

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

---

Автор презентации:  
доцент кафедры «Инженерная графика»  
Тамара Владимировна Нестерова

# ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия (НГ) – это дисциплина, которая

- поможет Вам увидеть окружающий мир другими глазами – глазами инженера
- подготовит к изучению машиностроительного черчения, созданию чертежа
- позволит сделать первый шаг в мир творчества, созидания, изобретений и открытий

# Джоконда



# Дама с горностаем



# Тайная вечеря

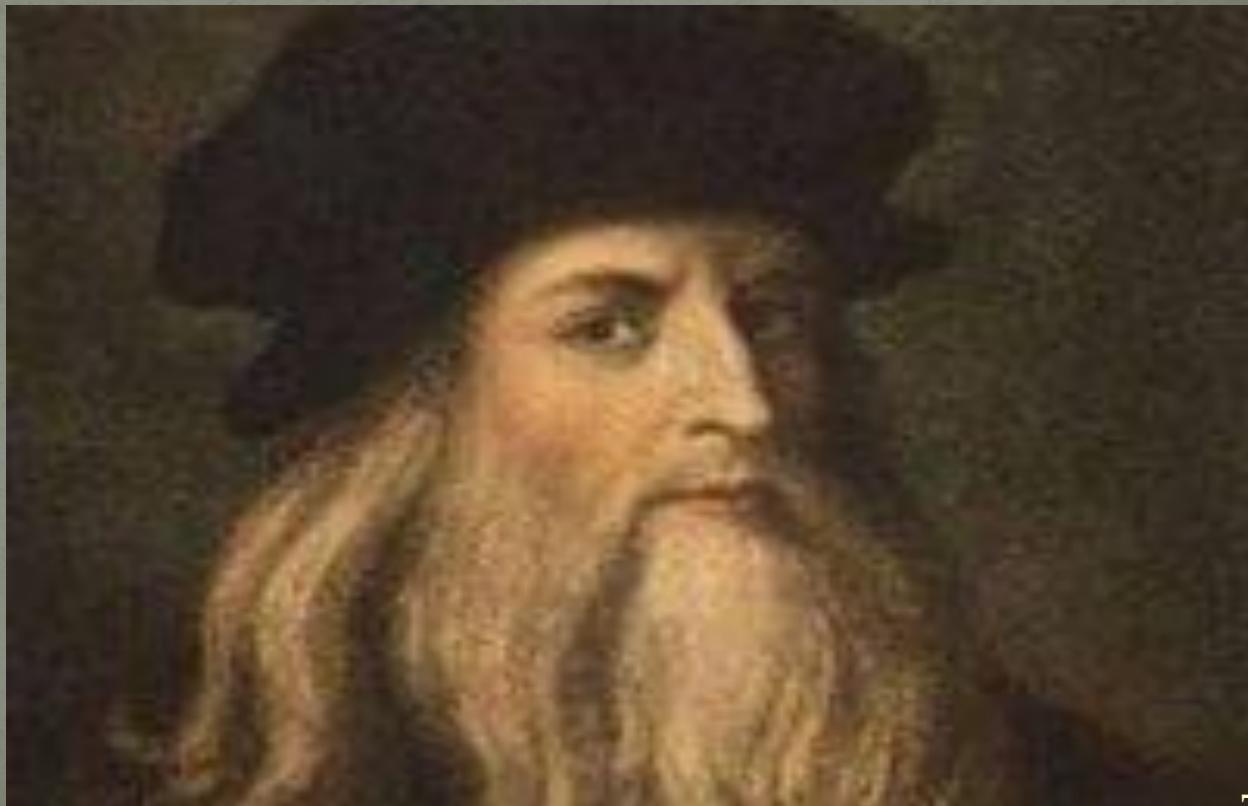


# ОСНОВОПОЛОЖНИКИ НГ

- Создатель этих вечных живописных полотен – Леонардо да Винчи
- Секрет Мастера раскрывается в его умении смотреть на окружающие предметы глазами Великого Геометра

# ОСНОВОПОЛОЖНИКИ НГ

Леонардо  
да Винчи

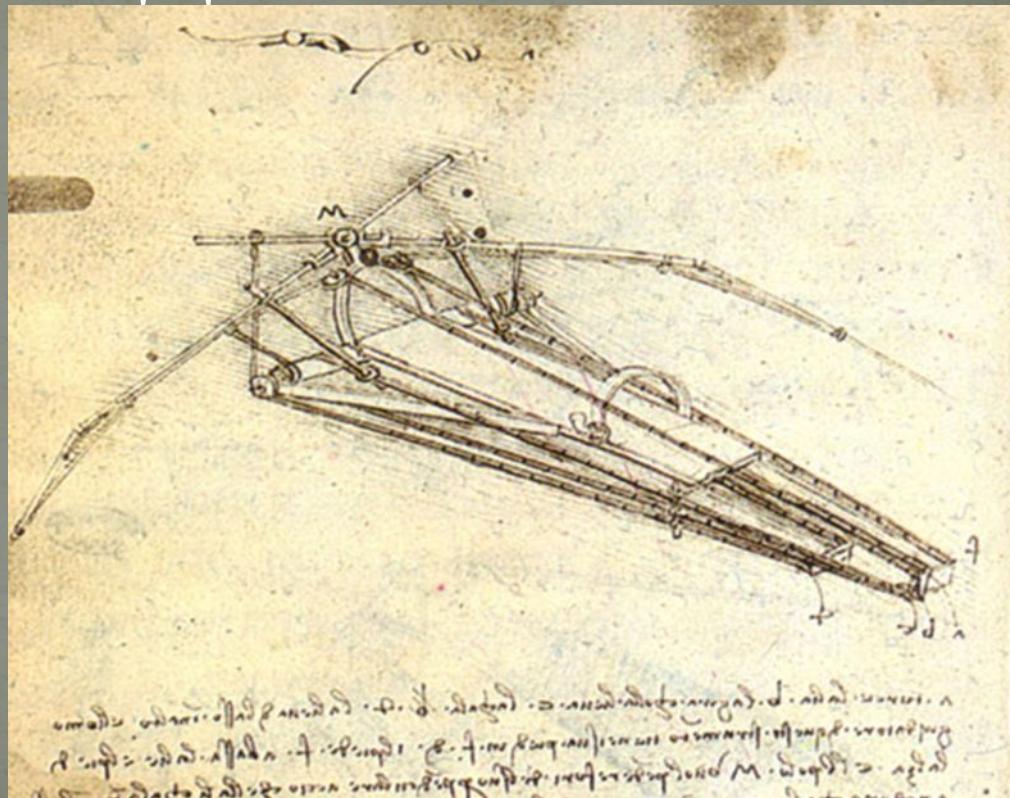


# ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Леонардо да Винчи, родился 15 апреля 1452 по юлианскому календарю в городке Винчи - один из наиболее известных художников мира; также один из самых талантливых людей в истории - учёный-исследователь, инженер, изобретатель, музыкант, архитектор, литератор, театральный художник-постановщик и режиссер, дизайнер одежды - добившийся во всех областях своей деятельности блестящих результатов, часто намного опережая своё время

