ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ. ВВОДНАЯ ЛЕКЦИЯ

1. Преимущества ЦОС
2. Реализация ЦОС
3. Линейные дискретные системы
4. Дискретизация аналоговых сигналов

Литература:

Беллами Дж. Цифровая телефония – М.: Эко-Тренз, 2004. –
С. 77-91, С.109-132

Сравнительная характеристика цифровой и аналоговой обработки

Преимущества	Недостатки
•**Повторяемость** (малочувствительны к старению, к допускам точности компонентов, к изменениям температуры) •**Высокая помехоустойчивость** •**Большой динамический диапазон** •**Высокая точность** •**Универсальность методов и аппаратуры** •**Гибкость** (Возможность программной перестройки) •**Высокая степень интеграции**	•**Большие требования к быстродействию** (ширине полосы частот) •**Сложность методов и аппаратуры** •**Большая мощность потребления энергии** •**Наличие погрешностей дискретизации и шумов квантования** •**Высокая скорость морального старения**

- Цифровая обработка сигналов является альтернативой традиционной аналоговой. К ее важнейшим качественным преимуществам относятся:
- реализуемость любых сколь угодно сложных (оптимальных) алгоритмов обработки с гарантированной и независящей от дестабилизирующих факторов точностью;
- программируемость и функциональная гибкость;
- возможность адаптации к обрабатываемым сигналам;
- технологичность.

- Применение ЦОС ограничено в некоторых случаях недостаточной скоростью обработки. Однако непрерывное повышение быстродействия вычислительных средств, уже сейчас достигшее значений тактовой частоты 1000 МГц и более, в значительной мере разрешает эту проблему. Поэтому для современных сложных систем характерно сочетание аналоговой и цифровой обработки при максимальном и все возрастающем удельном весе последней (тенденция приближения ЦОС к антенне).

Реализация ЦОС

- Физически система ЦОС представляет собой процессор, который в соответствии с заданным алгоритмом под управлением программы осуществляет вычислительные операции с цифровыми сигналами, т. е. последовательностями цифровых кодов, соответствующих, например, отсчетам цифрового измерителя (датчика) или оцифрованного аналогового сигнала.

- Процессоры ЦОС наиболее полно используют новейшие достижения микроэлектроники и стимулируют ее развитие. Они реализуются разными средствами: на основе быстродействующей жесткой логики, программируемых логических схем (ПЛИС), микропроцессоров общего назначения, персональных и встраиваемых одноплатных компьютеров и цифровых сигнальных процессоров (ЦСП). Последние архитектурно и программно оптимизированы на задачи ЦОС и образуют ее специализированную элементную базу. Наиболее популярными являются семейства ЦСП ADSP-21xx, ADSP-21xxx фирмы Analog Devices, TMS320Cxx фирмы Texas Instruments, DSP56xxx, DSP96xxx фирмы Motorola. Имеются отдельные ЦСП со встроенными аналого-цифровыми и цифро-аналоговыми преобразователями.

Аппаратная реализация ЦОС

Процессоры ЦОС на элементах жесткой логики или ПЛИС обеспечивают максимальное быстродействие системы, но не обладают необходимой функциональной гибкостью, так как жестко привязаны к конкретной решаемой задаче и реализуемому алгоритму обработки. Частично это ограничение снимается при использовании ПЛИС (интегральные схемы программируемой структуры – ИСПС), относящихся к современным средствам аппаратной реализации процессоров ЦОС. ПЛИС представляет собой кристалл или БИС из набора базовых элементов, режим работы которых и соединения между ними (конфигурация ПЛИС) задаются в соответствии с реализуемой электрической схемой. Возможно многократное изменение схемы внутри кристалла, в том числе непосредственно в рабочей системе. Базовыми элементами ПЛИС являются вентили, триггеры, блоки памяти. Степень интеграции ПЛИС достигает нескольких миллионов вентилей, число входов-выходов – до 2000, тактовая частота – (100–500) МГц и выше. Имеются ПЛИС со встроенными многоразрядными аппаратны- ми умножителями и программируемыми процессорами, в том числе сигнальными.

Ведущими в области ПЛИС являются фирмы XILINX, (семейства ПЛИС Virtex4, Spartan3, CollRuner2), ALTERA (семейства ПЛИС MAX 7000, MAX 9000) и др. Проектирование процессоров ЦОС на основе ПЛИС аналогично проектированию их на жесткой логике. Разработанная на основе базовых элементов ПЛИС принципиальная схема цифрового устройства вводится

или импортируется из схемотехнической САПР, например, OrCad, в систему автоматизированного проектирования ПЛИС, генерирующую файл конфигурации ПЛИС. В соответствии с ним и производится программирование подключаемой к компьютеру ПЛИС. Все чаще для описания больших и сложных схем используются специальные языки описания аппаратуры, такие, как VHDL, Verilog, существенно облегчающие проектирование таких схем. САПР ПЛИС включает также библиотеку параметризированных модулей (LPM), автоматически реализующих сложные цифровые элементы программируемой размерности – счетчики, регистры, мультиплексоры, дешифраторы, а также сумматоры, умножители, память.

Аппаратно-программная реализация ЦОС

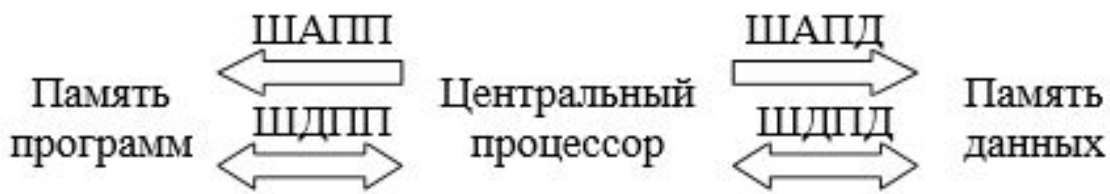
Цифровые сигнальные процессоры (ЦСП) – это класс микропроцессорных средств, аппаратно и программно ориентированных (оптимизированных) на задачи ЦОС [16]. ЦСП являются также мощными ускорителями для персональных компьютеров (мультимедийные приложения, трёхмерная графика и др.).

Цифровые сигнальные процессоры, как и другие микропроцессоры, имеют свою классификацию, в соответствии с которой выделяют несколько групп ЦСП:

- универсальные и специализированные (аудио, видео, фурье–процессоры и др.);
- без встроенных и со встроенными средствами аналого-цифрового интерфейса (гибридные ЦСП);
- с фиксированной точкой (Fixed Point), плавающей точкой (Floating Point) или поддерживающие оба типа арифметики;
- разрядностью данных 16, 24, 32, 40, 64 бита и др. или оперирующие с данными различной длины;
- низкой, средней и высокой производительности с достаточно условными ее оценками и границами, например, ниже 25 млн операций в секунду, десятки млн операций в секунду и сотни – тысячи млн операций в секунду.

