

Тонкостенные железобетонные оболочки



Bundesarchiv, Bild 183-H0929-0018-001
Foto: Ritter, Steffen | 29. September 1969



pastvu.com/43987 uploaded by alexba

Велотрек в Крылатском

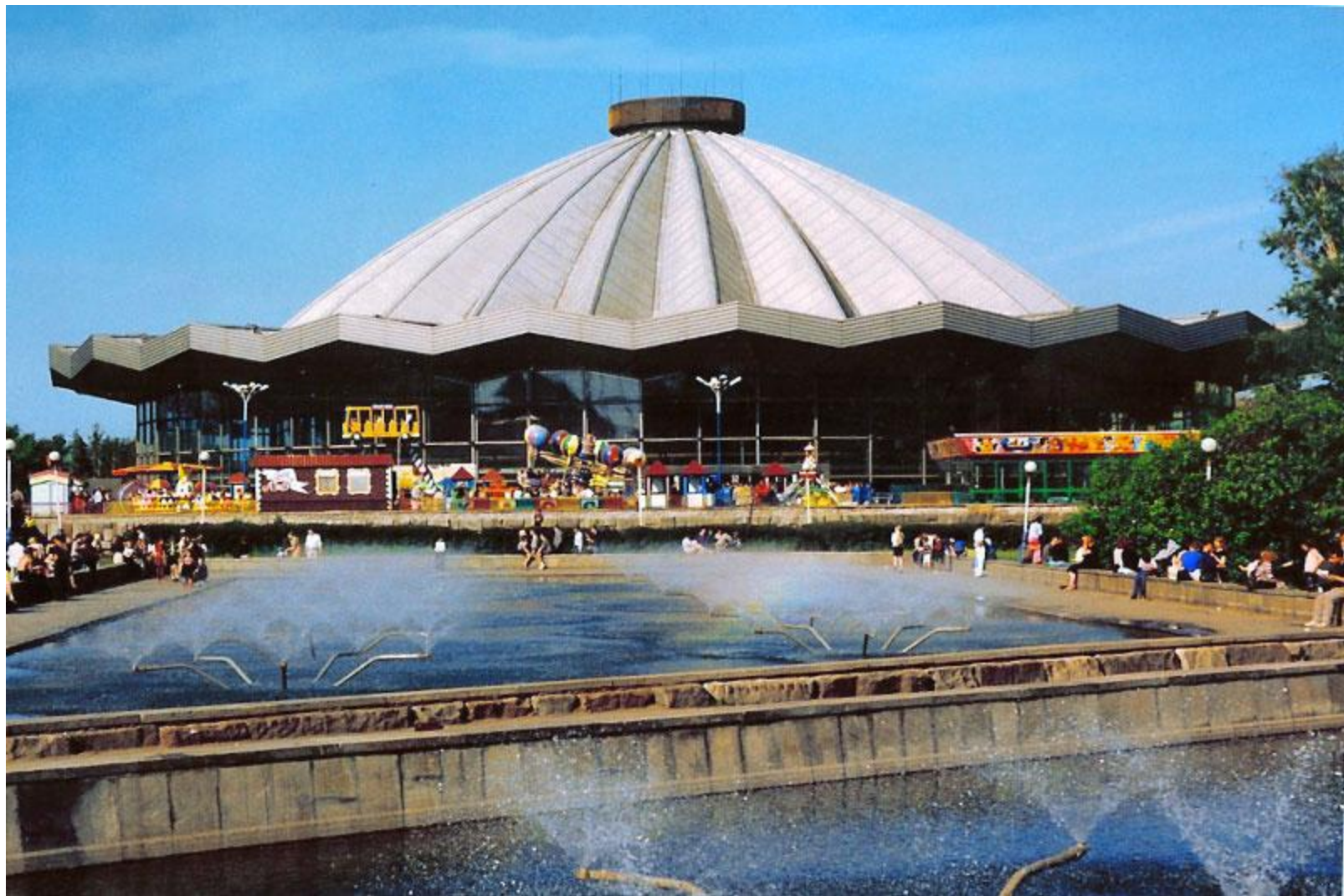


Рынок в Минске, район Комаровка



Здание оперы в Сиднее





Большой Московский цирк

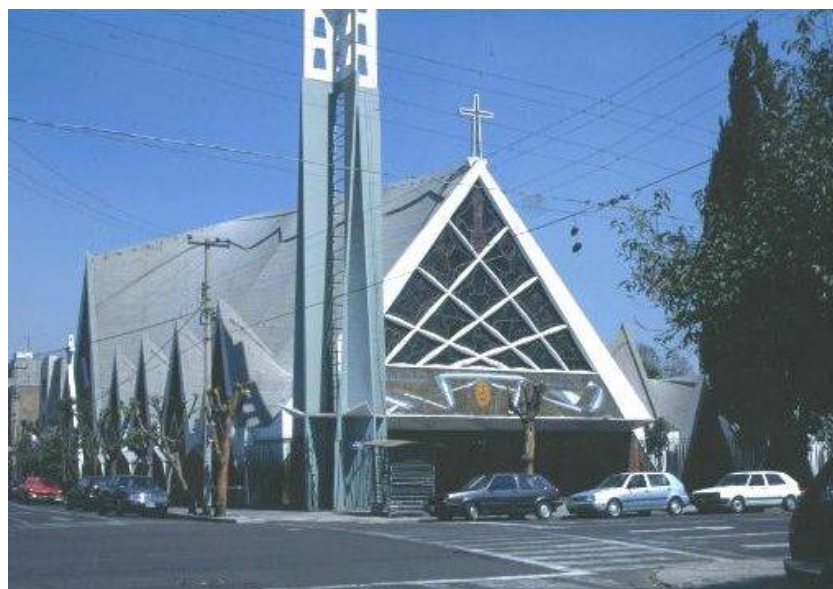
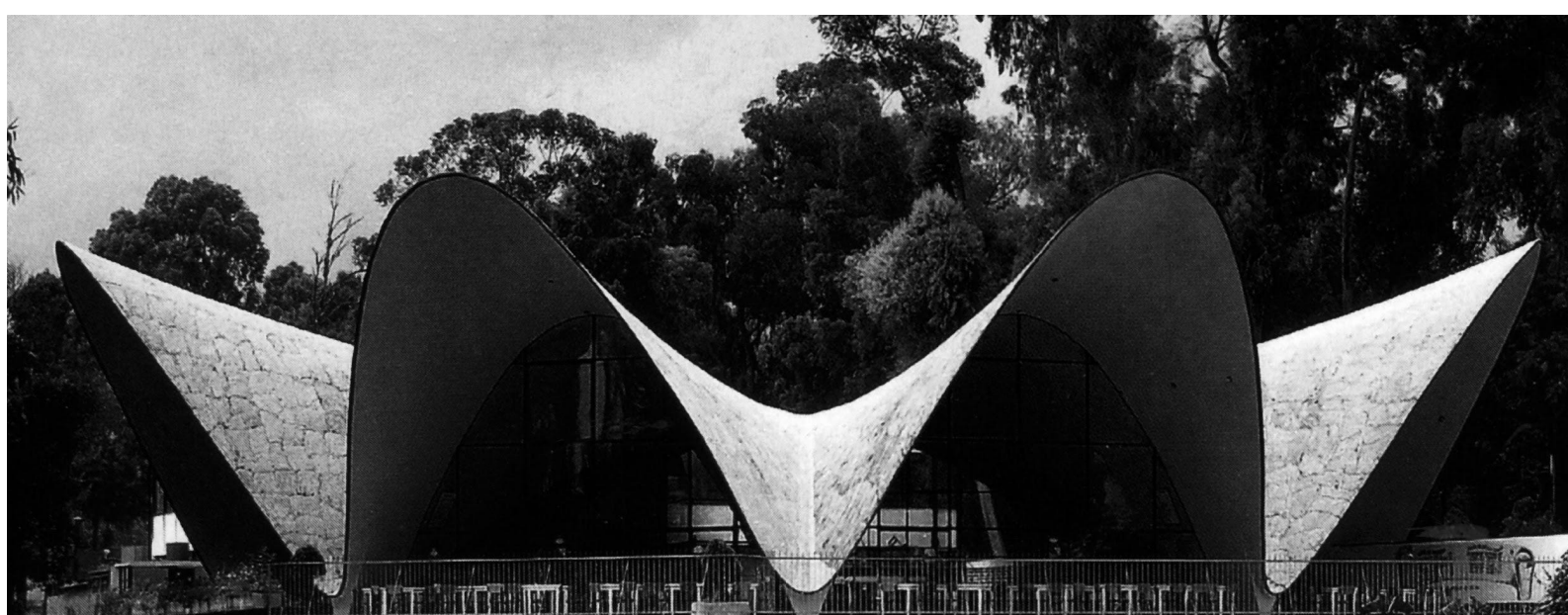


Градирня Ленинградской АЭС





Работы Феликса Канделы



Работы Феликса Канделы



Оперный театр имени королевы Софи.
Сантьяго Калатрава

Нормативные документы по расчету железобетонных оболочек:

1. СП 52-117-2008 Железобетонные пространственные конструкции покрытий и перекрытий. Часть 1. Методы расчета и конструирование
2. Пособие по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий (к СП 52-117-2008)

Учебная литература:

Виноградов Г. Г. Расчет строительных пространственных конструкций. Л.: Стройиздат, 1990. – 264 с.

