

*Балтийский государственный технический
университет
Им Д.Ф. Устинова «Военмех»*



КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

*Санкт-
Петербург*



M Mathcad

Используемая версия Mathcad 15

Цель работы:

Ознакомиться со встроенными функциями и ключевыми словами программы. Научиться решать вычислительные задачи с использованием программной системы Mathcad.



Запустите Mathcad.

Перед началом работы выберите необходимые панели инструментов, которые находятся на вкладке Вид>Панели инструментов. Отметьте галочками для их отображения.

Щёлкните правой кнопкой мыши на рабочем поле программы.

В развернувшемся окне свойств выберите: Вставить>Область.

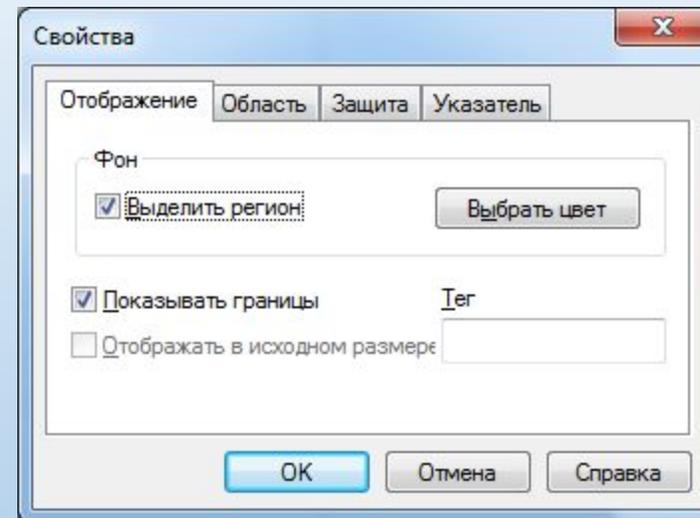
Измените свойства области. На вкладке Отображение поставьте галочки напротив пунктов Выделить регион и Показать границы

Выберите цвет

На вкладке Область введите имя области: Построение выражений



Подсказка: удобно использовать «горячие клавиши» для ввода с клавиатуры ряда встроенных операторов. Для просмотра таблицы горячих клавиш нажмите на восклицательный знак



Оператор	Обозначение	Клавиши
Круглые скобки	(X)	'
Нижний индекс	A_n	[
Верхний индекс	$A^{(n)}$	[Ctrl]6
Факториал	$n!$!
Транспонировать	A^T	[Ctrl]I
Возведение в степень	z^w	^
Возведение в степень	M^n	^
Отрицание	$-X$	-
Сумма вектора	\sum^v	[Ctrl]4;
Квадратный корень	\sqrt{z}	\
Корень n-й степени	$\sqrt[n]{z}$	[Ctrl]\
Детерминант матрицы	M	
Деление	X/z	/
Умножение	$X \cdot Y$	*

Оператор	Обозначение	Клавиши
Суммирование для бесконечного ряда	$\sum_i X$	\$
Произведение для бесконечного ряда	$\prod_i X$	#
Предел функции в заданной точке	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	[Ctrl]L
Определенный интеграл	$\int_a^b f(t) dt$	&
Неопределенный интеграл	$\int f(t) dt$	[Ctrl]I
Производная заданной функции по переменной t	$\frac{d}{dt} f(t)$?
n-я производная заданной функции по переменной t	$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	[Ctrl]?



Построение выражений

Продолжайте работать внутри области Построение выражений

Начните вводить с клавиатуры: (1. Присвоение значения переменной)

Появился регион с текстом

Установите курсор на свободное место и запишите следующие операции под введённым текстом