К *отличительным признакам* ЦСП относят гарвардскую архитектуру; конвейерное выполнение команд; аппаратную реализацию всех вычислительных операций; короткий командный цикл, одинаковый для всех или большинства команд; независимость времени обработки от обрабатываемых данных; высокий уровень аппаратного и программного распараллеливания; развитые средства поддержки реального времени; многообразие каналов и средств ввода-вывода; наличие специальных команд и режимов адресации.

Гарвардской архитектуре ЦСП соответствует раздельная память команд (программ) и данных и, соответственно, раздельные шины команд и данных (шины адреса памяти программ ШАПП и памяти данных ШАПД, шины данных памяти программ ШДПП и памяти данных ШДПД), что допускает их одновременную выборку.



Основная литература

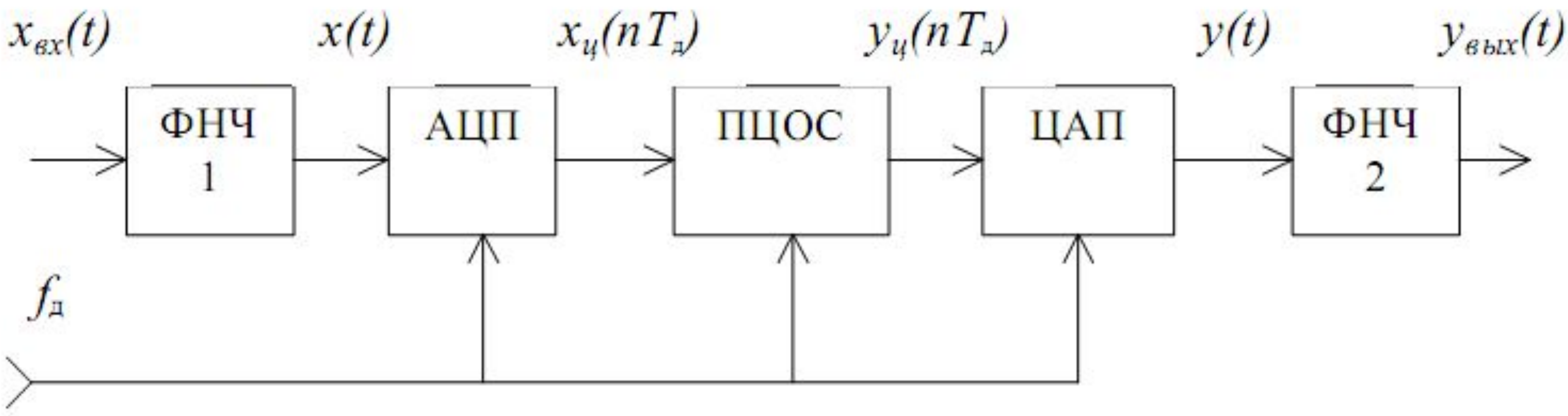
- 1. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов. Практический подход. / М., "Вильямс", 2004. – 992 с
- 2. Беллами Дж. Цифровая телефония – М.: Эко-Тренз, 2004. – 640 с.
- 3. Солонина А.И. и др. Основы цифровой обработки сигналов. Учебное пособие. – СПб.: БХВ Петербург, 2005. – 768 с.
- 4. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. – М.: ООО «Бином-Прес», 2006. – 656 с.
- 5. Глинченко А.С. Цифровая обработка сигналов: В 2 ч. Ч. 1. Красноярск: Изд-во КГТУ, 2001. . – 199 с.
- 6 Давыдов А.В. Цифровая обработка сигналов: Тематические лекции. / Екатеринбург: УГГУ. – 2007. / http://www.prodav.narod.ru/dsp/index.html.
- 7. Шелухин О. И., Лукьянцев Н. Ф.. Цифровая обработка и передача речи - М. : Радио и связь, 2000. – 454 с.

Дополнительная литература

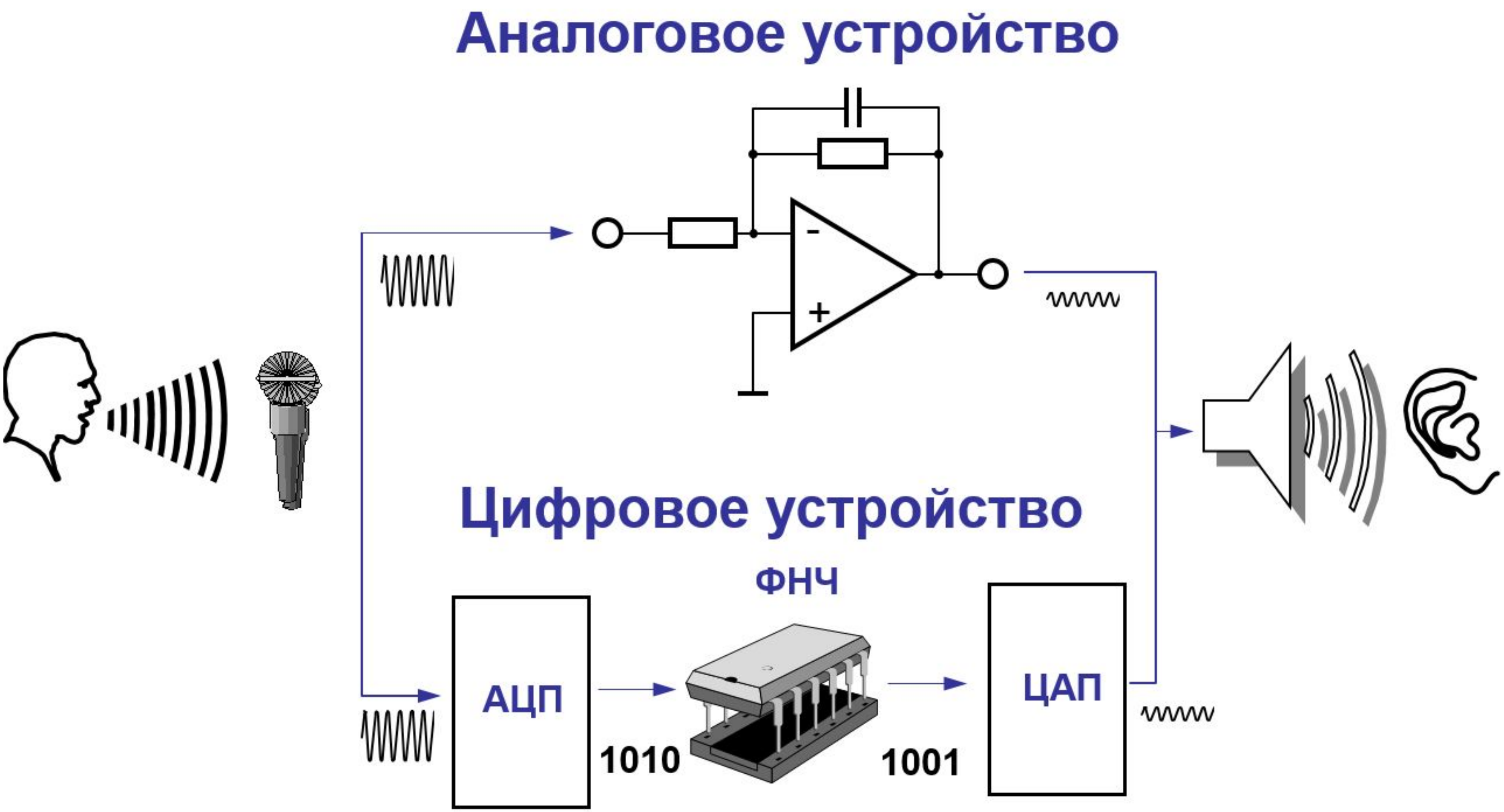
- 1. Прокис Дж. Цифровая связь – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
- 2. К. Феер. Беспроводная цифровая связь. –М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.
- 2. А.Б. Сергиенко. Цифровая обработка сигналов – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
- 4. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов – М.: Связь, 1979. – 416 с.
- 5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: Перевод с англ./Под ред. Ю. Н. Александрова. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
- 6. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
- 7. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. – М.: Мир, 1982. – 428 с.

