

Нечеткая логика

"Fuzzy Logic"



$C = \{0,04/\text{молоко}; 0,15/\text{творог}; 0,25/\text{сливки}; 0,35/\text{сыр}; 0,40/\text{сметана};$
 $0,78/\text{масло}; 0,98/\text{топленое масло}\}$

$\mu_c(x).$

- ▶ Нечетким множеством C в X называется совокупность пар вида $(x, \mu_C(x))$, где $x \in C$, а $\mu_C(x)$ - функция принадлежности, определенная на интервале $[0, 1]$.

Примеры записи нечеткого множества

Пусть $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $M = [0, 1]$; A - нечеткое множество, для которого $\mu_A(x_1)=0,3$; $\mu_A(x_2)=0$; $\mu_A(x_3)=1$; $\mu_A(x_4)=0,5$; $\mu_A(x_5)=0,9$.

Тогда A можно представить в виде: $A = \{0,3/x_1; 0/x_2; 1/x_3; 0,5/x_4; 0,9/x_5\}$
или

▶ $A = 0,3/x_1 + 0/x_2 + 1/x_3 + 0,5/x_4 + 0,9/x_5,$

▶ $A =$

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,3 | 0 | 1 | 0,5 | 0,9 |

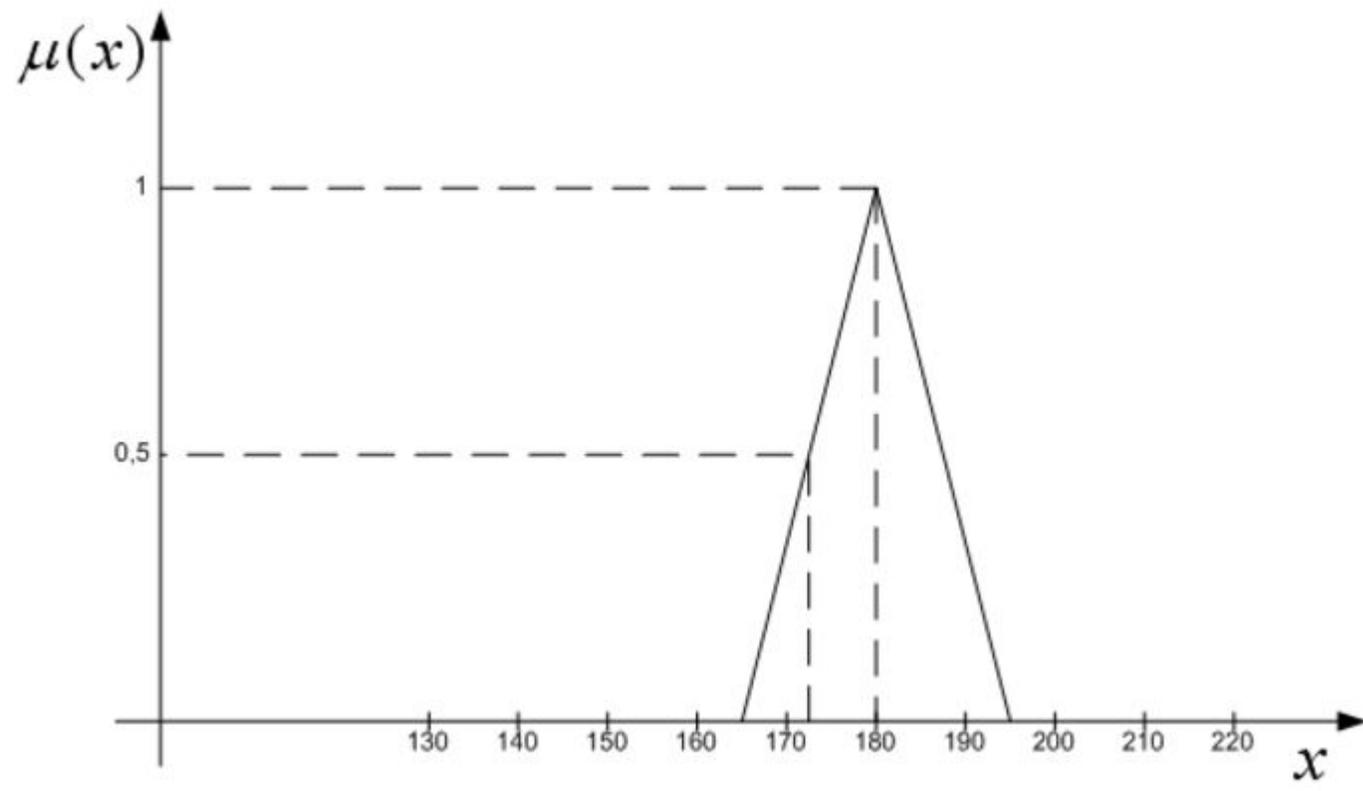
| | | 0 | 1 |
|-------|------------------|---------------|------------|
| x_1 | высота лба | низкий | широкий |
| x_2 | профиль носа | курносый | горбатый |
| x_3 | длина носа | короткий | длинный |
| x_4 | разрез глаз | узкие | широкие |
| x_5 | цвет глаз | светлые | темные |
| x_6 | форма подбородка | остроконечный | квадратный |
| x_7 | толщина губ | тонкие | толстые |
| x_8 | цвет лица | темный | светлый |
| x_9 | очертание лица | овальное | квадратное |