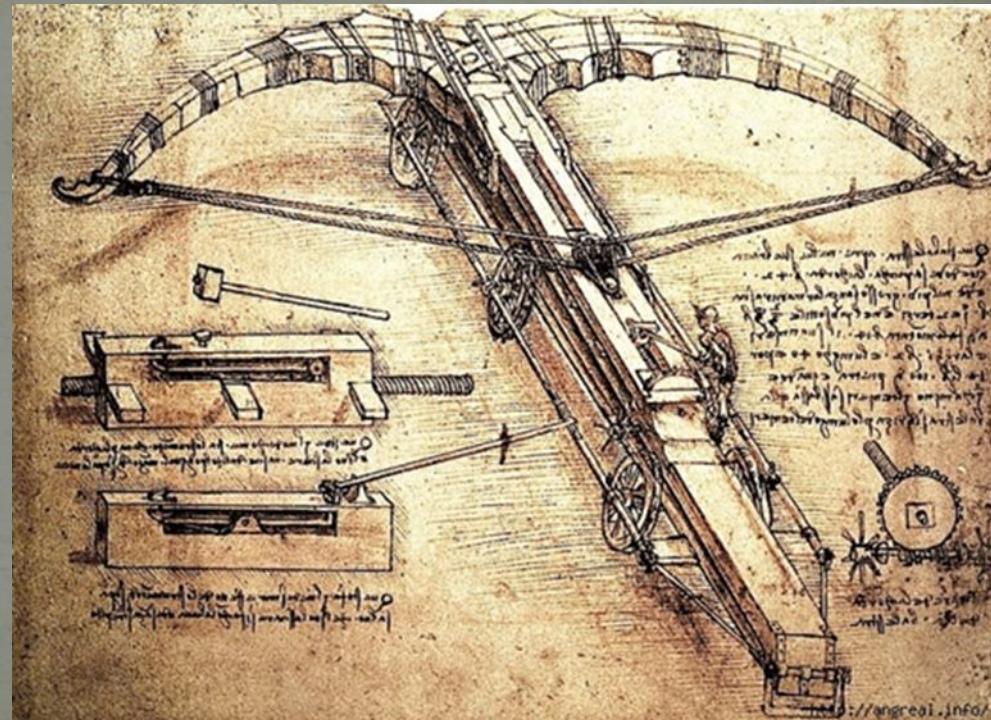
# ИЗОБРЕТЕНИЯ ДА ВИНЧИ

## Летательный аппарат



# ИЗОБРЕТЕНИЯ ДА ВИНЧИ

## Осадный арбалет

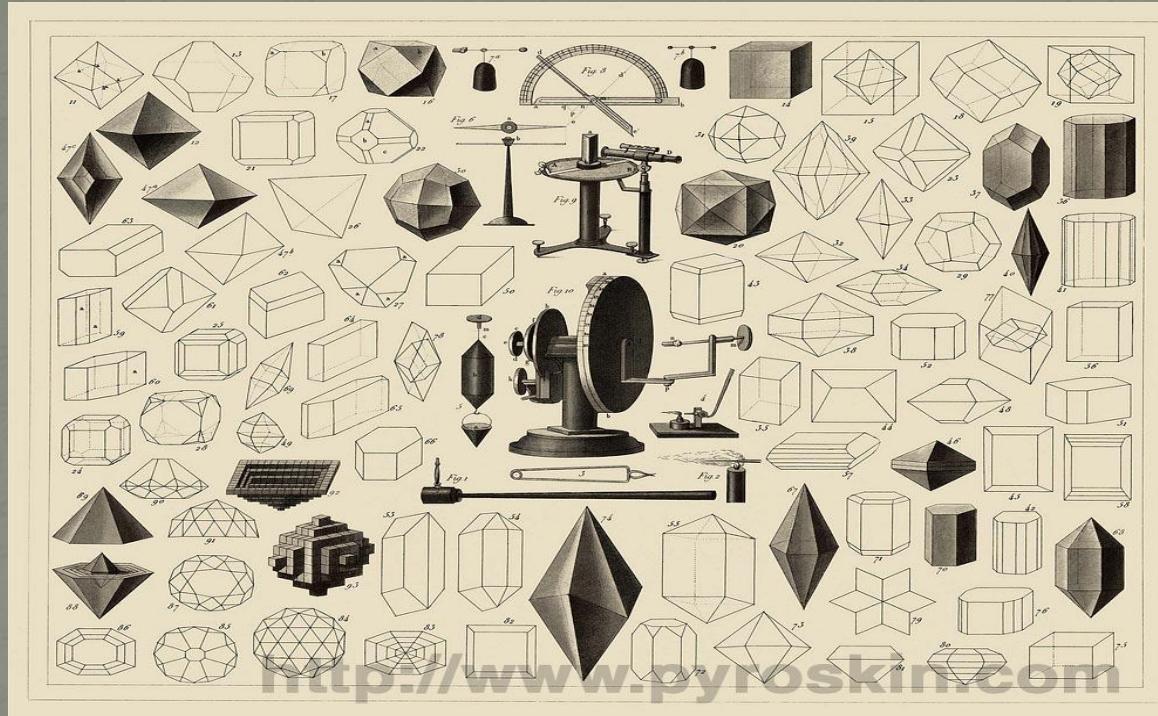


# ОСНОВОПОЛОЖНИКИ НГ



- Гаспáр Монж, граф де Пелюз. Родился во Франции в 1746 году в местечке Бон, — французский математик, геометр, государственный деятель, морской министр

