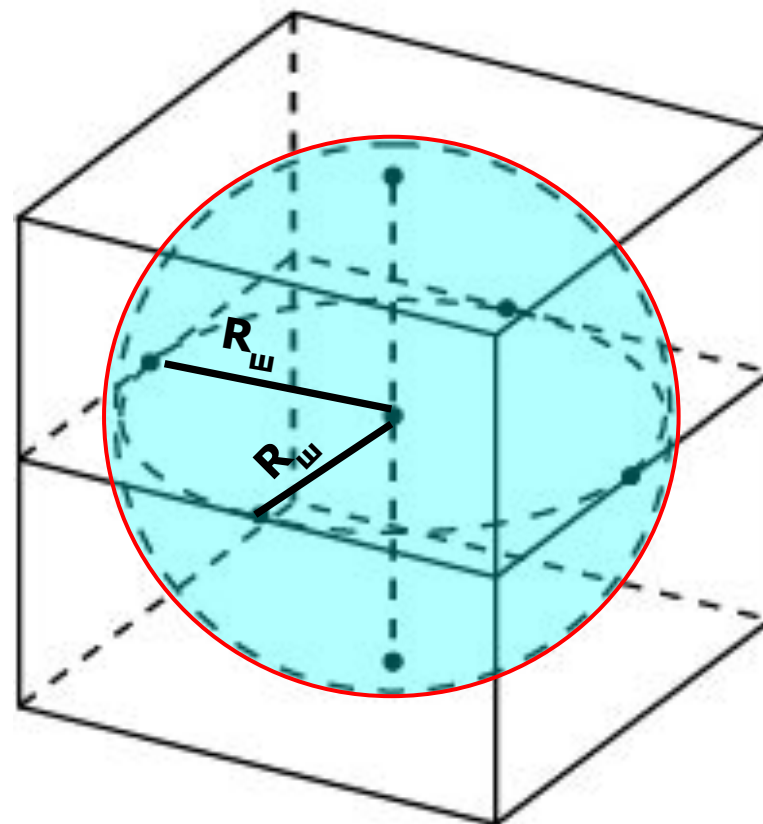
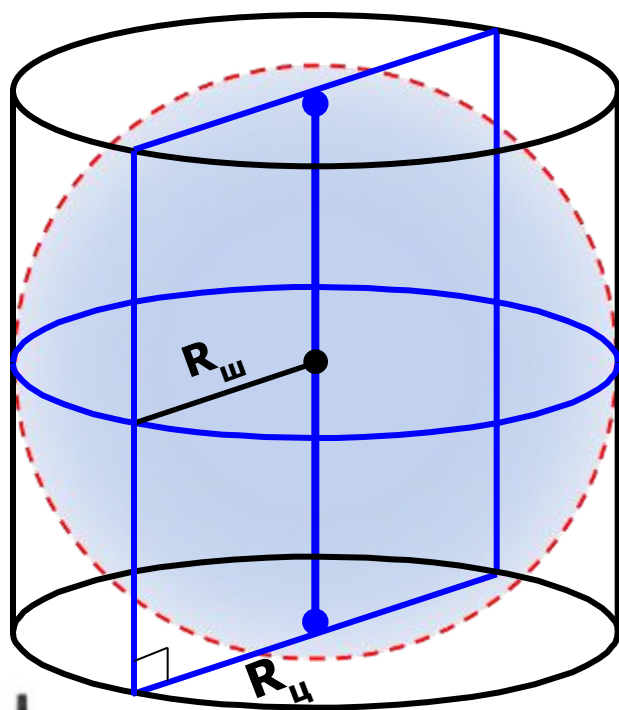