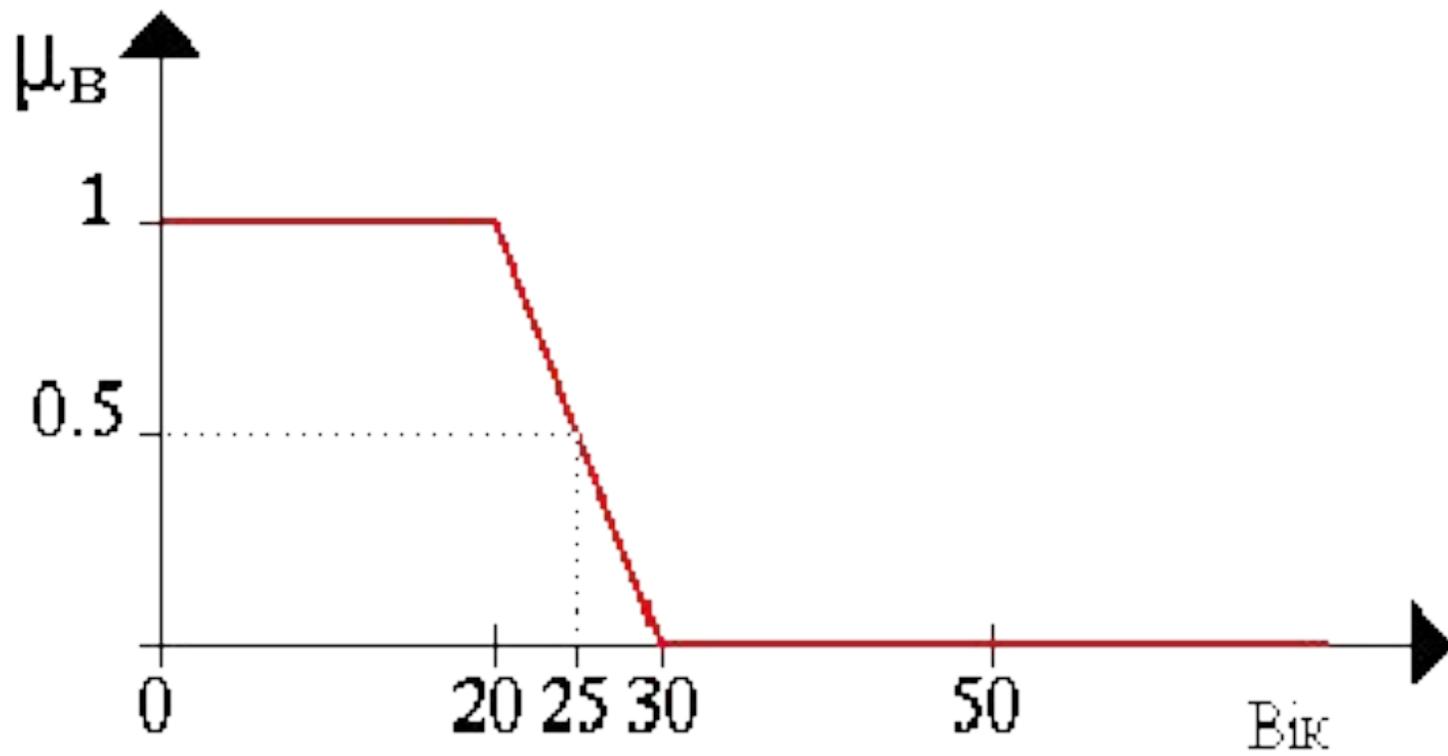
Рассмотрим нечеткое множество A , соответствующее понятию «расход теплоносителя небольшой».

Объект x - расход теплоносителя, $x_0; x_{\max}$ - множество физически возможных значений скорости изменения температуры.

Эксперту предъявляются различные значения расхода теплоносителя x и задается вопрос: с какой степенью уверенности $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ эксперт считает, что данный расход теплоносителя x небольшой.

При $\mu_A(x) = 0$ - эксперт абсолютно уверен, что расход теплоносителя x небольшой. При $\mu_A(x) = 1$ - эксперт абсолютно уверен, что расход теплоносителя x нельзя классифицировать как небольшой.





Примеры нечетких множеств

1. Пусть $E = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$, $M = [0, 1]$. Нечеткое множество "несколько" можно определить таким образом:

$$\text{"несколько"} = 0,5/3 + 0,8/4 + 1/5 + 1/6 + 0,8/7 + 0,5/8;$$

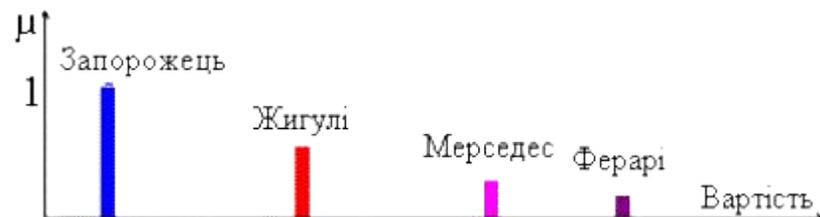
ее характеристики: высота = 1, носитель = $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, точки перехода - $\{3, 8\}$.

2. Пусть $E = \{\text{Запорожец, Жигули, Мерседес, \dots}\}$ - множество марок автомобилей, а $E' = [0, \mu]$ - универсальное множество "стоимость", тогда на E' мы можем определить нечеткие множества типа: "для небогатых", "для среднего класса", "престижные", с функциями принадлежности типа:



Имея эти функции и зная цены автомобилей из E в данный момент времени, определим на E' нечеткие множества с этими же названиями.

