

# Тема 8. Технологические размерные расчеты

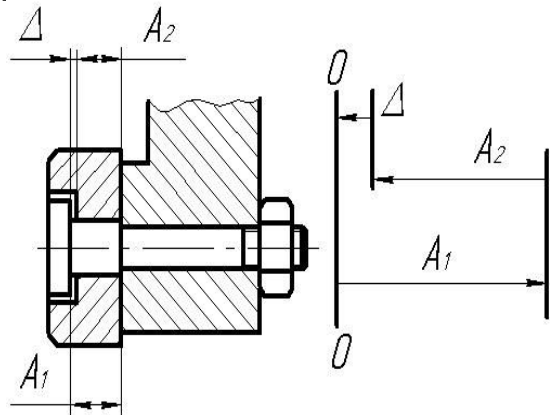
# Размерные технологические цепи и их характеристики

**Размерной цепью** называется совокупность размеров, расположенных по замкнутому контуру. Все размеры деталей, составляющие размерную цепь, называют **звеньями**. Звенья цепи, кроме замыкающего, называют **составляющими**.

На рисунке, для нормальной работы ролика необходимо обеспечить зазор  $\Delta$ . На величину этого зазора влияют размеры  $A_1$  и  $A_2$ . Для рассматриваемого случая уравнение размерной цепи имеет вид

$$A_1 - A_2 - \Delta = 0.$$

$\Delta$ - замыкающее звено. По расположению звеньев размерные цепи делятся на линейные, плоские и пространственные.



Составляющие звенья делятся на **увеличивающие** и **уменьшающие**.

Увеличивающее звено такое, если с его увеличением замыкающее звено увеличивается. Уменьшающее звено при своем увеличении вызывает уменьшение замыкающего звена.

# Размерные технологические цепи и их характеристики

**Линейная размерная цепь** имеет все размеры, параллельные между собой и связанные линейной зависимостью.

**Плоская размерная цепь** содержит звенья, находящиеся в одной или нескольких параллельных плоскостях, которые могут быть спроектированы без изменения их величины на одну плоскость.

**Пространственная размерная цепь** состоит из звеньев которые не параллельные и лежат в непараллельных плоскостях. Звенья могут быть спроектированы на три координатные плоскости. Пространственная размерная цепь может быть приведена к трем плоским размерным цепям. Если в плоской размерной цепи имеются звенья, расположенные под углом к выбранному направлению, то они проектируются на выбранное направление.

# Задачи, решаемые при расчете размерных цепей

## **Прямая задача (проектный расчет).**

По заданным параметрам замыкающего звена определяются параметры составляющих звеньев. При этом по известным предельным отклонениям и допуску замыкающего звена, называемому в этом случае исходным, рассчитывают допуски и предельные отклонения размеров составляющих звеньев.

## **Обратная задача (проверочный расчет).**

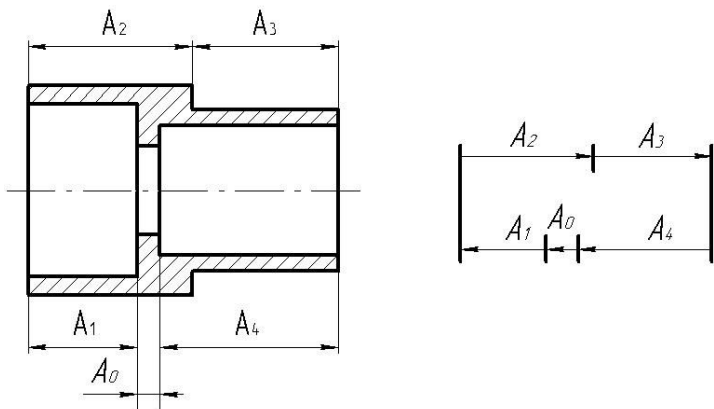
По известным параметрам составляющих звеньев определяются параметры замыкающего звена. При этом по известным номинальным размерам и их предельным отклонениям, допускам и характеристикам рассеяния размеров составляющих звеньев рассчитываются номинальный размер замыкающего звена, его допуск, или поле рассеивания и предельные отклонения.

