

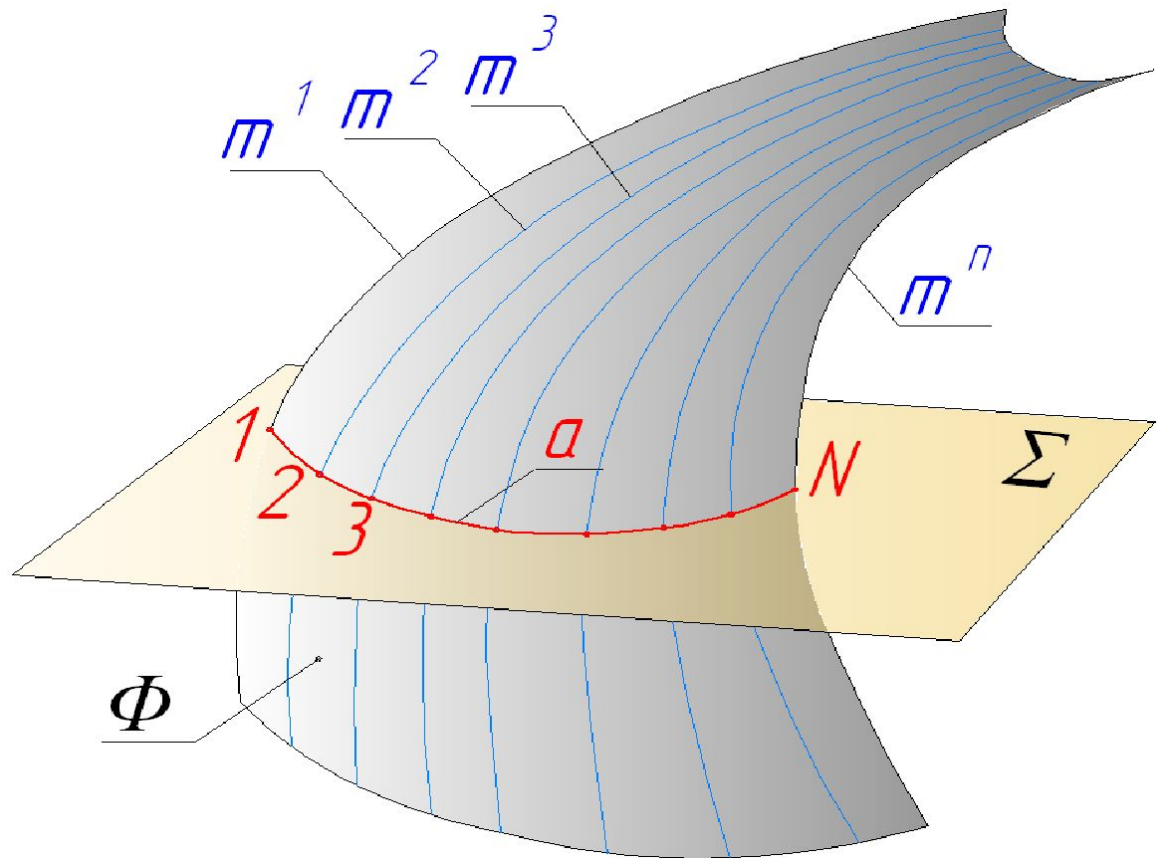
# Начертательная геометрия

ЛЕКЦИЯ №5

# Пересечение поверхности плоскостью частного положения

При пересечении поверхности плоскостью форма линии пересечения определяется формой самой поверхности и положением секущей плоскости относительно отдельных элементов поверхности.

Линию пересечения поверхности плоскостью следует рассматривать как множество точек пересечения секущей плоскости с линиями, принадлежащими поверхности.



$$\Sigma \cap \Phi = a$$

$$\Phi\{m^1, m^2, \dots, m^n\}$$

$$a\{1, 2, \dots, N\}$$

$$1 = m^1 \cap \Sigma$$

$$2 = m^2 \cap \Sigma$$

.....

