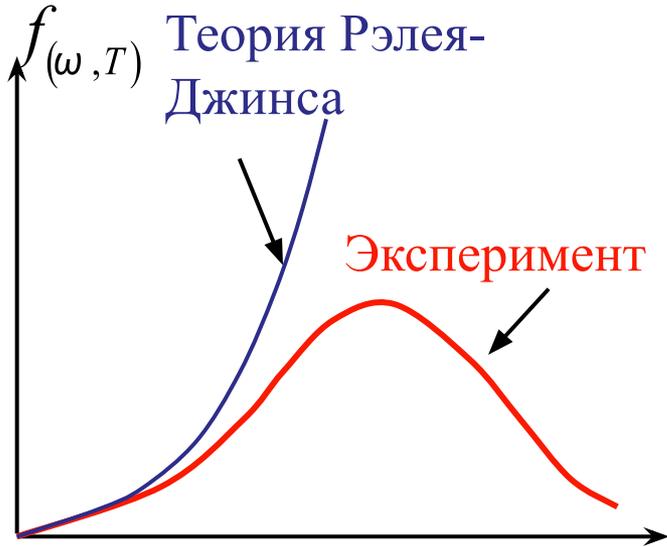


Резюме

а) в области малых частот теория близка к эксперименту;

б) в области больших ω расчетная зависимость $f(\omega, T)$ отличается от экспериментальной. Анализ теоретического выражения приводит к абсурдному выводу.



Формула Планка

$$W_{\omega} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \quad f(\omega, T) = W_{\omega, T} \cdot \frac{c}{4}$$

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}$$

При малых x : $e^x = 1 + x$. При малых ω : \rightarrow

$$\rightarrow f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\hbar \omega}{kT} - 1} = \frac{\omega^2 kT}{4\pi^2 c^2}$$

Формула Рэлея-Джинса

Гипотеза Планка. Формула Планка.

Формула для спектральной плотности энергии $U_{\omega, T}$ равновесного излучения, совпадающая с экспериментом на всех частотах, была получена в 1900 году немецким физиком – теоретиком Максом Планком (1858 - 1947).

Планк выдвинул гипотезу, чуждую представлениям классической физики:

электромагнитное излучение испускается дискретными порциями энергии – квантами электромагнитного поля.

Энергия такого кванта пропорциональна частоте излучения ω :

$$W = h\nu = \hbar\omega$$

ν - частота света (ω - циклическая частота), $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка (квант действия), $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Вывод формулы Планка

Постулаты:

1. Стоячая волна может обладать не любой энергией, но значением из дискретного набора: $E_n = n \hbar \omega$
2. Вероятность такого состояния волны: $A e^{-\frac{E_n}{kT}}$, A – нормирующая константа

Введем обозначения: $\alpha = \frac{1}{kT}$, $E_1 = \hbar \omega$.

Средняя энергия стоячей волны:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_n A e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} A e^{-\frac{E_n}{kT}}} = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n E_1} \right) = \frac{E_1}{e^{\alpha E_1} - 1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \langle E \rangle = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}$$

Подставляя $\langle E \rangle$ в формулу Р.-Д. вместо kT , получаем:

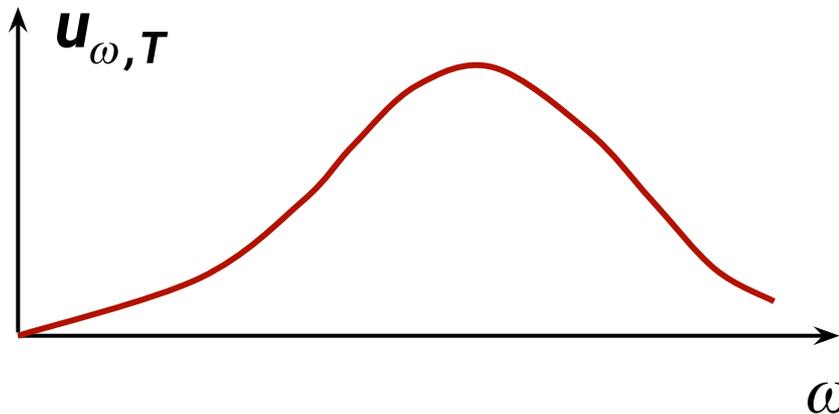
$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2 kT}{4 \pi^2 c^2}; \quad \rightarrow \quad f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4 \pi^2 c^2} \cdot \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} = \frac{\hbar \omega^3}{4 \pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}$$

Формула Планка

Тепловое излучение.

