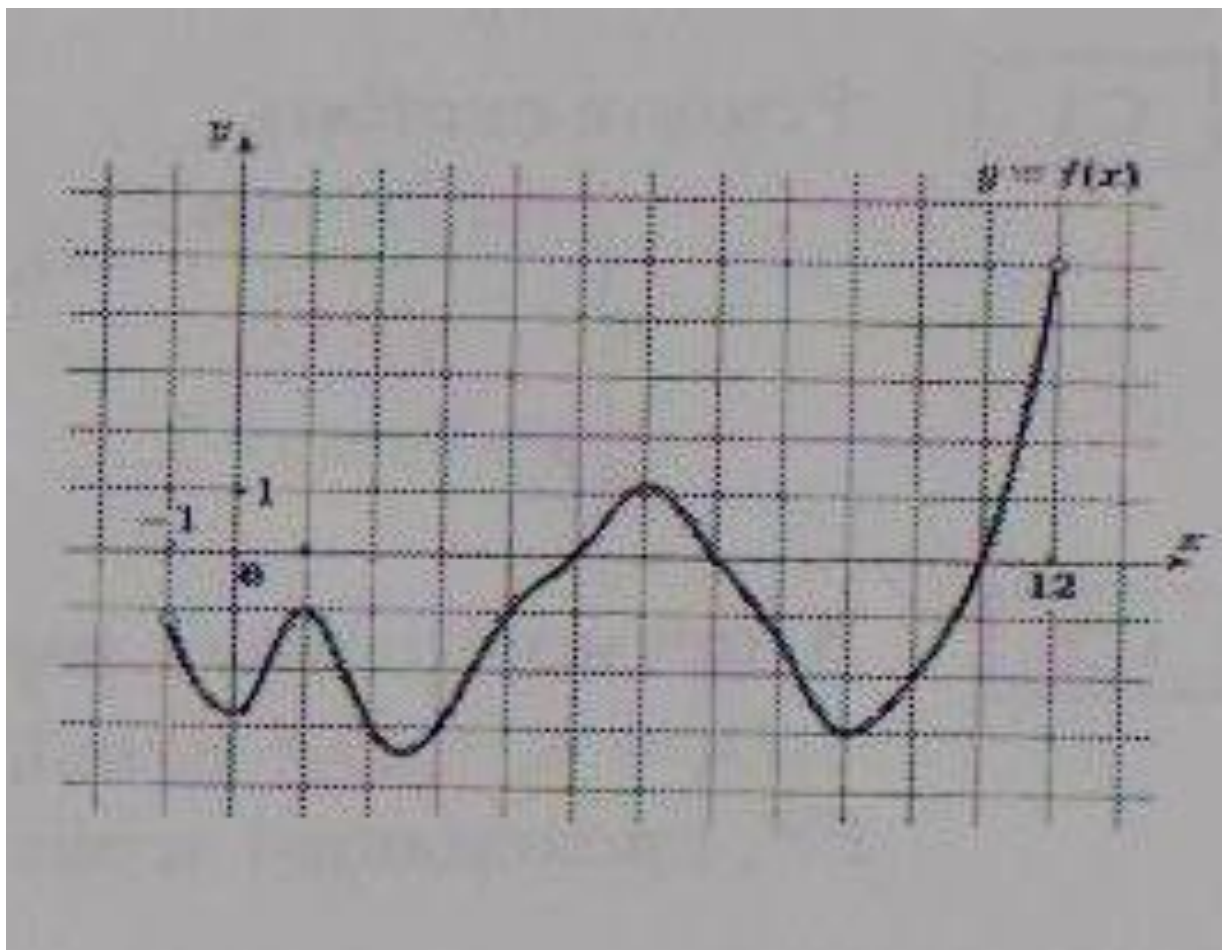


Функция задана на отрезке $[4;9]$. Укажите для нее количество промежутков возрастания, количество точек минимума.