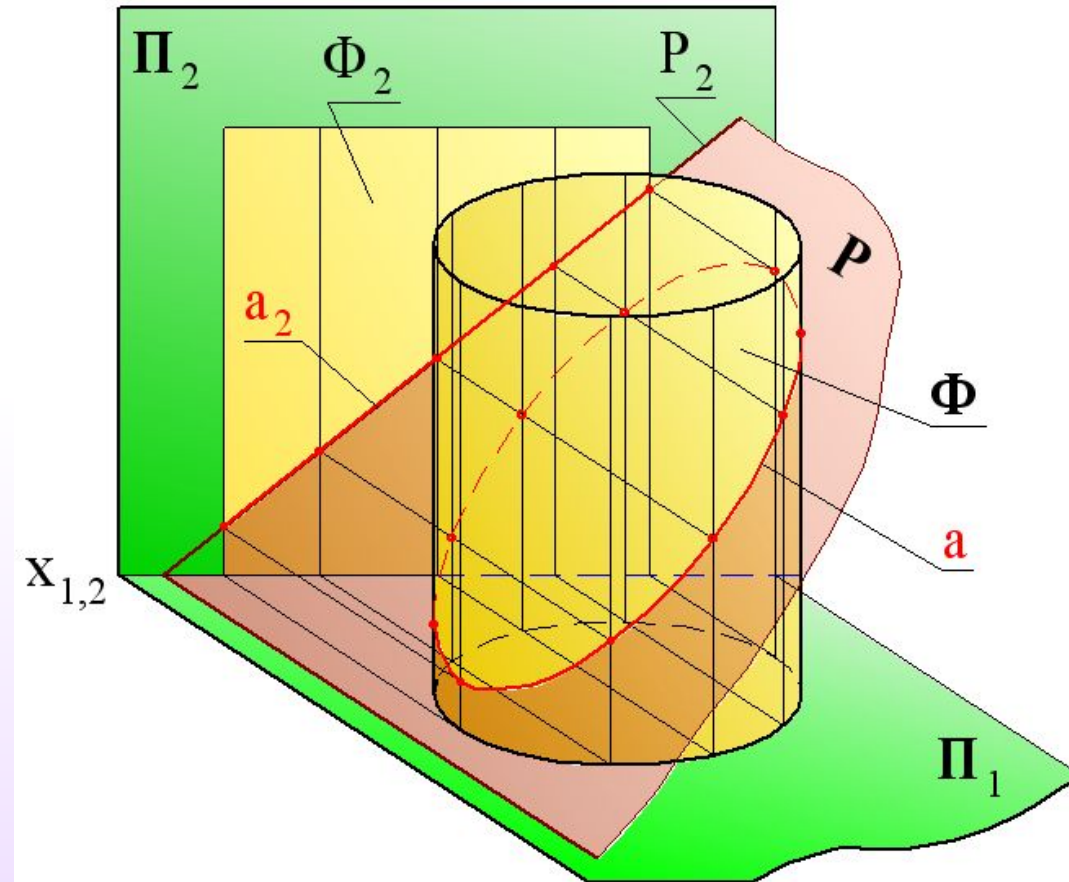
$$N = m^n \cap \Sigma$$

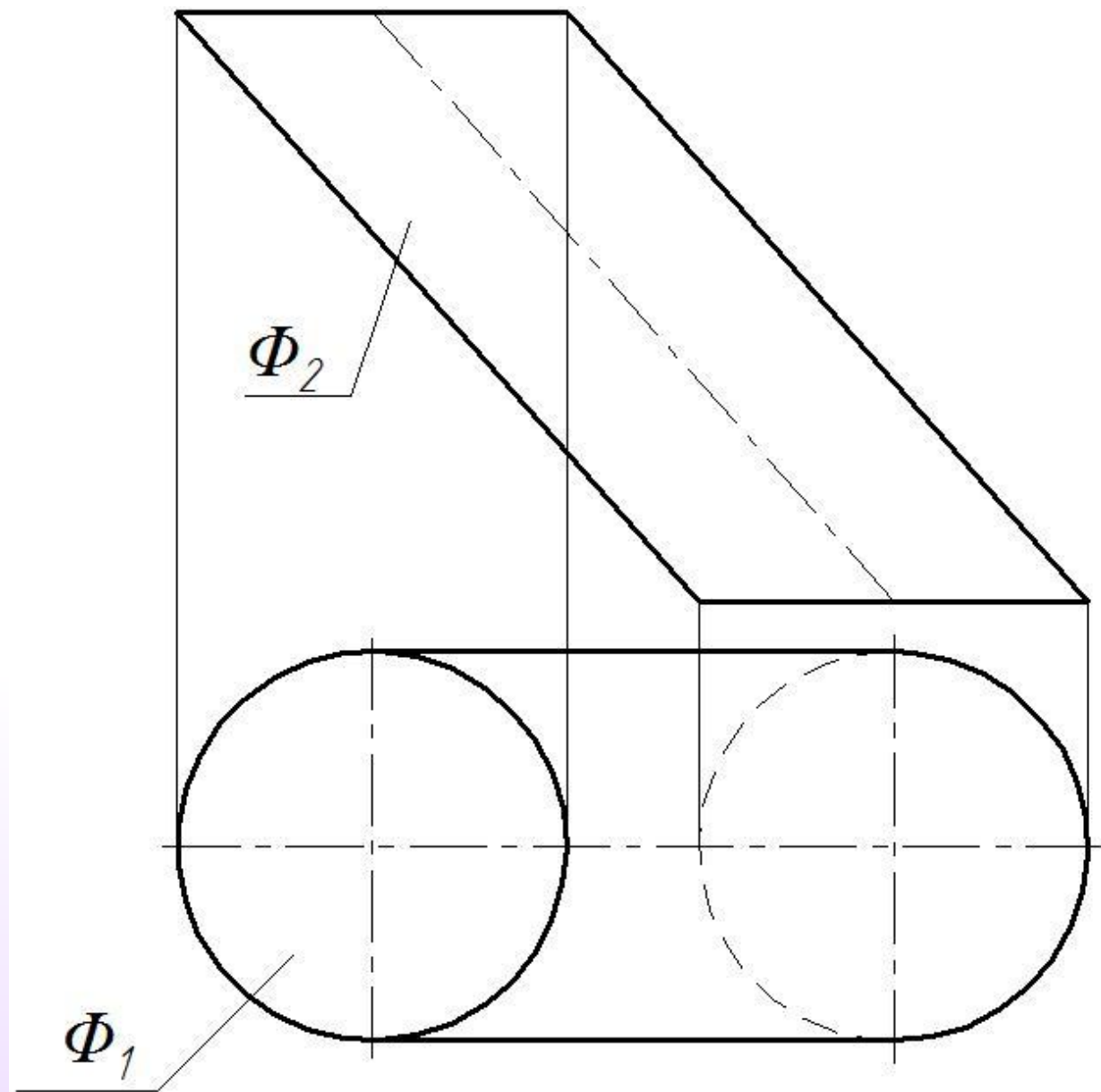
**Количество точек**, используемых для построения линии пересечения, определяется формой поверхности и точностью построения.