## **Технологические размерные цепи рассчитываются следующими способами:**

- на максимум-минимум (метод полной взаимозаменяемости);
- вероятностным методом (метод неполной взаимозаменяемости);
- методом групповой взаимозаменяемости (при селективной сборке);
- с учетом регулирования размеров при сборке;
- с учетом пригонки размеров отдельных деталей при сборке.

Выбор способа расчета зависит от принятого в его основу метода достижения требуемой точности изделия.

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум



Расчет начинают с построения размерной цепи. Уравнение размерной цепи

$$A_2 + A_3 - A_1 - A_0 - A_4 = 0$$

откуда

$$A_0 = (A_2 + A_3) - (A_1 + A_4)$$

В общем случае для любого числа звеньев при  $m$  – общем количестве звеньев, включая замыкающее звено,  $n$  – количестве увеличивающих звеньев.

$$A_0 = (A_1 + A_2 + \dots + A_n) - (A_{n+1} + A_{n+2} + \dots + A_{m-1})$$

Полученное уравнение запишем в более короткой форме

$$A_0 = \sum_{i=1}^n \vec{A}_i - \sum_{i=n+1}^{m-1} \overleftarrow{A}_i$$

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

Наибольший свой размер замыкающее звено получит тогда, когда увеличивающие звенья будут наибольшим, а уменьшающие –

наименьшими, т.е.  $A_0^{\max} = \left( A_1^{\max} + A_2^{\max} + \dots + A_n^{\max} \right) - \left( A_{n+1}^{\min} + A_{n+2}^{\min} + \dots + A_{m-1}^{\min} \right)$

По аналогии, наименьший размер замыкающего звена

$$A_0^{\min} = \left( A_1^{\min} + A_2^{\min} + \dots + A_n^{\min} \right) - \left( A_{n+1}^{\max} + A_{n+2}^{\max} + \dots + A_{m-1}^{\max} \right)$$

Определим допуск замыкающего звена

$$TA_0 = TA_1 + TA_2 + \dots + TA_{m-1}, \quad TA_0 = \sum_{i=1}^{m-1} TA_i$$

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

**Верхнее предельное отклонение** замыкающего звена получим вычитанием из его наибольшего предельного значения номинального, т.е.

$$ESA_0 = \sum_{i=1}^n ES \vec{A}_i - \sum_{n+1}^{m-1} EI \overleftarrow{A}_i$$

- Аналогично **нижнее предельное отклонение** замыкающего звена получим вычитанием из его наименьшего предельного значения номинального, т.е.

$$EIA_0 = \sum_{i=1}^n EI \vec{A}_i - \sum_{n+1}^{m-1} ES \overleftarrow{A}_i$$

# Расчет размерных цепей, обеспечивающих неполную взаимозаменяемость

**Рассмотрим порядок расчета допуска замыкающего звена (обратную задачу).**

На практике законы распределения часто неизвестны (при проектных расчетах) поэтому применение вероятностного метода расчета считается правильным при  $(m-1) \geq 4$ .

В соответствии с положениями теории вероятностей суммирование случайных величин производится квадратично.

Допуск замыкающего звена равен

$$TA_0 = t \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \lambda_i^2 TA_i^2}$$

где  $t$  – коэффициент риска, характеризующий вероятность выхода отклонений замыкающего звена за пределы допуска (нормированный параметр распределения).

При  $(m-1) \geq 4$  принимается  $t = 3$

Относительное среднее квадратическое отклонение определяется по формуле

$$\lambda_i = \frac{1}{t}$$



# Расчет размерных цепей, обеспечивающих неполную взаимозаменяемость

При распределении размеров составляющих звеньев по закону нормального распределения для линейной размерной цепи с числом звеньев, больше 4

$$TA_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} TA_i^2}$$

При проектных расчетах, когда законы распределения неизвестны, условно принимается распределение всех звеньев одинаковым, соответствующим закону Симпсона. Тогда