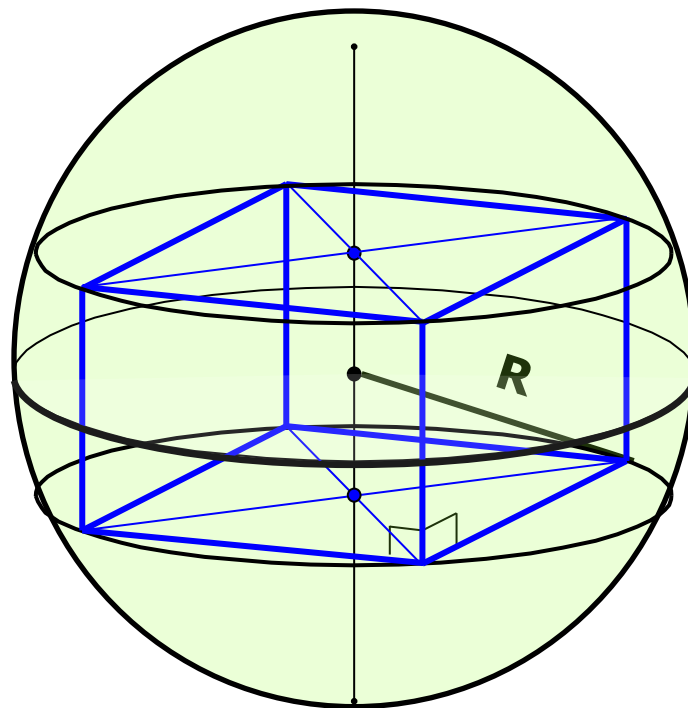
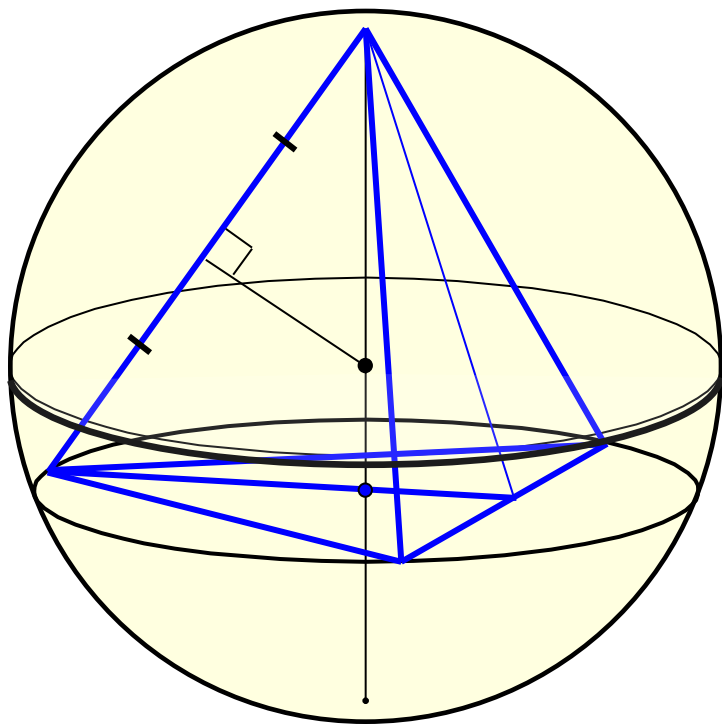
**«Решение задач на комбинации  
многогранников и тел  
вращения»**



**Шар (сфера) называются вписанными в многогранник, если все грани многогранника касаются поверхности шара (сферы).**



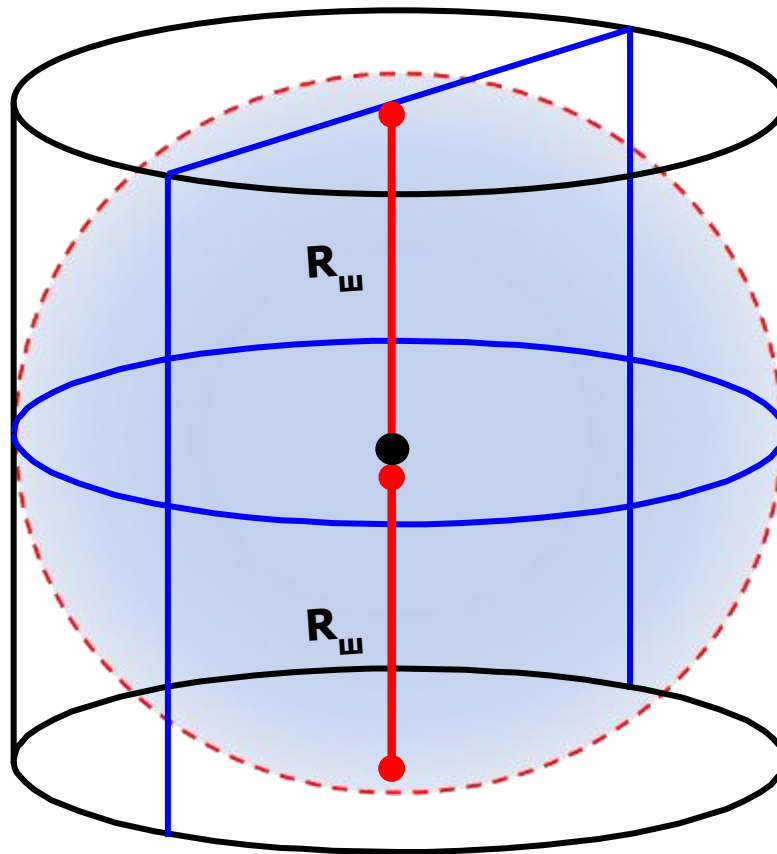
**Шар (сфера) называются описанными около многогранника, если все вершины многогранника принадлежат поверхности шара (сфере).**



