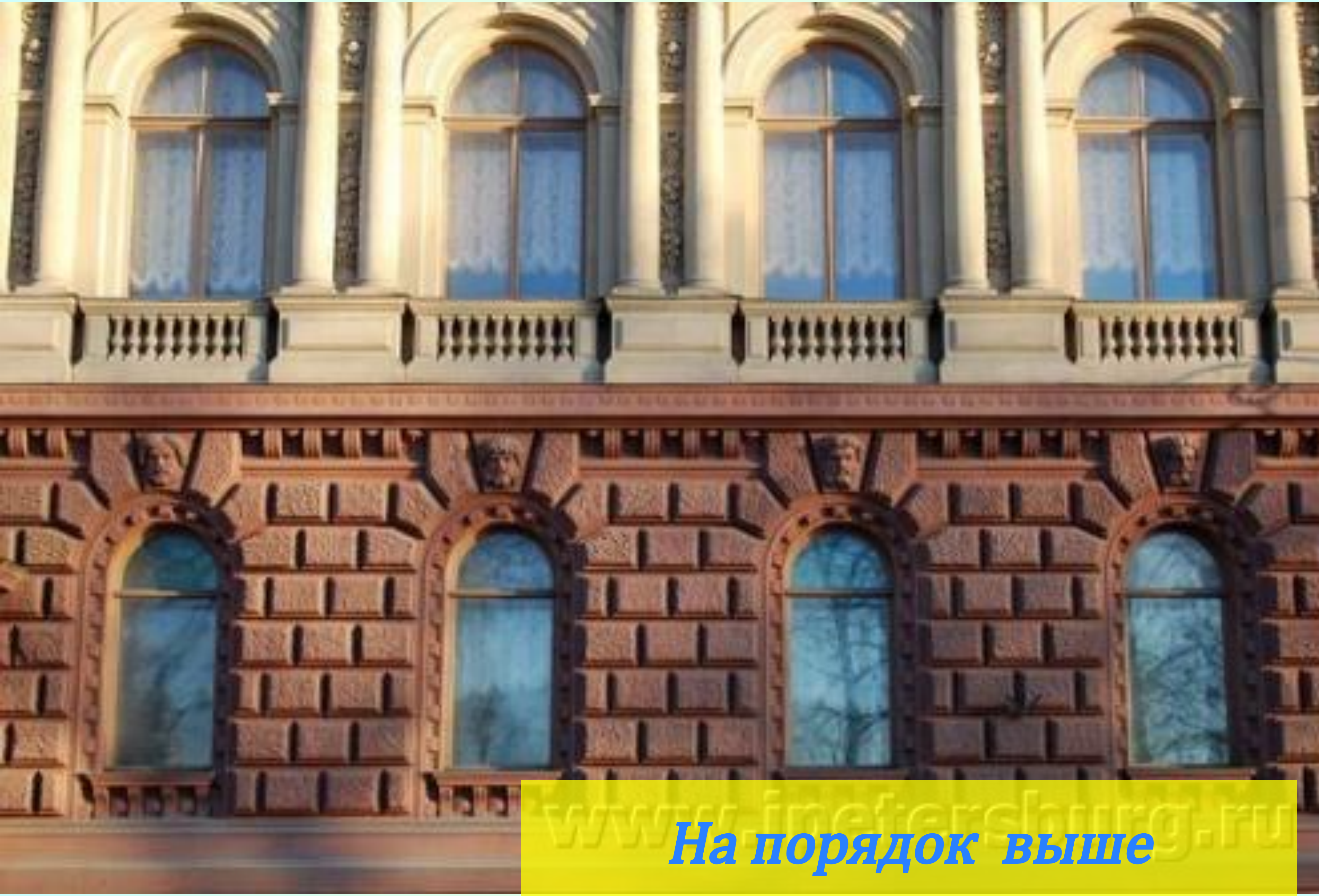
Тема проекта:
«Максимум удовольствия, оптимизация затрат»



На порядок выше

Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. <u>При заданном периметре</u> найти размеры окна, чтобы оно пропускало <u>наибольшее количество света</u>.

Решение.

