

# Модель Солоу

д.э.н. доцент кафедры ЭТ и П ОмГУ  
Капогузов Е.А.

# Литература по теме:

Лавров Е.И. Капогузов Е.А. «Экономический рост: теории и проблемы» ОмГУ 2006

- Шагас Н.Л. Туманова Е.А. Макроэкономика. Элементы продвинутого похода. М. 2004 г.
- Шагас Н.Л., Туманова Е.А. Макроэкономика—2 Долгосрочный аспект.: Учеб. пособие / МГУ. Экон. фак. — М.: ТЕИС, 1999.— 122 с.
- Гальперин В.М., Гребенников П.И. Леусский А.И., Тарасевич Л.С. Макроэкономика: Учебник/ Общая редакция Л.С. Тарасевича. СПб.: Экономическая школа, 1994, с.400 с.
- Курс экономической теории: Учебное пособие. П/р д.э.н. проф. А.В. Сидоровича; М: «Дело и сервис», 2001. Гл. 30. С. 325-331  
Мэнкью Н.Г. Макроэкономика. М.,1994 гл. 4 с. 141-198.
- Нуреев Р.М. Экономика развития: модели становления рыночной экономики: Учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2001. С. 125-137
- Солоу Р. Перспективы теории роста.//МЭ и МО. 1996. № 8.

# Допущения в модели Солоу

- 1) Рассматривается закрытая экономика без участия государства. При этом считается, что экономика достаточно большая, что экспорт и импорт не имеют существенного значения.
- 2) На рынке товаров идентичные предприятия производят гомогенное благо  $Y(t)$ , причем может производиться как средство производства  $I(t)$  так и как предмет потребления  $C(t)$ . Предприятия преследуют цель максимизации прибыли. Господствует совершенная конкуренция на рынке товаров. Цена блага  $Y(t)$  постоянна и упрощенно принимается за единицу.
- 3) Домохозяйства предлагают свои факторы производства труд  $L(t)$  и капитал  $K(t)$  неэластично по цене. Господствует совершенная конкуренция на рынках факторов производства и цены обоих факторов - реальная ставка оплаты труда  $w(t)$  также как и реальный процент  $r(t)$  – доход фактора капитала, под которым в модели Солоу понимается процент на вложенный капитал, - являются гибкими.

# Допущения в модели Солоу

- 4) Предложение труда растет с экзогенно заданной постоянной ставкой  $n$ . Ставка оплаты труда (доход фактора труда) является постоянной, так что  $n$  одновременно можно представить как темп роста населения.
- 5) Инвестиции  $I(t)$  состоят из чистых инвестиций и амортизационных отчислений. Они, по определению, измеряют брутто-изменение основного капитала  $K(t)$  во времени:
  - $K(t) = I(t) - dK(t)$
  - где  $d$  - экономическая норма амортизации  $> 0$
  - Размер инвестиций в неоклассической модели роста определяется на рынке товаров и капитала, и определяется величиной агрегированных сбережений.
- 6) В любой момент времени сберегается постоянная часть национального дохода. Норма сбережения определяется как:
  - $S(t) = sY(t)$ ,  $s \in [0, 1]$
  - При этом предполагается что  $S=I$

# Допущения в модели Солоу

- 7) Технология производства: Производственные возможности описываются производственной функцией типа Кобба-Дугласа
- $Y(t) = F[K(t), L(t)]$ , где  $F(L), F(K) > 0$
- Производство характеризуется постоянной отдачей от масштаба. Для всех  $I$  действительно, что  $IY = F(IK, IL) = IF(K, L)$ . Тем самым возможно перевести производственную функцию в так называемую «интенсивную форму» с  $l = 1/L$ , которая ставит производительность труда (а также и доход на душу населения) в зависимость от капиталовооруженности (основного капитала на душу населения)
- $y(t) = f[k(t), 1]$
- Напомним ключевые свойства функции Кобба-Дугласа:
- постоянная отдача от масштаба;
- разнонаправленное движение предельных производительностей труд и капитала (если  $MP_L$  растет, то  $MP_K$  сокращается);
- постоянное соотношение доходов факторов производства, т.е. долей капитала и труда ( $w/r$ ).