\*

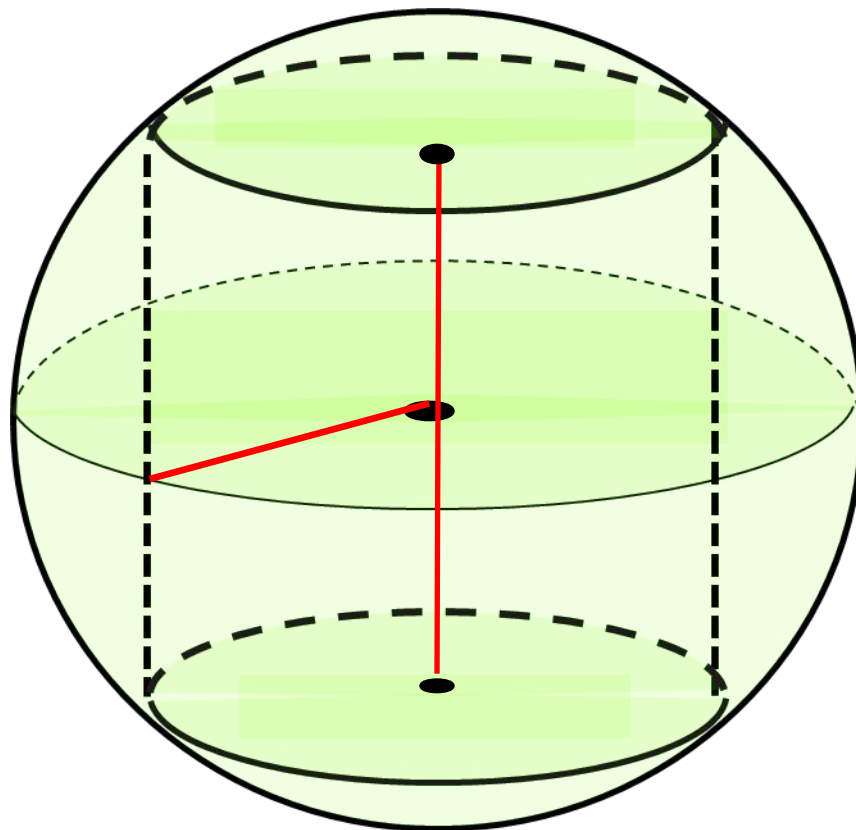
# Шар вписанный в цилиндр.

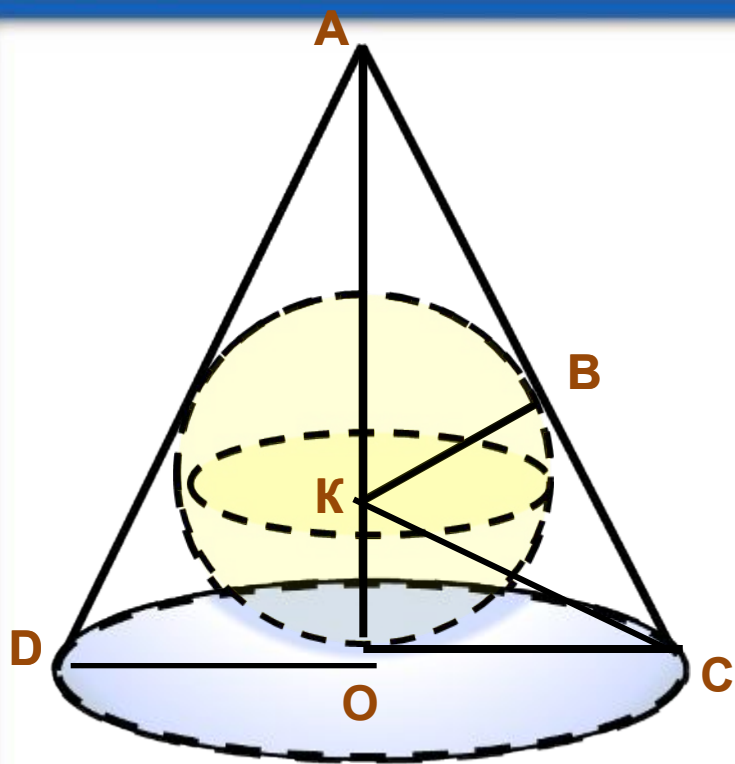
Центр шара – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