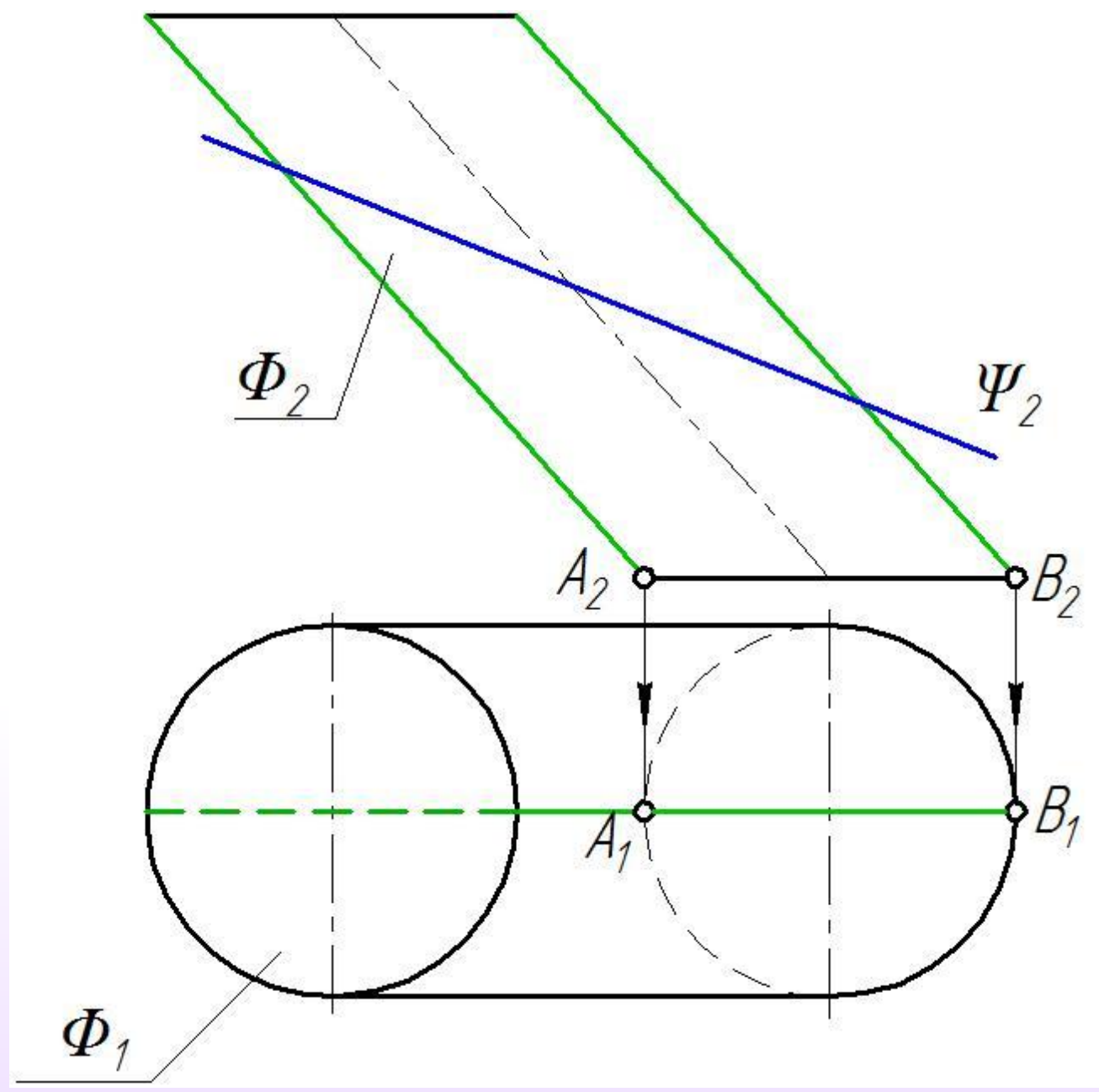
Но из всего множества точек линии пересечения **обязательно** должны быть построены следующие точки:

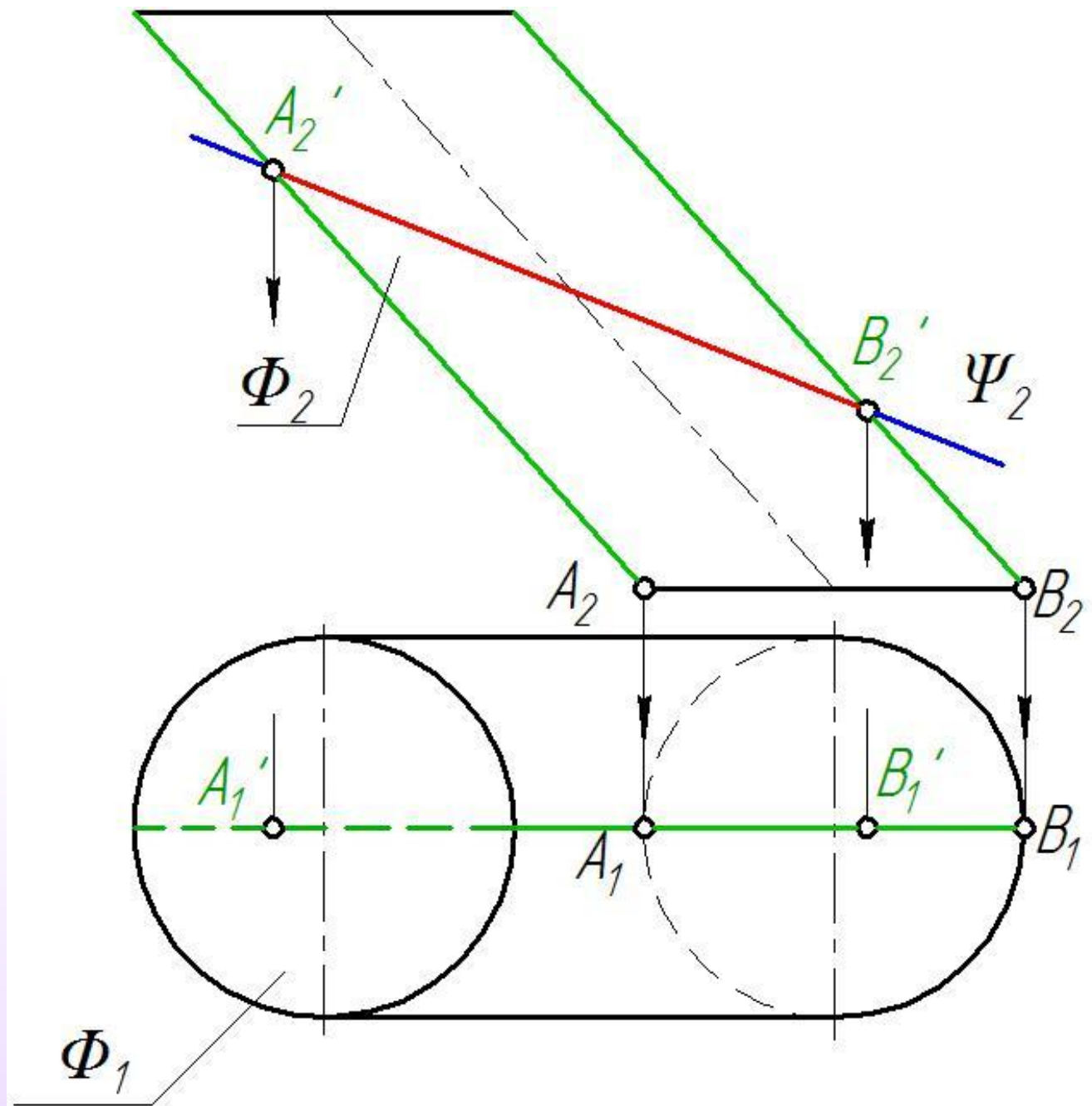
- точки, определяющие габариты фигуру сечения;
- точки фигуры сечения наиболее и наименее удаленные от плоскостей проекций;
- точки, определяющие видимость фигуры сечения на проекциях.