Пусть X –высота окна до полукруга, Y –ширина, тогда R= Y/2. P-const,

$$P = 2x + y + \frac{\pi y}{2} \qquad x = \frac{2P - 2y - \pi y}{4} \qquad S = xy + \frac{\pi R^2}{2}$$

$$S = y\left(\frac{2P - 2y - \pi y}{4}\right) + \frac{\pi y^2}{8} =$$

$$= \frac{yP}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{\pi y^2}{4} + \frac{\pi y^2}{8} =$$

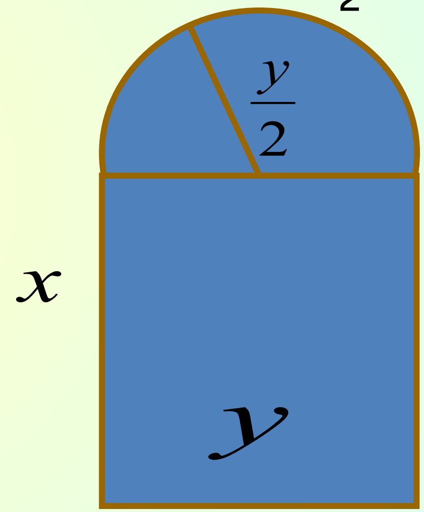
$$= \frac{yP}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{\pi y^2}{8}, \quad y \in \left(0; \frac{P}{2}\right)$$

$$S'(y) = \frac{P}{2} - y - \frac{\pi y}{4} = \frac{P}{2} - y\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$S'(y) = 0 \qquad y = \frac{P}{2} : \frac{4+\pi}{4} = \frac{2P}{4+\pi}$$

$$S''(y) = -1 - \frac{\pi}{4} < 0 \quad \cancel{\forall y \in} \left(0; \frac{P}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y_{max} = \frac{2P}{4+\pi}$$



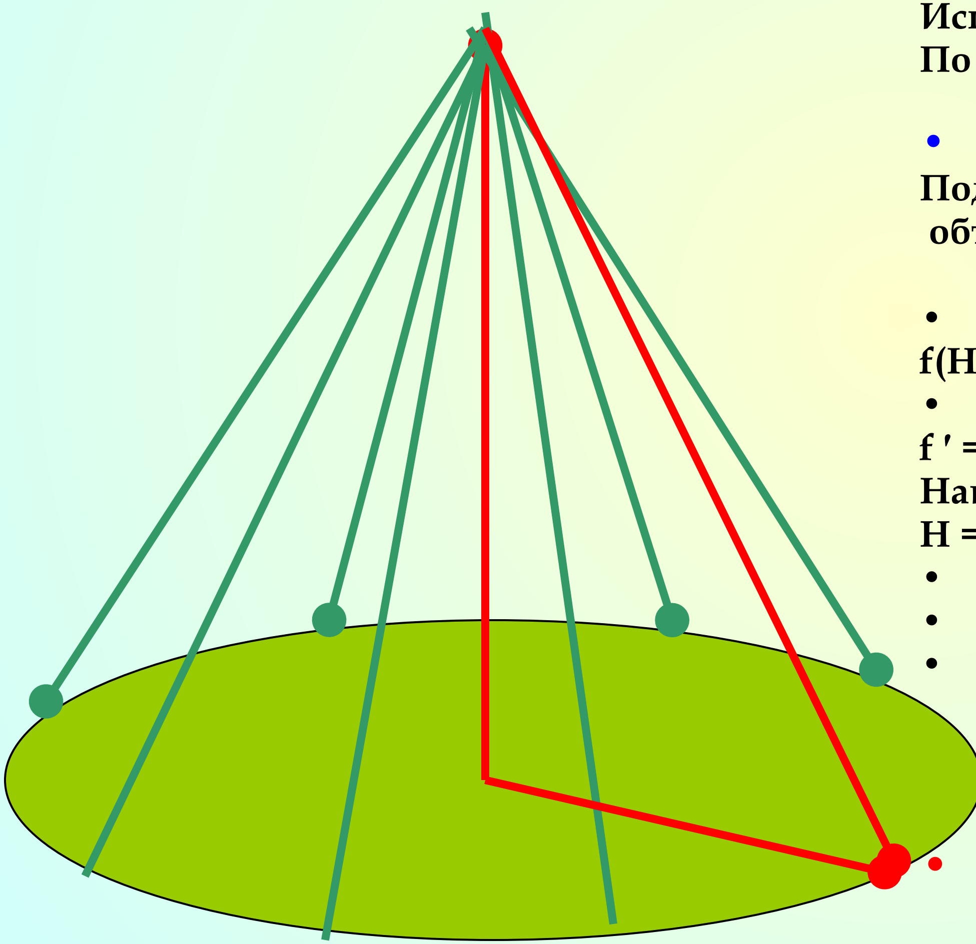
$$y = \frac{2P}{4+\pi}\,(\textit{ширина}),$$