$$TA_0 = 1,2 \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} TA_i^2}$$

# Расчет размерных цепей, обеспечивающих неполную взаимозаменяемость

**Выполним расчет допусков составляющих звеньев (рассмотрим прямую задачу).**

Расчет начинается с определения величины среднего допуска составляющих звеньев

$$T_{cp} = TA_0 / (1,2\sqrt{m} - 1)$$

Если средняя точность размеров составляющих звеньев соответствует 11-12 квалитетам, то метод неполной взаимозаменяемости считается подходящим, и определенный расчетом квалитет принимается в основу для установления допусков размеров всех составляющих звеньев, кроме регулирующего. Если по расчетам средняя точность размеров составляющих звеньев 7-9 квалитета, то достижение требуемой точности замыкающего звена методом неполной взаимозаменяемости затруднена, необходима пригонка. При необходимости производят выбор и расчет допуска регулирующего звена.

В качестве регулирующего звена выбирается звено с наибольшим номинальным размером, выполнение и измерение которого не вызывает технологических трудностей. Допуск регулирующего звена рассчитывают по формуле

$$TA_p = \frac{1}{k_p} \sqrt{TA_0^2 - \sum_{i=1}^{m-2} k_i^2 TA_i^2}$$

где  $k_p$  и  $k_i$  коэффициенты относительного рассеяния размеров регулирующего и составляющих звеньев

# Задачи, решаемые при расчете размерных цепей

## **ПОВТОР**

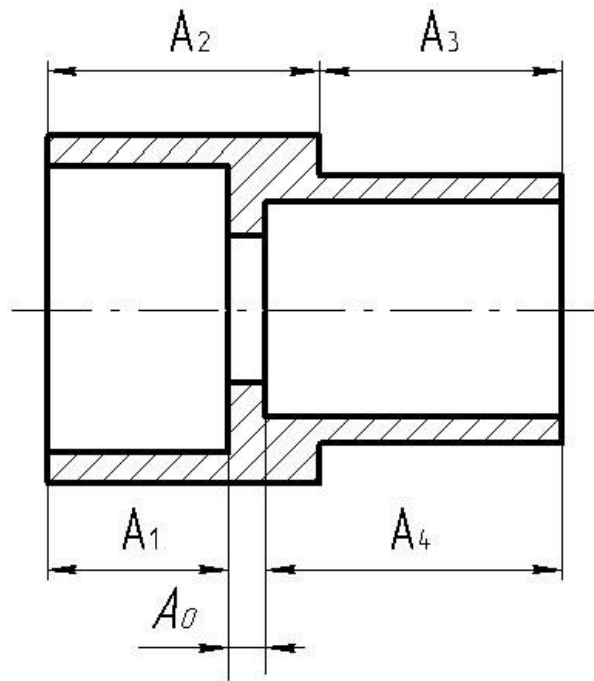
### **Прямая задача (проектный расчет).**

По заданным параметрам замыкающего звена определяются параметры составляющих звеньев. При этом по известным предельным отклонениям и допуску замыкающего звена, называемому в этом случае исходным, рассчитывают допуски и предельные отклонения размеров составляющих звеньев.

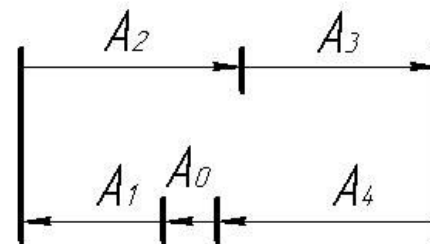
### **Обратная задача (проверочный расчет).**

По известным параметрам составляющих звеньев определяются параметры замыкающего звена. При этом по известным номинальным размерам и их предельным отклонениям, допускам и характеристикам рассеяния размеров составляющих звеньев рассчитываются номинальный размер замыкающего звена, его допуск, или поле рассеивания и предельные отклонения.