Методические рекомендации к практическим работам по дисциплине «Проектирование специальных строительных конструкций». ВГУ, 2013 г.

Методы расчета тонкостенных оболочек

1. Аналитические, в том числе
метод коллокаций
вариационный метод Бубнова-Галеркина
2. Метод конечных элементов (реализован в программных комплексах)
3. Приближенный инженерный метод

Аналитические методы построены на уравнениях аналитической геометрии для криволинейных поверхностей.

При аналитическом расчете оболочек применяют

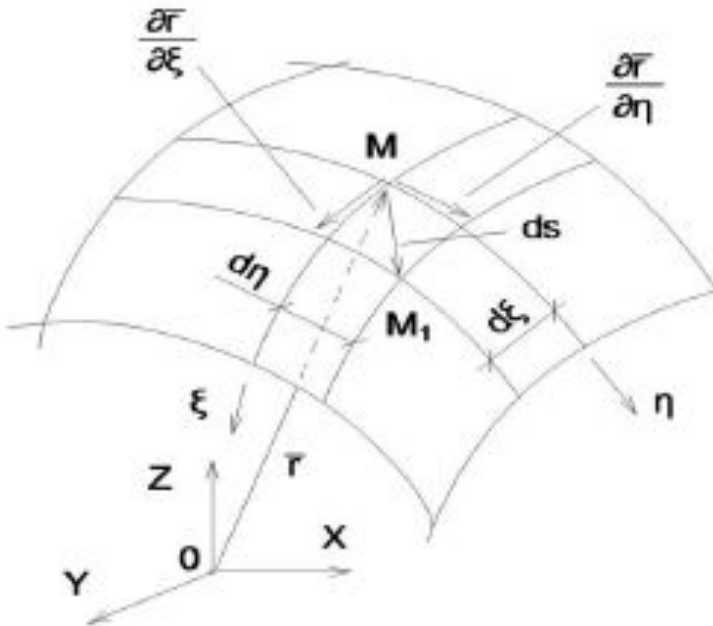
- геометрические уравнения срединной поверхности оболочки, в том числе и геометрические уравнения для деформаций оболочки;
- физические уравнения связей между силами и деформациями,
- граничные условия.

Уравнения геометрии оболочек

Первая квадратичная форма поверхности:

$$ds^2 = Ed\xi^2 + 2F d\xi d\eta + G d\eta^2,$$

$$\text{где } E = \left(\frac{d\bar{r}}{d\xi}\right)^2, \quad F = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \bar{r}}{\partial \eta}, \quad G = \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial \eta}\right)^2$$



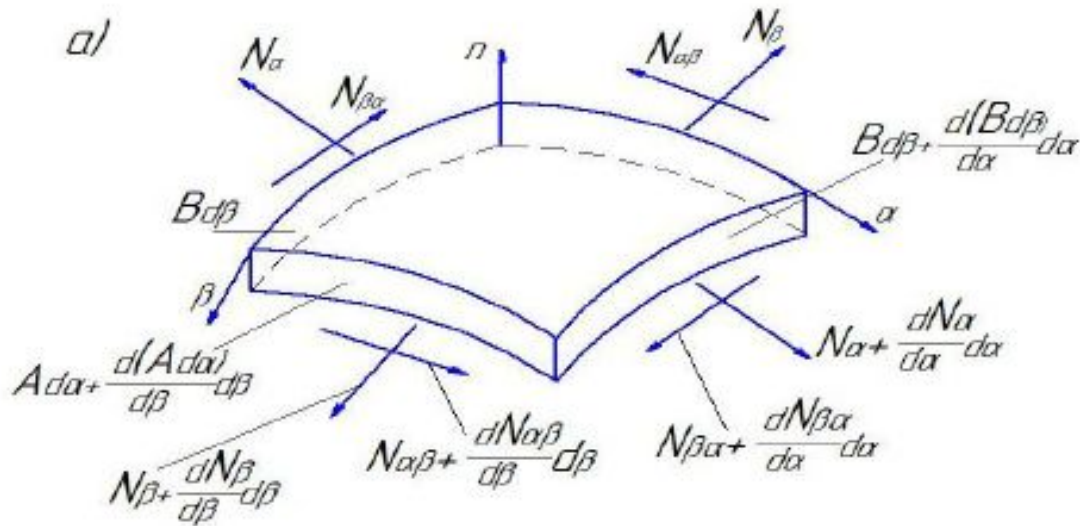
Перемещения и деформации изгиба оболочки:

$$\alpha_1 \equiv \alpha_\alpha = \frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \psi,$$

$$\alpha_2 \equiv \alpha_\beta = \frac{1}{B} \frac{\partial \psi}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} v,$$

$$\chi \equiv \tau = \frac{1}{A} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{1}{AB} \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} v + \frac{\partial B}{\partial \alpha} \psi \right).$$

Уравнения равновесия



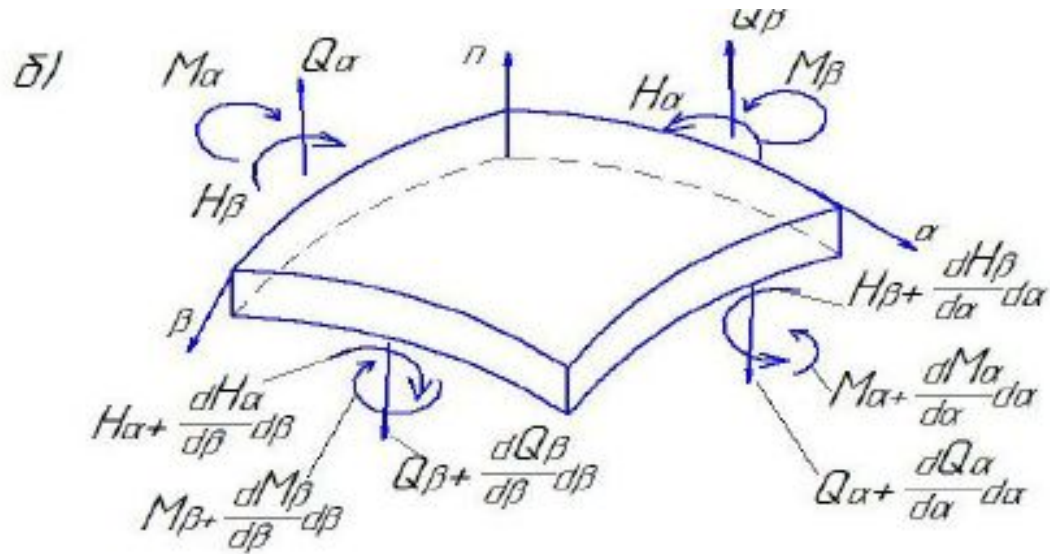
Усилия в срединной поверхности

$$\frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BN_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AN_{\alpha\beta}) + \frac{\partial A}{\partial \beta} N_{\alpha\beta} - \frac{\partial B}{\partial \alpha} N_{\beta} \right\} - K_{\alpha} Q_{\alpha} - K_{\alpha\beta} Q_{\beta} + q_{\alpha} = 0;$$

$$\frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BN_{\alpha\beta}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AN_{\beta}) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} N_{\beta\alpha} - \frac{\partial A}{\partial \beta} N_{\alpha} \right\} - K_{\beta} Q_{\beta} - K_{\alpha\beta} Q_{\alpha} + q_{\beta} = 0;$$

$$\frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BQ_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AQ_{\beta}) \right\} + K_{\alpha} N_{\alpha} + K_{\beta} N_{\beta} + K_{\alpha\beta} N_{\alpha\beta} + K_{\beta\alpha} N_{\beta\alpha} - q_n = 0.$$

Уравнения равновесия



Моментные усилия

$$\frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BM_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AH_{\beta}) + \frac{\partial A}{\partial \beta} H_{\alpha} - \frac{\partial B}{\partial \alpha} M_{\beta} \right\} + Q_{\alpha} = 0;$$

$$\frac{1}{AB} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BH_{\beta}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AM_{\beta}) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} H_{\beta} - \frac{\partial A}{\partial \beta} M_{\alpha} \right\} + Q_{\beta} = 0;$$

$$N_{\alpha\beta} - N_{\beta\alpha} + K_{\alpha}H_{\alpha} - K_{\beta}H_{\beta} + K_{\alpha\beta}M_{\beta} - K_{\alpha\beta}M_{\alpha} = 0.$$

Физические уравнения для оболочек

При расчете оболочки рассматривают как упругие, и на основе обобщенного закона Гука записывают зависимости между силами и деформациями, а также между моментами и кривизнами

$$N_{\alpha} = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\alpha} + \nu\varepsilon_{\beta});$$

$$M_{\alpha} = \frac{EI}{1-\nu^2} (\varkappa_{\alpha} + \nu\varkappa_{\beta});$$

$$N_{\beta} = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\beta} + \nu\varepsilon_{\alpha});$$

$$M_{\beta} = \frac{EI}{1-\nu^2} (\varkappa_{\beta} + \nu\varkappa_{\alpha});$$

$$N_{\alpha\beta} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \omega;$$

$$H = \frac{EI}{1+\nu} \tau.$$

E – модуль упругости материала, ν – коэффициент Пуассона, h – толщина оболочки, ω – угловая деформация в срединной поверхности.