## Шар описанный около цилиндра

Центр – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



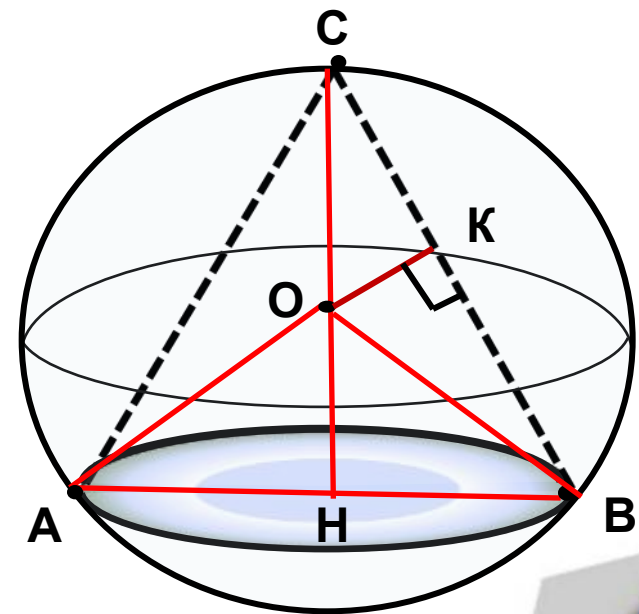


## Шар вписан в конус

Центр – точка пересечения высоты конуса и биссектрисы угла между образующей конуса и плоскостью основания .

## Шар описан около конуса

Центр – точка пересечения высоты конуса и серединного перпендикуляра к образующей конуса .



# Задачи



1

Шар вписанный в конус

2

Шар описанный около конуса

3

Конус вписанный в шар

4

Шар вписанный в цилиндр

5

Шар вписанный в куб



1

Высота конуса 8, образующая 10. Найдите радиус вписанного шара

Решение:

$$1) \quad OC = \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

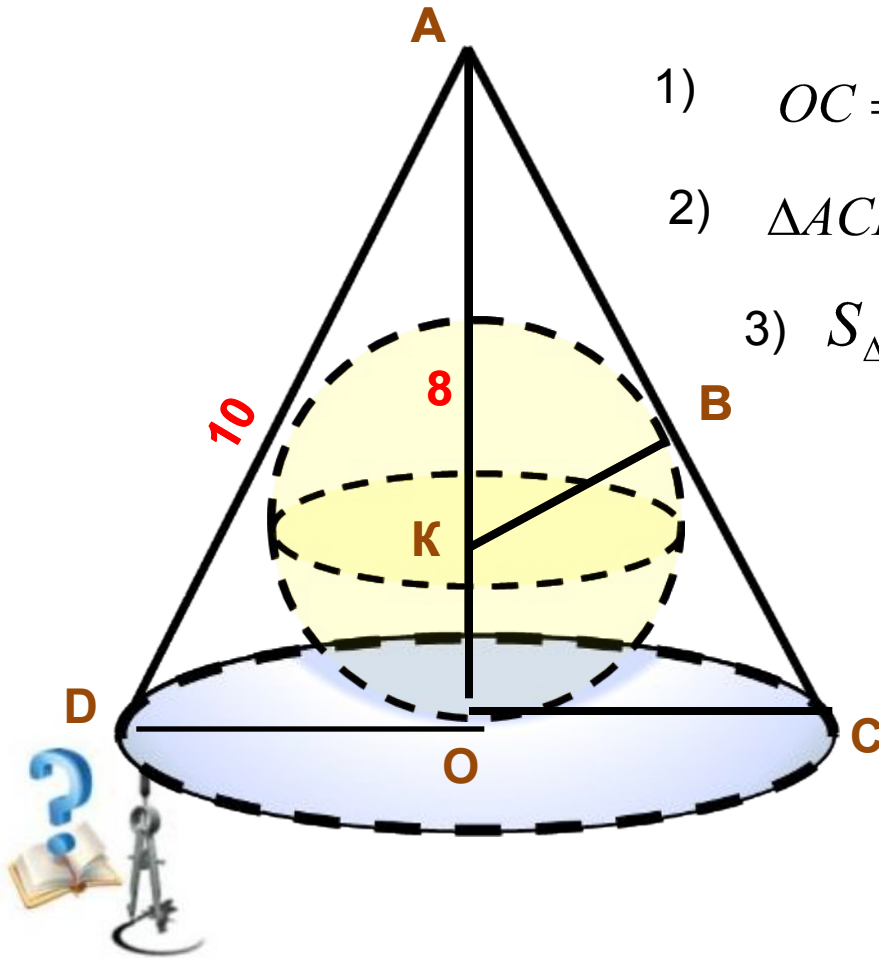
$$2) \quad \triangle ACD : AC = AD \Rightarrow AO - \text{ медиана, } DC = 12$$

