

Тема : «Решение квадратных уравнений»

Квадратным уравнением называют уравнение
вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где коэффициенты a , b , c – любые
действительные числа, причем $a \neq 0$

Если $a = 0$, то

$bх + с = 0$ – линейное уравнение

$$b = 0$$

$$ax^2 + c = 0;$$

$$c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0;$$

$$b = 0, c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

неполные квадратные

уравнения

$$\text{a) } 6a = 2 \cdot 3a$$

$$\text{б) } 5x = 2 \cdot \frac{5}{2}x$$

$$\text{в) } \frac{7}{3}x = 2 \cdot \frac{7}{6}x$$

$$\text{г) } \frac{b}{a}x = 2 \cdot \frac{b}{2a}x$$

$$\mathbf{1) \ x^2 - 6x + \dots = x^2 - 6x + 3^2 = (x - 3)^2}$$

$$\mathbf{2) \ x^2 + \frac{7}{3} \ x + \dots = x^2 + \frac{7}{3} \ x + \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \left(x + \frac{7}{6}\right)^2}$$

$$\mathbf{3) \ x^2 + \frac{b}{a} \ x + \dots = x^2 + \frac{b}{a} \ x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2}$$

$$\mathbf{x^2 + 7x = 0}$$

$$\mathbf{x (x + 7) = 0}$$

$$\mathbf{x = 0 \text{ è } x + 7 = 0,}$$

$$\mathbf{x = 0 \text{ è } x = -7.}$$

$$9x^2 - 4 = 0$$

$$9x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

$$x = \pm \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0,$$

$$(x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2) - 9 + 5 = 0,$$

$$(x - 3)^2 - 4 = 0,$$

$$(x - 3)^2 - 2^2 = 0,$$

$$(x - 3 - 2)(x - 3 + 2) = 0,$$

$$(x - 5)(x - 1) = 0,$$

$$x - 5 = 0 \text{ или } x - 1 = 0,$$

$$x = 5 \quad \text{или } x = 1.$$

$$3x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$63x^2 - 109x + 133 = 0 \quad ?$$

$$3x^2 + 7x + 1 = 0,$$

$$3x^2 + 7x + 1 = 0, |:3$$

$$x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{7}{6}x + \frac{49}{36} - \frac{49}{36} + \frac{1}{3} = 0,$$

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36} - \frac{1}{3}$$

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{37}{36}$$

$$x + \frac{7}{6} = \sqrt{\frac{37}{36}} \quad x + \frac{7}{6} = -\sqrt{\frac{37}{36}}$$

$$x = -\frac{7}{6} + \frac{\sqrt{37}}{6} \quad x = -\frac{7}{6} - \frac{\sqrt{37}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0 |:a$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

если $D < 0$, то корней нет

если $D = 0$, то один корень

$$x + \frac{b}{2a} = 0,$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

если $D > 0$, то два корня

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{D}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{D}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Алгоритм решения квадратных уравнений:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1) $a =$, $b =$, $c =$

2) $D = b^2 - 4ac$;

3) если $D < 0$, то корней нет

если $D = 0$, то один корень

$$x = -\frac{b}{2a}$$

если $D > 0$, то два корня.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$3x^2 + 7x + 1 = 0;$$

$$a=3, b=7, c=1;$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 49 - 12 = 37, D > 0, \text{два корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$x_1 = \frac{-7 + \sqrt{37}}{6}$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{37}}{6}$$

№ 810 (6)

$$3x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$a = 3, b = -3, c = 4$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$\mathbf{D = (-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 9 - 48 = -39, D < 0}$$

корней нет

Самостоятельная работа

№807(а)

№807(б)

№807(в)

Решить уравнение: $3x^2 + 2x - 5 = 0$

Эталон для самопроверки

№807(а)

$$x^2 + 3x - 24 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = -24$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = \\ = 105$$

$D > 0$, 2 корня

№807(б)

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$a = 1, b = -16, c = 64$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64 = \\ = 0$$

$D = 0$, 1 корень

№807(в)

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$a = 1, b = -2, c = 5$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = \\ = -16$$

$D < 0$, корней нет

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$a = 3, b = 2, c = -5$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 4 + 60 = 64, D > 0, 2 \text{ корня}$$

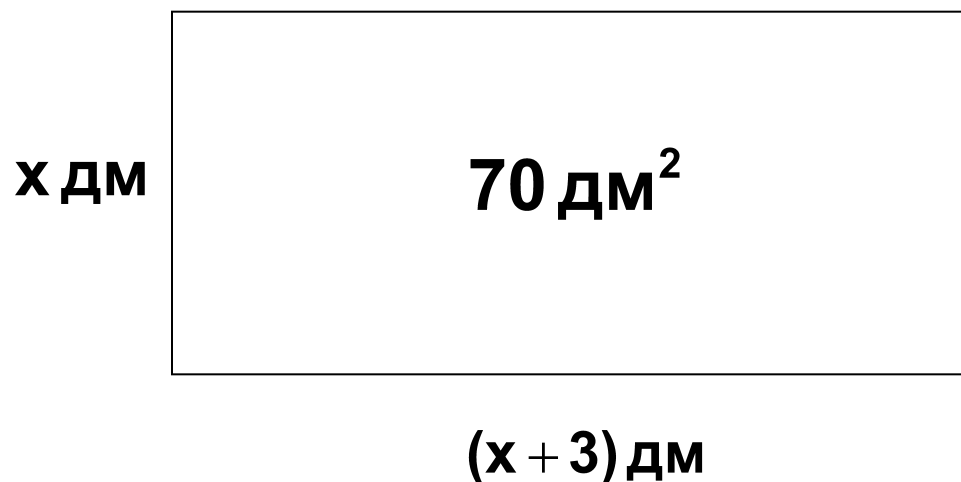
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 3}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 8}{6}$$

$$x_1 = -\frac{5}{3}; \quad x_2 = 1$$

Составьте задачу по чертежу



$$\mathbf{x(x + 3) = 70}$$

$$\mathbf{x^2 + 3x = 70}$$

$$\mathbf{x^2 + 3x - 70 = 0}$$

$$\mathbf{a = 1, b = 3, c = 70}$$

$$\mathbf{D = b^2 - 4ac}$$

$$\mathbf{D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 9 + 280 = 289, D > 0, 2 \text{ корня}}$$

$$\mathbf{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}}$$

$$\mathbf{x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 1}}$$

$$\mathbf{x_{1,2} = \frac{-3 \pm 17}{2}}$$

$$\mathbf{x_1 = -10;}$$

$$\mathbf{x_2 = 7}$$

Домашнее задание

§20, №№ 806(б, г), 810(в, г), 819(б), 830*

№830

x – гипотенуза

$x - 32$ – один катет

$x - 9$ – другой катет

Теорема Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$

$$x^2 = (x - 32)^2 + (x - 9)^2$$

$$x^2 = (x - 32)^2 + (x - 9)^2$$

$$x^2 - 64x + 1024 + x^2 - 18x + 81 - x^2 = 0$$

$$x^2 - 82x + 1105 = 0$$

$$a = 1, b = -82, c = 1105$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-82)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1105 = 6724 - 4420 = 2304, D > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{82 \pm \sqrt{2304}}{2 \cdot 1} = \frac{82 \pm 48}{2}$$

$$x_1 = \frac{34}{2} = 17;$$

$$x_2 = \frac{130}{2} = 65$$