Так, например, нечеткое множество "для небогатых", заданное на универсальном множестве $E = \{\text{Запорожец, Жигули, Мерседес, \dots}\}$ выглядит таким образом:



Нечеткая переменная характеризуется тройкой $\langle \alpha, X, A \rangle$, где

α - наименование переменной,

X - универсальное множество (область определения α),

A - нечеткое множество на X , описывающее ограничения (т.е. $\mu_A(x)$) на значения нечеткой переменной α .

Лингвистической переменной называется набор $\langle V, T, X, G, M \rangle$, где

V - наименование лингвистической переменной;

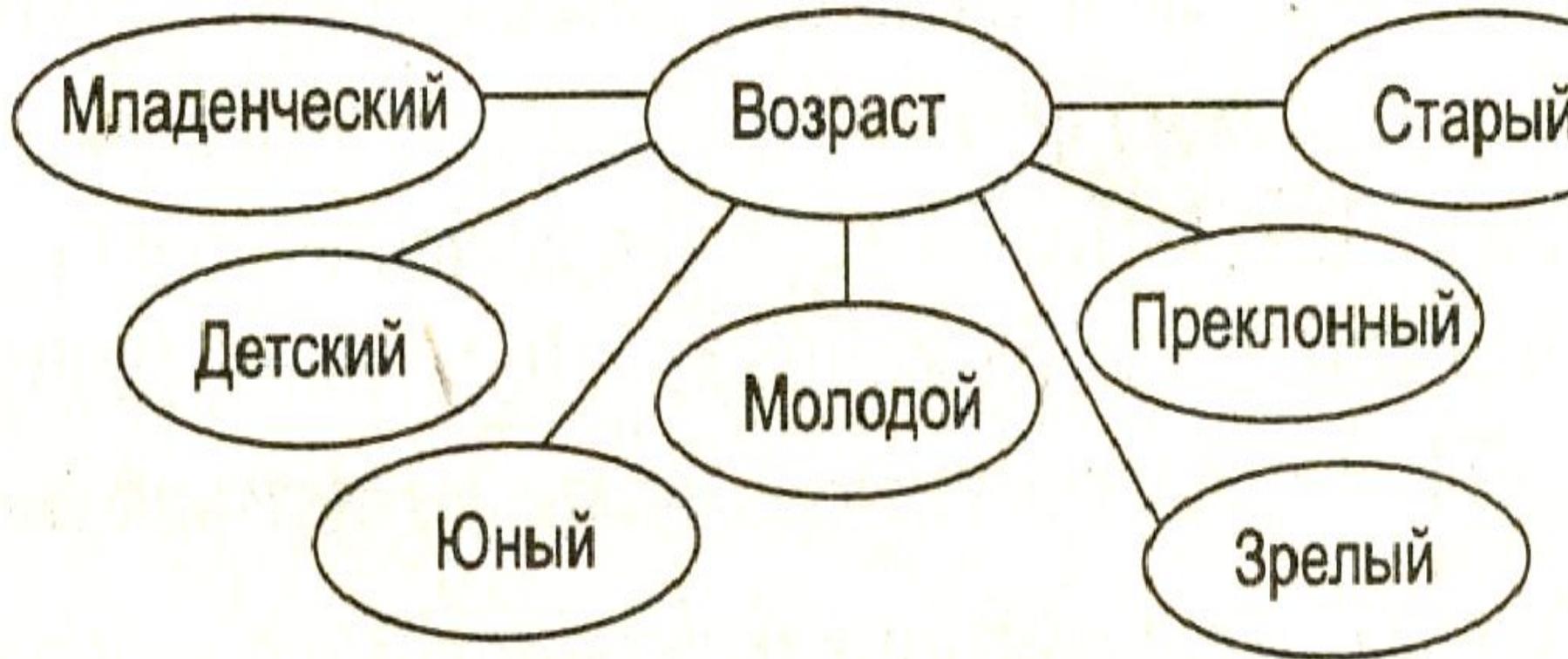
T - множество ее значений (терм-множество), представляющих собой наименования нечетких переменных, областью определения каждой из которых является множество X .

Множество T называется базовым терм-множеством лингвистической переменной;

G - синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества T , в частности, генерировать новые термы (значения). Множество $T \cup G(T)$, где $G(T)$ - множество сгенерированных термов, называется расширенным терм-множеством лингвистической переменной;

M - семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой G , в нечеткую переменную, т.е. сформировать соответствующее нечеткое множество.

Лингвистическая переменная «возраст» и нечеткие множества,
определяющие ее значения