$$3) \quad S_{\triangle ADC} = pr = p \cdot KB, r = \frac{S}{p}$$

$$4) \quad S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} DC \cdot AO = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$$

$$5) \quad p = \frac{AD + AC + CD}{2} = 16$$

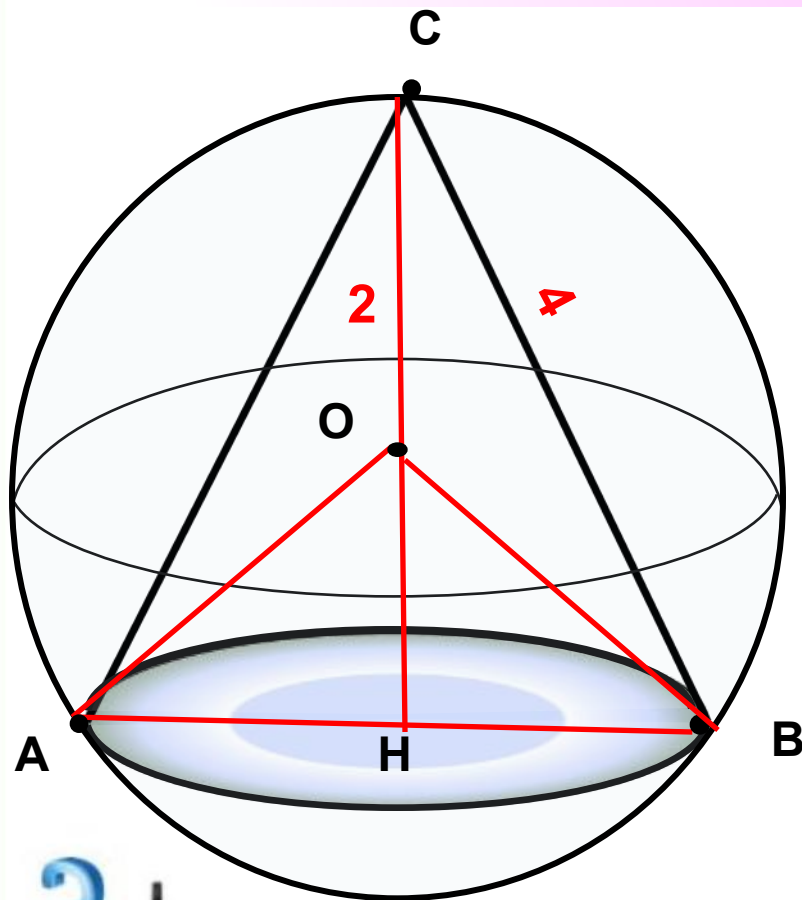
$$r = KB = \frac{48}{16} = 3$$





2

Высота конуса равна 2, образующая равна 4. Найдите радиус описанного шара.