# Допущения в модели Солоу

- 8) Производственная технология подвержена так называемому «условию Инады», т.е. производство характеризуется убывающей предельной производительностью факторов производства.
- 9) Производство характеризуется постоянной эластичностью замещения:
  - $s = - (K \setminus L) \setminus MRS * MRS \setminus (K \setminus L) = 1$
  - т.е. при однопроцентном повышении соотношения цены одного из факторов получаем однопроцентное замещение его другим фактором.
- 10) Факторы в рамках функционального распределения доходов вознаграждаются в соответствии со стоимостью предельного продукта, которая в условиях совершенной конкуренции на рынках факторов является ценой этих факторов:
  - $F_k = f' [k(t)] = r(t)$  ;
  - $F_L = \partial \{L(t) * f [k(t)]\} / \partial L = f [K(t)] - k(t) f' [k(t)] = w(t)$
  - Выпуск определяется по следующей формуле
  - $Y(t) = r(t)K(t) + w(t)L(t) = p + I$  ,
  - где  $r(t) * K(t)$  – суммарная прибыль, и  $w(t)L(t)$  – суммарная оплата труда

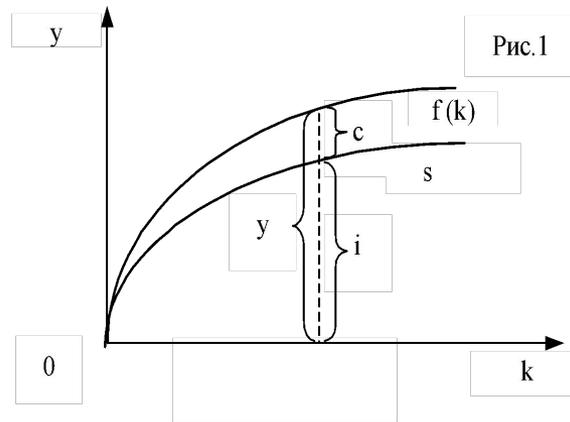
# Характеристика модели Солоу

- Ключевым элементом экономического роста в модели Р.Солоу является накопление капитала. Норма выбытия основного капитала – экономическая норма амортизации  $d$  - □ постоянна и пропорциональна капиталу.
- Совокупный спрос ( $y$ ) является суммой потребительского ( $c$ ) и инвестиционного ( $i$ ) спроса:
- $y = i + c = i + (1-s)y$
- следовательно  $i = sy$ .

# Выход на инвестиции

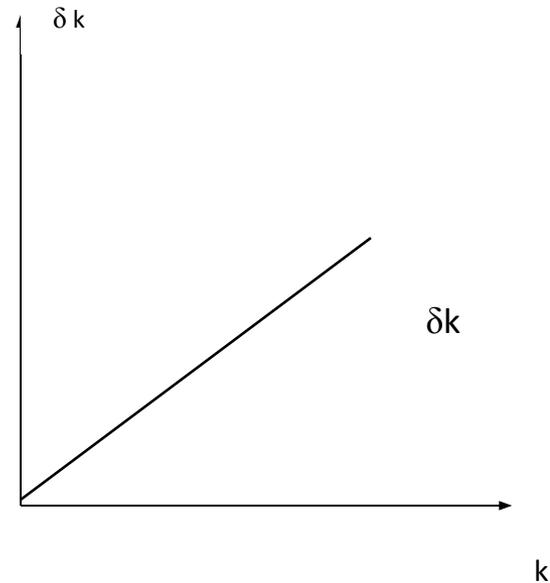
- В условиях равновесия инвестиции равны сбережениям и пропорциональны доходу. А т.к.  $y = f(k)$ .
- То  $i = sf(k)$ .
- Следовательно, чем выше уровень капиталовооруженности  $k$ , тем выше уровень производства  $f(k)$  и больше инвестиции  $i$ . Налицо связь между существующими запасами капитала  $k$  и накоплением нового капитала  $i$

# Связь между существующими запасами капитала $k$ и накоплением нового капитала $i$



# Выбытие капитала

- Пусть ежегодно равномерно выбывает определенная доля капитала  $d$  (норма амортизации). Количество капитала, которое выбывает каждый год, равно  $(dk)$ . Выбывающая ежегодно часть капитала пропорциональна общим его запасам, что можно представить в графической форме
- Уровень запаса капитала, при котором нетто-инвестиции равны экономической норме амортизации, называется устойчивым уровнем капиталовооруженности. Обозначим его как  $k^*$ .

