

**ПЛАН ЛЕКЦИИ:**

1. Центральное растяжение
2. Центральное сжатие
3. Поперечный изгиб
4. Косой изгиб
5. Внецентренное растяжение и растяжение с изгибом
6. Внецентренное сжатие и сжатие с изгибом

**ЗАДАНИЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПОДГОТОВКУ:**

1. Влияние условий закрепления концов на расчет сжатых деревянных элементов
2. Расчет на устойчивость плоской формы деформирования изгибаемых и сжато-изгибаемых элементов
3. Влияние касательных напряжений на прогибы изгибаемых элементов
4. Определение прогиба балок с использованием метода конечных разностей

# 1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ

$$\frac{N}{F_{\text{нт}}} \leq R_p$$

где  $N$  - расчетная продольная сила;  $R_p$  - расчетное сопротивление древесины растяжению вдоль волокон;  $F_{\text{нт}}$  - площадь поперечного сечения элемента нетто.

| Наименование элементов конструкций                               | Предельная гибкость $\lambda_{\text{макс}}$ |
|--|---|
| 1. Сжатые пояса, опорные раскосы и опорные стойки ферм, колонны  | 120   |
| 2. Прочие сжатые элементы ферм и других сквозных конструкций     | 150   |
| 3. Сжатые элементы связей  | 200   |
| 4. Растянутые пояса ферм в вертикальной плоскости                | 150   |
| 5. Прочие растянутые элементы ферм и других сквозных конструкций | 200   |
| <b>Для опор воздушных линий электропередачи</b>                  |   |
| 6. Основные элементы (стойки, приставки, опорные раскосы)        | 150   |
| 7. Прочие элементы   | 175   |
| 8. Связи   | 200   |

Согласно назначению проектируемого элемента принимаем по таблице предельную гибкость  $\lambda_{\text{макс}}$

$$\lambda = \frac{l_0}{r}$$

Тогда, для прямоугольного сечения

$$r = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \approx 0,289h$$

Радиус инерции сечения

$$\lambda = \frac{l_0}{0,289h}$$

Из условия предельной гибкости определяем  $h$

$$h = \frac{l_0}{0,289 \cdot \lambda_{\text{макс}}} = 3,464 \cdot \frac{l_0}{\lambda_{\text{макс}}}$$

$$b = \frac{N}{h \cdot R_p}$$

Далее увязываем  $b$  и  $h$  с сортаментом

## 4.2 ЦЕНТРАЛЬНОЕ СЖАТИЕ

$$\frac{N}{\varphi F_{\text{рас}}} \leq R_c$$

Ширину сечения  $b$  назначаем либо из условия предельной гибкости  $\lambda_{\text{макс}}$

Либо из условия обеспечения монтажной жесткости:

| Вид конструкций  | Пролет<br>$l$ ,<br>м | Ширина<br>сечения<br>$b$ ,<br>мм | Вид конструкций  | Пролет<br>$l$ ,<br>м | Ширина<br>сечения<br>$b$ ,<br>мм |
|--|----------------------|----------------------------------|--|----------------------|----------------------------------|
| Балки, арки,<br>фермы с<br>неразрезным<br>верхним поясом и<br>гнутоклеенные рамы | До 18                | 120                              | Фермы с<br>разрезным<br>верхним поясом и<br>рамы с зубчатым<br>соединением в<br>карнизном узле | До 15                | 120                              |
|  | 21-24                | 140                              |  | 18-21                | 140                              |
|  | 27-30                | 170                              |  | 24                   | 170                              |
|  | 33-36                | 210                              |  | 27-30                | 210                              |

Тогда коэффициент продольного изгиба  $\varphi$  находим по формуле

$$\varphi = \frac{3000}{\lambda^2} = \frac{3000}{\left(\frac{\sqrt{12} \cdot l_0}{h}\right)^2} = \frac{3000 \cdot h^2}{12 \cdot l_0^2} = 250 \cdot \frac{h^2}{l_0^2}$$

С учетом этого

$$\frac{N}{\varphi F_{\text{рас}}} = \frac{N}{250 \cdot \frac{h^2}{l_0^2} \cdot bh} = \frac{N}{250 \cdot \frac{bh^3}{l_0^2}} \leq R_c$$

Отсюда высота сечения

$$h = \sqrt[3]{\frac{N \cdot l_0^2}{250 \cdot b \cdot R_c}}$$

Далее увязывают размеры с сортаментом и проверяют гибкость. Если гибкость больше 70, то расчет завершен. Если меньше или равно, то пересчитывают коэффициент продольного изгиба и проверяют устойчивость.