1. Присвоение значения переменной:

$$d := 12$$

$$f := \sqrt{18 \frac{2}{13} + d}$$

$$r := f^2 - d$$



2. Вычисление значения выражения:

$$25 - d = \frac{f}{5} = 35 \cdot r =$$

3. Построение выражений, содержащих комплексные переменные:

$$\text{Complex1} := 178.983 - i \cdot 56.741$$

$$\text{Complex2} := 624.253 + j \cdot 34.4352$$

$$\text{XY} := \text{Complex1} + \text{Complex2}$$

$$\text{XY} =$$

$$\text{Re}(\text{Complex2}) =$$

$$\sqrt{(\text{Re}(\text{XY}))^2 + (\text{Im}(\text{XY}))^2} =$$

$$\text{Im}(\text{Complex1}) =$$

$$\frac{\text{Im}(\text{XY})}{\text{Re}(\text{XY})} =$$

$$|\text{XY}| =$$

$$\arg(\text{XY}) =$$

4. Построение функций, содержащих список параметров:

$$F(x) := 0.18 \cdot x^3 + \frac{7}{x}$$

$$F(13) =$$

$$G(a, b) := \frac{a + b}{e^{b-a}}$$

$$G(\text{XY}, \text{Complex2}) =$$

5. Построение итераций:

$$k := 0..10$$

$$m := -10, -9.8..14$$

$$l := 50, 49.00001..-5$$

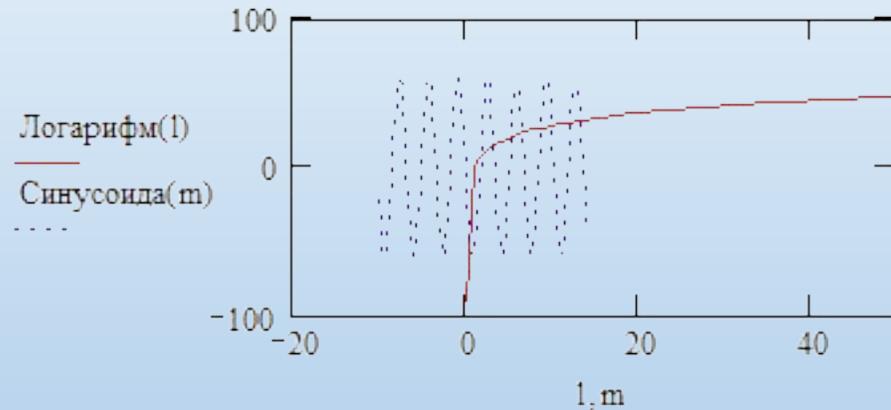


Подсказка: чтобы поставить двоеточие при задании интервала необходимо нажать клавишу (;)



6. Использование стандартных функций вычисления:

$$\text{Синусоида}(m) := 60 \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{0.068} m\right) \quad \text{Логарифм}(l) := 28 \log(l)$$



7. Представление численного результата:

$$w := 49 \cdot s \quad w = 49 s \quad w = 49.00000000 s \quad w = 4.900E+001 s \quad w = 4.9 \times 10^1 s$$

8. Выделение выражения цветом:

$$J(m) := 52.73^m + e^{6.23+m} - 2 \frac{\pi \cdot m}{|m^3|}$$

$$H(l) := 34.75 + \frac{l^2}{\sqrt[3]{1 + 52.94 \cdot l^5}}$$



Подсказка: чтобы вписать следующую функцию для построения на одном графике необходимо после имени предыдущей функции нажать клавишу (,)



Использование единиц измерения

Создайте новую область с названием задания

Предыдущие области можно сворачивать и разворачивать по необходимости

Создавайте новые области для каждого нового задания

$$q := 3673.3343 \cdot \text{Hz}^6$$

$$\text{Complex1} := \text{Complex1} \cdot \text{amp}$$

$$\text{Complex2} := \text{Complex2} \cdot \text{V}$$

$$\text{XY} := \text{Complex1} \cdot \text{Complex2}$$

$$q = 3.673 \times 10^3 \frac{1}{\text{s}^6}$$

$$\text{Complex1} = 178.983 - 56.741i \text{ A}$$

$$\text{Complex2} = 624.253 + 34.435i \text{ V}$$

$$\text{XY} = 1.137 \times 10^5 - 2.926i \times 10^4 \text{ W}$$

Организация рабочей области в таком случае выглядит как показано на рисунке

8. Выделение выражения цветом:

$j(m) := 52.73^m + e^{6.23+m} - 2 \frac{\pi m}{m^3}$

$H(l) := 34.75 + \frac{l^2}{\sqrt{1 + 52.94 \cdot l^5}}$

▲ Построение выражений

▼ Использование единиц измерения

$q := 3673.3343 \cdot \text{Hz}^6$ $q = 3.673 \times 10^3 \frac{1}{\text{s}^6}$

$\text{Complex1} := \text{Complex1} \cdot \text{amp}$ $\text{Complex1} = (178.983 - 56.741i) \text{ A}$

$\text{Complex2} := \text{Complex2} \cdot \text{V}$ $\text{Complex2} = (624.253 + 34.435i) \text{ V}$

$\text{XY} := \text{Complex1} \cdot \text{Complex2}$ $\text{XY} = (1.136 \times 10^5 - 2.926i \times 10^4) \text{ W}$

▲ Использование единиц измерения

▼ Вычисления в символьном виде

1. Упрощение алгебраических выражений:



Вычисления в символьном виде

1. Упрощение алгебраических выражений:

$$2 \cdot \text{acos}(0)$$

$$\sqrt{17.0} \text{ simplify}$$

$$a \sin\left(\frac{1}{2}\right) \text{ simplify}$$

$$e^{2 \cdot \ln(a)} \text{ simplify}$$

$$\sqrt{1125 \cdot a^2 \cdot b} \text{ simplify}$$

$$2 \cdot \text{acos}(0) \text{ float, 15}$$

$$\frac{3}{19} + \frac{47}{93} \text{ simplify}$$

$$a \sin(.5) \text{ simplify}$$

$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \text{ simplify}$$

$$30! \text{ simplify}$$

$$e \text{ float, 40}$$

$$\frac{3}{19.0} + \frac{47}{93} \text{ simplify}$$

$$\frac{a^2 - 3 \cdot a - 4}{a - 4} + 2 \cdot a - 5 \text{ simplify}$$

$$3i^3 + (1 + i)^2 \text{ simplify}$$

2. Замена переменной (подстановка):

$$\frac{a + 3}{a^2} \text{ substitute, } a = (b + 1)^2$$

$$\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^4 \text{ substitute, } \sin(\theta) = u$$

$$\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^4 \text{ substitute, } \sin(\theta) = v, \cos(\theta) = u$$



3. Разложение на составляющие:

$$(a + b)^4 \text{ expand}$$

$$\cos(5 \cdot \theta) \text{ expand}$$

4. Разложение на множители:

$$8238913765711 \text{ factor}$$

$$\frac{1}{a - 23} + \frac{a}{a + 4} - \frac{2 \cdot a}{a + 7} \text{ factor}$$

$$-5 \cdot a \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c^2 - a^2 \cdot b - 2 \cdot a^2 \cdot c + 3 \cdot b^2 \cdot c + 6 \cdot b \cdot c^2 - 3 \cdot a \cdot b^2 \text{ factor}$$

5. Построение полинома:

$$a^2 - Q \cdot b^2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 \cdot a - a + a \cdot b \text{ collect , a}$$

$$a^2 - Q \cdot b^2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 \cdot a - a + a \cdot b \text{ collect , b}$$

6. Поиск коэффициентов полинома:

$$3 \cdot b \cdot z^4 - \pi \cdot z^2 + \frac{2}{3} \cdot z - 3 \cdot a \cdot b \text{ coeffs , z}$$

$$\sin(x) + 2 \cdot \sin(x)^2 \text{ coeffs , sin(x)}$$

$$\cos(5 \cdot \arccos(\theta)) \text{ coeffs , } \theta$$

7. Разложение в ряд:

$$\sin(\theta) \text{ series , } \theta , 6$$

$$\ln(a + 1) \text{ series , a , 6}$$

8. Разложение на простые дроби:

$$\frac{2 \cdot a^2 - 3 \cdot a + 1}{a^3 + 2 \cdot a^2 - 9 \cdot a - 18} \text{ convert , parfrac , a}$$

$$\frac{1}{a^4 - 1} \text{ convert , parfrac , a}$$



9. Поиск суммы ряда в символьном виде:

$$\sum_{k=0}^3 \frac{3!}{k! \cdot 3 - k!} \cdot a^k \cdot 2^{3-k} \text{ simplify}$$

$$\sum_{k=0}^N a^k \text{ simplify}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k \text{ simplify}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{2^n \cdot n!} \text{ simplify}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot a^{2 \cdot k+1}}{7^{2 \cdot k+1} \cdot 2 \cdot k + 1!} \text{ simplify}$$