Общая структура системы цифровой обработки аналоговых сигналов

- Системы ЦОС непосредственно оперируют с последовательностями цифровых кодов, которые называют цифровыми сигналами. Такие сигналы обрабатываются процессором ЦОС, представляющим операционное или вычислительное ядро системы. Алгоритмическая обработка аналоговых сигналов цифровыми средствами предполагает их предварительное преобразование в цифровую форму, а в системах с аналоговым выходом – и из цифровой формы в аналоговую.



Пример аналогового и цифрового устройств



1 ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

- **1.1 АНАЛОГОВЫЕ И ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ**

- Сигналом называют физический процесс, несущий в себе информацию. Математически сигналы описываются *функциями времени*, тип которых зависит от типа сигнала. К основным типам сигналов относят: *аналоговый*, *дискретный*, *цифровой*.

- *Аналоговым* называется сигнал, непрерывный во времени и по состоянию (рис. 1). Такой сигнал описывается непрерывной (или кусочно-непрерывной) функцией $|x(t)|$, причем и аргумент, и сама функция могут принимать любые значения из некоторых интервалов $t_1 \le t \le t_2$, $x_1 \le x \le x_2$ соответственно.

АНАЛОГОВЫЕ СИГНАЛЫ

а)

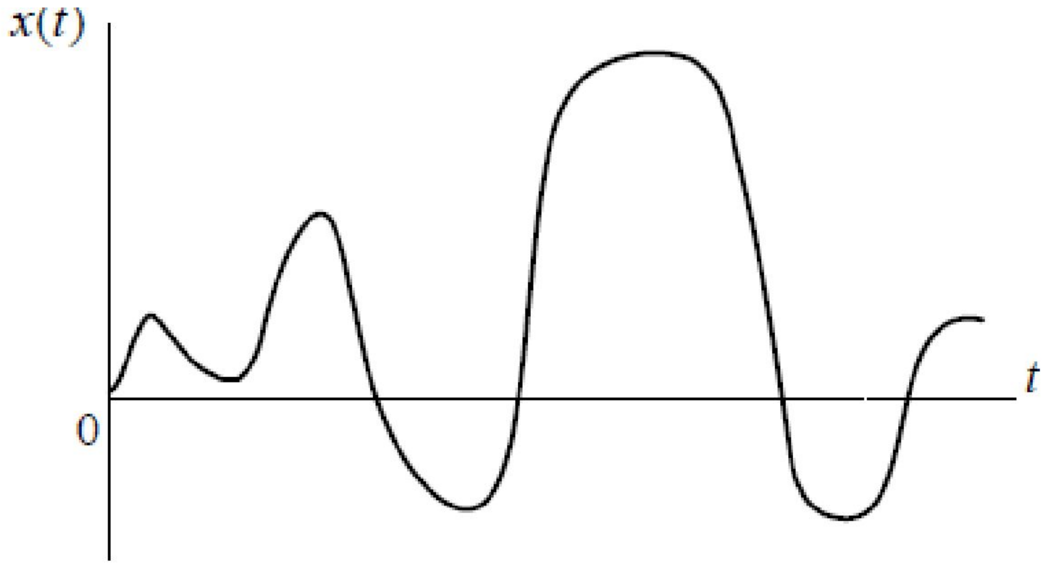


Рисунок 1

ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ

- *Дискретным* называется сигнал, дискретный во времени и непрерывный по состоянию (рис. 2). Он описывается решетчатой функцией (последовательностью) $x(nT)$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ Последовательность $x(nT)$ определена только в моменты времени nT и может принимать любые значения из некоторого интервала $x_1 \le x \le x_2$.
- Комплексный дискретный сигнал описывается двумя вещественными последовательностями