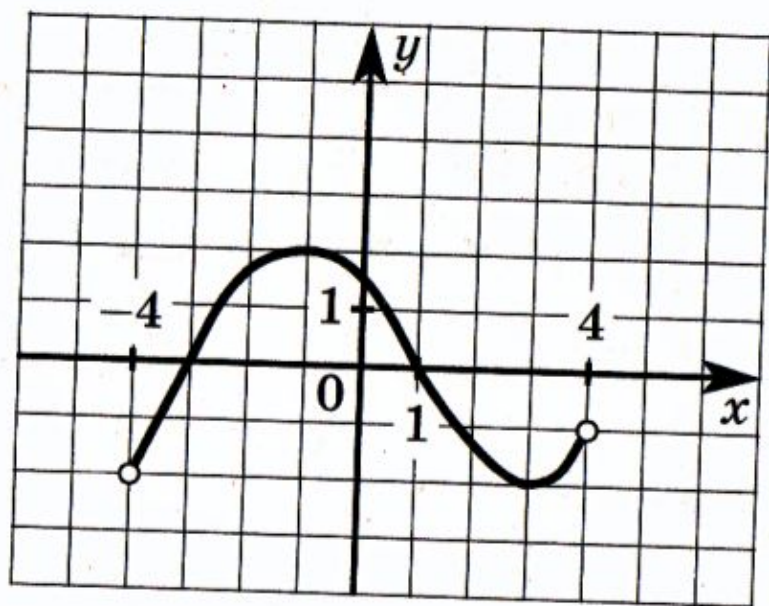


Функция задана на промежутке $(-1; 12)$. По ее графику определите количество промежутков убывания, количество точек максимума.

В8.10. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-4; 4]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите точку минимума этой функции.



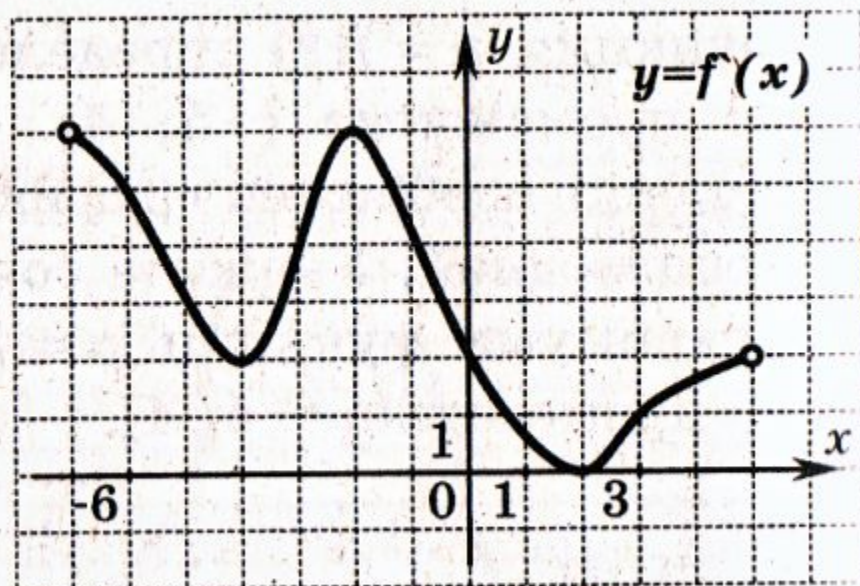
В8.11. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-4; 4]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите точку максимума этой функции.



Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-9; 2)$. На рисунке изображен график ее



Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-6; 3]$.



Найдите наименьшее значение функции

a. $f(x) = x^2 + 10x + 26;$

b. $f(x) = x^2 + 10x + 26 + \frac{1}{x^2 + 10x + 26}$

c. $f(x) = \frac{81}{5^x + 2}$ на отрезке $[-3; 2]$.

Тема урока:



**Использование производной
для нахождения оптимального
решения в прикладных задачах**

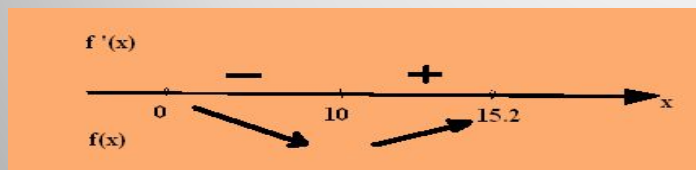
(ЗАДАЧИ НА МАКСИМУМ И МИНИМУМ).

Задача.

Представить число 76 в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы сумма квадратов всех слагаемых была наименьшей, а отношение первого числа ко второму было равно 2:3.

Решение.

- $x > 0$ – коэффициент пропорциональности,
- $2x$ – первое слагаемое,
- $3x$ – второе слагаемое.
- $76 - 2x - 3x = 76 - 5x$ – третье слагаемое, $76 - 5x > 0$, $x < 15,2$.
- Сумма квадратов этих трех чисел равна $(2x)^2 + (3x)^2 + (76 - 5x)^2 = 38x^2 - 760x + 76$
- Сумма квадратов трех чисел будет наименьшей при том значении x , при котором функция $f(x) = 38x^2 - 760x + 76$ на интервале $(0; 15,2)$ достигает своего наименьшего значения.
- $f'(x) = 76x - 760 = 76(x - 10)$, $f'(x) = 0$ при $x = 10$.