Решение:

$$1) S_{\Delta ABC} = \frac{abc}{2R}, R = AO = \frac{abc}{2S_{\Delta}}$$

$$2) \Delta CBH :$$

$$r = BH = \sqrt{CB^2 - CH^2} = \sqrt{12}$$

$$3) \Delta ABC : AC = CB = 4$$

$$AH = HB = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$4) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = 4\sqrt{3}$$

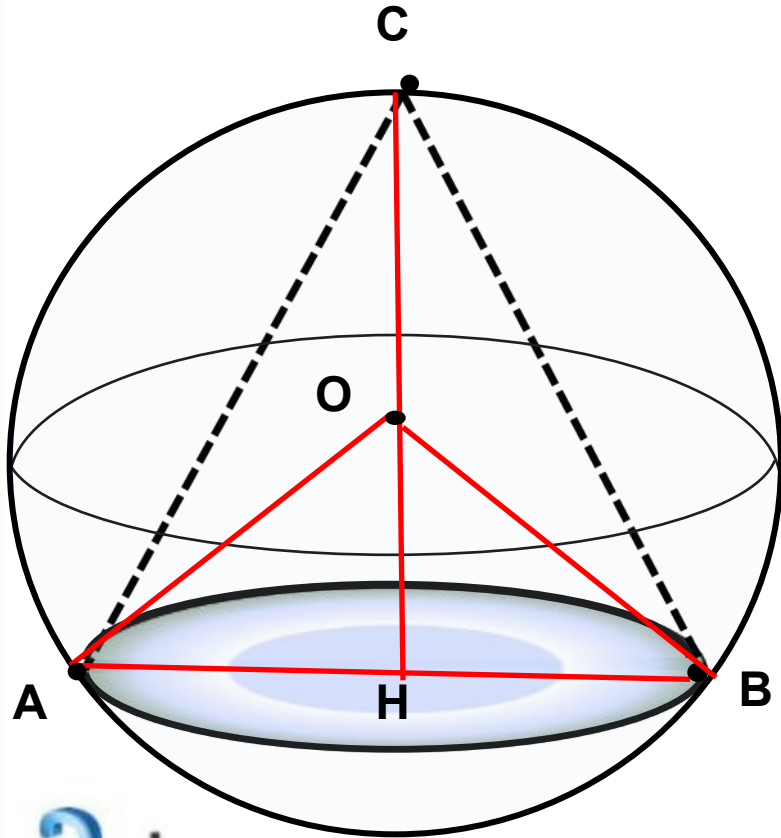
$$5) R_{ш} = OA = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}}{4 \cdot 4\sqrt{3}} = 4$$



3

В шар вписан конус, образующая которого равна диаметру основания. Найдите отношение полной поверхности этого конуса к поверхности шара

Решение:



$$1) l_k = 2r_k$$

$$2) \frac{S_k}{S_{ш}} = \frac{\pi r(r+l)}{4\pi R^2} = \frac{r(r+2r)}{4R^2} = \frac{3r^2}{4R^2}$$

3)  $\triangle ABC$  — равносторонний

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB^2 \sin 60 = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$4) R_{ш} = OA = \frac{abc}{4S_{\triangle}} = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

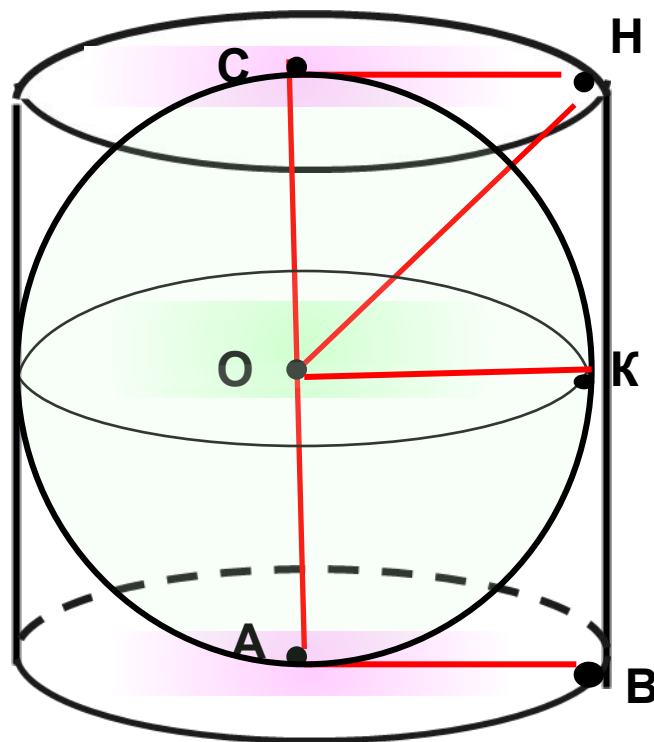
$$5) \frac{S_k}{S_{ш}} = \frac{3r^2 \cdot 3}{4 \cdot 2^2 r^2} = \frac{9}{16} = 0,5625$$



\*

4

Площадь поверхности шара равна 330.  
Найдите площадь полной поверхности цилиндра,  
описанного около шара.