$$x(nT) = x_1(nT) + jx_2(nT)$$

ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ

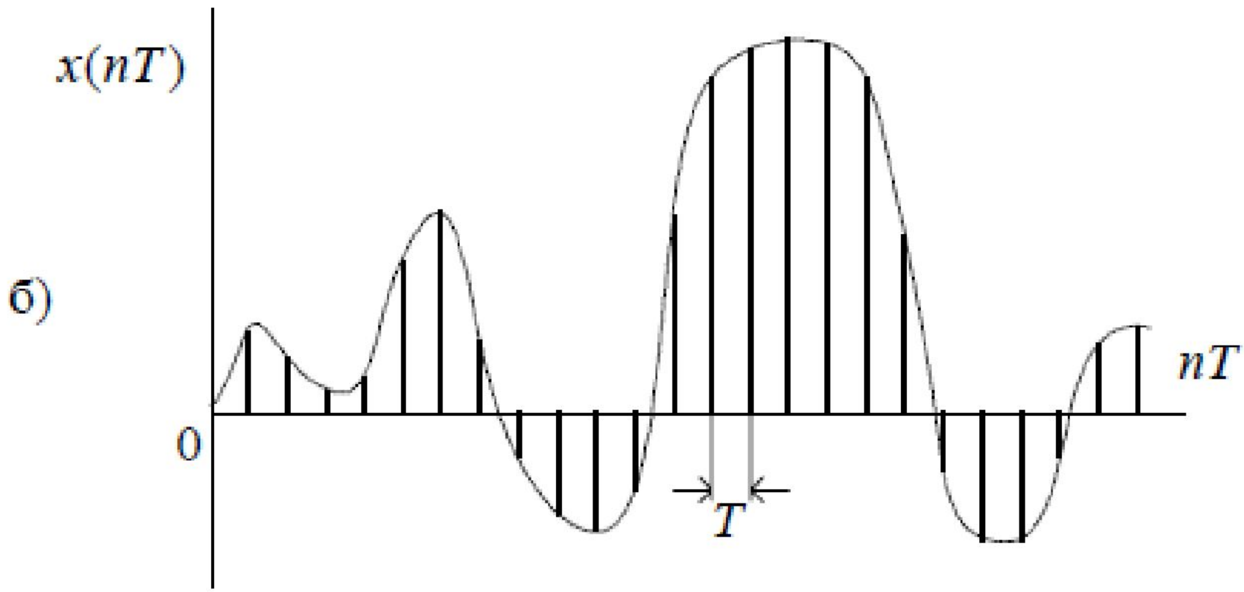


Рисунок 2

ЦИФРОВЫЕ СИГНАЛЫ

Цифровым называют сигнал, дискретный по времени и квантованный по состоянию. Такой сигнал описывается квантованной решетчатой функцией (*квантованной последовательностью* $x_{ц}(nT)$), отсчеты которой в каждый момент времени nT принимают квантованные значения из некоторого интервала $x_1 \le x \le x_2$.

- Интервал T называют *периодом* дискретизации, а обратную величину

$$f_{д} = \frac{1}{T} \qquad (1)$$

– *частотой* дискретизации.

ЦИФРОВЫЕ СИГНАЛЫ

- При анализе дискретных сигналов удобно пользоваться нормированным временем

$$\tilde{t} = \frac{t}{T}, \qquad (2)$$

откуда при $t = nT$

$$\tilde{t} = \frac{t}{T} = \frac{nT}{T} = n. \qquad (3)$$

- Таким образом, номер *n* отсчета дискретного сигнала является *нормированным временем*: иначе говоря, номер *n* означает, что отсчет взят в момент *nT*.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

- Под дискретными понимают сигналы или функции, существующие при дискретных, как правило, равноотстоящих значениях своего аргумента.
- Мгновенные значения дискретного сигнала называют его отсчетами, или выборками.
- Математически дискретный сигнал определяют:

1) функцией дискретного времени $nT_д$:

$$x(nT_д) = x(t)|_{t = nT_д}, \quad n = 0,1,2, ..., \qquad (4)$$

соответствующей выборкам аналогового сигнала в дискретные периодически повторяющиеся моменты времени;

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

2) функцией номера выборки n:

$$x(n) = x(nT_д)|_{Tд=1}, \tag{5}$$

в общем случае не связанной со временем;

3) функцией непрерывного времени t:

$$x_д(t) = x(t) f_\delta(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_д) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_д) \delta(t - nT_д), \tag{6}$$

получаемой умножением аналогового сигнала x(t) на дискретизирующую функцию

$$f_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_д) \tag{7}$$

в виде периодической последовательности δ-импульсов с периодом, равным Tд :

$$\delta(t - nT_д) = \begin{cases} \infty, t = nT_д \\ 0, t \neq nT_д \end{cases}.$$

График непрерывного x(t) и дискретного $x(nT_д)$ сигнала

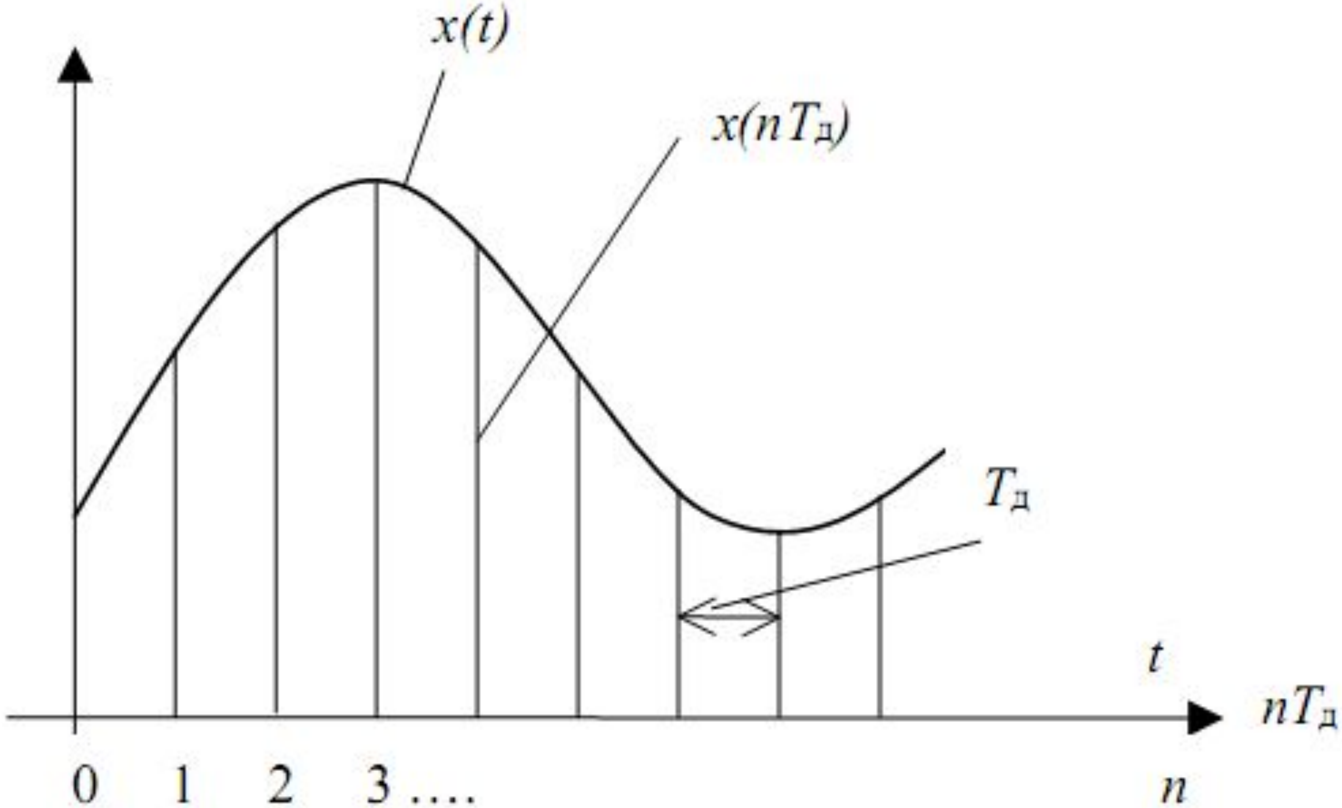


Рисунок 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

- Сигналы $x_д(t)$ и $x(nT_д)$ связаны линейным соотношением

$$x(nT_д) = \int_{(n-0,5)T_д}^{(n+0,5)T_д} x_д(t)\,dt \qquad (8)$$

и имеют одинаковые свойства (но разные размерности).