В общем случае решение задачи на построение линии пересечения сводится к определению точек пересечения поверхности с принятой секущей плоскостью.

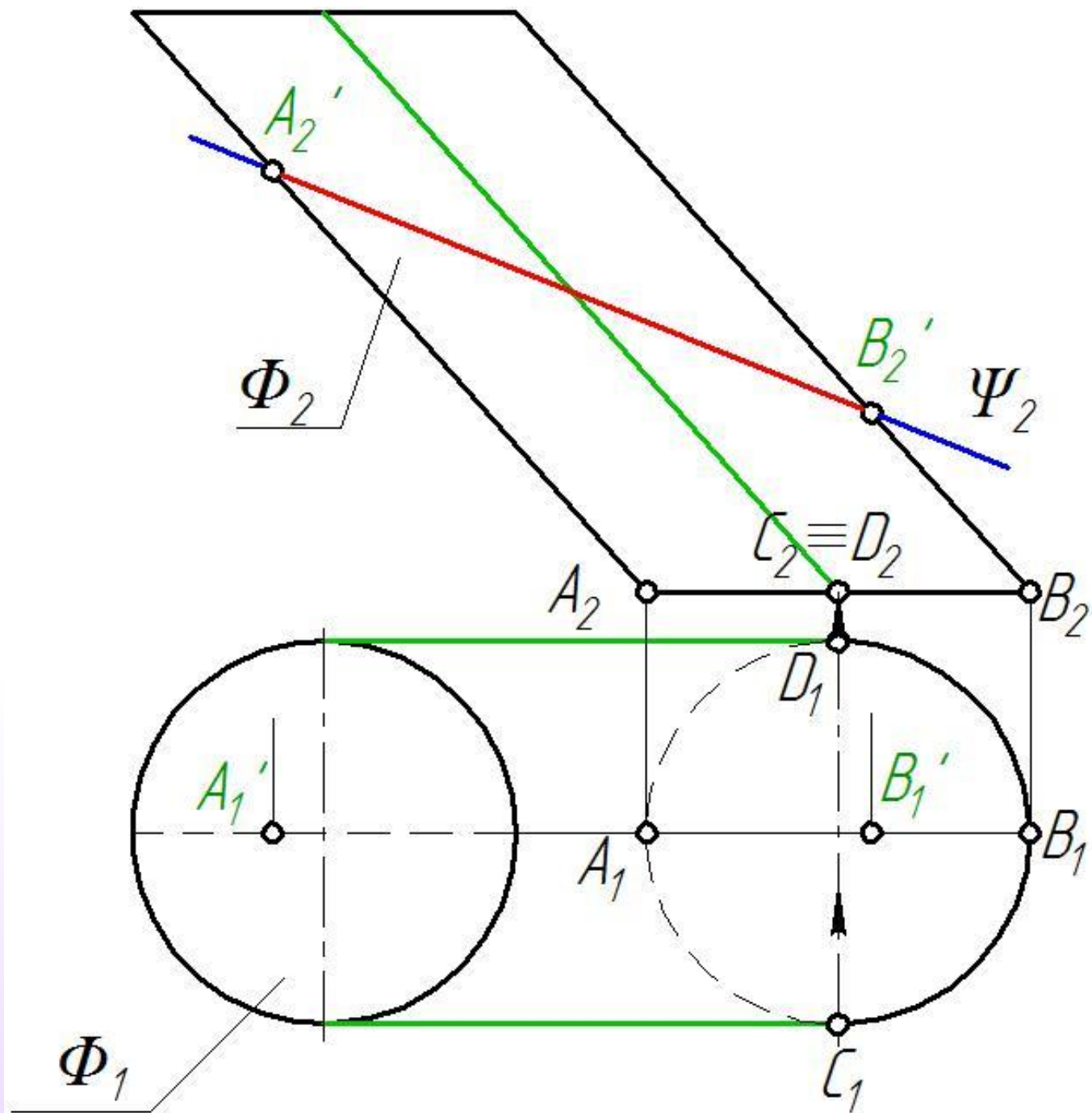


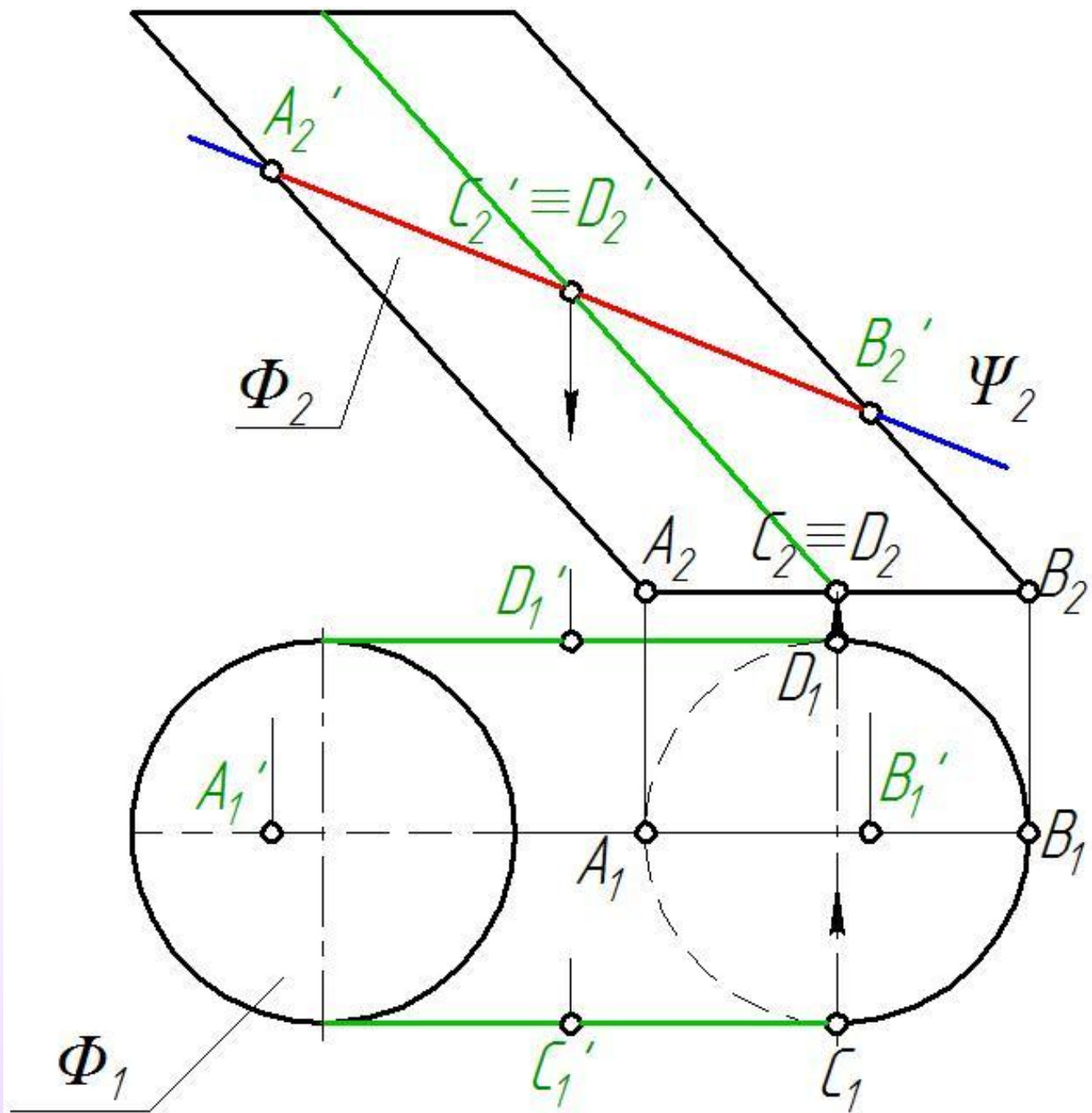