10. Преобразование комплексного числа к виду $a-bi$:

$$\cos(5i + 2) \text{ complex}$$

$$\exp(5i + 2) \text{ complex}$$

11. Использование нескольких ключевых слов одновременно:

$$\frac{a+3}{2} \left| \begin{array}{l} \text{substitute, } a = (b+1) \\ \text{expand} \end{array} \right.$$

$$a^2 + b^5 \left| \begin{array}{l} \text{substitute, } a = c+1, b = c- \\ \text{factor} \end{array} \right.$$



12. Символьное дифференцирование:

$$2 \cdot x^2 + y$$

$$\frac{x}{\cosh(x)}$$

13. Символьное интегрирование:

$$x^2 \cdot e^x$$

$$\frac{x + a}{x^2 + b}$$

$$\int_1^c x^3 dx \rightarrow \frac{1}{4} \cdot c^4 - \frac{1}{4}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \pi^{\frac{1}{2}}$$

$$\int a \cdot x^2 dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot a \cdot x^3$$

14. Поиск пределов:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{3 \cdot x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{3 \cdot x + 1}{(x - 7)^5}$$

Предел справа

$$\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{3 \cdot x + 1}{(x - 7)^5}$$

Предел слева



15. Решение уравнений в символьном виде:

$$\frac{1}{2} \cdot a^2 + a + 2 \text{ solve, } a$$

$$\frac{1}{2} \cdot a^2 + a + 2.0 \text{ solve, } a$$

$$e^a = -1 \text{ solve, } a$$

$$\sin(\theta) = \frac{1}{3} \cdot \tan(\theta) \text{ solve, } \theta$$

$$a^3 - 5 \cdot a^2 - 4 \cdot a + 20 > 0 \text{ solve, } a$$

$$\frac{\alpha \cdot z + 1}{z - \beta} = e^{-\alpha} \text{ solve, } z$$

$$a^4 - 3 \cdot a^3 + 17.2 \cdot a^2 - 3 \cdot a + 60.5 \text{ solve, } a$$

16. Решение системы уравнений в символьном виде:

Given

$$x + 2 \cdot \pi \cdot y = a$$

$$4 \cdot x + y = b$$

Find(x, y)

Given

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$x + y = c$$

Find(x, y)

Given

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$(x - \alpha)^2 + y^2 = R^2$$

Find(x, y)



17. Алгебраические операции с матрицами в символьном виде:

$$M(a,b,c) := \begin{pmatrix} c & 1 & a \\ -b & c^2 & -a \\ 1 & b & c^3 \end{pmatrix} \quad A(\lambda) := \begin{pmatrix} \lambda & 2 & 1 - \lambda \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{pmatrix}$$

$$M(a,b,c) + A(\lambda)$$

$$M(a,b,c) \cdot A(\lambda)^2$$

$$M(a,b,c)^2$$

18. Транспонирование матриц в символьном виде:

$$M(a,b,c)^T \rightarrow$$

$$A(\lambda)^T \rightarrow$$

19. Поиск обратной матрицы в символьном виде:

$$A(\lambda)^{-1}$$

20. Поиск определителя матрицы в символьном виде:

$$|M(a,b,c)|$$

21. Использование прямого и обратного преобразования Фурье:

$$\frac{1}{2} \cdot \exp\left(\frac{-1}{8} \cdot t^2\right) \text{fourier, t} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 8^{\frac{1}{2}} \cdot \pi^{\frac{1}{2}} \cdot \exp(-2 \cdot \omega^2) \text{simplify} \rightarrow 2^{\frac{1}{2}} \cdot \pi^{\frac{1}{2}} \cdot \exp(-2 \cdot \omega^2)$$
$$\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot e^{-2 \cdot \omega^2} \text{invfourier, } \omega$$