Граничные условия

Оболочки могут опираться в отдельных точках контура, в частности, по углам, или непрерывно по всему контуру.

Граничные условия – это уравнения или неравенства, описывающие условия опирания оболочек, которые могут быть заданы в силах или в деформациях и перемещениях опорных точек.

Граничные условия могут задаваться и в смешанном виде.

Общее количество граничных условий должно быть равно четырем.

Метод коллокаций

Метод коллокаций – проекционный метод решения интегральных и дифференциальных уравнений, в котором приближенное решение определяется из условия удовлетворения уравнению в некоторых заданных точках.

Для оболочек удобнее выбирать функцию напряжений, удовлетворяющую всем граничным условиям, а постоянные параметры – удовлетворяющие условиям равновесия.

Тогда на оболочке выбираются точки, наиболее характерные для очертаний эпюр искомых усилий. Число таких точек равно числу постоянных параметров. Координаты этих точек подставляются в уравнения равновесия поочередно, что дает систему уравнений для определения этих параметров. Функция напряжения дает решение всей задачи. При этом в точках коллокации решение получается точное, а в остальных точках – приближенное.

Такой метод решения отличается относительной простотой и малой трудоемкостью.

Метод конечных элементов

Основная проблема – как проверить достоверность результатов, полученных при расчете в программных комплексах?

На данный момент достоверность результатов определяется в основном достоверностью и степенью обоснованности используемых физических моделей материала и соответствующих определяющих соотношений.

Модель должна реально отображать наиболее характерные свойства материала – физическую нелинейность, неоднородность, способность к образованию трещин и т.п.

Сложность физико-механических явлений при деформировании железобетона является причиной того, что единого подхода к формированию такой модели до сих пор не существует.

Многочисленные предложения в этой области зачастую грешат сложностью и громоздкостью математических преобразований, опираются иногда на не вполне обоснованные гипотезы, не всегда адекватно воспроизводят опытные данные, и самое главное, в большинстве своем носят умозрительный характер, не имеют программной реализации и не подтверждены конечно-элементными расчетами модельных фрагментов и реальных конструкций.

Модель должна учитывать особенности реализации МКЭ в нелинейной постановке; должна отражать, по возможности, наиболее характерные свойства материала; желательно, чтобы количество исходных параметров модели было бы минимальным и они могли бы быть получены из стандартных испытаний контрольных образцов, либо по данным нормативных источников.

Учитывая известную условность при назначении расчетных нагрузок и условий закреплений, неоднородность материалов, точность самого МКЭ, нет необходимости чрезмерно усложнять модель.

Точность ее должна находиться в пределах точности исходных предпосылок. Нельзя допустить, чтобы она была чересчур громоздкой, модель должна иметь очевидный механический смысл, контролируемый и инженерно-обозримый вид.

Рикардс Р. Б. Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек

Клованич С. Ф., Безушко Д. И. Метод конечных элементов в нелинейных расчетах пространственных железобетонных конструкций

Голованов А. И., Корнишин Н.С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек

Тухфатуллин Б. А. Численные методы расчета строительных конструкций. Метод конечных элементов (теория и практика)

Приближенные инженерные методы

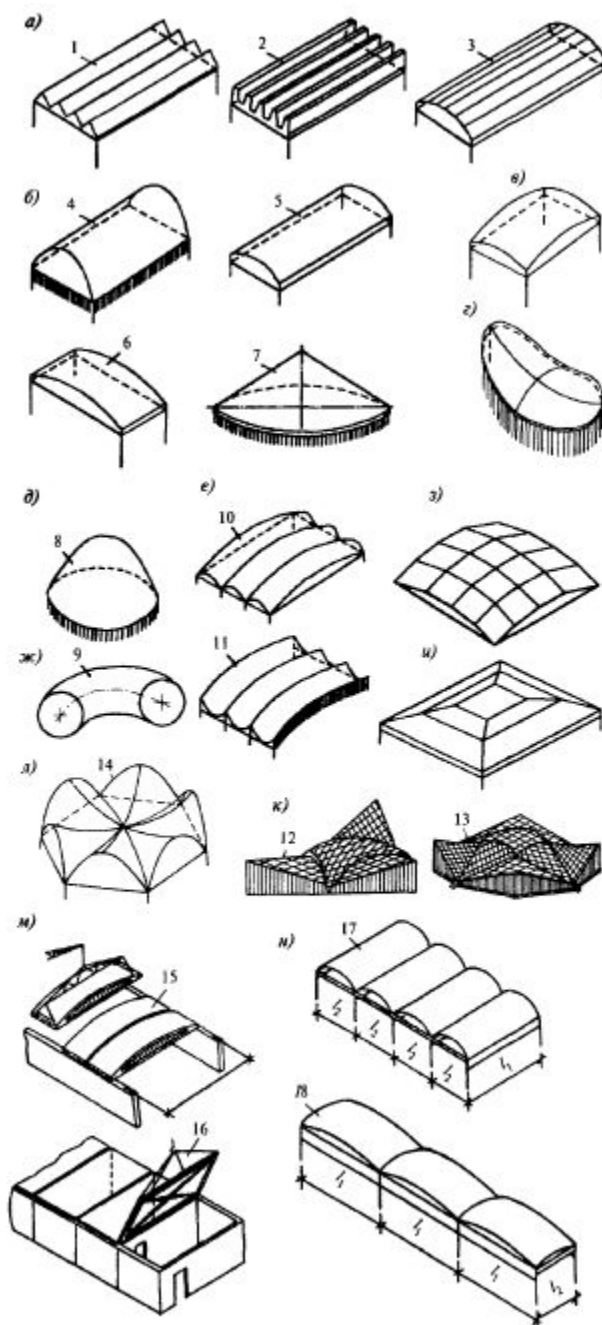
Приближенные инженерные методы (безмоментная теория, полумоментная теория) позволяют выполнять расчет оболочек на прочность, трещиностойкость и устойчивость с достаточной для практических (инженерных) целей точностью доступными методами и без больших трудовых затрат.

В СП 52-117-2008
приводится

общая
классификация
тонких
железобетонных
оболочек,

основные
требования и
методы расчета,

Основные
требования к
применяемым
материалам



а — призматические складки; б — оболочки нулевой гауссовой кривизны; в — оболочки положительной гауссовой кривизны; г — то же, отрицательной; д — оболочки с вертикальной осью вращения; е — оболочки с горизонтальной осью вращения; ж — тороидальные оболочки разнозначной гауссовой кривизны; з — многогранники; и — то же, шатрового типа; к — составные оболочки; л — то же, из гиперболических треугольных сводов; м — панели-оболочки размером на пролет покрытия (КЖС) и испарушенные оболочки размером на ячейку здания; н — неразрезные оболочки; о — балочная складка с треугольным поперечным сечением; 2 — то же, с трапециевидным; 3 — то же, со сводчатым (призматические выпуклые складки); 4 — свод-оболочка; 5 — длинные цилиндрические оболочки; 6 — то же, короткие; 7 — коническая оболочка; 8 — купол; 9 — тороидальная оболочка; 10 — бочарные своды; 11 — гиперболические оболочки; 12 — покрытие с треугольным планом из оболочек положительной и отрицательной гауссовой кривизны; 13 — то же, с полигональным планом; 14 — покрытие из составных гипаров; 15 — панели-оболочки КЖС; 16 — испарушенные плиты-оболочки; 17 — многоволновые оболочки; 18 — многоспалетные оболочки

Определение усилий и деформаций от различных воздействий в конструкциях ... следует производить **методами строительной механики, как правило, с учетом физической и геометрической нелинейности работы конструкции.**

Усилия и деформации в пространственных конструкциях определяют в зависимости от особенностей конструкции ..., принимая во внимание следующие методы расчета и экспериментальных исследований:

расчет **методами теории упругости**, – главным образом техническую теорию оболочек и практические методы расчета тонких оболочек и складок, учитывающие неразрезность конструкции, податливость опор и диафрагм, наличие ребер, отверстий и проемов, а также неравномерные, динамические нагрузки и т.п.;

расчет **методами теории упругопластической теории**, с использованием прикладной теории деформации железобетона путем учета практических гипотез и упрощения упругопластического расчета, вытекающих из особенностей работы железобетона с трещинами;

расчет железобетонных элементов по **нелинейной деформационной модели** с использованием двухлинейной и трехлинейной диаграмм состояния бетона...;

расчет **методами предельного равновесия**, в том числе по деформированной схеме, главным образом... **в предварительных расчетах**, с учетом моделирования и натурных испытаний конструкций до разрушения, позволяющих получить схемы излома и формы разрушения;

экспериментальное исследование НДС натуральных образцов пространственных конструкций на все виды и величины нагрузок...