Гипотеза Планка. Формула Планка.

Формула Планка правильно описывает экспериментальные результаты, например, кривую $u_{\omega, T} = f(\omega)$.



На ее основе были объяснены все экспериментально открытые законы теплового излучения, не находившие своего объяснения в рамках классической физики, в частности, законы Стефана – Больцмана и Вина.

В области малых частот формула Планка переходит в формулу Рэля – Джинса.

Таким образом, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения. Решение этой задачи стало возможным благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

ЛЕКЦИЯ 2

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Фотоэффект.
2. Формула Эйнштейна.
3. Фотоны. Импульс фотона. Давление света.
4. Эффект Комптона.

ФОТОЭФФЕКТ

Фотоэффект - испускание электронов веществом под действием света.

Фотоэффект открыт Г. Герцем в 1887г. и детально исследован А. Столетовым в 1888 – 1889 г.

Схема установки:

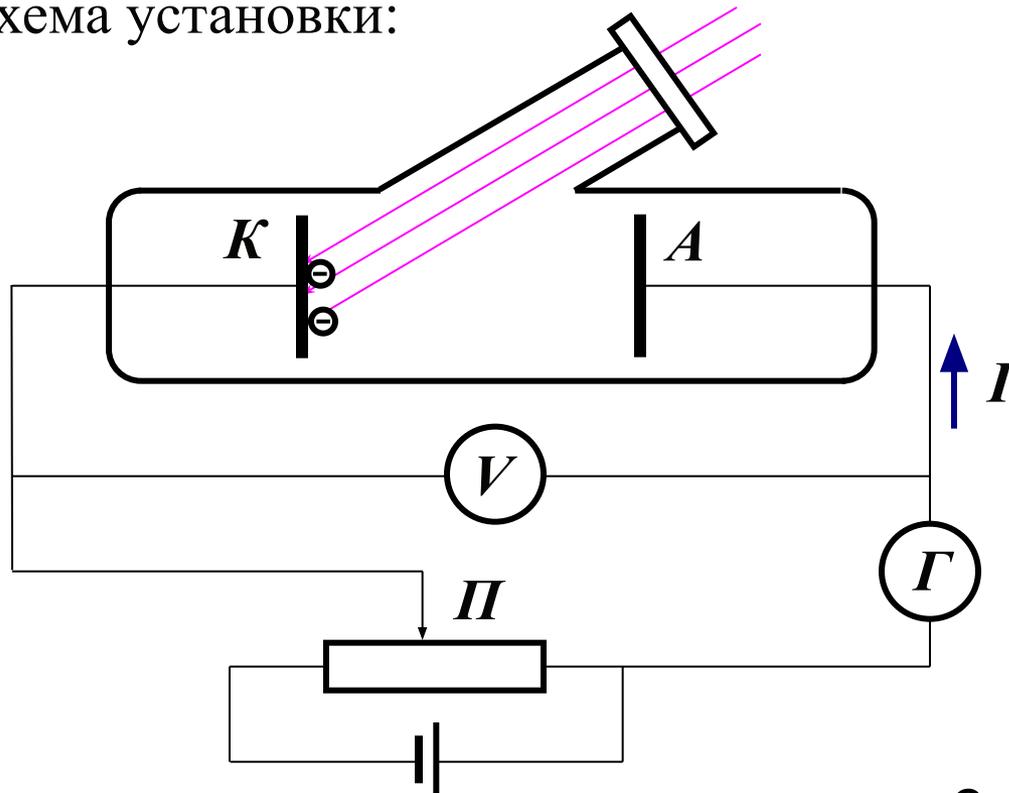
K - катод

A - анод

П - потенциометр

V - вольтметр

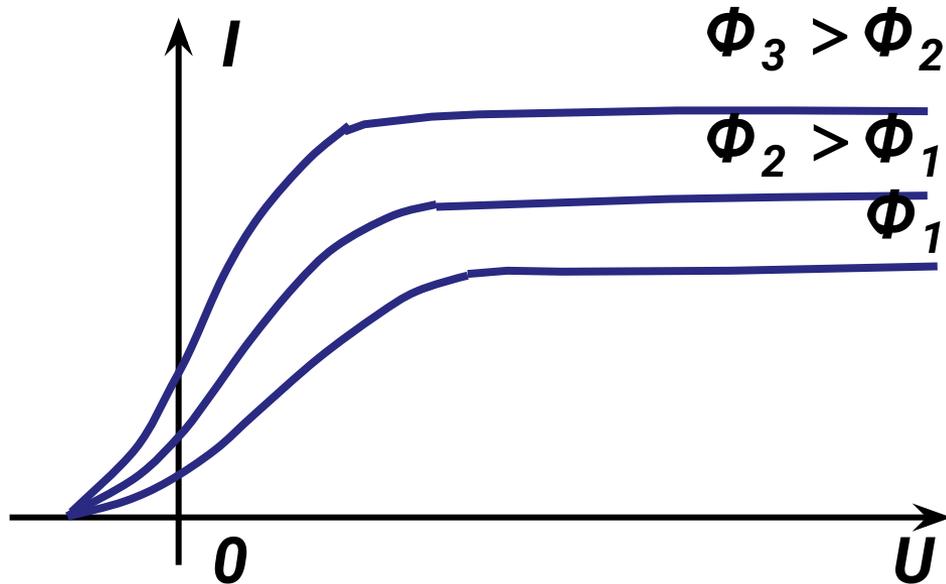
Г - гальванометр



ФОТОЭФФЕКТ

Результаты экспериментов.

Вольт-амперные характеристики вакуумного диода



I - фототок

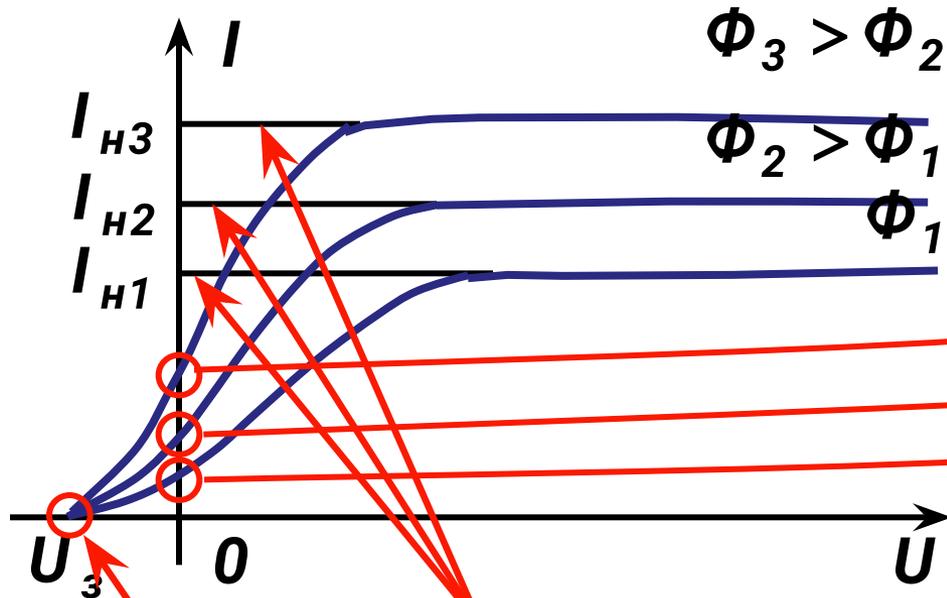
U - напряжение
катод - анод

Φ - интенсивность
светового потока

Характеристики сняты при $\omega = const$ и различных Φ

ФОТОЭФФЕКТ

Результаты экспериментов.



При $U = 0$ лишь часть самых быстрых электронов достигает анода.

При небольшом $U > 0$ фототок достигает тока насыщения $I_{н}$ — все электроны, испускаемые катодом, попадают на анод.

Чем больше световой поток, тем больше выбивается электронов в единицу времени и, следовательно, тем больше ток насыщения.

