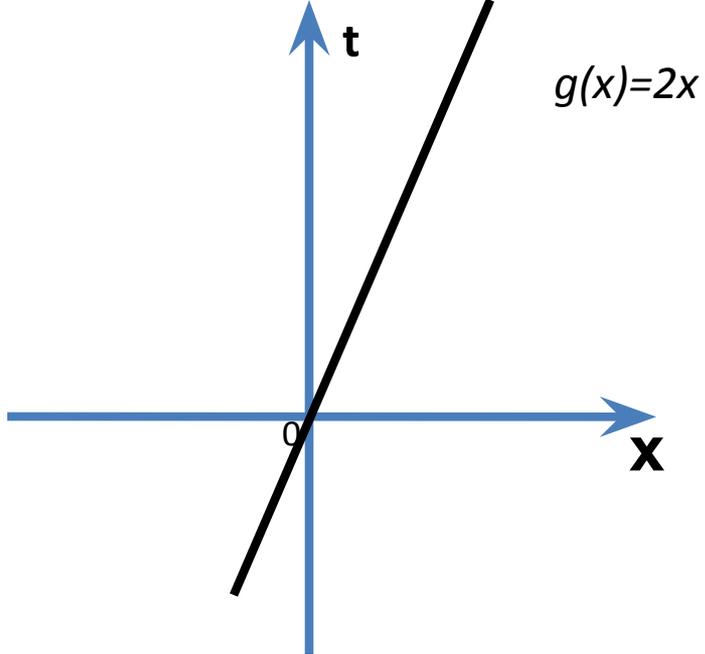


Изменение значений

| | x | t | v |
|-----|------------------|-------|-----|
| x | $\frac{3\pi}{4}$ | π | |
| t | $\frac{3\pi}{2}$ | 2 | |
| y | -1 | 0 | |

Таблица изменений значений x, t, y

| | | | | |
|----------|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| x | $0 ; \frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{4} ; \pi$ |
| t | $0 ; \frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{2} ; \pi$ | $\pi ; \frac{3\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{2} ; 2\pi$ |
| y | $0 ; 1$ | $1 ; 0$ | $0 ; -1$ | $-1 ; 0$ |



$Y = \sin 2x$

Нахождение множества значений сложной функции

Пример. Дана функция $y = \frac{1}{3 + \sin x}$

Найдите E
(y).

Решение.

Внутренняя функция принимает значения от 2 до 4, так как $2 \leq 3 + \sin x \leq 4$.

Рассмотрим внешнюю функцию: $f(t) = \frac{1}{t}$

Заметим, что она определена только при тех значениях t , для которых

$$2 \leq t \leq 4.$$

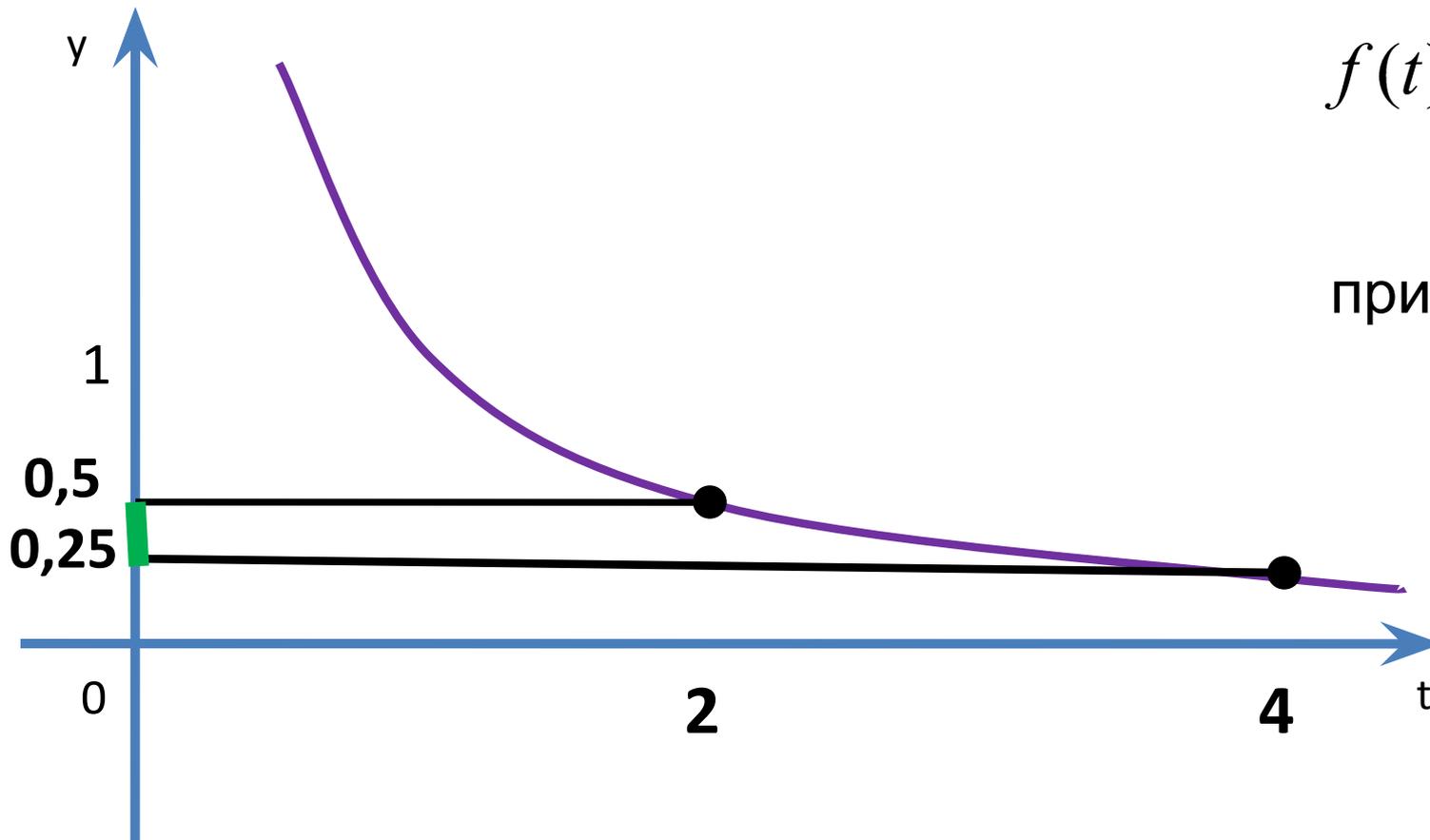
Множество значений сложной функции

$$y = \frac{1}{3 + \sin x}$$

как множество значений внешней функции

$$f(t) = \frac{1}{t}$$

при $2 \leq t \leq 4$



$$2 \leq t \leq 4, \quad 0,25 \leq y \leq 0,5$$

$$E(y) = [0,25; 0,5]$$