Для отдельных сложных пространственных конструкций, для которых нет достаточно достоверных методов расчета, предусматривается **обязательное испытание моделей** при проектировании.

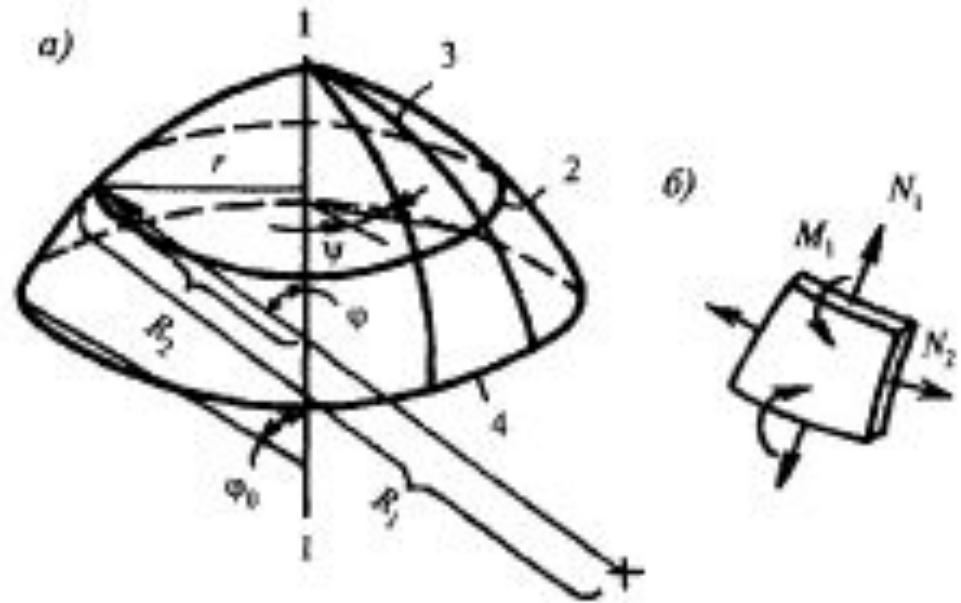
Выбор метода расчета... должен производиться согласно рекомендациям настоящего СП. При использовании ЭВМ возможности программного обеспечения должны удовлетворять условиям рекомендуемого метода расчета.

В СП 52-117-2008 указано, что можно применять любые из п. 4.1.1, но рекомендуется применять более удобные для выполнения бетонирования.

Монолитные тонкостенные конструкции покрытий можно проектировать для **любого очертания поверхности и форм плана, предусмотренных в п. 4.1.1 настоящего СП.** С целью сокращения трудоемкости и стоимости опалубки рекомендуется применять тонкостенные конструкции, удобные для использования многократно оборачиваемой опалубки...

Купола

Купол представляет собой пространственную конструкцию в виде выпуклой оболочки круглого, эллиптического или многоугольного очертания в плане.



а — геометрия; б — схема усилий; 1 — ось вращения; 2 — параллель; 3 — меридиан; 4 — крайовой параллельный круг

Элементами куполов служат, как правило, осесимметричная оболочка вращения и растянутое опорное кольцо. При наличии фонарного проема в вершине купола устраивается сжатое фонарное кольцо, а также проемы и отверстия, расположенные на боковых участках.

Расчет куполов производится по двум предельным состояниям с учетом рекомендаций раздела 4.2 настоящего СП.

При этом определение усилий в элементах куполов допускается производить методами теории упругости, изложенными в пп. 10.6 – 10.9. по найденным усилиям расчет прочности сечений, жесткости и трещиностойкости производится согласно СНиП 52-01 (на данный момент согласно СП 63).

Для некоторых случаев (пп. 10.11 – 10.15) расчет куполов по несущей способности производится методом предельного равновесия.

При проектировании куполов усилия можно определять по безмоментной теории с наложением усилий краевого эффекта. Безмоментное напряженное состояние упругой оболочки с вертикальной осью вращения может быть обеспечено лишь при следующих условиях:

- плавных изменениях толщины стенок купола и радиуса кривизны меридиана, а также при равномерных симметричных нагрузках на оболочку;
- свободных радиальных и угловых перемещениях краев оболочки, при этом меридианальные усилия должны быть направлены по касательной к меридиану.

В этом случае краевые условия оболочки статически определимы. В противном случае НДС купола должно определяться с учетом действия изгибающих моментов

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ КУПОЛА

Стрелу подъема купола не рекомендуется принимать меньше $1/10$ диаметра опорного контура.

Верхний предел стрелы подъема купола, а также диаметр опорного кольца теоретически не ограничивается и зависит от технико-экономической целесообразности, функциональных особенностей здания или сооружения и практических возможностей строительной техники

По конструктивным особенностям различают

купола гладкие (купола-оболочки),

ребристые или ребристо-кольцевые.

Железобетонные купола можно проектировать в виде монолитных, сборно-монолитных или сборных конструкций.

Монолитные купола выполняют гладкими, а сборные – ребристыми.

Ребристые купола могут быть с ребрами меридионального направления, ромбического (по направлениям встречных спиралей) и др.

Ребристо-кольцевые купола имеют ребра кольцевого и меридионального направления или кольцевого и по направлениям встречных спиралей (с треугольными ячейками). В последнем случае могут быть еще и меридиональные ребра (также с ячейками треугольного очертания).

В зависимости от архитектурного решения интерьера или других требований встречаются и иные рисунки ребер куполов.

Разрезку сборного купола на отдельные панели выполняют по-разному, это зависит от принятого рисунка ребер и способа монтажа.

Оболочка купола под действием распределенной поверхностной нагрузки в условиях безмоментного напряженного состояния работает главным образом на сжатие.

Зона действия изгибающих моментов ограничивается областью вблизи опорного кольца.

Опорное кольцо при вертикальной нагрузке работает на растяжение, а фонарное кольцо — на сжатие.

Основные положения расчета куполов по безмоментной теории

При действии на купол осесимметричной вертикальной нагрузки в оболочке исключается кручение, вследствие чего обращается в ноль сдвигающая сила.

В связи с этим в стенке купола действуют только продольные силы — меридиональные $N_1 = \sigma_1 t$ и кольцевые $N_2 = \sigma_2 t$

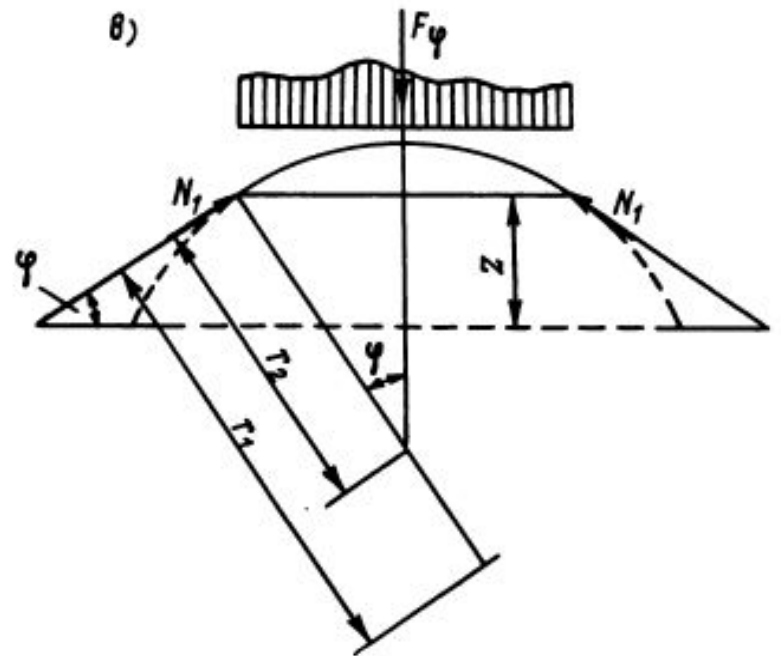
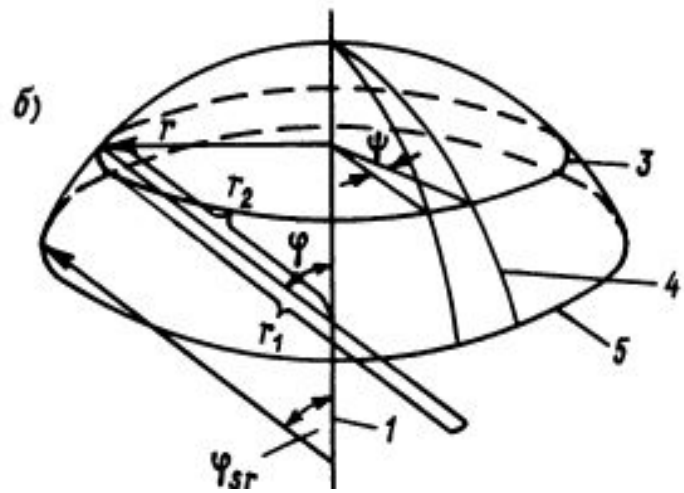
Усилие N_1 на единицу длины меридиана определяется из условия равновесия сегмента, отсеченного от купола конической поверхностью с углом раствора φ .