22. Использование прямого и обратного преобразования Лапласа:

$$\exp(-a \cdot t) \text{ laplace, } t$$

$$\frac{1}{(s + a)} \text{ invlaplace, } s$$

$$\sin(b \cdot t) \text{ laplace, } t$$

$$\frac{b}{(s^2 + b^2)} \text{ invlaplace, } s$$

23. Использование прямого и обратного Z преобразования:

$$n \text{ ztrans, } n$$

$$\frac{z}{z - 1} \text{ invztrans, } z$$

$$\sin(a \cdot n) \text{ ztrans, } n$$

$$\frac{z}{z - e} \text{ invztrans, } z$$



Вектора и матрицы

1. Выполнение вычислительных операций между векторами и матрицами:

$$v := \begin{pmatrix} 4.5 \\ 0.7 \\ -67 \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad w + v \quad v \cdot 2$$

$$u := \begin{pmatrix} 11.32 & 0.45 & 3.29 & 4 \\ 5 & 6 & 7.03 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 2 \\ -11.37 & 7 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \quad u \cdot A =$$

2. Изменение размеров матриц:

$$UV := \text{augment}(u, v) \quad UV =$$
$$UA := \text{stack}(u, A^T) \quad UA =$$

3. Поиск параметров векторов и матриц:

$$\text{length}(w) = \quad \text{cols}(UV) = \quad \text{min}(UA) =$$
$$\text{last}(w) = \quad \text{rows}(UV) = \quad \text{max}(UA) =$$



4. Извлечение из исходной матрицы вектора-столбца или вектора-строки:

$$UV_{0,0} = \quad UV_{0,1} = \quad UV_{0,4} =$$

$$UV_{1,0} = \quad UV_{1,1} = \quad UV_{2,4} =$$

$$UV^{(0)} = \quad UV^{(1)} = \quad UV^{(2)} =$$

$$(UA^T)^{(0)} = \quad (UA^T)^{(3)} = \quad (UA^T)^{(4)T} =$$

5. Извлечение из исходной матрицы другой матрицы, но меньших размеров:

$$\text{submatrix}(UV, 1, 2, 0, 3) =$$

$$\text{submatrix}(UA, 1, 4, 1, 2) =$$

6. Установление первого аргумента матриц отличного от нуля:

$$\text{ORIGIN} := -1$$

$$UA_{-1,0} =$$

$$UA_{3,-1} =$$

$$\text{ORIGIN} := 0$$

7. Использование стандартных векторных и матричных функций и операций:

$$M := \begin{pmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{pmatrix}$$

$$-v =$$

$$\bar{v} =$$

$$\text{tr}(M) =$$

$$\text{rank}(M) =$$

$$\sum v =$$

$$|v| =$$

$$\sqrt{v \cdot v} =$$

$$\text{norm2}(M) =$$

$$\text{norm1}(M) =$$

$$\text{norme}(M) =$$

$$\text{normi}(M) =$$

$$\text{cond1}(M) =$$

$$\text{cond2}(M) =$$

$$\text{conde}(M) =$$

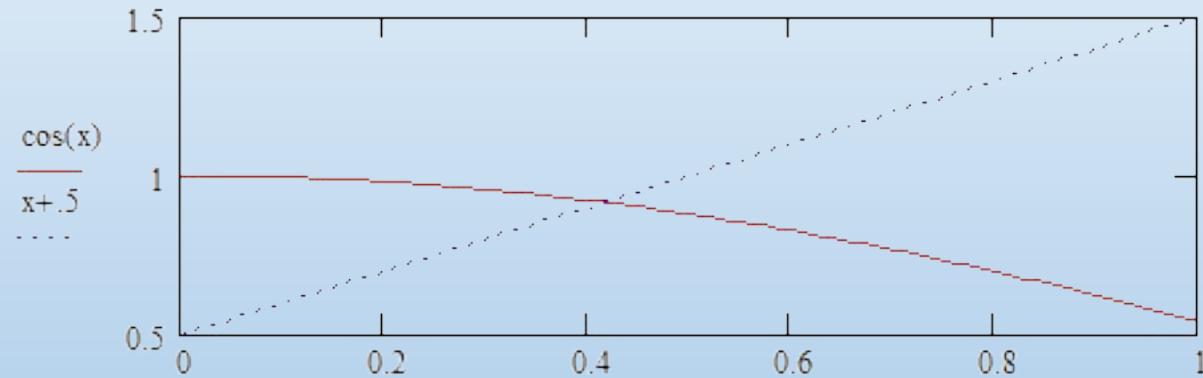
$$\text{condi}(M) =$$



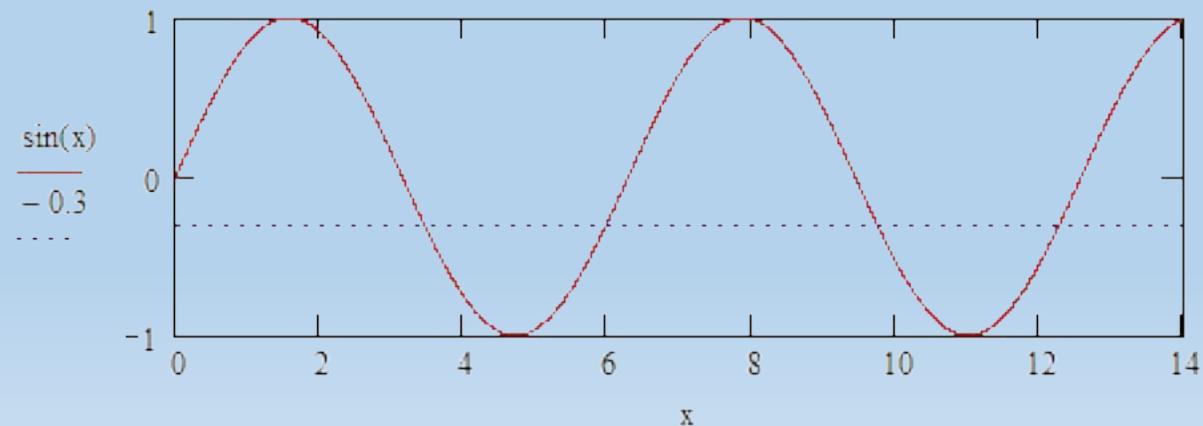
Оптимизация и поиск решений

1. Решение одного уравнения с одним неизвестным:

$$\cos(x) = x + .5 \quad x := 1 \quad \text{root}(\cos(x) - x - 0.5, x) = \quad x := 0, 0.01.. 1$$



$$\sin(x) = -0.3 \quad \text{root}(\sin(x) + 0.3, x, 2, 4) = \quad x := 0, 0.01.. 14$$



2. Решение системы N линейных уравнений с N неизвестными:

$$0.3 \cdot w + 0.2 \cdot x + 6.6 \cdot y - 1.1 \cdot z = 1$$

$$-7.3 \cdot w + 9.7 \cdot x + 10.9 \cdot y - 4.1 \cdot z = .01$$

$$4.5 \cdot w - 1.8 \cdot x - 0.3 \cdot y + 6.5 \cdot z = .1$$

$$8.1 \cdot w - 2.7 \cdot x + 8.7 \cdot y + 8.9 \cdot z = .001$$

$$M := \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 6.6 & -1.1 \\ 4.5 & -1.8 & -0.3 & 6.5 \\ -7.3 & 9.7 & 10.9 & -4.1 \\ 8.1 & -2.7 & 8.7 & 8.9 \end{pmatrix}$$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 0.1 \\ 0.01 \\ 0.001 \end{pmatrix}$$

$$\text{soln} := \text{lsolve}(M, v)$$

$$\text{soln} =$$

3. Решение системы N нелинейных уравнений с N неизвестными:

$$x := 1$$

$$y := 1$$

Given

$$x^2 + y^2 = 12$$

$$x + y = 2$$

$$\text{Find}(x, y) =$$

4. Поиск приближенного решения системы уравнений:

$$x := 1$$

$$y := 1$$

Given

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 3$$

$$x - y = 2$$

$$\text{Minerr}(x, y) =$$

$$\text{Find}(x, y) =$$

5. Поиск всех корней полинома:

$$-0.35 \cdot z^5 + 10 \cdot z^4 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot z^2 + 45 \cdot z - \cos(\sqrt{3}) = 0$$

$$v := \begin{pmatrix} -0.35 \\ 10 \\ 0 \\ \frac{1}{3} \cdot \pi \\ 45 \\ -\cos(\sqrt{3}) \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(v) =$$



Построение двумерных графиков

1. Исходная функция для декартовой системы координат:

$$n := -100, -99.99 \dots 100$$

$$\text{Func}(n) := 26 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{67}} n\right) + 2 \cdot \frac{n}{\sqrt[3]{35 \cdot n}}$$

2. Исходные функции для полярной системы:

$$M := 10$$

$$m := 0, 0.4 \dots M$$

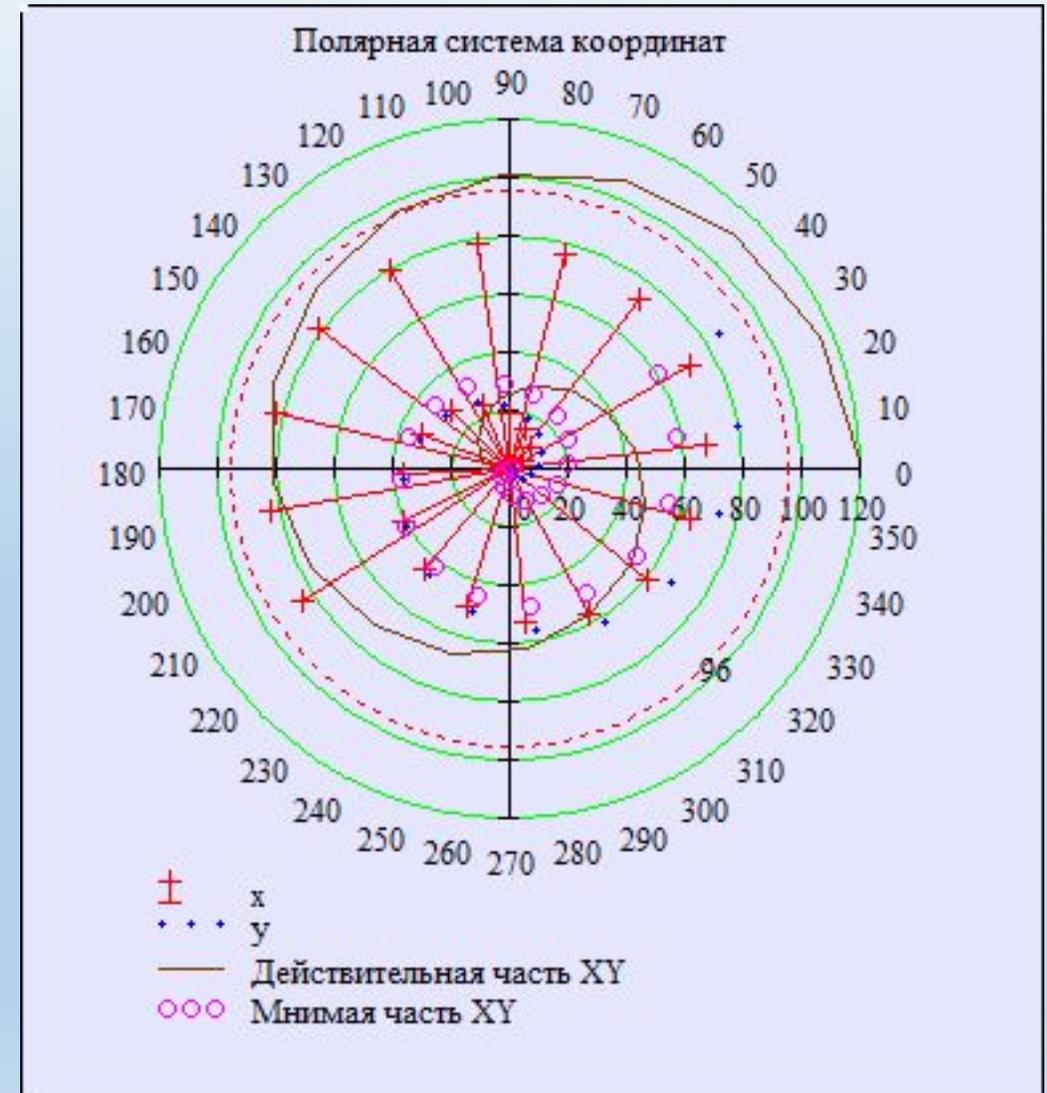
$$\theta(m) := \frac{\pi}{4 \cdot M} \cdot m$$