Поэтому все вышеприведенные определения дискретного сигнала являются математически адекватными.
Сигналы, представленные функцией номера выборки n, называют также дискретными, или числовыми последовательностями. Они непосредственно используются при описании и анализе дискретных и цифровых систем.

Определение дискретного сигнала функцией непрерывного времени

- Определение дискретного сигнала функцией непрерывного времени эквивалентно балансной модуляции или взвешиванию площади периодически следующих δ-импульсов $f_\delta(t)$, дискретизируемым сигналом x(t) (см рис. 4).

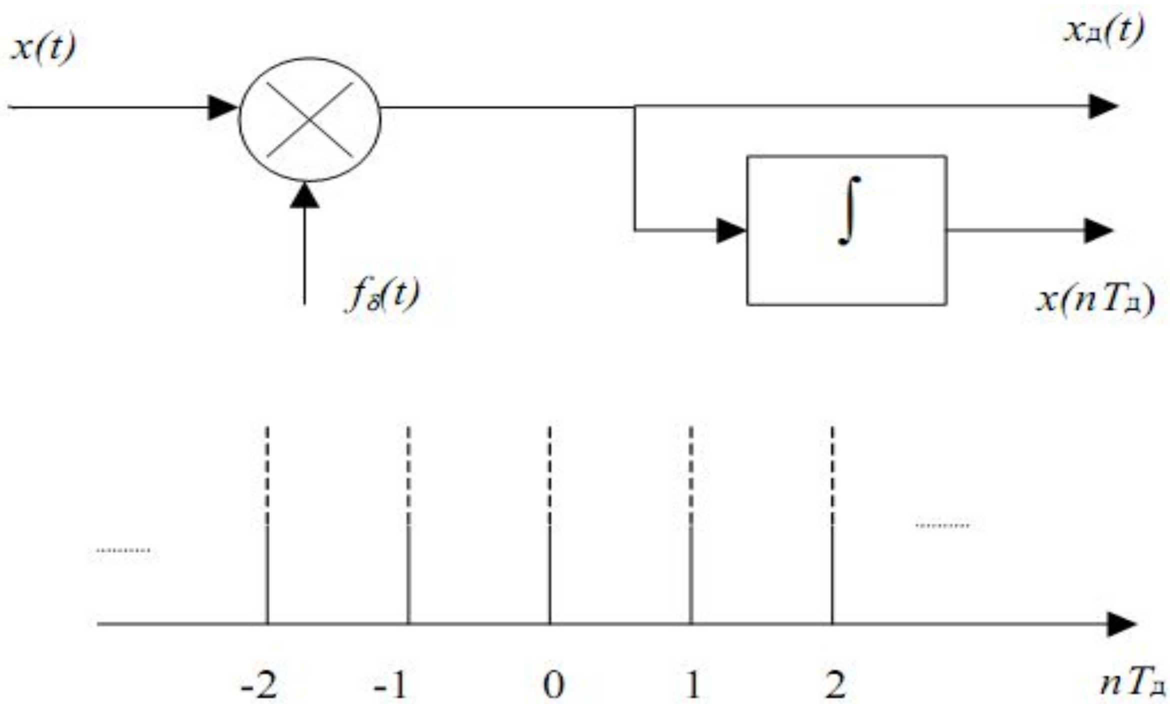


Рисунок 4

СПЕКТР ДИСКРЕТНОГО СИГНАЛА

- Спектральную плотность дискретного сигнала X(jω), для упрощения называемую в дальнейшем спектром, можно найти, дискретизировав по времени преобразование Фурье соответствующего ему аналогового сигнала

$$X_a(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt . \qquad (9)$$

Заменив t на $nT_д$, интеграл на сумму и dt на $T_д$, получим

$$X(j\omega) = T_д \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_д) e^{-j\omega n T_д} . \qquad (10)$$

СПЕКТР ДИСКРЕТНОГО СИГНАЛА

- С другой стороны, спектр может быть найден и прямым преобразованием Фурье дискретного сигнала, представленного функцией непрерывного времени:

$$X_{д}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{д}(t) e^{-j\omega t} dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - nT_{д}) e^{-j\omega t} dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_{д}) e^{-j\omega n T_{д}} \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) отличаются только масштабным множителем $T_{д}$, который обычно опускают.

СПЕКТР ДИСКРЕТНОГО СИГНАЛА

- В силу периодичности комплексной экспоненты

$$e^{-j\omega nT_д} = e^{-j(\omega + k\omega_д)nT_д} \quad (12)$$

- спектр дискретного сигнала в отличие от аналогового периодичен по частоте с периодом $\omega_д$:

$$X(j\omega) = X[j(\omega + k\omega_д)],\ k = 0,\ \pm1,\ \pm2. \quad (13)$$

- Периодичность спектра обусловлена дискретизацией сигнала по времени.
- Определяют спектр дискретного сигнала в основной полосе частот

$$(0 \pm \omega_д/2).$$

СВЯЗЬ МЕЖДУ СПЕКТРАМИ ДИСКРЕТНОГО И АНАЛОГОВОГО СИГНАЛОВ

Связь между спектрами дискретного и аналогового сигналов получается на основе определения дискретного сигнала (6), в котором дискретизирующая функция $f_\delta(t)$ представляется или заменяется аппроксимирующим ее рядом Фурье

$$x_д(t) = x(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_д t}. \qquad (14)$$

Коэффициенты ряда

$$C_k = \frac{1}{T_д}\int_{nT_д - T_д/2}^{nT_д + T_д/2} \delta(t - nT_д)e^{-jk\omega_д t}dt = \frac{1}{T_д}e^{-jk\omega_д nT_д} = \frac{1}{T_д}$$

Преобразование Фурье (11) при $C_k = 1/T_д$ приводит к выражению

$$X_д(j\omega) = \frac{1}{T_д}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{jk\omega_д t}e^{-j\omega t}dt = \frac{1}{T_д}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a[j(\omega - k\omega_д)]. \qquad (15)$$

Спектральные преобразования при дискретизации сигнала

- Из полученного выражения (15) следует, что спектр дискретного сигнала с точностью до постоянного множителя равен сумме спектров аналогового сигнала $X_а(j\omega)$, смещенных по частоте на $k\omega_д$.