Для точки с ординатой z введем следующие обозначения:

r_1 — радиус кривизны срединной поверхности оболочки в направлении меридиана;

r_2 — то же, в направлении, нормальном к меридиану.

Радиус r_2 перпендикулярен к касательной в данной точке меридиана.



Радиусы r_1 и r_2 , являющиеся функцией лишь угла φ , полностью определяют поверхность вращения и связаны следующей дифференциальной зависимостью:

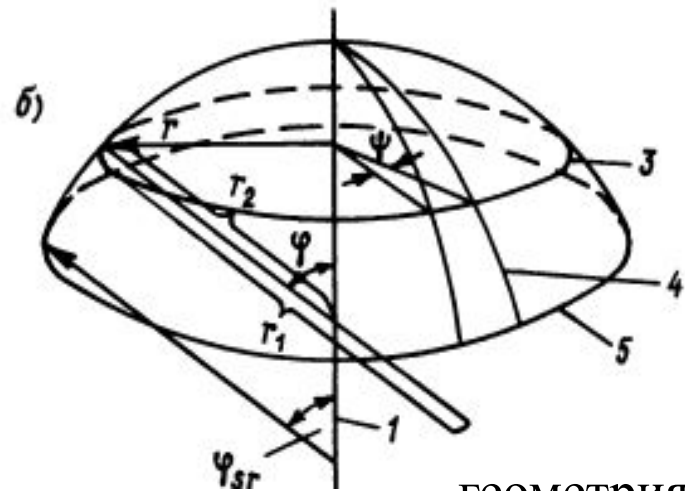
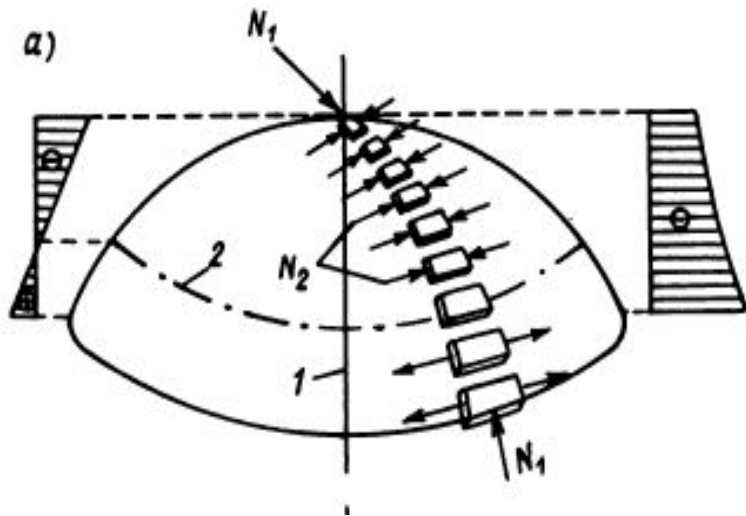
$$\frac{dr_2 \sin \varphi}{d\varphi} = r_1 \cos \varphi.$$

Уравнения равновесия элементарного участка срединной поверхности оболочки купола имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} 2\pi N_1 r_2 \sin^2 \varphi - F_\varphi &= 0; \\ N_1 / r_1 + N_2 / r_2 - F_n &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Первое уравнение представляет собой равенство нулю проекций всех сил на вертикаль. Из него получим меридиональное усилие:

$$N_1 = \frac{F_\varphi}{2\pi r_2 \sin^2 \varphi}.$$



геометрия купола

распределение
усилий N_1 и N_2
(слева - эпюра
усилий N_2 ,
справа -
усилий N_1)

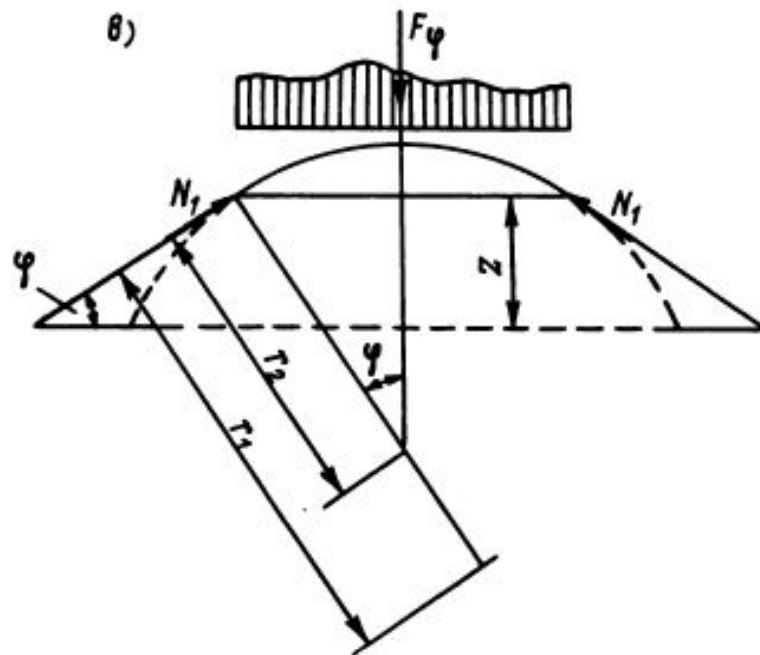


схема уравнивания
отсеченной части купола
погонным усилием N_1 в
текущем широтном
сечении

$$\left. \begin{aligned} 2\pi N_1 r_2 \sin^2 \varphi - F_\varphi &= 0; \\ N_1 / r_1 + N_2 / r_2 - F_n &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Второе уравнение взято из системы дифференциальных уравнений равновесия элемента оболочки, полученных с известными допущениями в безмоментной теории оболочек вращения. Из этого уравнения найдем величину кольцевого усилия:

$$N_2 = r_2 (F_n - N_1 / r_1).$$

В формулах F_φ – вертикальная равнодействующая внешней нагрузки, действующая на часть оболочки, расположенную выше рассматриваемого горизонтального сечения с углом раствора 2φ ;

F_n — нормальная к поверхности купола в рассматриваемом сечении составляющая внешней нагрузки на единицу площади поверхности.

Для сферического купола, воспринимающего только собственную массу g (масса элемента оболочки с площадью срединной поверхности, равной единице), можно определить зависимости для усилий N_1 и N_2 следующим образом:

так как купол сферический, то

$$r_1 = r_2 = r_c, \text{ а } r_2 \sin \varphi = r_c \sin \varphi = r;$$

касательная составляющая собственной массы купола в точке меридиана с углом раствора φ будет

$$g_1 = g \sin \varphi,$$

а нормальная к поверхности купола

$$g_n = -g \cos \varphi.$$

Далее для нахождения усилий N_1 и N_2 воспользуемся формулами

$$N_1 = -\frac{gr_c}{1 + \cos \varphi};$$

$$N_2 = -gr_c \left(\cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right).$$

}

В полюсе купола при $\varphi = 0$ усилия

$$N_1 = N_2 = -gr_c/2.$$

Меридиональные усилия N_1 независимо от угла φ всегда сжимающие.

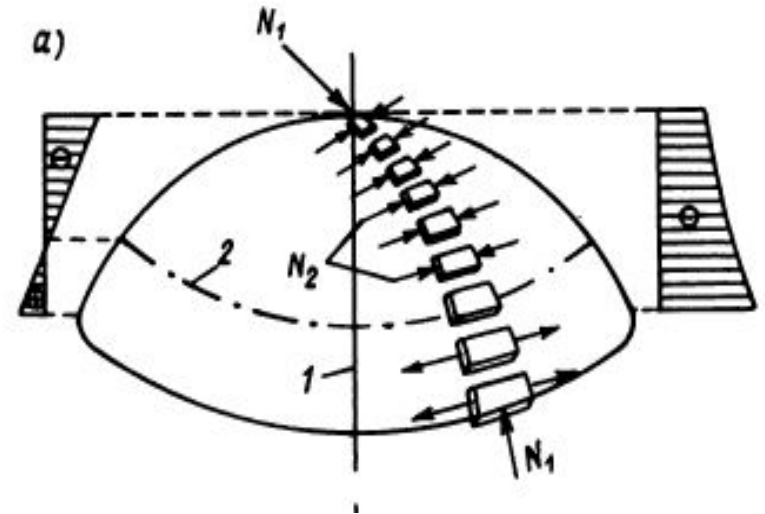
Кольцевая продольная сила N_2 из сжимающей в районе полюса переходит через нулевое значение и становится растягивающей.

Кольцевое сечение с нулевыми значениями усилия N_2 называют швом перехода.