$$r(m) := 12 \cdot m$$

$$x(m) := r(m) \cdot \cos(\theta(m))$$

$$y(m) := -r(m) \cdot \sin(\theta(m))$$

$$XY(m) := 12 \cdot (M - m) - i \cdot 6 \cdot m$$



Построение трехмерных графиков

1. Построение поверхности (z):

$$M := 30$$

$$x := -M..M$$

$$mn := 0.1$$

$$y := -M..M$$

$$\Theta(x,y) := (x \cdot mn)^2 + (y \cdot mn)^2$$

$$z_{x+M,y+M} := \frac{\sin(\pi \cdot \Theta(x,y))}{\Theta(x,y)}$$

2. Создание проекционного графика (создать проекцию трехмерного графика z на плоскость XY).

3. Создание 3-х мерных гистограмм (построить 3-х мерную гистограмму G в матричном виде, в одну линию, в виде стека):

$$N := 10$$

$$G := \text{submatrix}(z, M - N, M + N, M - N, M + N)$$

4. Создание точечных графиков:

- На основе матрицы данных G
- На основе векторов данных (xyz):

$$x := z \langle 1 \rangle$$

$$y := z \langle 5 \rangle$$

$$z := z \langle 15 \rangle$$

- На основе трехмерной функции F(xyz):

$$F(x,y,z) := 3 \cdot x + 10y + 56 \cdot z$$

5. Создание векторного поля (создать проекцию векторного поля на плоскость XY на основе матрицы G).



Анимация

$$f(x) := x \cdot \sin(x)$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

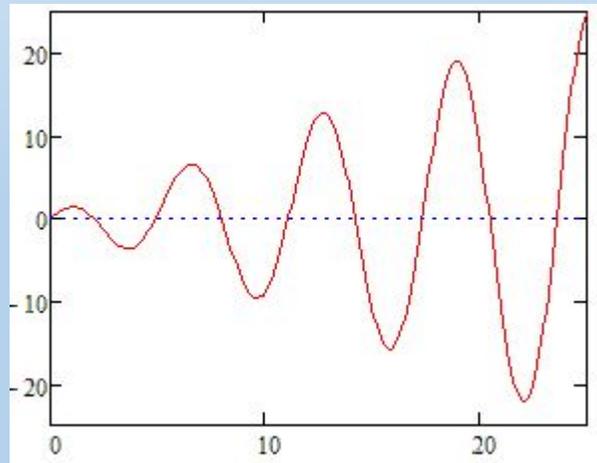
$$y(a, x) := f(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

$$a := \pi + \frac{\text{FRAME}}{5}$$

$$a = 3.142$$

$$x := 0, 0.1 \dots 16 \cdot \pi$$

Построить на одном графике функции $f(x)$ и $y(\text{FRAME}, x)$
Создать анимацию построения семейства линий



Подсказка: выполнить команду Сервис – Анимация – Запись;
в диалоговом окне Запись анимации заполнить поля и выделить
пунктирной рамкой ту часть рабочего документа, которую нужно
анимировать (график);
нажать в окне Запись анимации кнопку Анимировать;