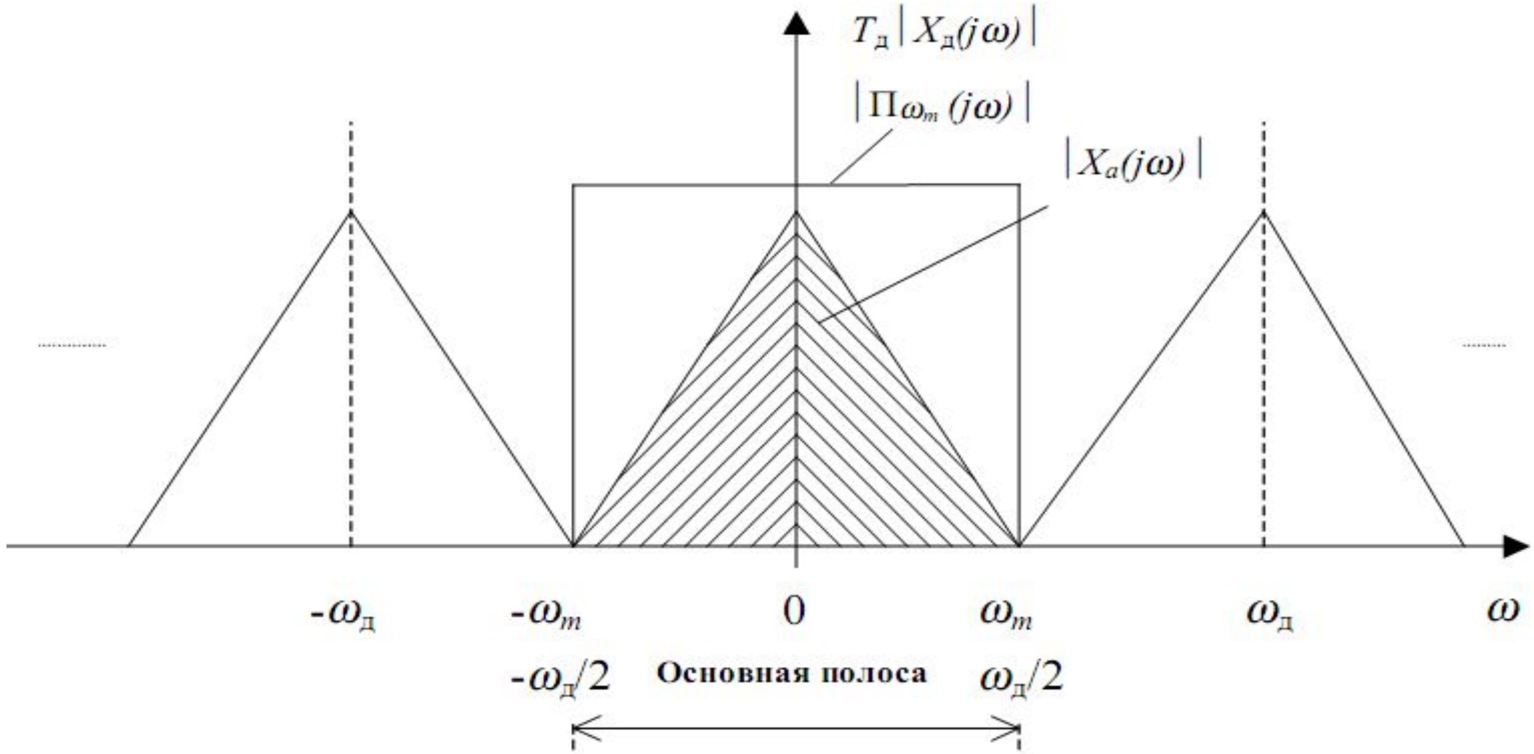


Рисунок 5

Теорема Котельникова

- **Теоре́ма Коте́льникова** (в англоязычной литературе — **теорема Найквиста — Шеннона** или теорема отсчётов) гласит:
- Любая непрерывная функция s(t), спектр которой ограничен частотой F_m полностью определяется последовательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга на интервал

$$T_д = \frac{1}{2F_m} = \frac{\pi}{\omega_m} \qquad (16)$$

Академик Котельников В.А. обосновал и способ точного восстановления аналогового сигнала по его отсчетам. Условие

$$\omega_m \le \omega_д/2 \text{ или } \omega_д \ge 2\omega_m.$$

В этом случае возможно точное восстановление аналогового сигнала по его дискретным выборкам с помощью идеального ФНЧ с прямоугольной частотной характеристикой

$$\Pi_{\omega_m}(j\omega) = \begin{cases} T_д, |\omega| \le \omega_д/2 \\ 0, |\omega| > \omega_д/2 \end{cases} \qquad (17)$$

Теорема Котельникова

- Сигнал на выходе ФНЧ соответствует обратному преобразованию Фурье депериодизированного спектра дискретного сигнала

$$x(t)=\frac{T_д}{2\pi}\int_{-\omega_д/2}^{\omega_д/2}\Pi_{\omega_m}(j\omega)\,X_д(j\omega)\,e^{j\omega t}d\omega=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(nT_д)\,\frac{\sin[\omega_д(t-nT_д)/2]}{\omega_д(t-nT_д)/2}. \qquad (18)$$

Выражение (18) является разложением аналогового сигнала x(t) в ряд по базисным интерполирующим функциям sinx/x с весовыми коэффициентами $x(nT_д)$ (ряд Котельникова), в соответствии с которым и осуществляется его восстановление.

Восстановление аналогового сигнала может быть представлено также сверткой дискретного сигнала $x_д(t)$ с импульсной характеристикой идеального ФНЧ h(t), связанной обратным преобразованием Фурье с его частотной характеристикой:

$$h(t)=\frac{T_д}{2\pi}\int_{-\omega_д/2}^{\omega_д/2}\Pi_{\omega_m}(j\omega)\;e^{j\omega t}d\omega=(\sin\omega_д t/2)/(\omega_д t/2). \qquad (19)$$

Наложение спектров при дискретизации

- Частота, определяемая как $\omega_д/2 = \omega_m$, носит известное по зарубежной литературе название частоты Найквиста.

- В случае, когда сигнал с финитным спектром дискретизируется с частотой $\omega_д < 2\omega_m$ (рис. 6) спектр дискретного сигнала в основной полосе частот
- $|\omega| \le \omega_д/2$ отличается от спектра аналогового сигнала). Периодизация спектра $X_a(j\omega)$ здесь приводит к перекрытию и суммированию его с соседними смещенными по частоте спектрами $X_a[j(\omega - k\omega_д)]$. Это явление называют наложением спектров при дискретизации. Связанные с ним погрешности дискретизации также называют погрешностями или искажениями наложения. При наложении невозможно точное восстановление аналогового сигнала по его дискретным выборкам.