# ПРИМЕРЫ ДРЕВНИХ ЧЕРТЕЖЕЙ



# ИСТОКИ РАЗВИТИЯ ЧЕРТЕЖА

- Современные методы технической (и в том числе компьютерной) графики имеют свою многовековую историю. Общение людей друг с другом научило человека не только словесной речи, но и письменности. Прежде чем появились буквы, из которых можно было составить написанное слово, человек выражал свою мысль рисунком. Древнейшие памятники истории сохранили изображения зверей, оружия, домашней утвари. История письменности приводит много примеров «картинного письма», в котором образы, предметы изображались рисунком. Позднее человеку понадобилось умение нарисовать не только такой предмет, который он видел, но и такой, который он хотел сделать. Когда стали возводиться большие сооружения — жилища, храмы, крепости, — возникли первые чертежи — планы. Они вычерчивались на земле в том месте, где должно было воздвигаться сооружение.

# ПРИМЕРЫ ДРЕВНИХ ЧЕРТЕЖЕЙ

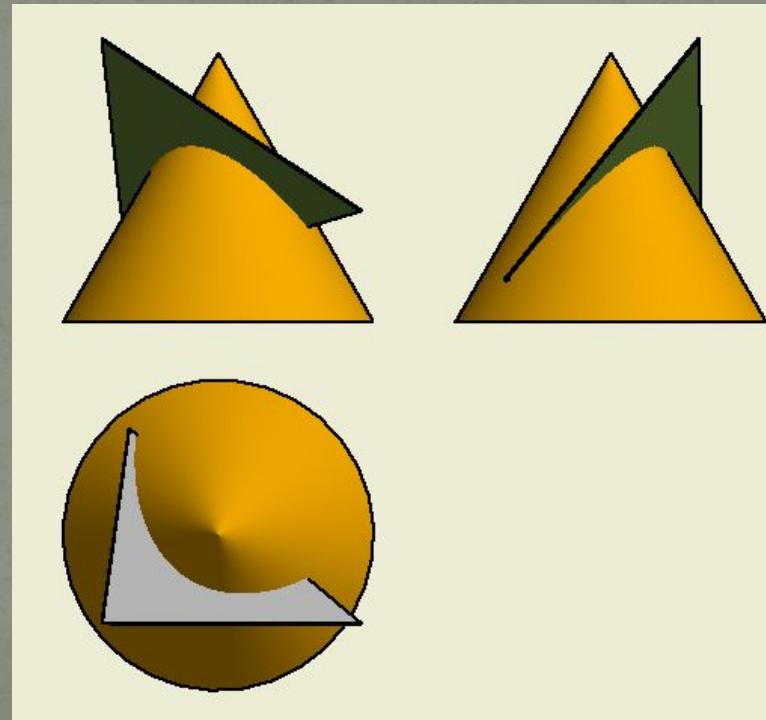


# ПРИМЕРЫ ДРЕВНИХ ЧЕРТЕЖЕЙ

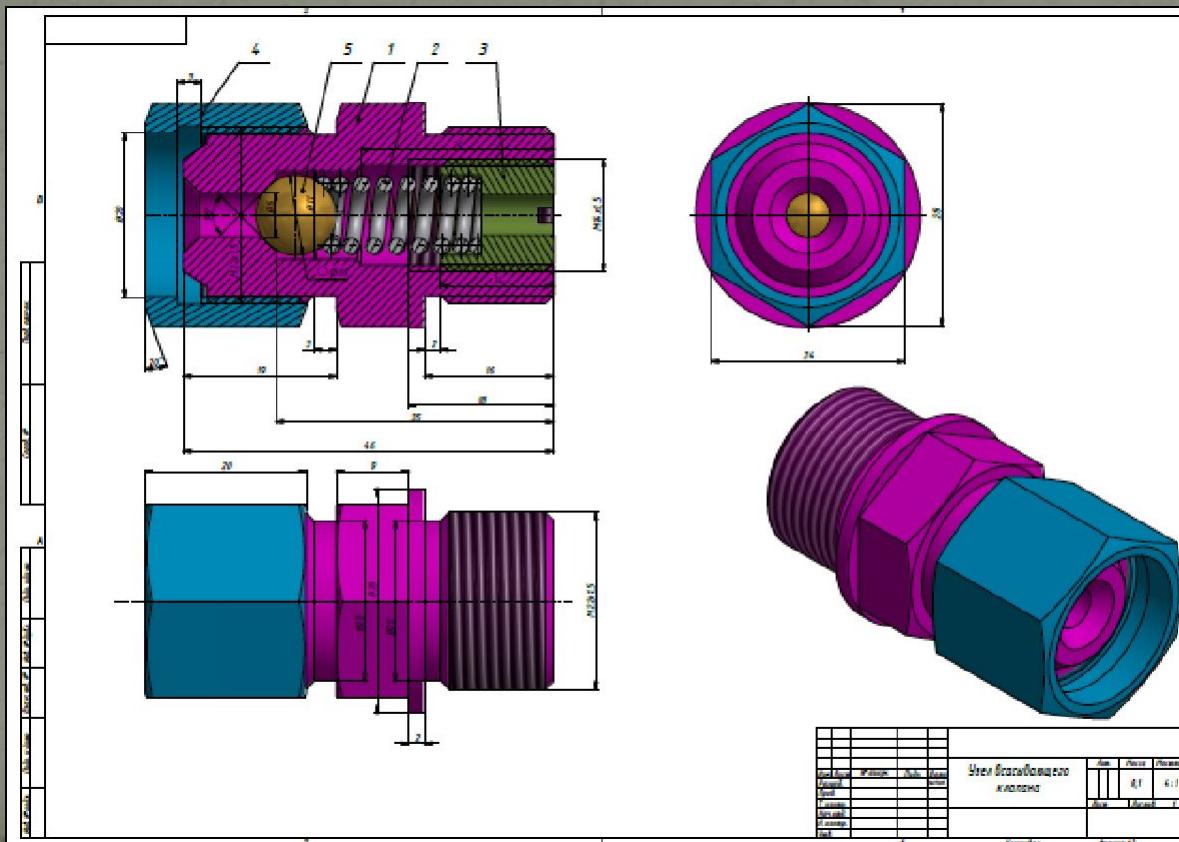


# СОВРЕМЕННЫЕ ЧЕРТЕЖИ

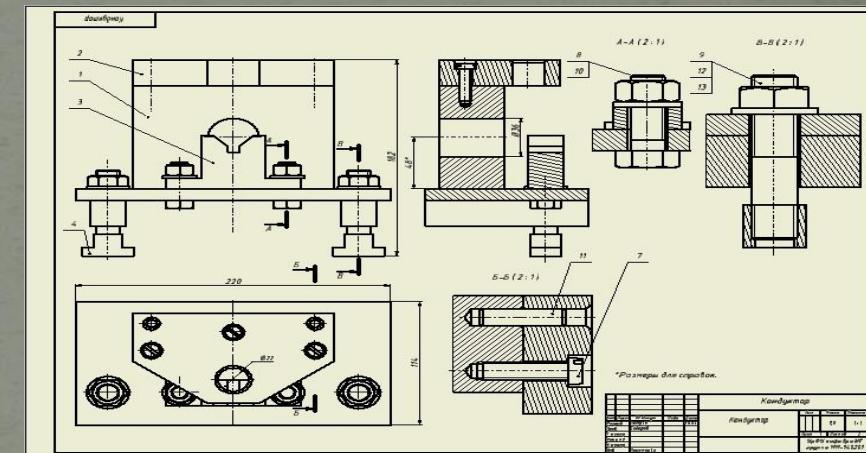
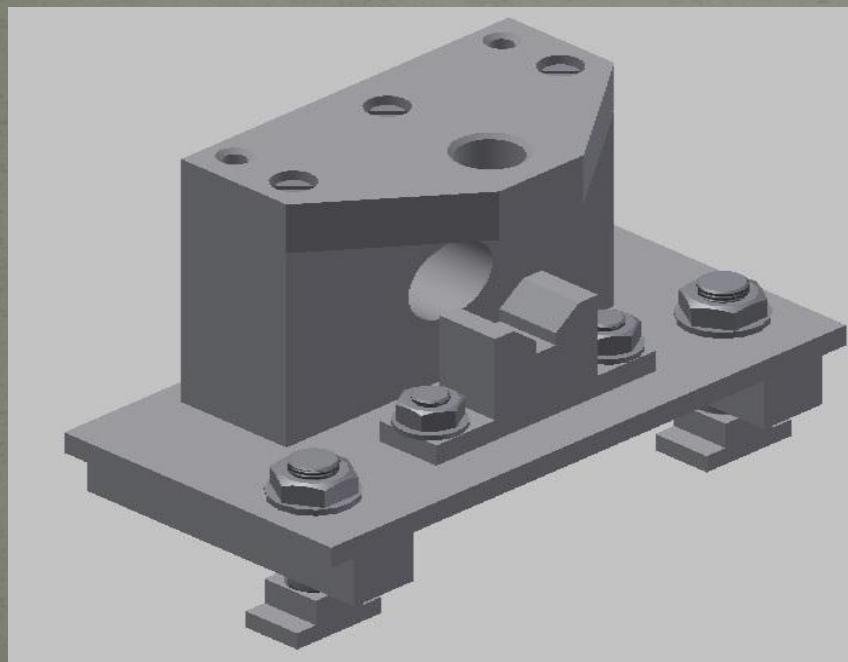
Построение в 3D



# СОВРЕМЕННЫЕ ЧЕРТЕЖИ



# СОВРЕМЕННЫЕ ЧЕРТЕЖИ



# КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Вы входите в мир начертательной геометрии
- Это мир, который поможет Вам иначе взглянуть на окружающие предметы, воспринимать их изящество и красоту форм и геометрических линий
- Вы научитесь смотреть на чертеж и видеть предмет, а также по изделию создавать чертежи
- Удачи Вам на этом пути!

# ГРАФИК ИЗУЧЕНИЯ НГ

- 7 лекций в течение первого полусеместра (8 недель). Цель лекции – получение навыка графического решения задачи по рассматриваемой теме
- 16 практических занятий (1 семестр). Цель практических занятий – контроль знаний по темам дисциплины и помошь в освоении алгоритмов решения графических задач

# ИНСТРУМЕНТЫ

На лекциях и практических занятиях для решения графических задач нужны чертежные инструменты:

- Треугольники (углы  $45^\circ$ ,  $30^\circ$ )
- Циркуль
- Ластик
- 2 тетради в клетку:
  - 1) для лекционных и практических занятий
  - 2) для решения РГР