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум



## ПРИМЕР 1



$A_2 = 60^{-0,3}$ ;  $A_3 = 20^{+0,13}$  - увеличивающие звенья  
 $A_1 = 35^{+0,16}$ ;  $A_4 = 40^{+0,16}$  - уменьшающие звенья  
Требуется определить  $A_0$ ;  $TA_0$ ;  $ESA_0$ ;  $EIA_0$ ;  $E_c A_0$ .  
(обратная задача)

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

$$A_0 = (A_2 + A_3) - (A_1 + A_4) = (60 + 20) - (35 + 40) = 5;$$

$$A_2 = 60_{-0,3}; \quad A_3 = 20^{+0,13}; \quad A_1 = 35^{+0,16}; \quad A_4 = 40^{+0,16}.$$

$$TA_0 = \sum_{i=1}^{m-1} TA_i$$

$$TA_0 = 0,3 + 0,13 + 0,16 + 0,16 = 0,75;$$

$$ES_{60} = 0; \quad ES_{20} = 0,13; \quad ES_{35} = 0,16; \quad ES_{40} = 0,16;$$

$$EI_{60} = -0,3; \quad EI_{20} = 0; \quad EI_{35} = 0; \quad EI_{40} = 0;$$

$$ESA_0 = \sum_{i=1}^n ES \vec{A}_i - \sum_{i=1}^{m-1} EI \overleftarrow{A}_i \quad EIA_0 = \sum_{i=1}^n EI \vec{A}_i - \sum_{i=1}^{m-1} ES \overleftarrow{A}_i$$

$$ESA_0 = (0 + 0,13) - (0 + 0) = +0,13;$$

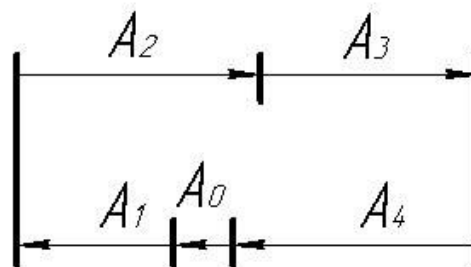
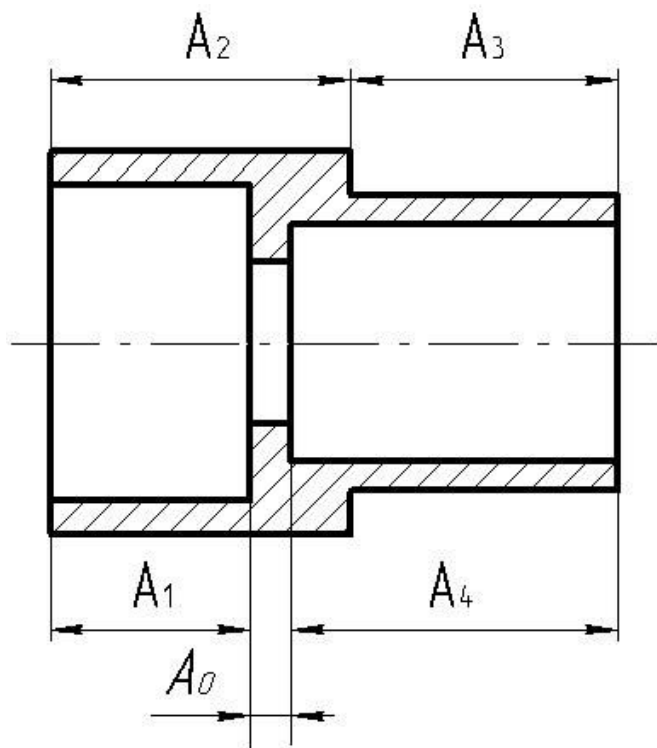
$$EIA_0 = (-0,3 + 0) - (0,16 + 0,16) = -0,62;$$

$$A_0 = 5 \begin{matrix} +0,13 \\ -0,62 \end{matrix}$$

$$E_c A_0 = ESA_0 - \frac{TA_0}{2} = 0,13 - \frac{0,75}{2} = -0,245 \text{ мм}$$

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

## ПРИМЕР 2



$$A_0 = 5^{+0,2}_{-0,5}$$

$$A_2 = 60; A_3 = 20; A_1 = 35; A_4 = 40; A_0 = 5$$

Требуется определить допуски составляющих звеньев по известному допуску замыкающего звена (*прямая задача*)

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

$$TA_0 = 0,7$$

$$TA_{i\text{ ср}} = TA_0 / (m-1) = 0,7/4 = 0,175 \text{ мм.}$$

Для всех составляющих звеньев, кроме одного, самого большого (регулирующего) назначаем допуски по Н или h, соблюдая принцип «допуск в металл» и среднюю величину допуска 0,175 мм. Регулирующим примем размер  $A_2 = 60$ .