Этот шов соответствует углу φ_0 , определяемому из условия $N_2 = 0$

$$\cos \varphi_0 - 1/(1 + \cos \varphi_0) = 0 \quad \text{или} \quad \cos^2 \varphi_0 + \cos \varphi_0 - 1 = 0,$$

откуда $\varphi_0 = 51^\circ 49'$.



Таким образом, если центральный угол раствора пологого купола меньше $2\varphi_0 = 103^\circ 38'$, то в нем не возникает растяжения в кольцевом направлении; при угле $2\varphi_0$ больше указанного — в кольцевых сечениях, ниже шва перехода, возникают растягивающие кольцевые усилия.

При нагрузке, равномерно распределенной по горизонтальной проекции купола $N_2 = 0$ при $\varphi_0 = 45^\circ$, следовательно полностью сжатый купол может существовать только при условии, $\varphi_0 < 90^\circ$.

Это обстоятельство рекомендуется учитывать при проектировании куполов.

Снеговая симметричная нагрузка на купол при $\varphi \leq 25^\circ$ принимается, согласно СП 20.13330-2011 «Нагрузки и воздействия», в виде равномерно распределенной поверхностной нагрузки постоянной интенсивности.

Для удобства расчетов куполов с любым φ симметричную снеговую нагрузку можно представить изменяющейся по закону

$$s = 1,5s \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

где s – снеговая нагрузка равномерной интенсивности по СП в пределах широты с углом раствора $2\varphi \leq 50^\circ$.

При $2\varphi \geq 120^\circ$ нагрузка обращается в ноль.

Суммарная снеговая нагрузка выше широты с углом $\varphi \leq 60^\circ$ составит

$$\begin{aligned} s_\varphi &= \int_0^\varphi ds = 1,5s_0 2\pi r_c^2 \int_0^\varphi \cos(\varphi + \pi/6) \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \\ &= 3s_0 \pi r_c^2 [0,29(1 - \cos^3 \varphi) - 0,167 \sin^3 \varphi]. \end{aligned}$$

Коэффициент 1,5 принят здесь из условия равенства объемов эпюр снеговой нагрузки, принятой по СП и в данном расчете. Отсюда получим выражение для меридионального усилия от снеговой нагрузки

$$N_1 = \frac{s_\varphi}{2\pi r_c \sin^2 \varphi} = 1,5s_0 r_c \left[\frac{0,29(1 - \cos^3 \varphi)}{\sin^2 \varphi} - 0,167 \sin \varphi \right]$$

Нормальная к поверхности оболочки составляющая снеговой нагрузки

$$s_n = 1,5s_0 \cos(\varphi + \pi/6) \cos^2 \varphi,$$

что позволяет получить выражение для кольцевого усилия от симметричной снеговой нагрузки:

$$N_2 = 1,5s_0 r_c \left[\cos(\varphi + \pi/6) \cos^2 \varphi - \frac{0,29(1 - \cos^3 \varphi)}{\sin^2 \varphi} + 0,167 \sin \varphi \right]$$

Максимальные сжимающие усилия от снеговой симметричной нагрузки, возникающие в полюсе купола, равны:

$$N_1 = N_2 = -0,65s_0 r_c.$$

Для расчета купола на несимметричную снеговую нагрузку будем полагать, что эта схема реализуется за счет переноса 40% снега с одной стороны купольного покрытия на другую.

Несимметричную снеговую нагрузку представим в виде симметричной и обратно симметричной составляющих.

Объем половины обратно симметричной снеговой нагрузки

$$S_{inv/sym} = 1,36s_0r_c^2 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,272r_c^2s_0.$$

Представим эту нагрузку изменяющейся по закону кривой

$$S_{inv/sym} = \eta s_0 \sin 3\varphi \cos \psi,$$

где ψ — центральный угол в горизонтальной плоскости, отсчитывающий долготу меридиана от оси симметрии снеговой нагрузки.

Половина объема этой нагрузки составляет

$$S_{inv/sym} = \eta s_0 r_c^2 \int_{\psi = -\pi/2}^{\psi = \pi/2} \int_{\varphi = 0}^{\varphi = \pi/3} \sin 3\varphi \cos \varphi \sin \varphi \cos \psi d\varphi d\psi = 0,52 \eta s_0 r_c^2.$$

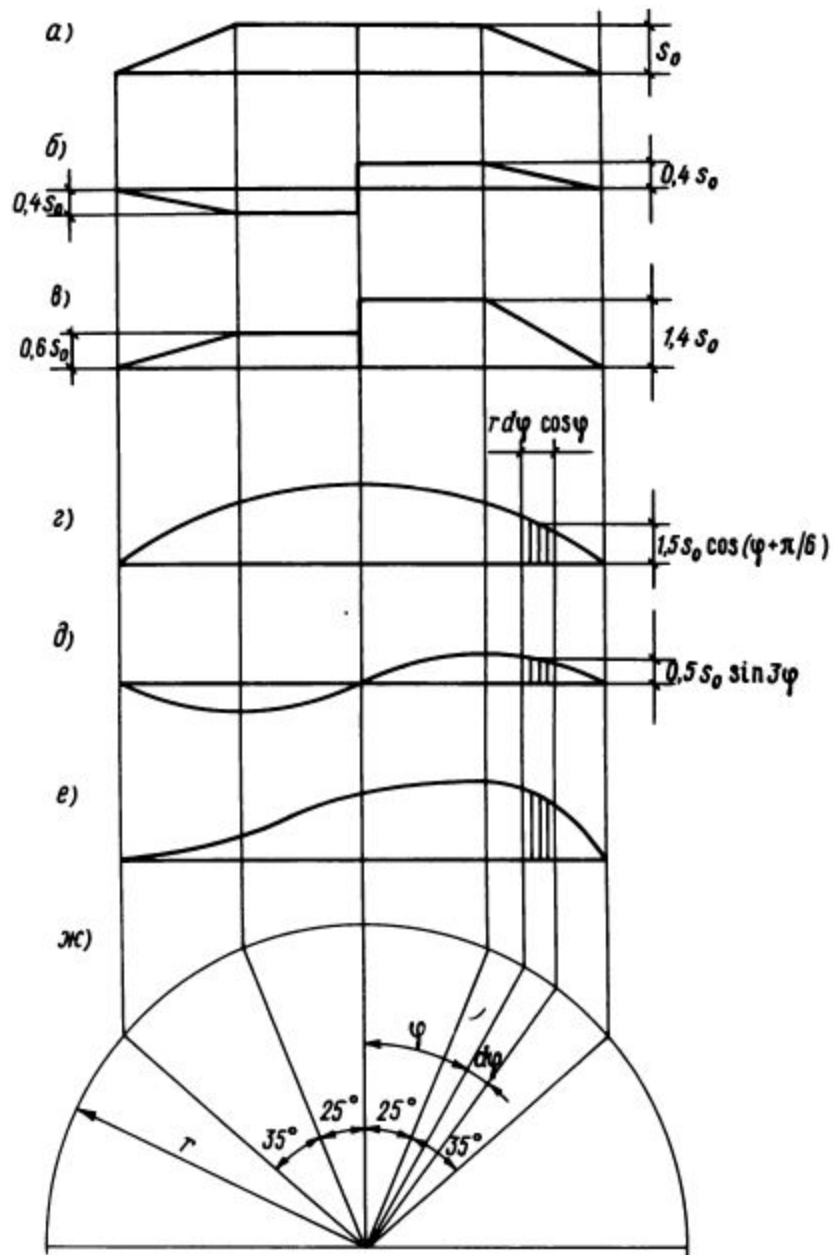
После этого определяется величина коэффициента:

$$\eta = 0,272 r_c^2 s_0 / (0,52 r_c^2 s_0) \approx 0,5.$$

Таким образом, полная несимметричная снеговая нагрузка составит:

$$s_{on} = 1,5 s_0 \cos(\varphi + \pi/6) + 0,5 s_0 \sin 3\varphi \cos \psi.$$

В правой части этого выражения первое слагаемое — симметричная составляющая снеговой нагрузки; второе — обратносимметричная.



а, б, в – нагрузка по СП,
соответственно
симметричная,
обратносимметричная и
суммарная (односторонняя),

д, е – расчетная нагрузка,
соответственно
симметричная,
обратносимметричная и
суммарная односторонняя;

Обратносимметричная нагрузка и соответственно усилия N_1 и N_2 от нее распределяются в горизонтальном сечении купола пропорционально $\cos\psi$).

Чтобы определить усилия N_1 отсечем от купола верхнюю часть широтным сечением с углом раствора 2φ и рассмотрим условия равновесия элементарного сферического сегмента с центральным углом $d\psi$.

Для удобства предположим, что элементарный сегмент расположен на оси симметрии нагрузки. Тогда $\cos\psi = 1$.