## Балльно-рейтинговая система при изучении начертательной геометрии

Вид занятия	Максим. оценка в баллах (9 лекц.)	Связь оценка-балл	Примечание
Лекции	100	«Отл.» – 14 б. «Хор.» – 11 б. «Уд.» – 8 б.	Баллы – по вопросам-задачам, заданным во время лекции
<b>Пр. занятия:</b>			
Контр. работа	40	«Отл.» – 40 б. «Хор.» – 321 б. «Уд.» – 24 б.	После срока (при пересдаче) - только в пределах 16-23 баллов!
Расчетно-графическая работа (РГР):		«Отл.» – 60 б. «Хор.» – 48 б. «Уд.» – 36 б.	После срока за каждую часть РГР только – 6-8 баллов!

# СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ КУРСА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
2. ЛИТЕРАТУРА
3. ЗАДАЧИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ
5. ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ
6. СИМВОЛЫ, ОБОЗНАЧАЮЩИЕ ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ФИГУРАМИ
7. МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ
8. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ
9. ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ
10. ПРЯМАЯ
11. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ
12. СПОСОБ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

# ЦЕЛЬ КУРСА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

- Развитие пространственного представления и воображения, необходимых в техническом творчестве
  - Для создания представления о пространственном объекте по его проекциям необходима некоторая работа воображения, тем большая, чем сложнее форма предмета
- Научиться не только строить изображения предметов, но и мысленно воспроизводить в пространстве сами предметы по их изображениям



# ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия. М.: Машиностроение, 1983
2. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии. М.: Высшая школа, 2004
3. Крылов Н.Н. и др. Начертательная геометрия. М.: Высшая школа, 2000
4. Нартова Л.Г. Начертательная геометрия. М.: Дрофа, 2003
5. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: Высшая школа, 2003
6. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. М.: Машиностроение, 1986
7. Гордон В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии. М.: Высшая школа, 2003

# ЗАДАЧИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

- Метрические – задачи на определение длин линий, размеров углов, площадей, объемов
- Позиционные – задачи на установление взаимного положения и взаимопринадлежности рассматриваемых геометрических объектов

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ

- Точка
- Прямая
- Плоскость
- Поверхность

# ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Точки в пространстве – прописными буквами латинского алфавита A, B, C, ..., а также цифрами
2. Линии в пространстве – по точкам, определяющим линию, и строчными буквами латинского алфавита a, b, c ...
3. Углы – строчными буквами греческого алфавита –  $\phi$  (фи),  $\psi$  (пси),  $\omega$  (омега),  $\sigma$  (сигма)
4. Плоскости –  $\alpha$  (альфа),  $\beta$  (бета),  $\gamma$  (гамма),  $\delta$  (дельта)

# ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

## 5. Плоскости проекций – строчной буквой греческого алфавита $\pi$

- Горизонтальная плоскость  $\pi_1$
- Фронтальная плоскость  $\pi_2$
- Профильная плоскость  $\pi_3$
- Любая дополнительная плоскость  $\pi_4, \pi_5, \dots, \pi_n$

# ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

6. Оси проекций – строчными буквами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 
  - При введении дополнительных плоскостей –  
 $\pi_1 / \pi_4$ ,  $\pi_2 / \pi_4$ ,  $\pi_4 / \pi_5$ , ...
7. Проекции точек:
  - На плоскость  $\alpha$  –  $A\alpha$
  - На горизонтальную плоскость  $\pi_1$  –  $A_1$
  - На фронтальную плоскость  $\pi_2$  –  $A_2$
  - На профильную плоскость  $\pi_3$  –  $A_3$
  - На дополнительную плоскость  $\pi_4$  –  $A_4$

# ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

## 8. Проекции линий –

- по проекциям точек, определяющих линию:  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ ,  $A_3B_3$
- строчными буквами:

На горизонтальную плоскость  $\pi_1$  –  $m_1$ ,  $n_1$ ...

На фронтальную плоскость  $\pi_2$  –  $m_2$ ,  $n_2$ , ...

На профильную плоскость  $\pi_3$  –  $m_3$ ,  $n_3$ , ...

# СИМВОЛЫ, ОБОЗНАЧАЮЩИЕ ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ФИГУРАМИ

1.  $=$  Равенство
2.  $\parallel$  Параллельны
3.  $\sim$  Подобны
4.  $\perp$  Перпендикулярны
5.  $\cong$  Конгруэнтны
6.  $\rightarrow$  Отображается
7.  $\cap$  Пересекаются
8.  $\Rightarrow$  Если.....то
9.  $\in$  Принадлежит
10.  $\square$  Скрещиваются

# МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

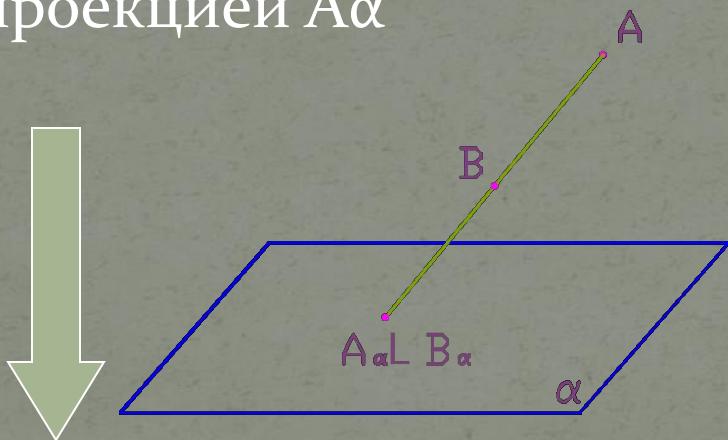
- Проецирование – замена реально существующего объекта его изображением на плоскости, выполненным по определенным правилам с помощью проецирующего луча
- Методы проецирования:
  - Центральное
  - Параллельное
  - Ортогональное

# ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

- Проецирование предмета из данного центра называют **центральным или коническим проецированием**. Чтобы спроектировать точку В на плоскость  $\alpha$  из данного центра А, надо провести прямую линию (проецирующий луч) из точки А через точку В до пересечения с плоскостью проекций  $\alpha$

# ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Любая точка, расположенная на линии АВ и её продолжении, совпадет с проекцией  $A\alpha$



Центральное проецирование не определяет однозначно положение точки в пространстве

# ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

- Проецирование предмета из бесконечно удаленного центра называют **параллельным** или **цилиндрическим**
- Чтобы спроектировать точку А на плоскость  $\alpha$ , надо провести через эту точку параллельно направлению проецирования S прямую линию (проецирующий луч) до пересечения с плоскостью проекций  $\alpha$

# ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Любая точка,  
расположенная на линии  
AB и её продолжении,  
совпадет с проекцией A $\alpha$



Параллельное проецирование не определяет  
однозначно положение точки в пространстве

## ЦЕНТРАЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ. ВЫВОДЫ

Одна центральная проекция как и одна параллельная проекция недостаточна для однозначного представления предмета:  
по такому изображению нельзя определить форму и размеры предмета и его положение в пространстве

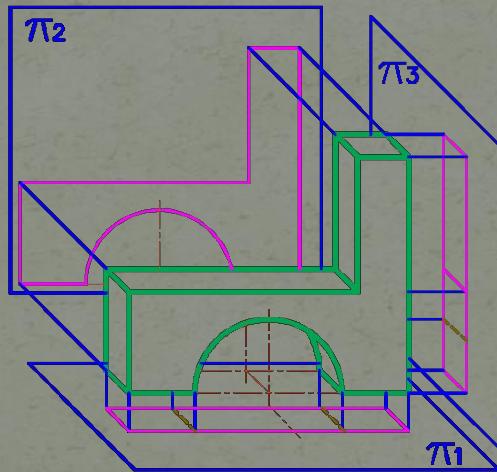
# ОРТОГОНАЛЬНОЕ (ПРЯМОУГОЛЬНОЕ) ПРОЕЦИРОВАНИЕ

- Ортогональное проецирование – единственный способ построения машиностроительных чертежей
- Ортогональное проецирование – прямоугольное, параллельное проецирование на 3 взаимно перпендикулярные плоскости
- Прямоугольные проекции:
  - Наиболее распространены в конструкторской практике
  - Позволяют получить изображения, простые с точки зрения графических построений
  - Обеспечивают точное соотношение размеров изображений предметов на плоскости

# ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

- При ортогональном проецировании предметы располагают относительно плоскостей проекций таким образом, чтобы их основные измерения были параллельны плоскостям проекций
- При этом предмет находится между наблюдателем и плоскостью проекций

# ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ



# ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ В ПРОСТРАНСТВЕ

- Определение положения точек в пространстве производится по их прямоугольным проекциям на двух и более плоскостях проекций
  - Слово «прямоугольный» часто заменяют словом «ортогональный», образованным из слов древнегреческого языка, обозначающих «прямой» и «угол»

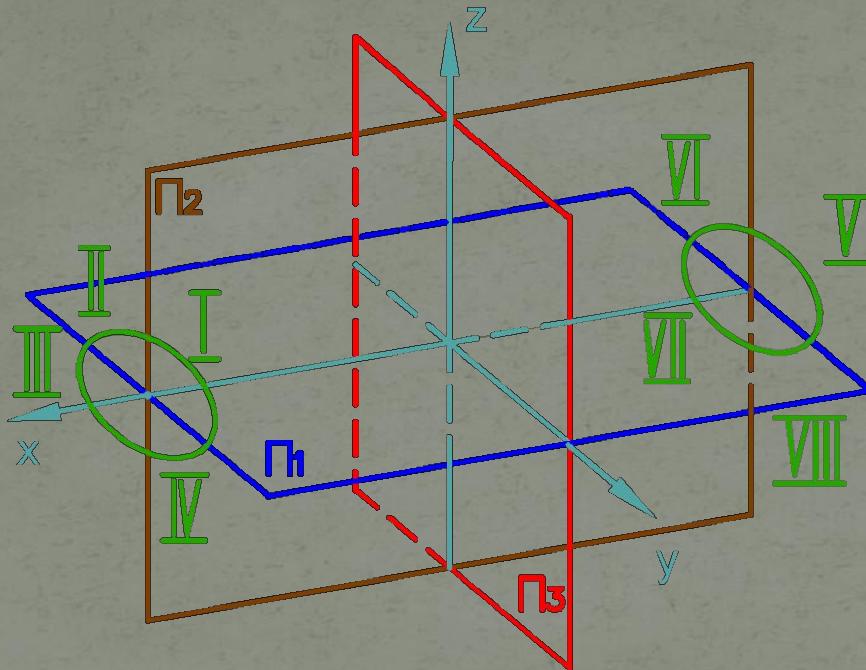
# ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТНЫХ ОСЕЙ

- Все пространственные объекты ориентируют относительно пространственной декартовой системы координатных осей – системы трех взаимно перпендикулярных координатных плоскостей

# ВОПРОС 1

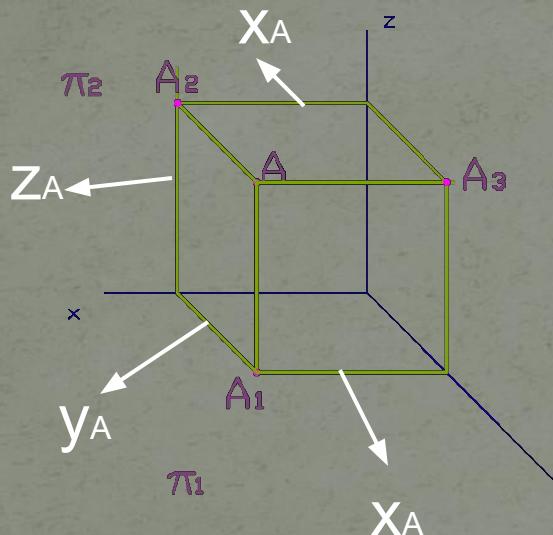
- Почему центральное проецирование не может использоваться для построения чертежа?

# ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ



Плоскости координат в своем пересечении образуют 8 трехгранных углов – 8 октантов

# ТОЧКА В СИСТЕМЕ ТРЕХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ



$X$  – ось абсцисс

$\pi_3$   $Y$  – ось ординат

$Z$  – ось аппликат

Координаты точки  $A(x,y,z)$   
полностью и однозначно  
определяют её положение

Проекции  $A_1$  и  $A_2$  охватывают все 3 координаты:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , т.е.  
двух проекций достаточно для однозначного определения  
положения точки

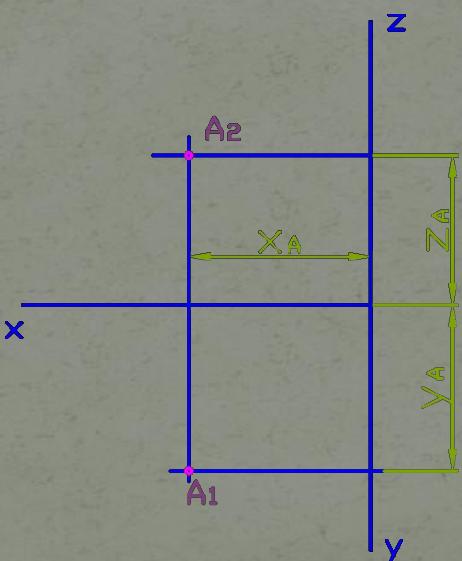
# ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ



Повернув плоскости  $\pi_1$  и  $\pi_3$  (см. предыдущий слайд) вокруг осей проекций на угол  $90^\circ$ , совместим их с плоскостью  $\pi_2$

При этом получаем изображения объекта на чертеже

# ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ. ЭПЮР МОНЖА



Чертеж в системе  $\pi_1, \pi_2$   
известен под названием  
эпюор или эпюор Монжа