В соответствии с таблицами допусков (Спр. Т.-М. Т.1, стр192)

$$A_1 = 35H11 (+0,16); A_4 = 40H11 (+0,16); A_3 = 20H11 (+0,13).$$

$$TA_1 = 0,16; TA_4 = 0,16; TA_3 = 0,13; E_c A_1 = 0,08; E_c A_4 = 0,08; E_c A_3 = 0,065; E_c A_0 = 0,2 - 0,35 = 0,15.$$

Допуск регулирующего звена.

$$TA_p = TA_0 - \sum_{i=1}^{m-2} TA_i$$

$TA_2 = 0,7 - (0,16 + 0,16 + 0,13) = 0,25 \text{ мм}$ , что соответствует 11 качеству (0,19 мм).

Для 12 качества 0,3 мм.

$$\text{Примем } TA_2 = 0,19.$$

# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

Координаты середины поля допуска регулирующего звена, когда оно **является увеличивающим**:

$$E_c \vec{A}_p = E_c A_0 - \sum_{i=1}^{n-1} E_c \vec{A}_i + \sum_{n+1}^{m-2} E_c \overleftarrow{A}_i \quad A_0 = 5_{-0,5}^{+0,2}$$

$A_1 = 35H11 (+0,16)$ ;  $A_4 = 40H11 (+0,16)$ ;  $A_3 = 20H11 (+0,13)$ ;  $TA_2 = 0,19$ .  
 $E_c A_1 = 0,08$ ;  $E_c A_4 = 0,08$ ;  $E_c A_3 = 0,065$ ;  $E_c A_0 = 0,2 - 0,35 = -0,15$ .

Координаты середины поля допуска, если оно является уменьшающим:

$$E_c \overleftarrow{A}_p = \sum_{i=1}^n E_c \vec{A}_i - \sum_{n+1}^{m-2} E_c \overleftarrow{A}_i - E_c A_0$$

Для  $A_2 = 60$ :  $E_c A_2 = -0,15 - 0,065 + (0,08 + 0,08) = -0,055$  мм  
 $E_c A_2 = E_c A_2 + TA_2 / 2 = -0,055 + 0,095 = +0,04$  мм;  
 $E_c A_2 = E_c A_2 - TA_2 / 2 = -0,055 - 0,095 = -0,15$  мм.

$$A_p = 60 \begin{matrix} +0,04 \\ -0,15 \end{matrix}$$



# Расчет размерных цепей на максимум - минимум

Окончательная проверка установленных допусков и предельных отклонений производится по формулам

$$TA_0 = \sum_{i=1}^{m-1} TA_i$$

$$E_c A_0 = \sum_{i=1}^n E_c \overrightarrow{A_i} - \sum_{n+1}^{m-1} E_c \overleftarrow{A_i}$$

$A_1 = 35H11 (+0,16)$ ;  $A_4 = 40H11 (+0,16)$ ;  $A_3 = 20H11 (+0,13)$ ;  $TA_2 = 0,19$ .  
 $E_c A_1 = 0,08$ ;  $E_c A_4 = 0,08$ ;  $E_c A_3 = 0,065$ ;  $E_c A_0 = 0,2 - 0,35 = -0,15$ .  
 $E_c A_2 = -0,055$

$TA_0 = 0,16 + 0,16 + 0,13 + 0,19 = 0,64$  мм.

$E_c A_0 = (+0,065 - 0,055) - (+0,08 + 0,08) = -0,15$  мм.

$$A_0 = 5 \begin{matrix} +0,2 \\ -0,5 \end{matrix}$$

# Расчет размерных цепей методом неполной взаимозаменяемости

**Точность замыкающего звена обеспечивается не у всех деталей**, а только у заранее обусловленной их части. При этом предварительно устанавливается процент риска, т.е. процент деталей, у которых может не обеспечиваться точность замыкающего звена. Следует заметить, что процент риска - это лишь вероятность получения бракованных изделий.

В основу метода расчета параметров составляющих звеньев **(прямая задача)** положены следующие математические зависимости.