Формирование нечетких множеств

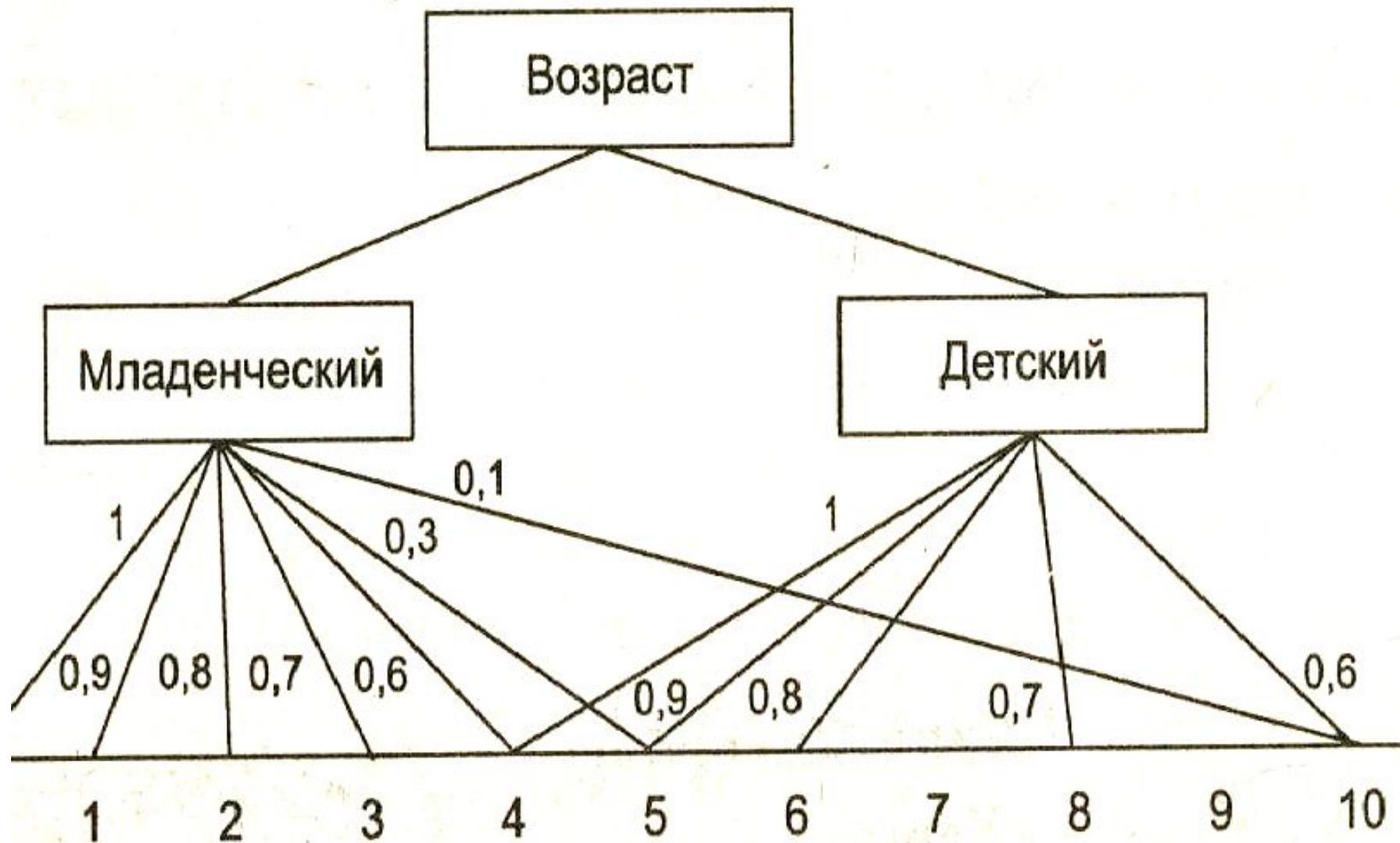
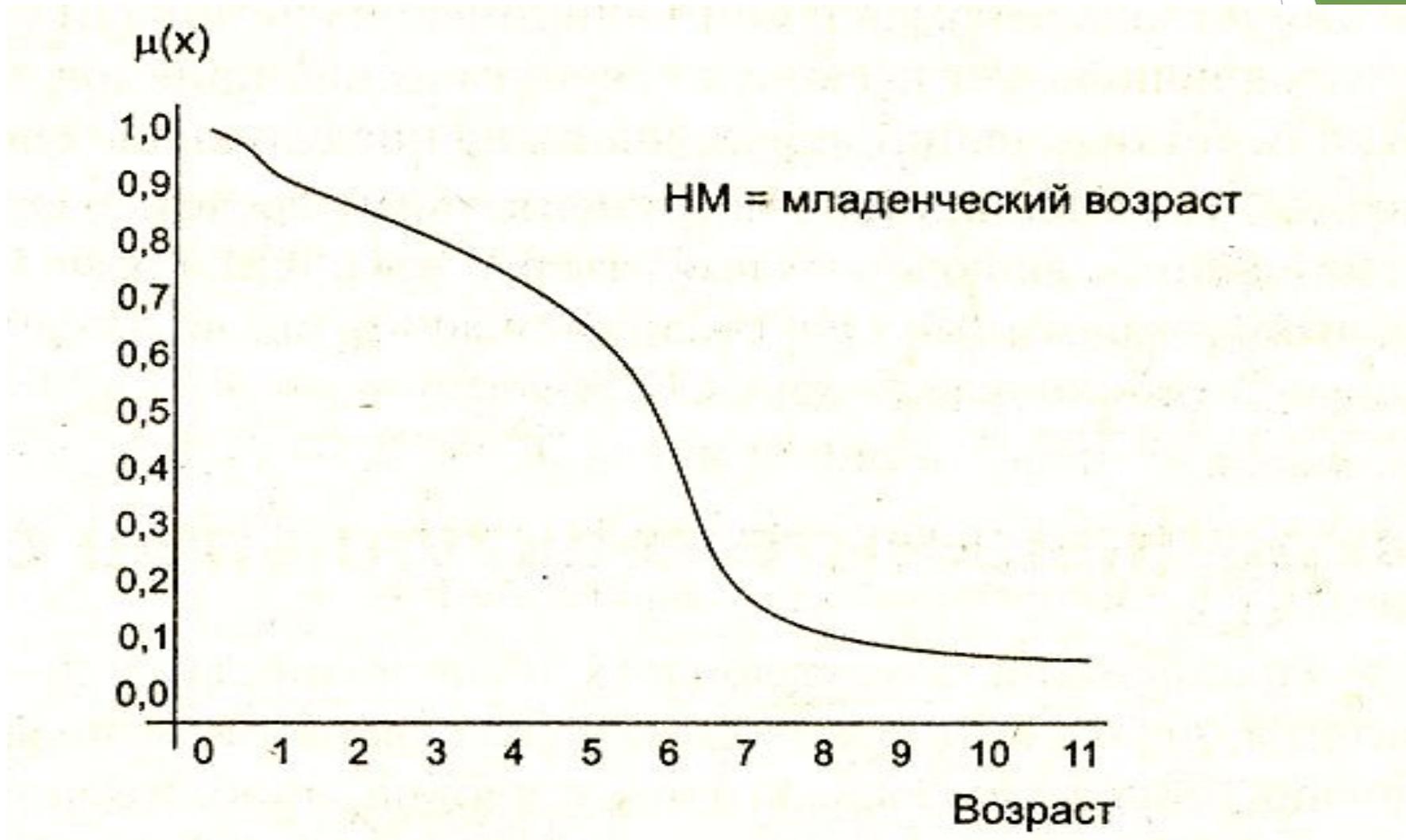