Если приложить некоторое отрицательное (задерживающее) напряжение U_3 , то ни одному из фотоэлектронов не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода.

ФОТОЭФФЕКТ

Анализ результатов

Максимальная скорость электронов V_{max} :

$$\frac{m_0 v_{max}^2}{2} = eU_3 \quad \Longrightarrow$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_0}}$$

Из классической электродинамики: электрон, взаимодействуя с полем световой (электромагнитной) волны, совершает вынужденные колебания. Амплитуда колебаний может быть достаточной для того, чтобы электрон покинул металл.

Забираемая от волны энергия должна быть пропорциональна интенсивности света (квадрату амплитуды) и не должна зависеть от частоты волны.

Следовательно, при $\omega = const$ увеличением светового потока Φ , падающего на катод, должна расти максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

ФОТОЭФФЕКТ

Анализ результатов

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_0}}$$

В соответствии с приведенной формулой должно расти задерживающее напряжение U_3 , чего в эксперименте не наблюдается.

Противоречие №1

Из экспериментов: задерживающее напряжение изменяется при освещении катода светом различной частоты. Чем больше ω , тем больше U_3 , т.е. больше энергия электронов.

Этот результат не объясняется классической электродинамикой.

Противоречие №2

Из экспериментов: для каждого вещества существует **красная граница фотоэффекта**, т.е. минимальная частота света, ниже которой фотоэффект невозможен.

По волновой теории энергия, передаваемая электронам, зависит от интенсивности света, и не зависит от частоты.

Противоречие №3

ФОТОЭФФЕКТ

Разрешение противоречий. Формула Эйнштейна

В 1905 году Эйнштейн показал, что противоречия разрешаются, если предположить следующее:

1. Свет поглощается такими же порциями (квантами) $W = h\nu = \hbar\omega$, какими он, по предположению Планка, испускается.
2. Электрон поглощает квант энергии целиком.

Часть этой энергии, равная работе выхода A , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело.

Если электрон освобождается под действием света не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то он может дополнительно затратить часть энергии на случайные столкновения в веществе.

Остаток энергии образует кинетическую энергию E_k электрона, покинувшего вещество.

ФОТОЭФФЕКТ

Разрешение противоречий. Формула Эйнштейна

Энергия E_k будет максимальна, если электрон покидает тело без столкновений в веществе.

В этом случае должно выполняться соотношение:

$$\hbar\omega = \frac{m_0 v_{max}^2}{2} + A$$

A – работа выхода, т.е. энергия, необходимая для преодоления потенциального барьера на границе металл-вакуум.

ФОТОЭФФЕКТ

Разрешение противоречий. Формула Эйнштейна

$$\hbar\omega = \frac{m_0 v_{max}^2}{2} + A$$

Формула Эйнштейна правильно описывает особенности фотоэффекта, которые не нашли объяснения в рамках классической физики:

1. С ростом частоты света растет максимальная скорость электронов v_{max} , испускаемых катодом;
2. Максимальная скорость не зависит от интенсивности света (интенсивность не входит в формулу Эйнштейна);
3. Из формулы Эйнштейна следует, что в случае, когда работа выхода A превышает энергию кванта $\hbar\omega$, электроны не могут покинуть металл. Следовательно, для возникновения фотоэффекта необходимо выполнение условия $\omega > \omega_0 = A/\hbar$. Частота ω_0 называется *красной границей фотоэффекта*.

ФОТОНЫ

Планк показал, что для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно допустить, что свет испускается порциями $h\omega$.

Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями.

Эйнштейн развил эти две догадки и выдвинул гипотезу о том, что свет и распространяется в виде дискретных частиц - *фотонов*.

Энергия фотона согласно гипотезе Эйнштейна, равна:

$$W = h\omega$$

где ω - циклическая частота.

ФОТОНЫ

Импульс фотона. Давление света

Обладая энергией в направленном движении, фотон должен иметь импульс:

$$p = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{W}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k$$

где $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ - модуль волнового вектора \vec{k} , направленного вдоль вектора скорости распространения света.

В векторной форме выражение для импульса имеет вид:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление.

В соответствии с квантовой теорией давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс

Рассчитаем давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения, которое падает перпендикулярно поверхности.

ФОТОНЫ

Импульс фотона. Давление света

Пусть в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов.