### 3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

Назначают  $b$  (см. выше). Из условия прочности по скалывающим напряжениям

$$\frac{QS'_{\text{бр}}}{I_{\text{бр}} b_{\text{рас}}} = \frac{Q \cdot \frac{bh^2}{8}}{\frac{bh^3}{12} \cdot b} = 1,5 \cdot \frac{Q}{bh} \leq R_{\text{ск}}$$

Высота поперечного сечения будет равна

$$h = \frac{1,5 \cdot Q}{b \cdot R_{\text{ск}}} \quad (1)$$

Из условия прочности по нормальным напряжениям

$$\frac{M}{W} = \frac{M}{bh^2} = \frac{6 \cdot M}{bh^2} \leq R_u$$

Высота поперечного сечения будет равна

$$h = \sqrt{\frac{6 \cdot M}{b \cdot R_u}} \quad (2)$$

Лекция 8  
№8/7

Из условия недопущения предельных прогибов (например, для балки загруженной равномерно распределенной нагрузкой) без учета деформаций сдвига

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q^H \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q^H \cdot l^3}{E \cdot \frac{bh^3}{12}} = \frac{q^H \cdot l^3}{6,4 \cdot E \cdot bh^3} \leq \left[ \frac{f}{l} \right]$$

Высота поперечного сечения будет равна

$$h = \sqrt[3]{\frac{q^H \cdot l^3}{6,4 \cdot b \cdot E \cdot \left[ \frac{f}{l} \right]}} = l \cdot \sqrt[3]{\frac{q^H}{6,4 \cdot b \cdot E \cdot \left[ \frac{f}{l} \right]}} \quad (3)$$

Из выражений (1)-(3) принимают наибольшую высоту сечения  $h$  и увязывают с сортаментом. Затем проверяют устойчивость плоской формы деформирования.

$$\frac{M}{\varphi_M W_{бр}} \leq R_{и}$$

и прогиб с учетом сдвига

$$f = f_0 \left[ 1 + c \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]$$

## 4. КОСОЙ ИЗГИБ

Из условия соотношения размеров поперечного сечения, соответствующих наименьшей площади поперечного сечения, обеспечивающего прочность при косом изгибе

$$h = b \cdot ctg\alpha$$

Условие прочности по нормальным напряжениям запишется

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_x \cdot 6}{b^2 \cdot (b \cdot ctg\alpha)} + \frac{M_y}{b \cdot (b \cdot ctg\alpha)^2} \leq R_{И}$$

или

$$6 \cdot M_x \cdot ctg\alpha + 6 \cdot M_y \leq b^3 \cdot ctg^2\alpha \cdot R_{И}$$

отсюда

$$b = 1,817 \sqrt[3]{\frac{M_x \cdot ctg\alpha + M_y}{R_{И} \cdot ctg^2\alpha}}$$

Далее находят ***h***, увязывают размеры с сортаментом и проверяют прогиб.

## 5. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И РАСТЯЖЕНИЕ С ИЗГИБОМ

Назначают ширину сечения  $b$ . Из условия прочности по нормальным растягивающим напряжениям

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{MR_p}{W_{\text{расч}} R_u} = \frac{N}{bh} + \frac{6 \cdot M \cdot R_p}{R_u \cdot bh^2} \leq R_p$$

или

$$R_u \cdot h \cdot N + 6 \cdot M \cdot R_p \leq R_p \cdot R_u \cdot bh^2$$

отсюда

$$h = \frac{R_u \cdot N \pm \sqrt{(R_u \cdot N)^2 + 24 \cdot b \cdot R_p^2 \cdot R_u \cdot M}}{12 \cdot M \cdot R_p}$$

Далее размеры сечения увязывают с сортаментом

## 6. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ И СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ

Условие прочности по нормальным напряжениям:

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{M_{\text{д}}}{W_{\text{расч}}} = \frac{N}{bh} + \frac{6 \cdot M}{\xi \cdot bh^2} \leq R_c$$

Как правило

$$\xi = 0,6 \div 0,8$$

Примем

Назначают ***b*** (см.выше).

Тогда условие прочности запишется

$$\frac{N}{bh} + \frac{6 \cdot M}{0,6 \cdot bh^2} = \frac{N}{bh} + 10 \frac{M}{bh^2} \leq R_c$$

или

$$bh^2 \cdot R_c - N \cdot h - 10 \cdot M = 0$$

Отсюда

$$h = \frac{N \pm \sqrt{N^2 + 40 \cdot b \cdot R_c \cdot M}}{2 \cdot b \cdot R_c}$$

Далее увязывают размеры с сортаментом и выполняют все проверки. Процесс итерационный.