График функции принадлежности нечеткому множеству «младенческий возраст»



Пример: Пусть эксперт определяет толщину выпускаемого изделия с помощью понятий "малая толщина", "средняя толщина" и "большая толщина", при этом минимальная толщина равна 10 мм, а максимальная - 80 мм.

Формализация такого описания может быть проведена с помощью следующей лингвистической переменной $\langle V, T, X, G, M \rangle$, где

V - толщина изделия;

T - {"малая толщина", "средняя толщина", "большая толщина"};

X - [10, 80];

G - процедура образования новых термов с помощью связок "и", "или" и модификаторов типа "очень", "не", "слегка" и др. Например: "малая или средняя толщина", "очень малая толщина" и др.;

M - процедура задания на $X = [10, 80]$ нечетких подмножеств A_1 ="малая толщина", A_2 = "средняя толщина", A_3 ="большая толщина", а также нечетких множеств для термов из $G(T)$ в соответствии с правилами трансляции нечетких связок и модификаторов "и", "или", "не", "очень", "слегка" и др. операции над нечеткими множествами вида: $A \subset B$, $A \dot{\cup} B$, $\text{CON } A = A^2$, $\text{DIL } A = A^{0,5}$ и др.

Дистанция

| | | Очень близко | Близко | Средне | Далеко |
|-------------|--------|--------------|-------------|--------|--------|
| Направление | Правый | Резко влево | Резко влево | влево | прямо |
| | Прямой | Резко влево | влево | влево | прямо |
| | Левый | Резко вправо | влево | вправо | прямо |

Преимущества нечетких систем

- ▶ возможность оперировать нечеткими входными данными: например, непрерывно изменяющиеся во времени значения (динамические задачи), значения, которые невозможно задать однозначно (результаты статистических опросов, рекламные компании и т.д.);
- ▶ возможность нечеткой формализации критериев оценки и сравнения: оперирование критериями "большинство", "возможно", "преимущественно" и т.д.;
- ▶ возможность проведения качественных оценок как входных данных, так и выходных результатов: вы оперируете не только значениями данных, но и их степенью достоверности (не путать с вероятностью!) и ее распределением;
- ▶ возможность проведения быстрого моделирования сложных динамических систем и их сравнительный анализ с заданной степенью точности: оперируя принципами поведения системы, описанными fuzzy-методами, вы во-первых, не тратите много времени на выяснение точных значений переменных и составление описывающих уравнений, во-вторых, можете оценить разные варианты выходных значений.