Момент от внешней нагрузки относительно полюса купола

$$\begin{aligned}dM &= 0,5s_0r_c^3d\psi \int_0^\varphi \sin 3\varphi \sin^2\varphi \cos\varphi d\varphi = \\ &= 0,5s_0r_c^3[(3/4)\sin^4\varphi - (4/5)\sin^6\varphi]d\psi.\end{aligned}$$

По условиям равновесия

$$\dot{d}M = N_1 r_c^2 \dot{\sin}^3 \varphi d\psi, \text{ откуда } N_1 = 0,5s_0 r_c (0,75 \sin \varphi - 0,8 \sin^3 \varphi) \times \times \cos \psi. \quad (876)$$

Далее вычисляем нормальную к поверхности оболочки составляющую снеговой нагрузки:

$$s_n = 0,5s_0 \dot{\sin} 3\varphi \cos^2 \varphi \cos \psi,$$

Которая дает возможность определить кольцевое усилие N_2 :

$$N_2 = s_n r_c - N_1 = 0,5s_0 r_c (\sin 3\varphi \cos^2 \varphi - 0,75 \sin \varphi + + 0,8 \sin^3 \varphi) \cos \psi.$$

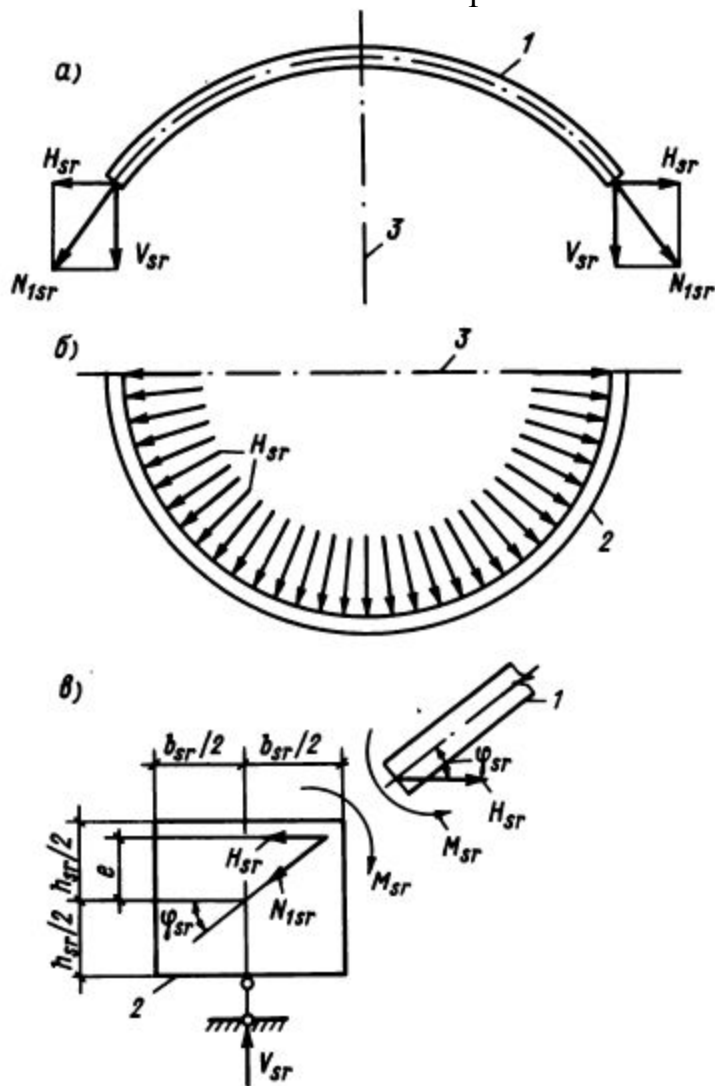
Множитель $\cos \psi$ отражает закон циклических систем. Полные усилия N_1 и N_2 от действия снеговой нагрузки получим, суммируя усилия от симметричной и кососимметричной нагрузок.

В сечениях оболочки с углом $\varphi > 60^\circ$

$$N_1 = -N_2 = 0,218s_0 r_c / \sin^2 \varphi + 0,0422s_0 r_c \cos \psi / \sin^3 \varphi,$$

где первое слагаемое — от симметричного снега, второе — от одностороннего.

При рассмотрении любого купола вращения, работающего и условиях безмоментного напряженного состояния, становится очевидно, что воздействие его на опорный контур характеризуется наличием двух составляющих силы N_1 : вертикальной и горизонтальной



Воздействие оболочки купола на опорное кольцо

а — вертикальный разрез оболочки;

б — план опорного кольца;

в — расчетная схема узла сопряжения опорного кольца и оболочки;

1 — оболочка;

2 — опорное кольцо;

3 — ось симметрии

Горизонтальная составляющая, называемая распором, воспринимается полностью опорным кольцом, которое монолитно связано с оболочкой.

В пологом куполе опорное кольцо обычно попадает выше шва перехода. Поэтому кольцевые усилия в сечении оболочки, непосредственно примыкающем к кольцу, сжимающие, в то время как само опорное кольцо растянуто.

В связи с этим, если не принять никаких мер, в сопряжении появляются меридиональные изгибающие моменты, правда, быстро затухающие с удалением от опорного кольца вдоль меридиана (краевой эффект).

Таким образом, купола, у которых нет шва перехода, не могут работать как безмоментные.

Избежать влияния краевого эффекта в этом случае можно, если создать в опорном кольце предварительное обжатие напрягаемой арматурой.

В принципе можно выбрать такую величину обжатия, при которой обеспечиваются равенство кольцевых усилий опорного кольца и кольцевого волокна оболочки купола.

Следует при этом заметить, что устранение краевого эффекта возможно только для какой-либо одной определенной нагрузки, например для полной или только для постоянной.

При изменении величины нагрузки краевой эффект все же проявляется, но в значительно меньших размерах.

Погонный распор купола H_{sr} определяют как горизонтальную проекцию N_1 :

$$H_{sr} = N_{1, \varphi_{sr}} \cos \varphi_{sr}$$

или

$$H_{sr} = F_{\varphi_{sr}} / (2\pi r_2 \sin \varphi_{sr} \operatorname{tg} \varphi_{sr}),$$

где $F_{\varphi_{sr}}$ — полная вертикальная нагрузка на купол;

φ_{sr} — половина центрального угла дуги оболочки купола в меридиональном направлении.

Распор купола H_{sr} вызывает в поперечных сечениях опорного кольца продольные усилия N_{sr} :

$$N_{sr} = H_{sr} r_2 \sin \varphi_{sr} = F_{\varphi_{sr}} / (2\pi \operatorname{tg} \varphi_{sr}).$$

Продольные усилия N_{1r} , в фонарном кольце незамкнутого купола (которое при вертикальной нагрузке всегда сжато), определяются по формуле

$$N_{1r} = -\frac{F_{1r}}{\operatorname{tg} \varphi_{1r}} r_{1r} = -\frac{F_{1r}}{\operatorname{tg} \varphi_{1r}} r_2 \sin \varphi_{1r} = -F_{1r} r_2 \cos \varphi_{1r},$$

где F_{1r} — распределенная линейная нагрузка на 1 м фонарного кольца;


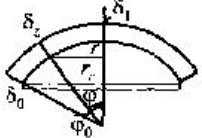
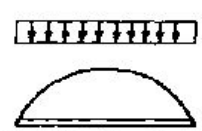
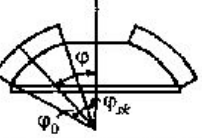
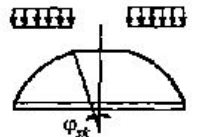
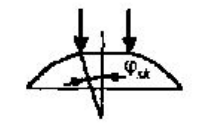
r_{1r} — радиус кольца;

φ_{1r} — половина центрального угла раствора дуги оболочки в меридиональном направлении на уровне фонарного кольца.

В табл 9.3 в СП52-117. приведены формулы для определения значений усилий N_1 , N_2 , N_k и V_φ при некоторых видах осесимметричной нагрузки на сферические купола.