Решение: 1)  $h_{ц} = d_{ш} = 2 \cdot OA$

$$R_{ш} = R_{ц}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad S_{n.n.ц} &= 2\pi \cdot R_{ц} (h_{ц} + R_{ц}) = \\ &= 2\pi R_{ц} (2R_{ц} + R_{ц}) = \\ &= 6\pi R_{ц}^2 = 6\pi R_{ш}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad S_{ш} &= 4\pi \cdot OA^2; 330 = 4\pi \cdot OA^2 \\ OA^2 &= \frac{330}{4\pi} \end{aligned}$$

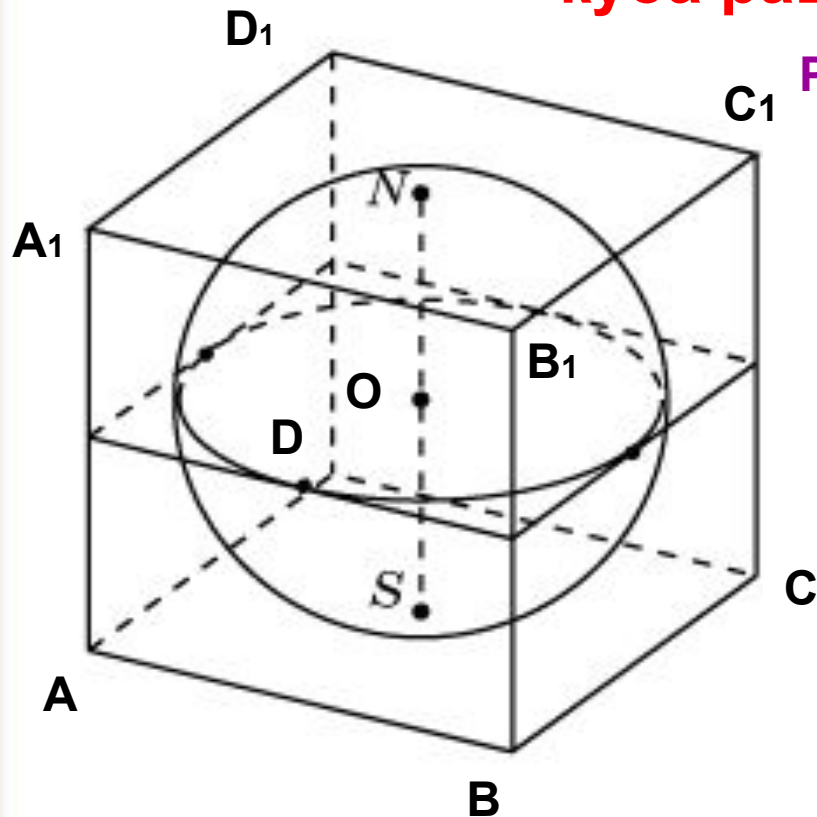
$$4) \quad S_{n.n.ц} = 6\pi \cdot \frac{330}{4\pi} = 495$$



\*

5

В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна  $1170/\pi$



Решение:

$$1) S_{n.u} = 4\pi R^2, R_{ш} = \frac{1}{2} SN = \frac{1}{2} AA_1$$

$$2) S_{n.p.k} = 6a^2, \frac{1170}{\pi} = 6 \cdot AA_1^2$$

$$3) AA_1 = \sqrt{\frac{1170}{6\pi}}$$

$$4) R_{ш} = SO = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1170}{6\pi}}$$

$$5) S_{ш} = 4\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1170}{6\pi} = 195$$



## Задачи для самостоятельного решения

**1В.1** Найдите площадь поверхности шара, описанного около конуса, у которого радиус основания  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ , а высота равна  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

**Ответ: 25**

**1В.2** Радиус шара, описанного около куба, равен 3. Найдите площадь поверхности куба.

**Ответ: 24**

**2В.2** В шар, площадь поверхности которого равна  $100\pi$ , вписан цилиндр. Найдите высоту цилиндра, если радиус его основания равен 4.

**Ответ: 8**

**2В.1** В шар вписан конус. Найдите высоту конуса, если радиус шара равен 5, а радиус основания конуса равен 4.

**Ответ: 6**