Применение нечетких систем

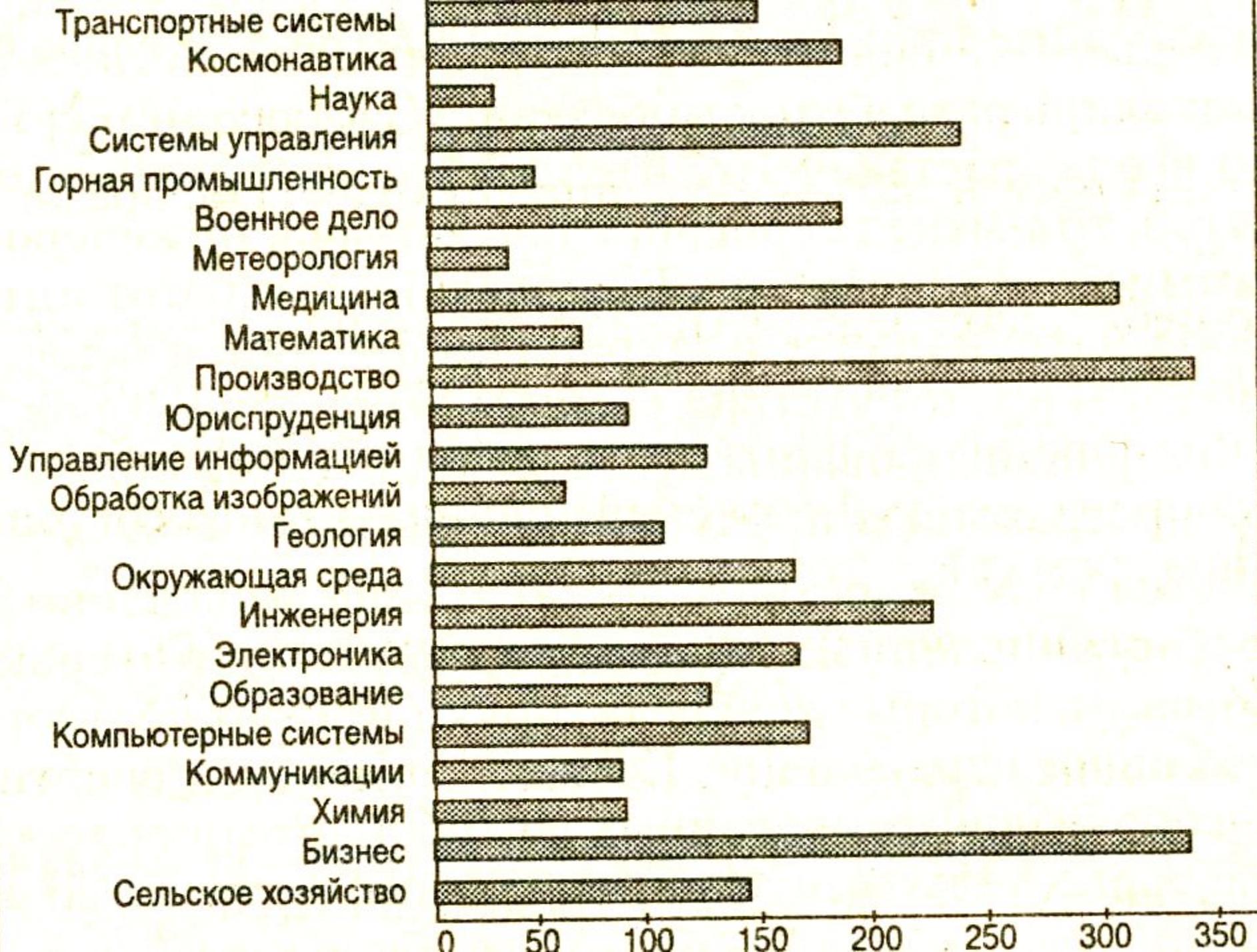
- ▶ CubiCalc 2.0 RTC - одна из мощных коммерческих экспертных систем на основе нечеткой логики, позволяющая создавать собственные прикладные экспертные системы ;
- ▶ CubiQuick - дешевая "университетская" версия пакета CubiCalc ;
- ▶ RuleMaker - программа автоматического извлечения нечетких правил из входных данных ;
- ▶ FuziCalc - электронная таблица с нечеткими полями, позволяющая делать быстрые оценки при неточных данных без накопления погрешности;
- ▶ OWL - пакет, содержащий исходные тексты всех известных видов нейронных сетей, нечеткой ассоциативной памяти и т.д.

Использование нечеткого управления рекомендуется...

- ▶ для очень сложных процессов, когда не существует простой математической модели
- ▶ для нелинейных процессов высоких порядков
- ▶ если должна производиться обработка (лингвистически сформулированных) экспертных знаний

Использование нечеткого управления не рекомендуется, если...

- ▶ приемлемый результат может быть получен с помощью общей теории управления
- ▶ уже существует формализованная и адекватная математическая модель
- ▶ проблема не разрешима



- ▶ Фотоаппараты и видеокамеры используют нечеткую логику, чтобы реализовать опыт фотографа в управлении этими устройствами. Например, компании Fisher и Sanyo производят нечеткие логические видеокамеры, в которых применяется нечеткая фокусировка и стабилизация изображения.
- ▶ Компания Matsushita выпускает стиральную машину, в которой используются датчики и микропроцессоры с нечеткими алгоритмами управления. Датчики определяют цвет и вид одежды, степень загрязнения, а нечеткий микропроцессор выбирает наиболее подходящую программу стирки из 600 доступных комбинаций температуры воды, количества стирального порошка и времени стирки.
- ▶ Компания Mitsubishi выпустила первый в мире автомобиль, где управление каждой системой основано на нечеткой логике. Эта же компания производит «нечеткий» кондиционер, который управляет изменением температуры и влажности в помещении согласно человеческому восприятию степени комфорта.
- ▶ Компания Nissan разработала «нечеткую» автоматическую трансмиссию и «нечеткую» противоскользкую тормозную систему и реализовала их в одном из своих автомобилей повышенной комфортности.

- ▶ Японский город Сендай имеет метрополитен с 16 станциями, который управляется нечетким компьютером. При этом нечеткий компьютер регулирует процессы ускорения и торможения поездов метро, делая на 70 % меньше ошибок, чем соответствующий человек-оператор.
- ▶ На фондовом рынке Токио используется несколько трейдерных систем, основанных на нечеткой логике, которые превосходят по скоростным и динамическим характеристикам традиционные информационные системы.
- ▶ В Японии имеются также «нечеткие» системы управления уличным движением, «нечеткие» тостеры, «нечеткие» рисовые печи, «нечеткие» пылесосы и многие другие бытовые технические устройства.