Уравнение размерной цепи в номиналах и допуск замыкающего звена

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^m A_{yB} - \sum_{i=1}^n A_{yM} \qquad TA_{\Delta} = t \sqrt{\sum_{i=1}^{m+n} \lambda_i^2 TA_i^2}$$

$t$  – коэффициент, зависящий от процента риска;  $\lambda_i$  – коэффициент, характеризующий закон рассеяния размеров.

# Расчет размерных цепей методом неполной взаимозаменяемости

При нормальном законе распределения размеров  $\lambda_i^2 = 1/9$ ,  
при известном законе -  $\lambda_i^2 = 1/3$ , при законе  
треугольника  $\lambda_i^2 = 1/6$ .

Ряд значений коэффициента  $t$  приведен в таблице

Процент риска Р	32,00	10,00	4,50	1,00	0,27	0,10	0,01
Коэффициент $t$	1,00	1,65	2,00	2,57	3,00	3,29	3,89

**Решение прямой задачи при методе неполной взаимозаменяемости выполняют в такой последовательности:**

# Расчет размерных цепей методом неполной взаимозаменяемости

- 1) записывают параметры исходного (замыкающего) звена: номинальный размер  $A_{\Delta}$ , предельные отклонения  $ESA_{\Delta}$  и  $EIA_{\Delta}$ , допуск  $T_{\Delta}$ , координату середины поля допуска  $E_c\Delta$ ;
- 2) по чертежу детали выявляют составляющие звенья  $A_i$ , строят размерную цепь, определяют по ней увеличивающие и уменьшающие звенья;
- 3) определяют номинальные размеры составляющих звеньев  $A_i$ ;
- 4) проверяют правильность определения номинальных значений составляющих звеньев по уравнению

$$A_{\Delta} = \sum^m A_{ув} - \sum^n A_{ум}$$

# Расчет размерных цепей методом неполной взаимозаменяемости

- 5) задаются процентом риска  $P$ , определяют значение коэффициента  $t$  и устанавливают законы распределения составляющих звеньев и коэффициенты  $\lambda_i$ ;
- 6) определяют среднее значение допусков составляющих звеньев (существует способ назначения допусков одного качества точности)

$$T_{иср} = \frac{T_{\Delta}}{t \sqrt{\sum_{m+n} \lambda_i^2}}$$

- 7) по номинальным размерам составляющих звеньев и с учетом полученного среднего значения на все составляющие звенья, кроме одного, назначают стандартные допуски по ГОСТ 25347-82 (на одно звено может быть установлен нестандартный допуск);

# Расчет размерных цепей методом неполной взаимозаменяемости

- 8) проверяют правильность определения допусков составляющих звеньев по формуле

$$TA_{\Delta} = t \sqrt{\sum_{i=1}^{m+n} \lambda_i^2 TA_i^2}$$

- 9) задают расположение допусков составляющих звеньев, кроме одного звена (для охватывающих поверхностей допуски задают ‘в плюс’, а для охватываемых – ‘в минус’, для остальных симметрично);
- 10) определяют координаты середин полей допусков составляющих звеньев, кроме одного звена, по формуле

$$E_{ci} = \frac{ESA_i + EIA_i}{2}$$

# Расчет размерных цепей методом неполной взаимозаменяемости

11) определяют координату середины поля допуска, оставшегося неизвестным звена из уравнения

$$E_{C\Delta} = \sum^m E_{c_{yB}} - \sum^n E_{c_{yM}}$$

12) определяют предельные отклонения оставшегося неизвестным звена по формулам

$$ESA_i = E_c A_i + 0,5TA_i, \quad EIA_i = E_c A_i - 0,5TA_i$$

13) выполняют проверку правильности расчетов по формулам

$$ESA_{\Delta} = \sum^m E_{C_{yB}} - \sum^n E_{C_{yM}} + t \sqrt{\sum^{m+n} \lambda_i^2 (0,5TA_i)^2},$$

$$EIA_{\Delta} = \sum^m E_{C_{yB}} - \sum^n E_{C_{yM}} - t \sqrt{\sum^{m+n} \lambda_i^2 (0,5TA_i)^2}.$$