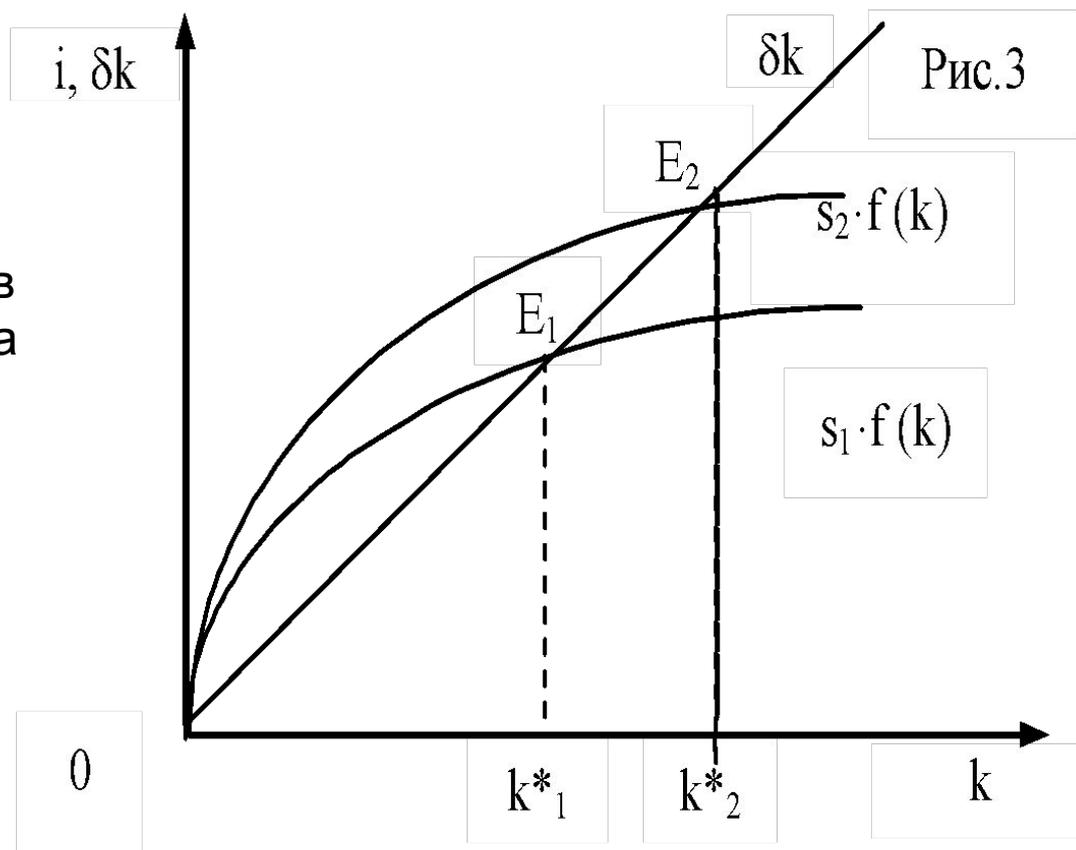


## Устойчивость модели Солоу

Поскольку в условиях равновесия инвестиции равны выбытию  $sf(k) = d \cdot k$ , в случае отклонения от  $k^*$  точка ( $E_1$ ) система придет в состояние динамики (динамическое приспособление к устойчивому состоянию)

Рост нормы сбережений с  $s_1$   $s_2$  сдвинет кривую инвестиций от  $sf_1(k)$  к  $s_2f(k)$

Это приведет в краткосрочном периоде к ускорению экономического роста до новой точки равновесия  $E_2$