- ▶ Автоматическое управление воротами плотины на гидроэлектростанциях
(*Tokio Electric Pow.*)
- ▶ Упрощенное управление роботами
(*Hirota, Fuji Electric, Toshiba, Omron*)
- ▶ Наведение телекамер при трансляции спортивных событий
(*Omron*)
- ▶ Замена экспертов при анализе работы биржи
(*Yamaichi, Hitachi*)
- ▶ Предотвращение нежелательных температурных флуктуаций в системах кондиционирования воздуха
(*Mitsubishi, Sharp*)
- ▶ Эффективное и стабильное управление автомобильными двигателями
(*Nissan*)
- ▶ Управление экономичной скоростью автомобилей
(*Nissan, Subaru*)

- ▶ Улучшение эффективности и оптимизация **промышленных систем управления**
(*Apronix, Omron, Meiden, Sha, Micom, Mitsubishi, Nisshin-Denki, Oku-Electronics*)
- ▶ Позиционирование приводов в **производстве полупроводников wafer-steppers**
(*Canon*)
- ▶ Оптимизированное планирование **автобусных расписаний**
(*Toshiba, Nippon-System, Keihan-Express*)
- ▶ Системы архивации **документов**
(*Mitsubishi Elec.*)
- ▶ Системы прогнозирования **землетрясений**
(*Inst. of Seismology Bureau of Metrology, Japan*)
- ▶ **Медицина: диагностика рака**
(*Kawasaki Medical School*)
- ▶ Сочетание методов нечеткой логики и **нейронных сетей**
(*Matsushita*)
- ▶ Распознавание рукописных символов в **карманных компьютерах (записных книжках)**
(*Sony*)

- ▶ Распознавание движения изображения в видеокамерах
(*Canon, Minolta*)
- ▶ Автоматическое управление двигателем пылесосов с автоматическим определением типа поверхности и степени засоренности
(*Matsushita*)
- ▶ Управление освещенностью в камкодерах
(*Sanyo*)
- ▶ Компенсация вибраций в камкодерах
(*Matsushita*)
- ▶ Однокнопочное управление стиральными машинами
(*Matsushita, Hitachi*)
- ▶ Распознавание рукописных текстов, объектов, голоса
(*CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh*)
- ▶ Вспомогательные средства полета вертолетов
(*Sugeno*)
- ▶ Моделирование судебных процессов
(*Meihi Gakuin Univ, Nagoy Univ.*)

- ▶ **САПР** производственных процессов
(*Apronix, Harima, Ishikawajima-OC Engeneering*)
- ▶ Управление скоростью линий и температурой при **производстве стали**
(*Kawasaki Steel, New-Nippon Steel, NKK*)
- ▶ Управление **метрополитенами** для повышения удобства вождения, точности остановки и экономии энергии
(*Hitachi*)
- ▶ Оптимизация потребления бензина в **автомобилях**
(*NOK, Nippon Denki Tools*)
- ▶ Повышение чувствительности и эффективности **управления лифтами**
(*Fujitec, Hitachi, Toshiba*)
- ▶ Повышение безопасности **ядерных реакторов**
(*Hitachi, Bernard, Nuclear Fuel div.*)

Основные характеристики нечетких множеств

Пусть $M = [0, 1]$ и A - нечеткое множество с элементами из универсального множества E и множеством принадлежностей M .

Величина $\mu_A(x)$ называется *высотой* нечеткого множества A . Нечеткое множество A *нормально*, если его высота равна 1, т.е. верхняя граница его функции принадлежности равна 1 ($\mu_A(x)=1$). При $\mu_A(x) < 1$ нечеткое множество называется *субнормальным*.

Нечеткое множество *пусто*, если $\mu_A(x)=0$.

Нечеткое множество *унимодално*, если $\mu_A(x)=1$ только на одном x из E .

Элементы $x \in E$, для которых $\mu_A(x)=0,5$ называются *точками перехода* множества A .

1. Объединением нечетких множеств A и B называется нечеткое множество C с функцией принадлежности вида

$$\mu_C(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X$$

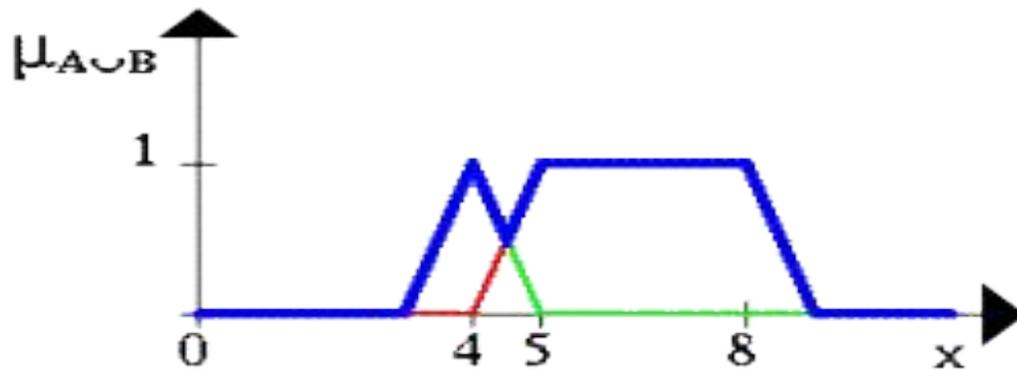
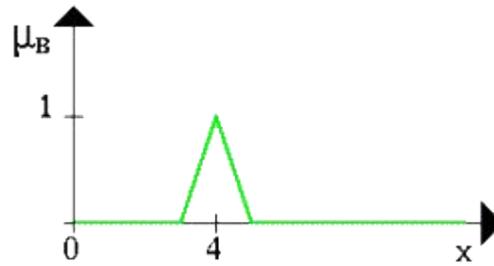
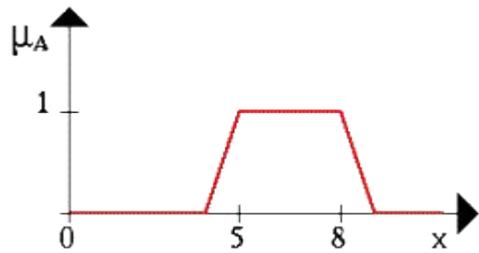
Объединение соответствует логической связке «ИЛИ»