$$R = \frac{P}{4+\pi}\,(\textit{радиус}),$$

$$x = \frac{P}{4+\pi}\,(\textit{длина})$$

Сооружается палатка конусообразной формы. Для этого <u>используются шесты длиной L</u>.

Мы выяснили, какой должна быть палатка, чтобы она была <u>наиболее вместительной</u>.



Решение

Используем формулу объема конуса : $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

По теореме Пифагора выразим радиус через образующую и высоту конуса :

- $R^2 = L^2 - H^2$

Подставим полученное значение в формулу объема, получим :

$$V = \frac{1}{3}\pi(L^2 - H^2)H$$

- **Введем функцию :**

f(H) = 1/3πH (L^2 – H^2) , где H (0 ; L)

- **Найдем производную от этой функции :**

f ' = 1/3π L^2 - π H^2

Найдем критические точки данной функции :

H = L/ √3

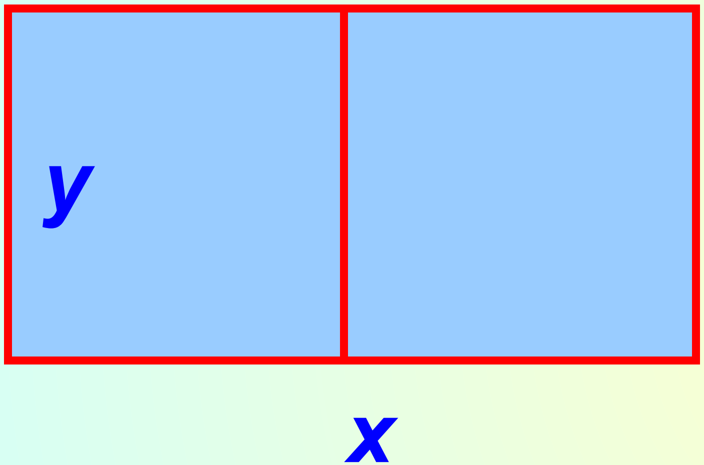
- **Найдем производную второго порядка :**
- **f '' = -2πH**
- **Это выражение меньше 0 т.к H>0, а значит, график функции выпуклый в найденной точке. Следовательно, это точка максимума.**

ИБОЛЬШИЙ ОБЪЁМ ПАЛАТКИ, если используются шесты L= 2,5

- **при H=1,5 R=2**

В гостях у Деда Мороза

Прямоугольная площадка площадью $S=294$ м^2 разделена на две равные части прямоугольной формы. Какими должны быть <u>размеры</u> этого участка, чтобы <u>длина</u> ограждения была <u>наименьшая.</u>



Пусть одна сторона прямоугольника - x, а другая – y.

$P_{прямоуг} = 2x+3y$ $S_{прямоуг} = xy$; => $294=xy$; => $x=\frac{294}{y}$.

$P_{прямоуг} = \frac{588}{y} + 3y$.

Введем функцию $y(p)=\frac{588}{y} + 3y$, $y \in (0; 196)$

$y'(p)= (3y^2-588)/y^2$;

$y'(p) = 0$; $3y^2 - 588= 0$

$y=14$м.

$y''(p) = 588/y^4 > 0$,

значит $y=14$, является точкой минимума.

$x = \frac{294}{14} = 21$м

Ответ: 14м, 21м.