При коэффициенте отражения ρ света от поверхности тела ρN фотонов отразится, а $(1 - \rho)N$ поглотится.

Каждый поглощенный фотон передает телу импульс $p_1 = \hbar \omega / c$, а каждый отраженный - $2p_1 = 2\hbar \omega / c$, т.к. при отражении импульс фотона становится $-p_1$

Давление света в единицу времени на единицу площади поверхности равно импульсу, который передается всеми N фотонами:

$$p = \rho N \frac{2\hbar \omega}{c} + (1 - \rho) N \frac{\hbar \omega}{c} = (1 + \rho) \frac{\hbar \omega}{c} N$$

ФОТОНЫ

Импульс фотона. Давление света

$\oint \omega \mathbf{N} = \mathbf{E}$ - это энергия всех фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности.

Величина $\mathbf{N} \oint \omega / c = E / c = \mathbf{w}$ есть объемная плотность энергии излучения.

Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность, можно выразить формулой:

$$p = (1 + \rho)w$$

Эта формула совпадает с выражением для давления, получающимся из электромагнитной теории и подтверждена экспериментально.

ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Мы рассмотрели явления (тепловое излучение, фотоэффект), в которых свет ведет себя как поток частиц (фотонов) или корпускул.

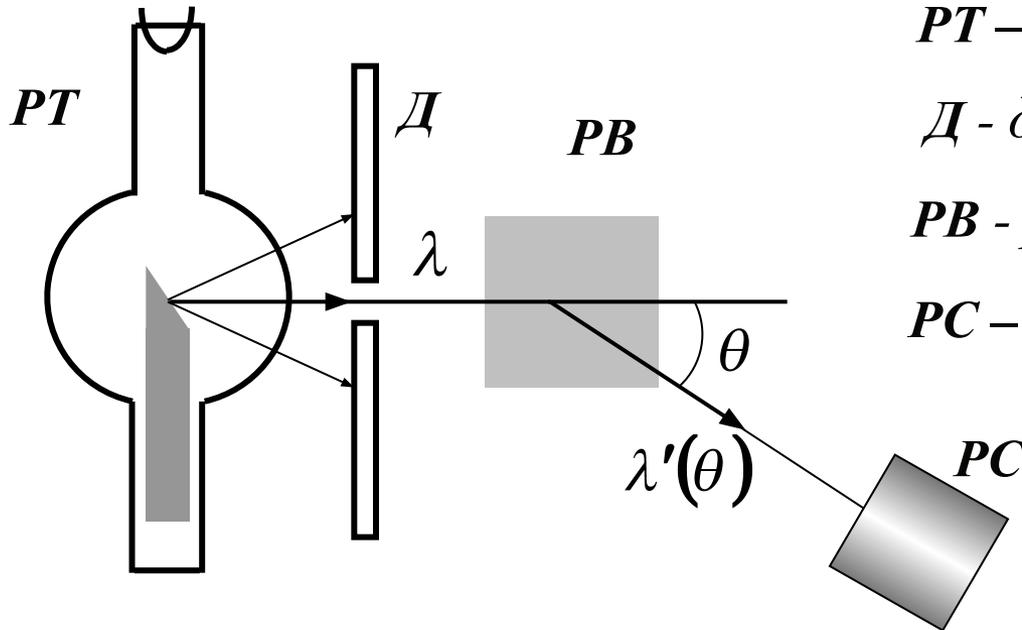
Существует еще целый ряд физических явлений, подтверждающих квантовую природу излучения. Наиболее показателен *эффект Комптона*.

Эффект Комптона является одним из важных доказательств корпускулярного характера света.

В 1922 году американский физик Комптон экспериментально показал, что при рассеянии рентгеновских лучей свободными электронами происходит изменение их частоты в соответствии с законами упругого столкновения двух частиц – фотона и электрона.

ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Схема эксперимента



RT – рентгеновская трубка

Д - диафрагма

RV - рассеивающее вещество

PC – рентгеновский спектрограф

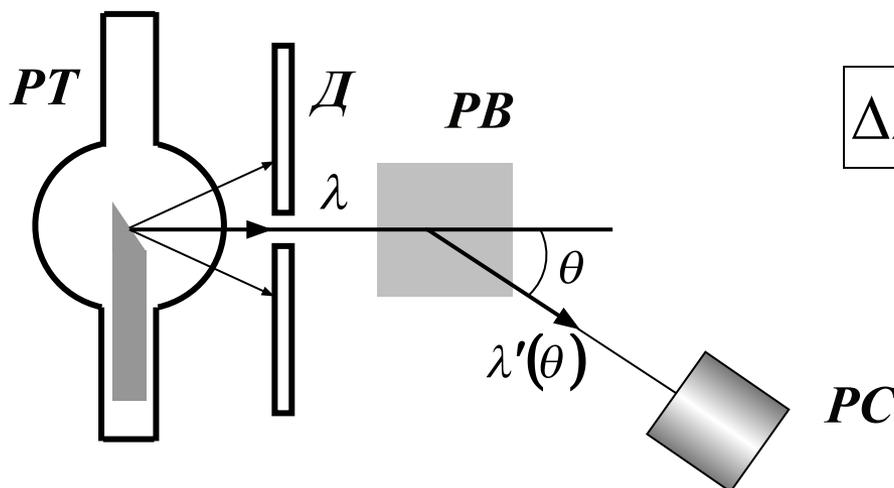
Результаты экспериментов:

1. В составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны λ наблюдается также более длинноволновое излучение λ' .

2. Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния θ (тэта):

$$\Delta\lambda = \lambda'(\theta) - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

ЭФФЕКТ КОМПТОНА



$$\Delta\lambda = \lambda'(\theta) - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

λ_c -константа,

равная $2,42 \times 10^{-12}$ м
(КОМПТОНОВСКАЯ ДЛИНА
ВОЛНЫ).

Волновая теория: длина волны при рассеивании изменяться не должна. Под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Экспериментальные результаты можно объяснить на основе представления о том, что рентгеновское излучение состоит из частиц – фотонов, обладающих энергией $W = \hbar\omega$ и импульсом $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.

Теория эффекта Комптона

Рассмотрим упругое столкновение рентгеновского фотона с покоящимся квазисвободным электроном внешней электронной оболочки атома.

Приближение квазисвободного электрона - если энергия связи электрона в атоме (энергия ионизации) много меньше энергии, которую фотон может передать электрону при столкновении.

Запишем законы сохранения энергии и импульса в рассматриваемом упругом столкновении, считая электрон свободным.

Введем обозначения.

Фотон:

$\hbar \omega$ - начальная (до столкновения) энергия;

$\hbar \omega'$ - конечная (после столкновения) энергия;

$\hbar \vec{k}$ - начальный (до столкновения) импульс;

$\hbar \vec{k}'$ - конечный (после столкновения) импульс.

Теория эффекта Комптона

Электрон:

- m_0c^2 - начальная (до столкновения) энергия;
- mc^2 - конечная (после столкновения) энергия;
- $\vec{0}$ - начальный (до столкновения) импульс;
- $m\vec{v}$ - конечный (после столкновения) импульс.

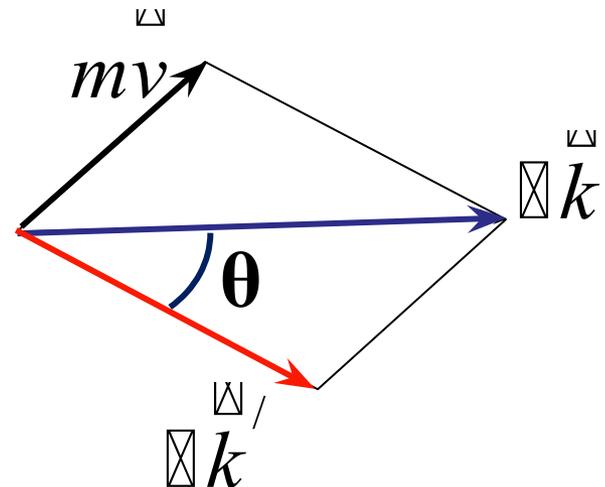
Полная энергия свободного электрона, движущегося со скоростью v :