# ЧЕРТЕЖ

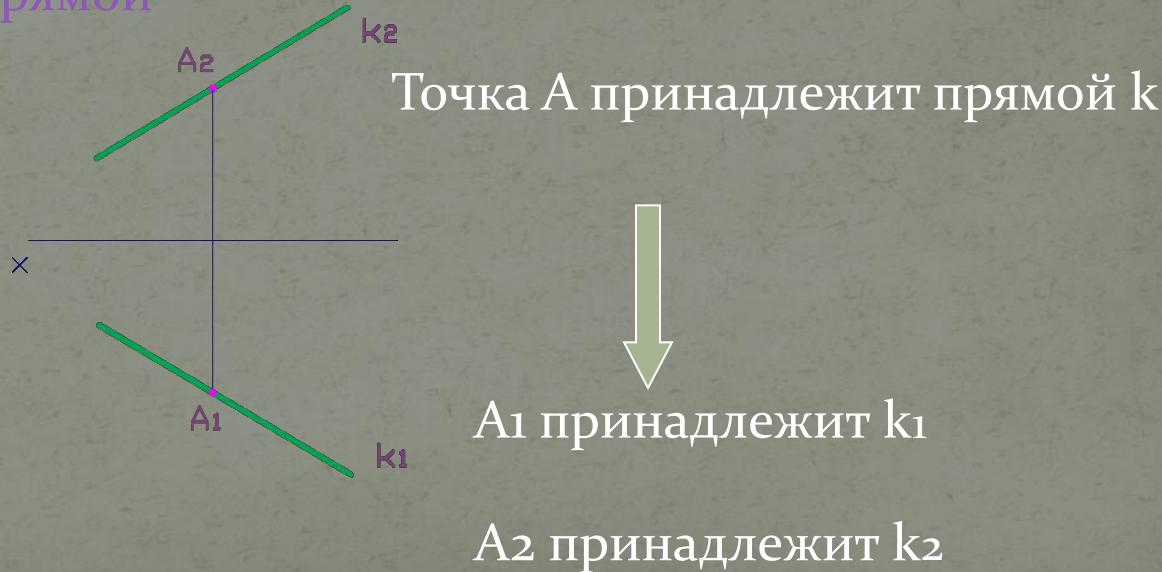
- В дальнейшем эпюор Монжа, а также проекционные чертежи, в основе которых лежит метод Монжа, будем называть одним словом - чертеж - и понимать это слово только в указанном смысле. В других случаях применения слова «чертеж» оно будет сопровождаться соответствующим определением (перспективный чертеж, аксонометрический чертеж и т.п.) [3]

## ВОПРОС 2

- Вид проецирования, который используется при построении чертежа

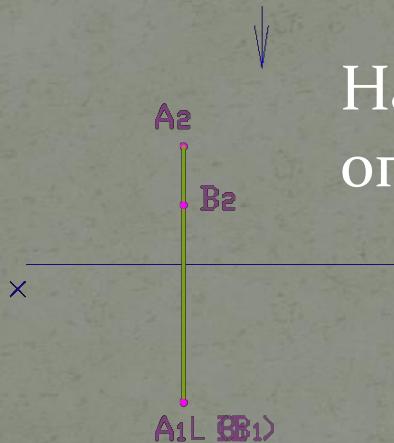
# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

1. Проекция точки – точка
2. Если точка принадлежит прямой, то и проекция точки принадлежит проекции этой прямой



# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

3. Проекции точек, расположенные на одном проецирующем луче, совпадают



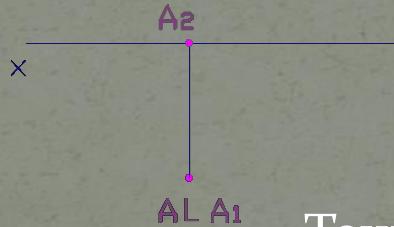
Направление взгляда при определении видимости на  $\pi_1$

А и В – конкурирующие точки

# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

4. Точки, принадлежащие плоскости проекций, проецируются сами на себя

Точка А принадлежит горизонтальной плоскости проекций ( $\pi_1$ )

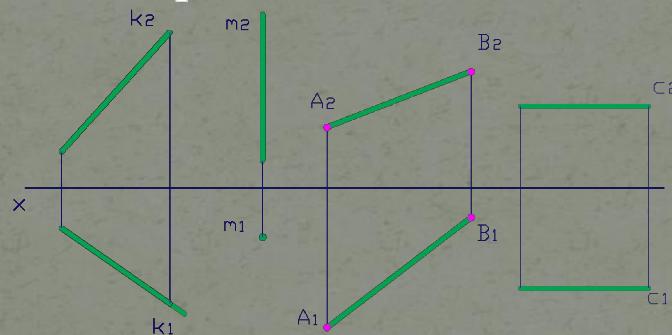


Точка А и её проекция  $A_1$  совпадают

# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

5. Проекция прямой – прямая (кроме прямых частного положения)

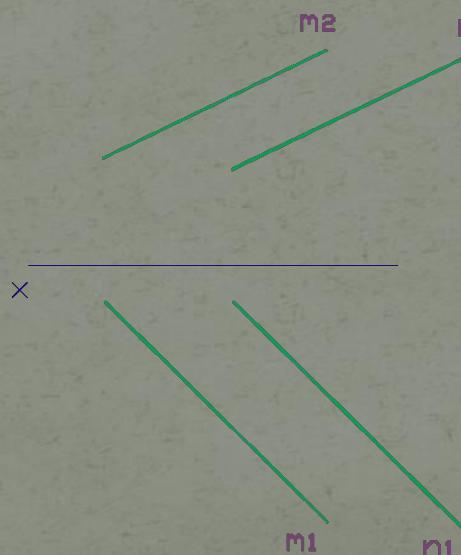
Проекции прямой - прямые



Одна из проекций прямой - точка, если прямая  
перпендикулярна плоскости проекций

# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

6. Если прямые параллельны, то их проекции также параллельны. Прямые  $m$  и  $n$  - параллельны



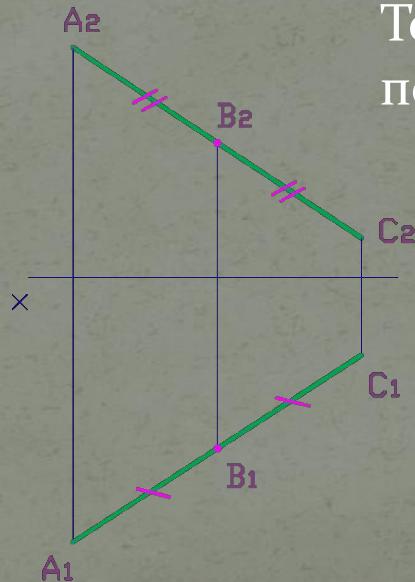
Параллельны их проекции:

$$m_1 // n_1$$

$$m_2 // n_2$$

# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

7. Отношения длин отрезков прямой или параллельных отрезков равны отношениям их проекций.