Таблица 9.3

Формулы для определения усилий в оболочке по безмоментной теории

Схема нагружения		N_1	N_2	N_k	V_φ	Примечание
Сферическая замкнутая оболочка						
Нагрузка от собственного веса g , кПа: а) толщина оболочки постоянная		$\frac{r_c g}{1 + \cos \varphi}$	$-r_c g \cos \varphi - N_1$	$r_c^2 g \frac{1 - \cos \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi_0}$	$2\pi r_c^2 g (1 - \cos \varphi)$	При $\varphi = 51^\circ 49'$ $N_2 = 0$
б) толщина оболочки меняется по закону $\delta_z = \delta_1 + (\delta_0 - \delta_1) \frac{\varphi}{\varphi_0}$		$\frac{V_\varphi}{2\pi r \sin \varphi}$	$-r_c \left(g_1 + \frac{g_0 - g_1}{\varphi_0} \varphi \right) \times \cos \varphi - N_1$	$\frac{1}{2\pi} V_{\varphi_0} \operatorname{ctg} \varphi_0$	$2\pi r_c^2 [g_1 (1 - \cos \varphi) + (g_0 - g_1) (1 + \sin \varphi - \cos \varphi) / \varphi_0]$	Вес единицы площади оболочки: в пьете - g_0 ; в ключе - g_1
Равномерно распределенная нагрузка на горизонтальной проекции p , кПа		$-\frac{1}{2} p r_c$	$-\frac{1}{2} p r_c \cos 2\varphi$	$\frac{p r_c^2}{4} \sin 2\varphi_0$	$p \pi r_c^2 \sin^2 \varphi$	При $\varphi_0 = 45^\circ$ $N_2 = 0$
Нагрузка от собственного веса g , кПа (толщина оболочки постоянная)		$-\frac{r_c g}{\sin^2 \varphi} (\cos \varphi_{sk} - \cos \varphi)$	$-r_c g \cos \varphi - N_1$	$r_c^2 \operatorname{ctg} \varphi_0 (\cos \varphi_{sk} - \cos \varphi_0)$	$2\pi r_c^2 g (\cos \varphi_{sk} - \cos \varphi)$	Усилие в фонарном кольце $N_{sk} = 0$
Равномерно распределенная нагрузка на горизонтальной проекции p , кПа		$-\frac{1}{2} p r_c \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi_{sk}}{\sin^2 \varphi} \right)$	$-p r_c \left(\cos^2 \varphi - \frac{1}{2} + \frac{\sin^2 \varphi_{sk}}{2 \sin^2 \varphi} \right)$	$p r_c^2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \times \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi_{sk}}{\sin^2 \varphi_0} \right) / 2$	$p \pi r_c^2 (\sin^2 \varphi - \sin^2 \varphi_{sk})$	$N_{sk} = 0$
Вертикальная распределенная линейная нагрузка на фонарном кольце p_k , кН/м		$-P_k \frac{\sin \varphi_{sk}}{\sin^2 \varphi}$	$P_k \frac{\sin \varphi_{sk}}{\sin^2 \varphi}$	$P_k r_c \sin \varphi_{sk} \operatorname{ctg} \varphi_0$	$2\pi r_c P_k$	$N_{sk} = -P_k r_c \cos \varphi_{sk}$

Определение краевого эффекта и уменьшение его влияния на условия работы оболочки

Из-за разности знаков усилий в опорном кольце и в крайнем волокне пологой оболочки купола, примыкающем к кольцу, в пограничном сечении возникают местные напряжения, так называемый краевой эффект.

Величина усилия краевого эффекта зависит от жесткости опорного кольца, характера взаимного соединения оболочки с кольцом и коэффициента затухания, характеризующего ширину кольца оболочки, на которую распространяется влияние краевого эффекта.

Коэффициент k для гладкой сферической оболочки можно вычислить по формуле:

$$k = \sqrt{r_c/t} \sqrt[4]{3(1-\nu^2)} .$$

При заземляющей опоре (жесткая заделка оболочки в кольце) в месте заделки усилия достигают максимальных значений

$$N_1 = -N'_{sr} \frac{\operatorname{ctg} \varphi_{sr}}{k}; \quad N_2 = -N'_{sr};$$

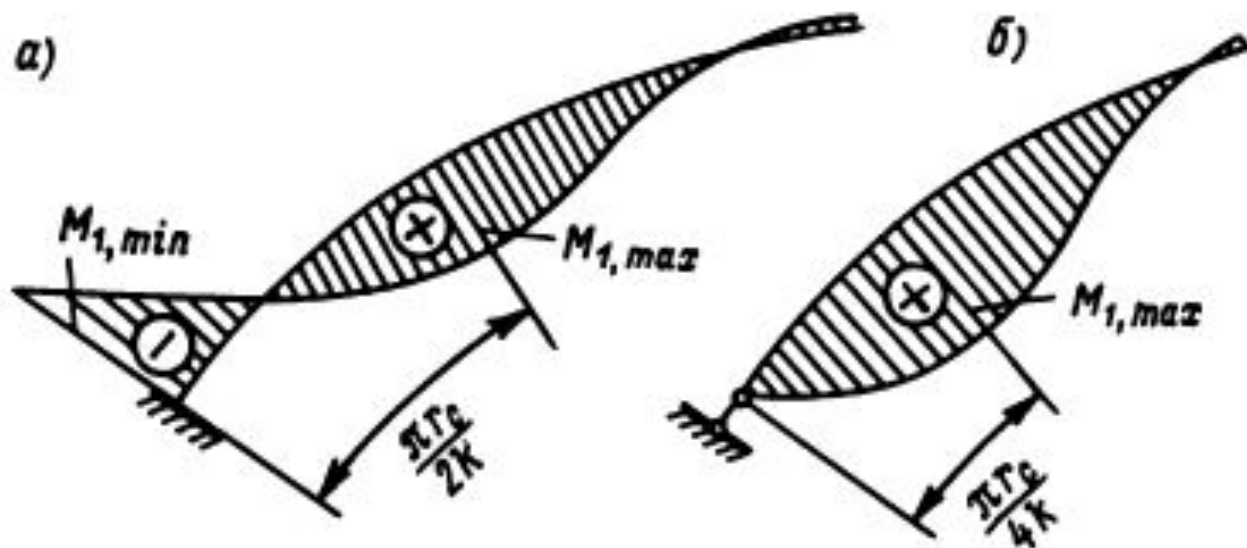
$$M_{1, \min} = -N'_{sr} \frac{r_c}{2k^2};$$

$$M_2 = \nu M_1; \quad Q = \frac{N'_{sr}}{k}$$

В сечении на расстоянии $\pi r_c / 2k$

от края по меридиану находится максимальное значение положительных моментов M_1 :

$$M_{1, \max} = 0,208 M_{1, \min},$$



При шарнирном опирании оболочки на жесткое неподвижное опорное кольцо:

$$N_1 = N'_{sr} \frac{\text{ctg} \varphi_{sr}}{2k};$$

$$M_1 = 0; \quad N_2 = -N'_{sr};$$

$$M_2 = \frac{Et^3 \text{ctg} \varphi_{sr}}{12(1-\nu^2)r_c} \theta; \quad Q = -N'_{sr} / (2k);$$

$$\theta = N'_{sr} k / (Et).$$

где θ — угол поворота касательной к меридиану.

Наибольшее значение M_1 находится в сечении на расстоянии $\pi r_c / (4k)$ от края по меридиану

$$M_{1, \max} = 0,161 N'_{sr} \frac{r_c}{k^2}.$$

Следует отметить, что в практике проектирования куполов невозможно в месте сопряжения обеспечить ни абсолютно жесткую заделку оболочки в опорное кольцо, ни чистый шарнир.

Обычно это соединение бывает конечной жесткости, т. е. упругим, поэтому в зоне действия краевого эффекта рекомендуется подбирать такое сечение арматуры, чтобы оно удовлетворяло и для жесткого, и для шарнирного сопряжений.

Путем предварительного обжатия кольца можно уменьшить влияние краевого эффекта при одновременном удовлетворении условию прочности.

Если обжатие опорного кольца выполнить усилием, полученным от полной расчетной нагрузки на купол, то, например, при отсутствии снега краевой эффект проявится, но величина его усилий будет меньше, а знак их поменяется, и дополнительные кольцевые усилия будут не растягивающие, а сжимающие, что для железобетона благоприятно.

Чтобы уменьшить влияние краевого эффекта, силу обжатия (площадь напрягаемой арматуры) опорного кольца следует назначать такой величины, чтобы она, с учетом потерь, уравнивала растягивающее усилие в опорном кольце от полной вертикальной нагрузки и в примыкающем волокне оболочки, т. е.

$$A_{sp}(\sigma_{sp} - \sigma_{sl}) \geq A_{sr, red}(\sigma_{sr} - \sigma_2)$$

или

$$A_{sp} \geq A_{sr, red} \frac{\sigma_{sr} - \sigma_2}{\sigma_{sp} - \sigma_{sl}} = A_{sr, red} \mu.$$

Как видно отношение разностей напряжений представляет собой не что иное, как коэффициент армирования напрягаемой арматурой опорного кольца:

$$\frac{\sigma_{sr} - \sigma_2}{\sigma_{sp} - \sigma_{sl}} = \mu,$$

$$\sigma_{sr} = N_{sr} / A_{sr, red}; \quad \sigma_2 = N_2 / (tb);$$

σ_{sp} — предварительное напряжение в напрягаемой арматуре до проявления потерь;

$\sigma_{sl} (\Delta\sigma_{sp})$ — суммарные потери в напрягаемой арматуре, определяемые по СП 63.

Предварительное сечение напрягаемой арматуры подбирается из расчета центрально-растянутого сечения опорного кольца на прочность по формуле

$$A_{sp} \geq N_{sr} / R_{sp},$$

затем проверяется по формуле

$$A_{sp} \geq A_{sr, red} \frac{\sigma_{sr} - \sigma_2}{\sigma_{sp} - \sigma_{sl}} = A_{sr, red} \mu.$$

Сечение опорного кольца должно быть также проверено на прочность в момент обжатия до передачи на него усилия от внешней нагрузки и собственной массы купола (предполагается, что на время натяжения кольцевой арматуры купол опирается на монтажные леса или другие приспособления):

$$\sigma_{bp} = A_{sp}\sigma_{sp} / A_{sr,red} \leq 0,5B,$$

где B — класс бетона по прочности на сжатие.