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

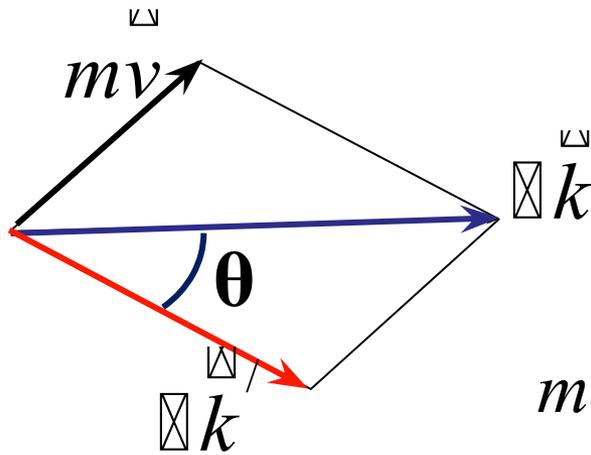
Запишем два закона сохранения:

$$\vec{\omega} + m_0c^2 = \vec{\omega}' + mc^2 \quad (1)$$

$$\vec{k} = m\vec{v} + \vec{k}' \quad (2)$$



Теория эффекта Комптона



$$\hbar \omega + m_0 c^2 = \hbar \omega' + m c^2 \quad (1)$$

$$\hbar \mathbf{k} = m \mathbf{v} + \hbar \mathbf{k}' \quad (2) \text{ Возв. в } \square:$$

$$m^2 v^2 = (\hbar k)^2 + (\hbar k^I)^2 - 2 \hbar^2 k k^I \cos \theta \quad (2)$$

$$m c^2 = \hbar \omega - \hbar \omega' + m_0 c^2 \quad (1) \text{ Возв. в } \square:$$

$$m^2 c^4 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 + m_0^2 c^4 - 2 \hbar^2 \omega \omega' + 2 m_0 c^2 \hbar (\omega - \omega') \quad (1)$$

Учтем $k = \omega/c$:

$$m^2 v^2 = \hbar^2 \frac{\omega^2}{c^2} + \hbar^2 \frac{\omega'^2}{c^2} - 2 \hbar^2 \frac{\omega \omega'}{c^2} \cos \theta \quad (2) \times c^2: \rightarrow$$

$$\rightarrow m^2 v^2 c^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2 \hbar^2 \omega \omega' \cos \theta \quad (2)$$

(1)- (2):

Теория эффекта Комптона

$$m^2 c^4 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 + m_0^2 c^4 - 2\hbar^2 \omega \omega' + 2m_0 c^2 \hbar (\omega - \omega') \quad (1)$$

$$m^2 v^2 c^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2\hbar^2 \omega \omega' \cos \theta \quad (2)$$

(1) - (2):

Учтем: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$$m^2 c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 c^4 - 2\hbar^2 \omega \omega' (1 - \cos \theta) + 2m_0 c^2 \hbar (\omega - \omega')$$

$$2\hbar^2 \omega \omega' (1 - \cos \theta) = 2m_0 c^2 \hbar (\omega - \omega') \quad \text{Поделим на } \omega \omega': \rightarrow$$

$$\rightarrow \hbar (1 - \cos \theta) = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\omega'} - \frac{1}{\omega} \right). \quad \text{Учтем: } \frac{1}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi c}$$

$$\hbar (1 - \cos \theta) = \frac{m_0 c^2}{2\pi c} (\lambda' - \lambda). \rightarrow \Delta \lambda = \frac{2\pi \hbar}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta).$$

$$\frac{h}{m_0 c} = \lambda_c = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м} \quad \text{Великолепное совпадение с экспериментом!!}$$

ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Теория эффекта Комптона

Поскольку $2\pi/k = \lambda$, получим окончательно

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

Величина $\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-12}$ м.

Таким образом, гипотеза о квантованности света позволяет объяснить и эффект Комптона, не находящий объяснения в классической электродинамике.

В приведенной теории принято приближение квазисвободного электрона.

При рассеянии фотонов на других частицах (протонах, нейтронах, ядрах) эффект Комптона также имеет место.

В этом случае вид полученной формулы не изменится, но под λ_c нужно понимать иную комптоновскую длину волны

$$\lambda_c = 2\pi\hbar/Mc, \quad \text{где } M \text{ - масса частицы.}$$