Обозначается символом \cup

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$

$$\tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 1), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\}$$

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 1), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$



Нечеткое множество
*«**между 5 и 8 ИЛИ (OR) около 4**»*
показано здесь

4. Пересечение

Пересечением нечетких множеств A и B в X называется нечеткое множество C с функцией принадлежности вида

$$\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X$$

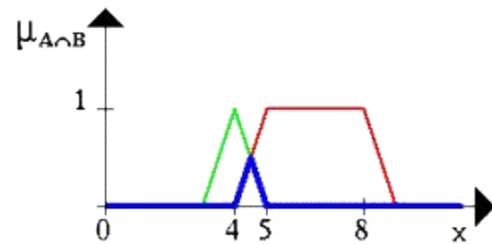
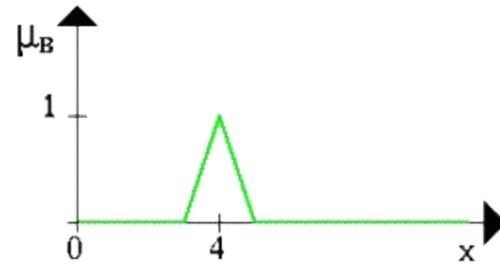
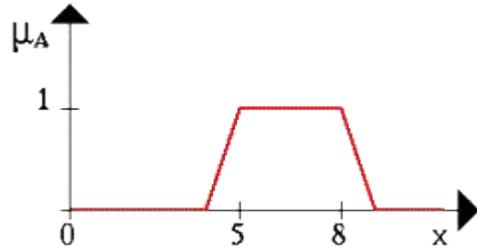
Пересечение соответствует логической связке «И»

Обозначается символом \cap

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$

$$\tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 1), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\}$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\},$$



Проиллюстрируем нечеткое множество «**между 5 и 8 И (AND) около 4**» (синяя линия).

3. Дополнение

Нечеткое множество B является дополнением нечеткого множества A , если для любого $x \in X$ выполняется условие

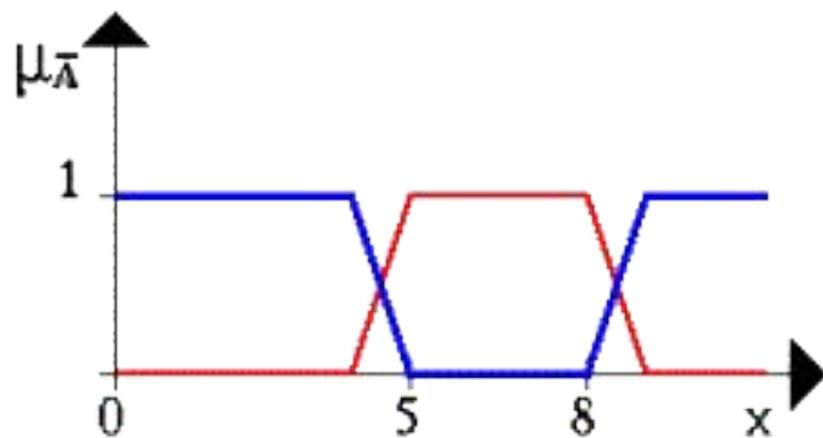
$$\mu_{\bar{B}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Обозначается $\bar{\bar{A}} = A$ или $\bar{A} = \bar{\bar{A}}$

$$\tilde{A} = \{(x_1 | 0), (x_2 | 0,2), (x_3 | 0,8), (x_4 | 1), (x_5 | 0,6)\},$$

Дополнение $A = \{(x_1 | 1), (x_2 | 0,8), (x_3 | 0,2), (x_4 | 0), (x_5 | 0,4)\}$

ДОПОЛНЕНИЕ нечеткого множества A .



4. Разность.

Разностью нечетких множеств является нечеткое множество с функцией принадлежности

$$\mu_{A \setminus B}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))$$

Обозначается $A \setminus B$

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$

$$\tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 1), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\}$$

$$\tilde{A} \setminus \tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0), (x_4 | 0, 1), (x_5 | 0, 6) \right\}.$$

5. Дизъюнктивная сумма

- ▶ Дизъюнктивная сумма $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$ нечетких множеств A и B определяется следующим образом:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (\tilde{A} \setminus \tilde{B}) \cup (\tilde{B} \setminus \tilde{A})$$

$$\tilde{A} \setminus \tilde{B} = \{(x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0), (x_4 | 0, 1), (x_5 | 0, 6)\}.$$

$$\tilde{B} \setminus \tilde{A} = \{(x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 0, 2), (x_4 | 0), (x_5 | 0, 3)\},$$

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{(x_1 | 0, 3), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 2), (x_4 | 0, 1), (x_5 | 0, 6)\}.$$