# «Устойчивое состояние» (Steady State):

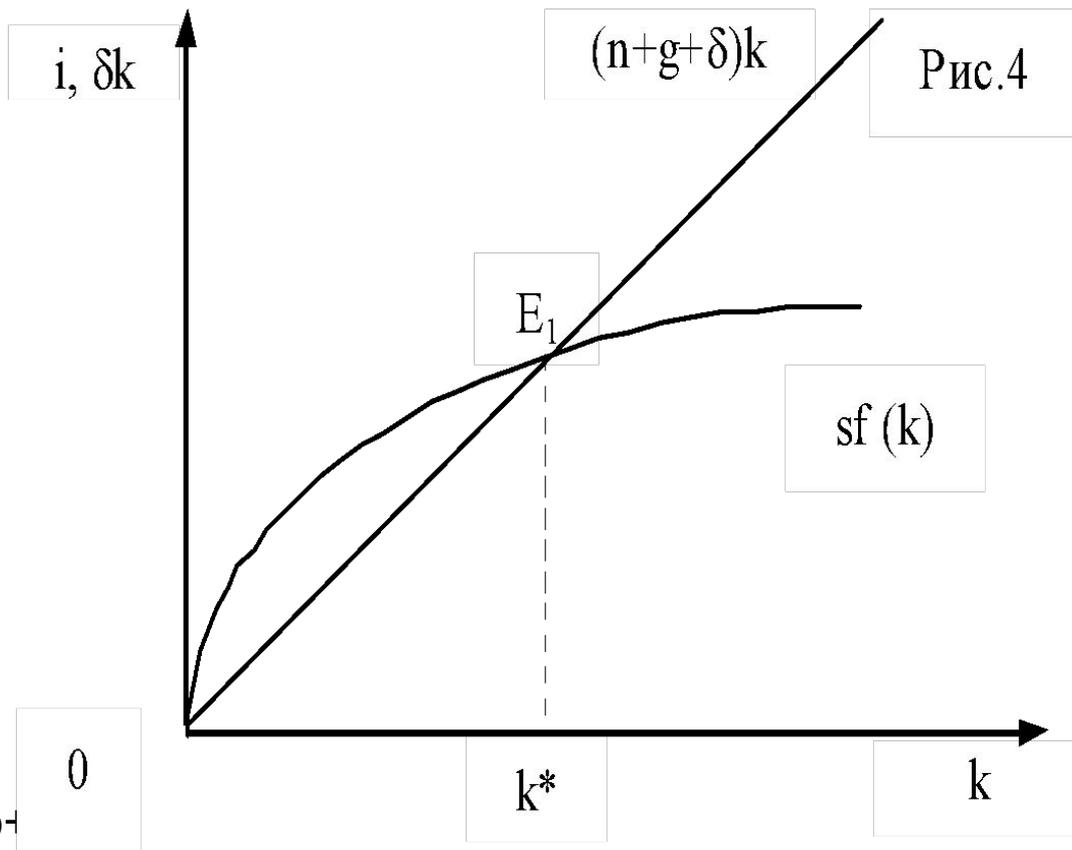
- Долгосрочное равновесие роста определяется как состояние, в котором в каждый момент времени рынки товаров и факторов производства находятся в равновесии и относительные экономические величины постоянны. С точки зрения инвестиций в условиях равновесия инвестиции равны выбытию  $\delta k$  Действует следующее условие:
- $K_{(t)} = Y_{(t)} - C_{(t)} - \delta K_{(t)}$  т.е.  $I_{(t)} = S_{(t)}$
- В Steady State величины на душу населения  $y_{(t)}$ ,  $k_{(t)}$ ,  $c_{(t)}$  постоянны.

# Введение в анализ роста населения и технического прогресса

Рост населения ( $n$ ) снижает  
капиталовооруженность в  
устойчивом состоянии,  
поэтому необходим более  
высокий уровень  $k$

При введении в анализ  
технического прогресса  
устойчивое равновесие  
устанавливается в точке  $E_1$

Изменение величины  
капитала определяется как:  
 $\Delta k = i - k(\delta + n + g) = sf(k) - k(\delta + n + g)$ .



# Вклад факторов производства в экономический рост отдельных стран (1960-1987 г.г.)

Регионы	Рост ВВП	Вклад труда	Вклад капитала	Синергия факторов
Африка	3,3	1,0	2,3	0,0
Восточная Азия	6,8	1,1	3,8	1,9
Латинская Америка	3,6	1,2	2,4	0,0
Всего по 68 странам	4,2	1,0	2,6	0,6

# Экзогенность ТП

- величина ТП экзогенно задана - Солоу-резидиум («остаток Солоу»). Он охватывает ту часть темпа роста национального дохода, которая не может быть объяснена ростом производственных факторов труда и капитала. При определении Солоу-резидиума сначала упрощающе исходят из того, что производственные возможности экономики представлены функцией Кобба-Дугласа. Исходя из этого принимается, что технический прогресс Харрод-нейтрален и возникает вследствие роста эффективности труда  $A$  с постоянным темпом  $g$ .
- $Y = F(K, LA)$ , где  $LA$  – численность эффективных единиц труда.
-

- Общее количество эффективных единиц труда  $LA$  растет с темпом  $n+g$ . С учетом этого уравнение изменения  $K$  во времени примет теперь вид:
- $\Delta k = i - k(\delta + n + g) = s f(k) - k(\delta + n + g)$ .
- или:  $s f(k) = k(\delta + n + g)$
- Если определить  $k_1$  как количество капитала, в расчете на единицу труда с постоянной эффективностью, т.е.  $k_1 = K/LA$  а  $y_1 = Y/LA$ , то рост эффективных единиц труда аналогичен росту числа занятых.