- Явление наложения спектров составляющих сигнала называется **элайзингом (Aliasing)**

Наложение спектров при дискретизации: конечный спектр сигнала

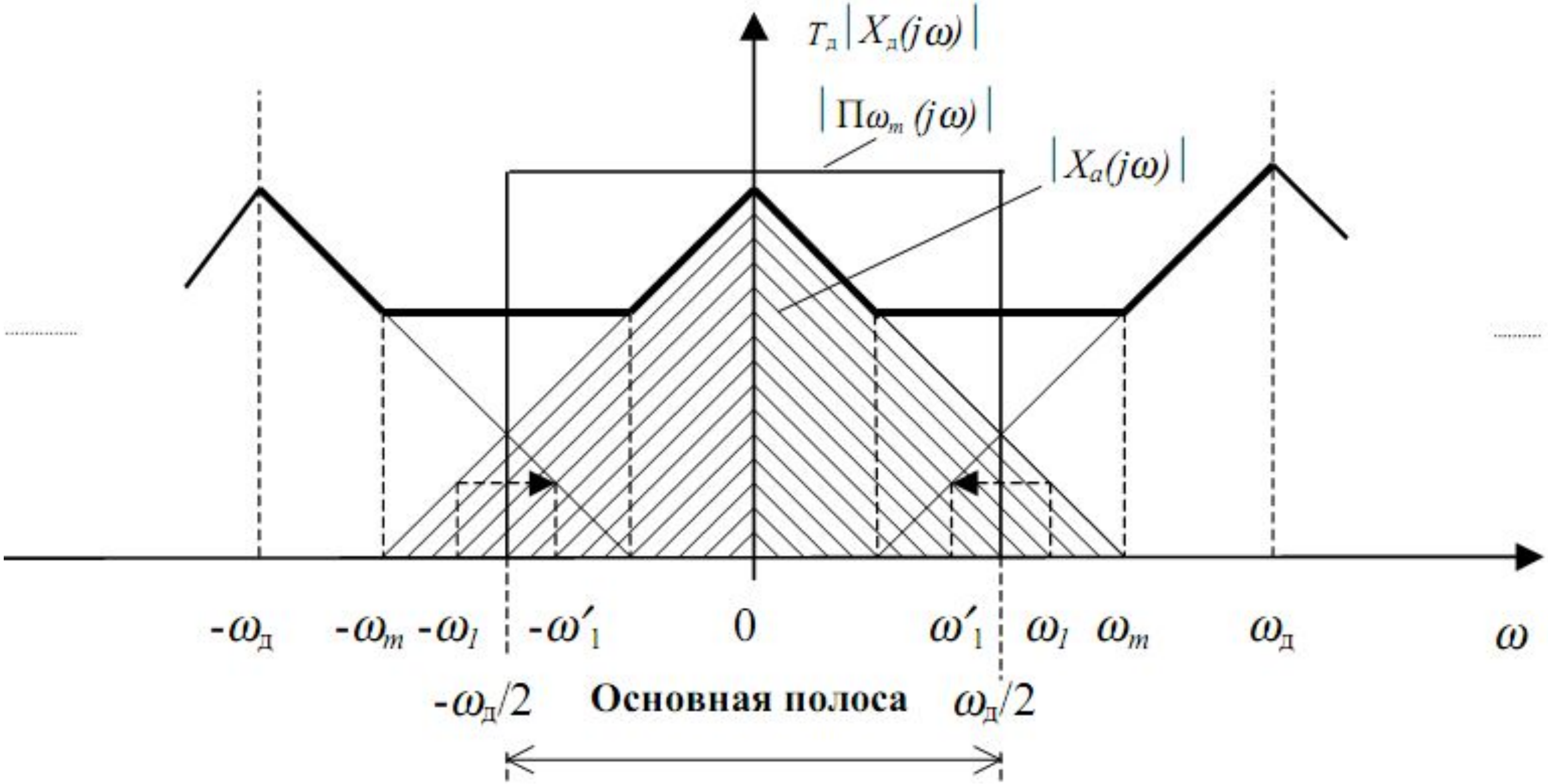


Рисунок 6

Наложение спектров при дискретизации: бесконечный спектр сигнала

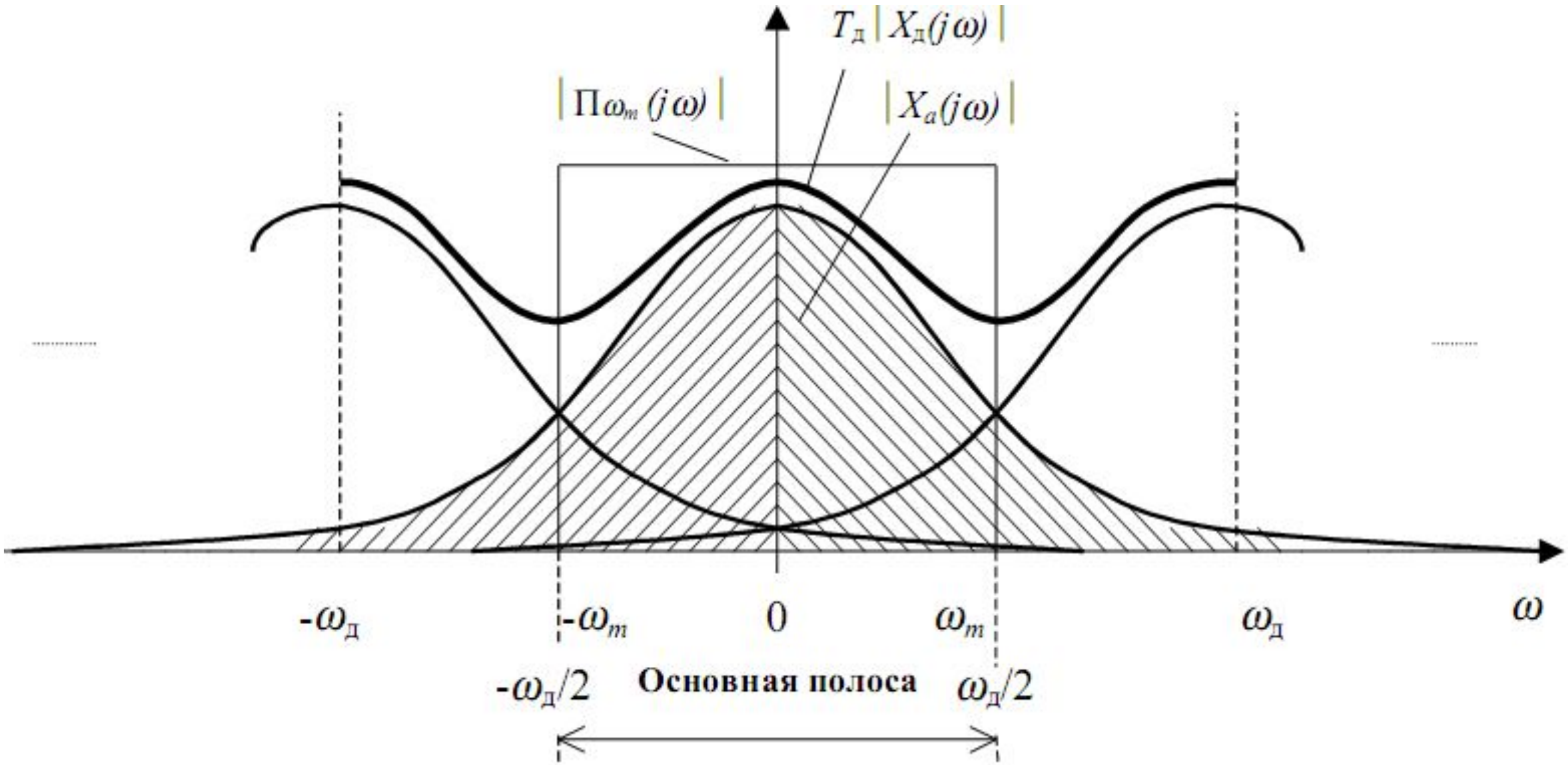


Рисунок 7

Подмена частот

- С наложением спектров при дискретизации реальных сигналов связано также явление подмены или маскирования частот, в результате которого частотный состав дискретного сигнала в основной полосе частот ±fд/2 может отличаться от состава частот аналогового сигнала в той же полосе частот. Это обусловлено тем, что высокочастотные составляющие сигнала, а также внешние шумы или помехи с частотами $\omega_{вч} > \omega_{д}/2$ при дискретизации трансформируются или преобразуются в основную полосу частот дискретного сигнала, создавая помехи наложения на частотах