- Эта функция принимает наименьшее значение на промежутке $(0; 15,2)$ при $x = 10$, т.к. эта точка является точкой минимума и единственной точкой экстремума функции $f(x)$ на этом промежутке.

Или:

- Сумма квадратов этих трех чисел равна $(2x)^2 + (3x)^2 + (76-5x)^2 = 38x^2 - 760x + 76^2 = 38(x^2 - 20x + 152) = 38((x-10)^2 + 52)$.
- Сумма квадратов трех чисел будет наименьшей при том значении x , при котором функция $f(x) = 38((x-10)^2 + 52)$ на интервале $(0; 15,2)$ достигает своего наименьшего значения. Для любого $x \in \mathbb{R}$ эта функция принимает наименьшее значение только при $x=10$.
- Т.к. $10 \in (0; 15,2)$, то на промежутке $(0; 15,2)$ существует единственная точка $x=10$, в которой функция достигает своего наименьшего значения.
- Следовательно, число 76 можно единственным образом представить в виде суммы согласно условиям задачи так:
 $76 = 20 + 30 + 26$.
- **Ответ: $76 = 20 + 30 + 26$.**

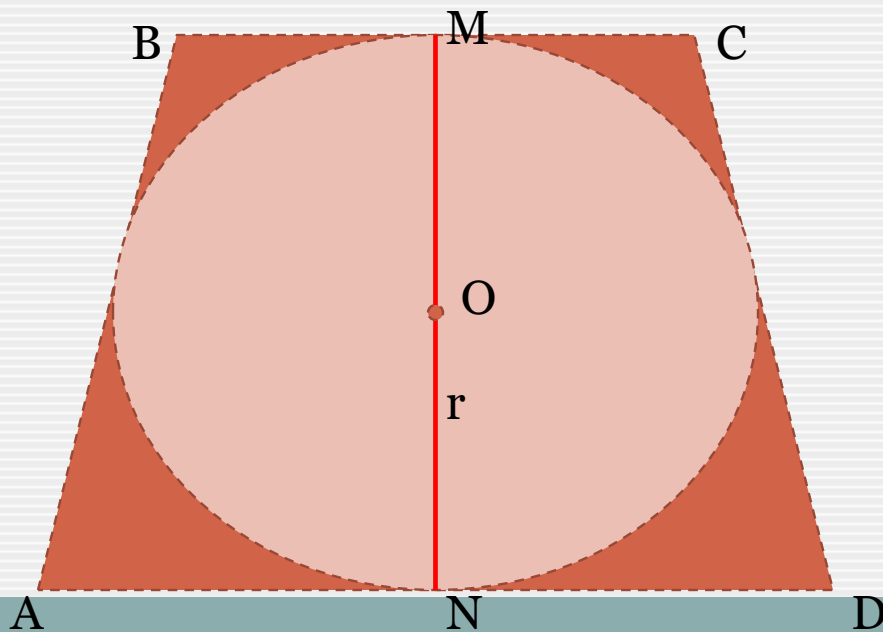
Этапы решения задачи на максимум и минимум



- 1) Ввести переменную x , от значения которой зависит исследуемая величина - та, которая согласно условию задачи принимает наибольшее (наименьшее) значение.
- 2) Определить границы изменения переменной x —промежуток X .
- 3) Выразить через x величину, которая согласно условию задачи принимает наибольшее (наименьшее) значение (получить функцию $f(x)$).
- 4) Исследовать функцию $f(x)$, заданную на X , найти ее критические точки, точки локального максимума (минимума).
- 5) Объяснить, почему в точке локального максимума (минимума) функция принимает наибольшее (наименьшее) значение.
- 6) Интерпретировать результаты исследования функции $f(x)$ с точки зрения решаемой задачи.

Задача №2

Площадь трапеции, описанной вокруг окружности, равна 2. Найти радиус окружности, если известно, что сумма длин боковых сторон и высоты трапеции принимает минимально возможное значение



Задачи на максимум и минимум

Текстовые задачи

Уравнения и неравенства

Геометрические задачи

Задачи на смеси и сплавы

Уравнения и неравенства с параметрами

Итог урока

- Что узнали нового?
- В чем из пройденного удалось разобраться лучше?
- Что осталось неясным?
- Что запомнилось из урока, понравилось?