Точка В делит отрезок АС  
пополам



$$A_1 B_1 = B_1 C_1$$

$$A_2 B_2 = B_2 C_2$$

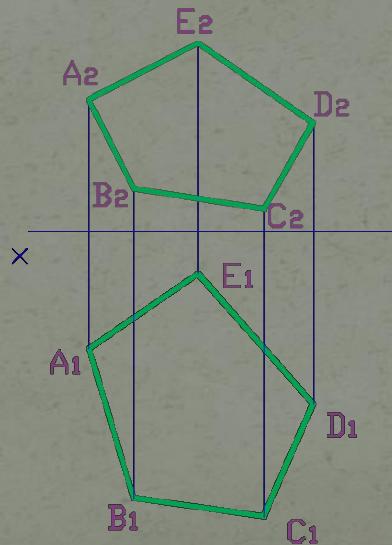
# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

8. Проекции пересекающихся прямых – пересекаются, а проекции точек пересечения лежат на одной линии связи



# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

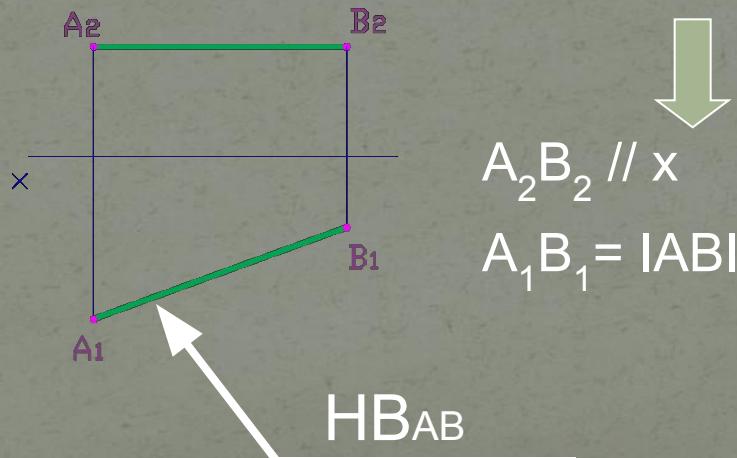
## 9. Проекция многоугольника – многоугольник



# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

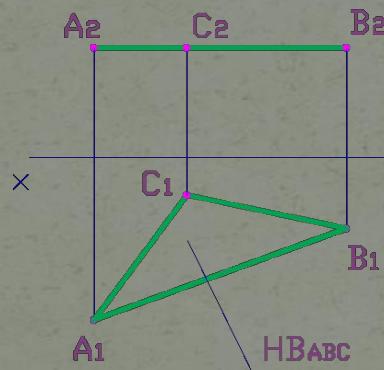
10. Отрезок прямой, параллельный плоскости проекций, проецируется на неё в натуральную величину

AB параллельна горизонтальной плоскости проекций ( $\pi_1$ )



# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

11. Плоская фигура проецируется в натуральную величину на некоторую плоскость проекций, если она параллельна этой плоскости проекций



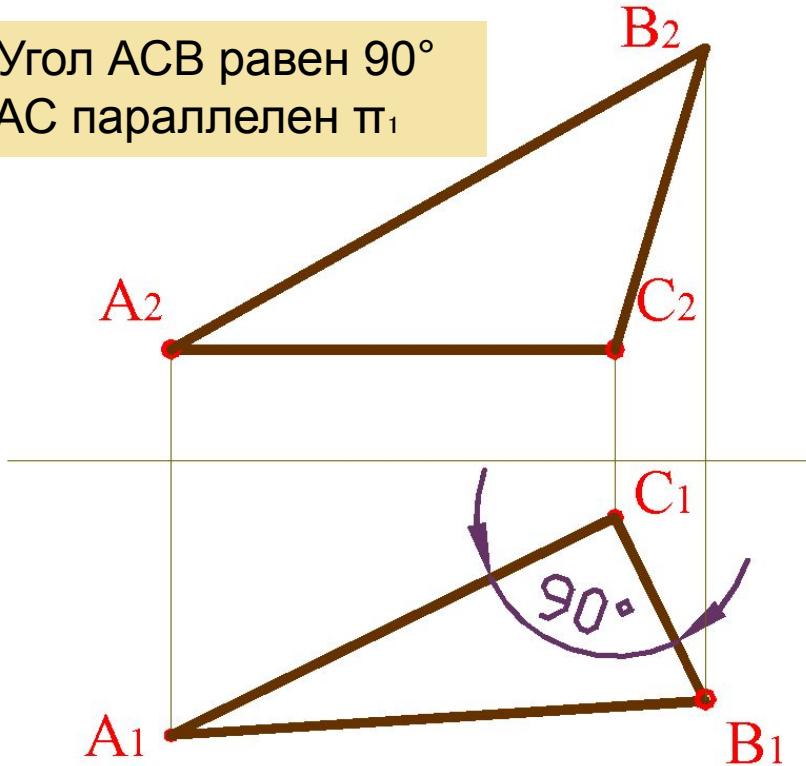
ΔABC параллелен  
горизонтальной плоскости  
проекций ( $\pi_1$ )

$$\text{ИДАВСI} = \Delta A_1 B_1 C_1$$

# ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

12. Прямой угол, у которого хотя бы один луч параллелен плоскости проекций, проецируется на неё в натуральную величину

Дано: Угол АСВ равен  $90^\circ$   
Катет АС параллелен  $\pi_1$



# ВОПРОСЫ 3\_5

- 3. Привести пример конкурирующих точек
- 4. Привести пример чертежа точки, принадлежащей П2
- 5. Условие, при котором прямой угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину

# ВЫВОДЫ

- Ортогональное проецирование – прямоугольное, параллельное проецирование на три взаимно перпендикулярные плоскости – единственный способ построения машиностроительных чертежей

# ВЫВОДЫ

- Положение точки определяется её ортогональными проекциями на две плоскости
- По двум проекциям всегда можно построить третью