$$\omega'_{вч} = |\omega_{вч} - k\omega_{д}| \leq \omega_{д}/2. \qquad (20)$$

График преобразования частот при дискретизации сигнала

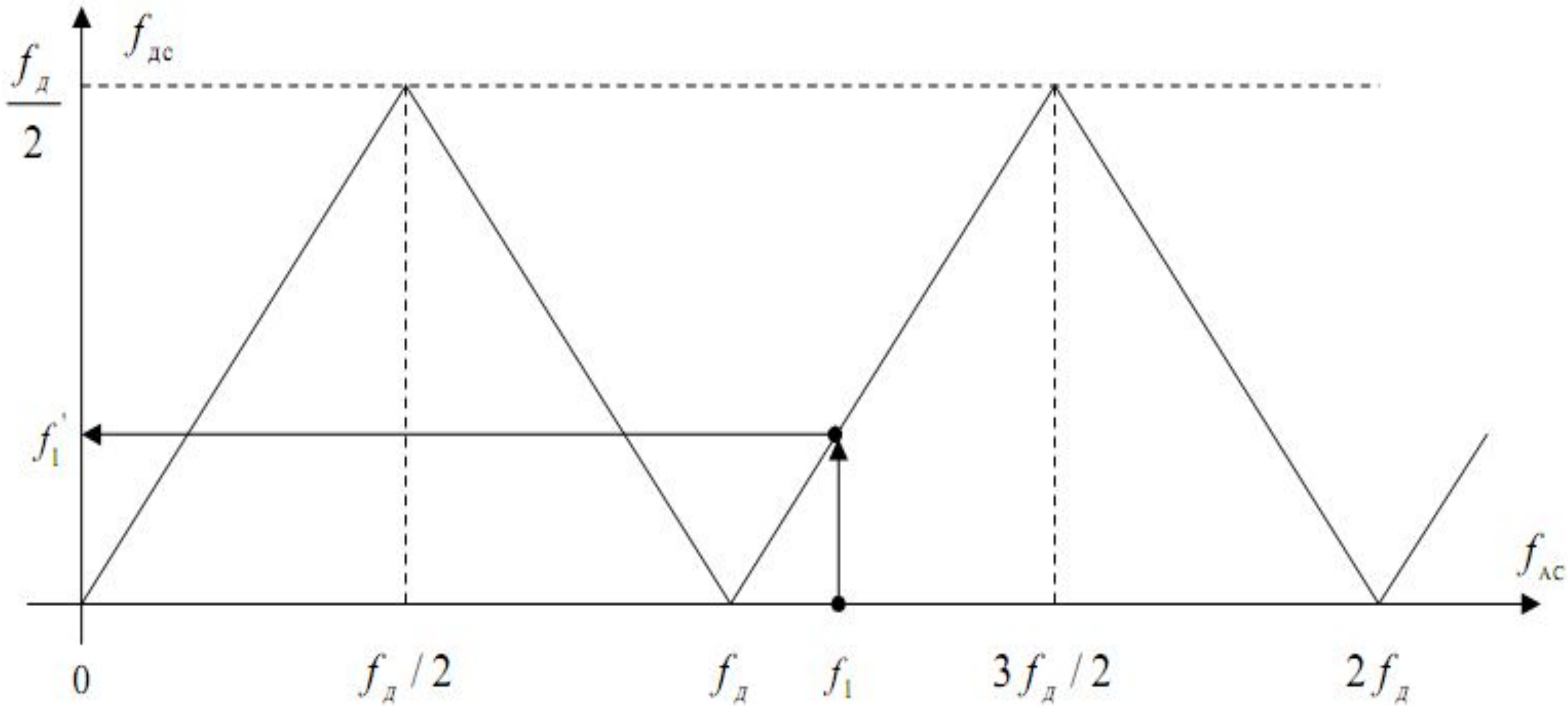


Рисунок 8

Основная полоса частот.

Нормирование частоты

- Согласно теореме Котельникова максимальная частота аналогового сигнала $f_в$ не должна превышать половины частоты дискретизации $f_д$ этого сигнала, следовательно, в частотной области все дискретные сигналы целесообразно рассматривать только в области $[0;\ f_д/2]$, которая называется *основной полосой частот* или *основным диапазоном частот*.
- Это позволяет ввести понятие *нормированной частоты*

$$\tilde{f} = \frac{f}{f_д} = fT, \quad (28) \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega}{f_д} = \omega T,$$

в результате чего основная полоса частот станет равной

$$\tilde{f} \notin [0;0{,}5] \quad \text{или} \quad \tilde{\omega} \notin [0;\pi]$$