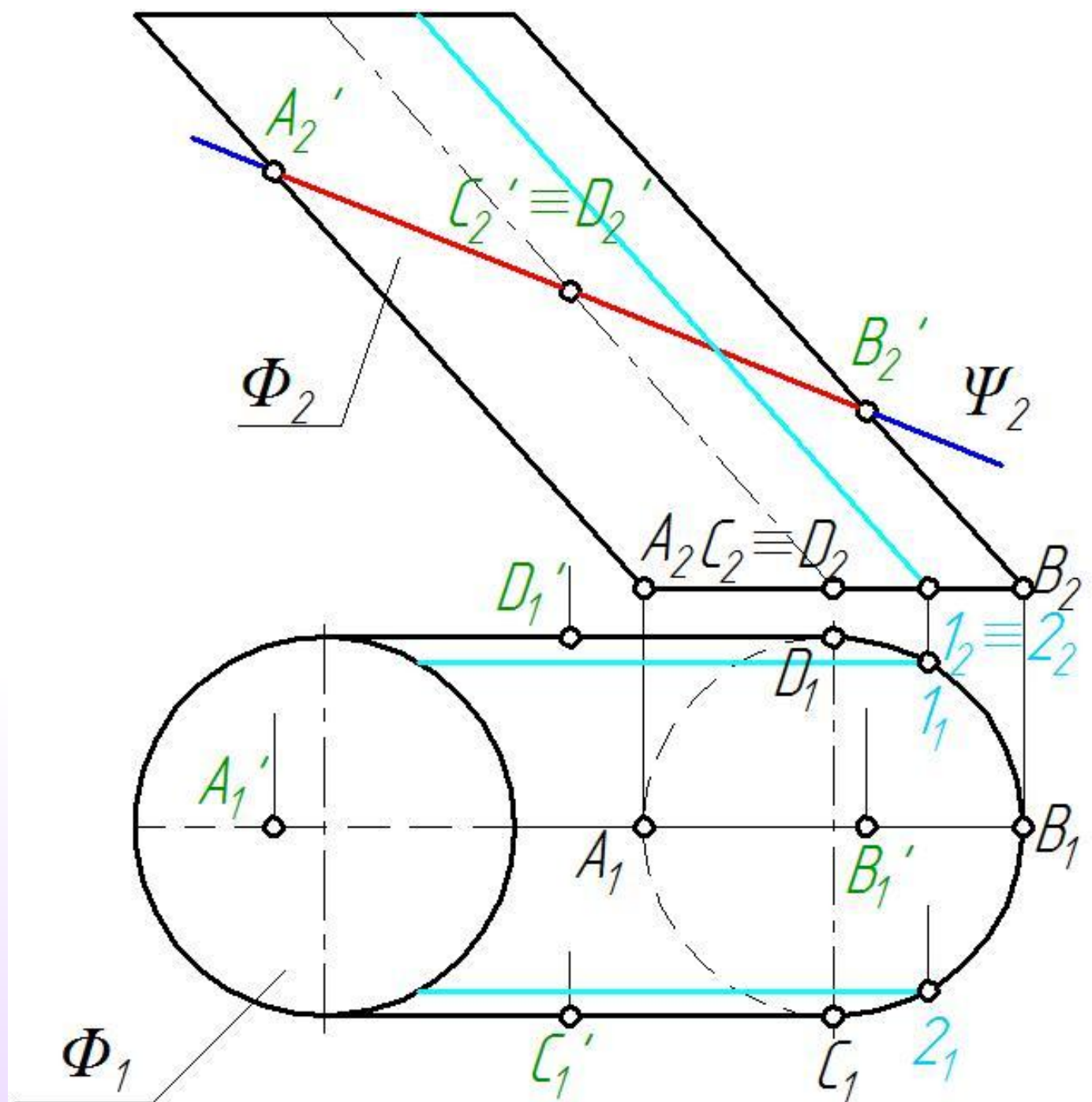


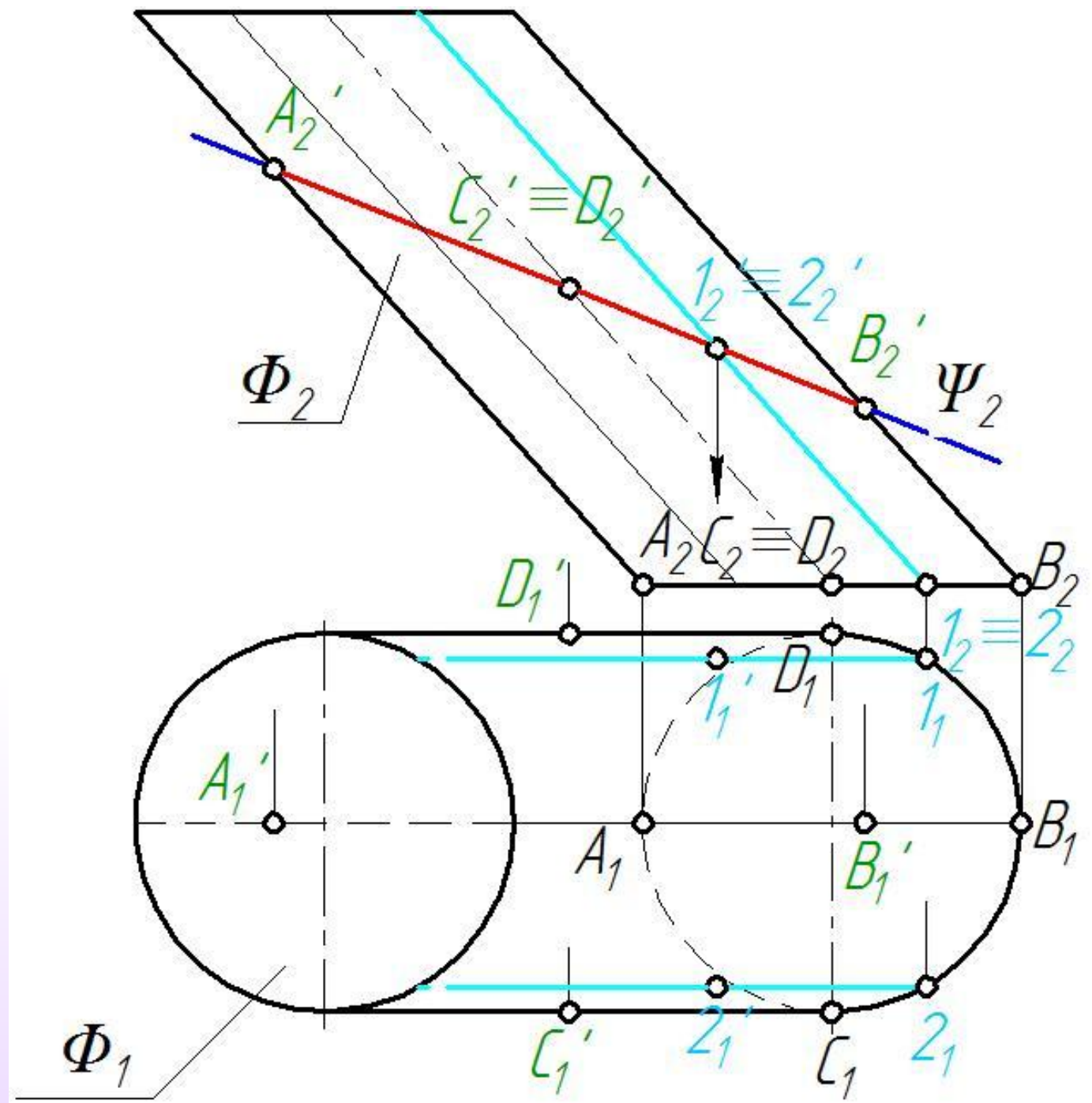


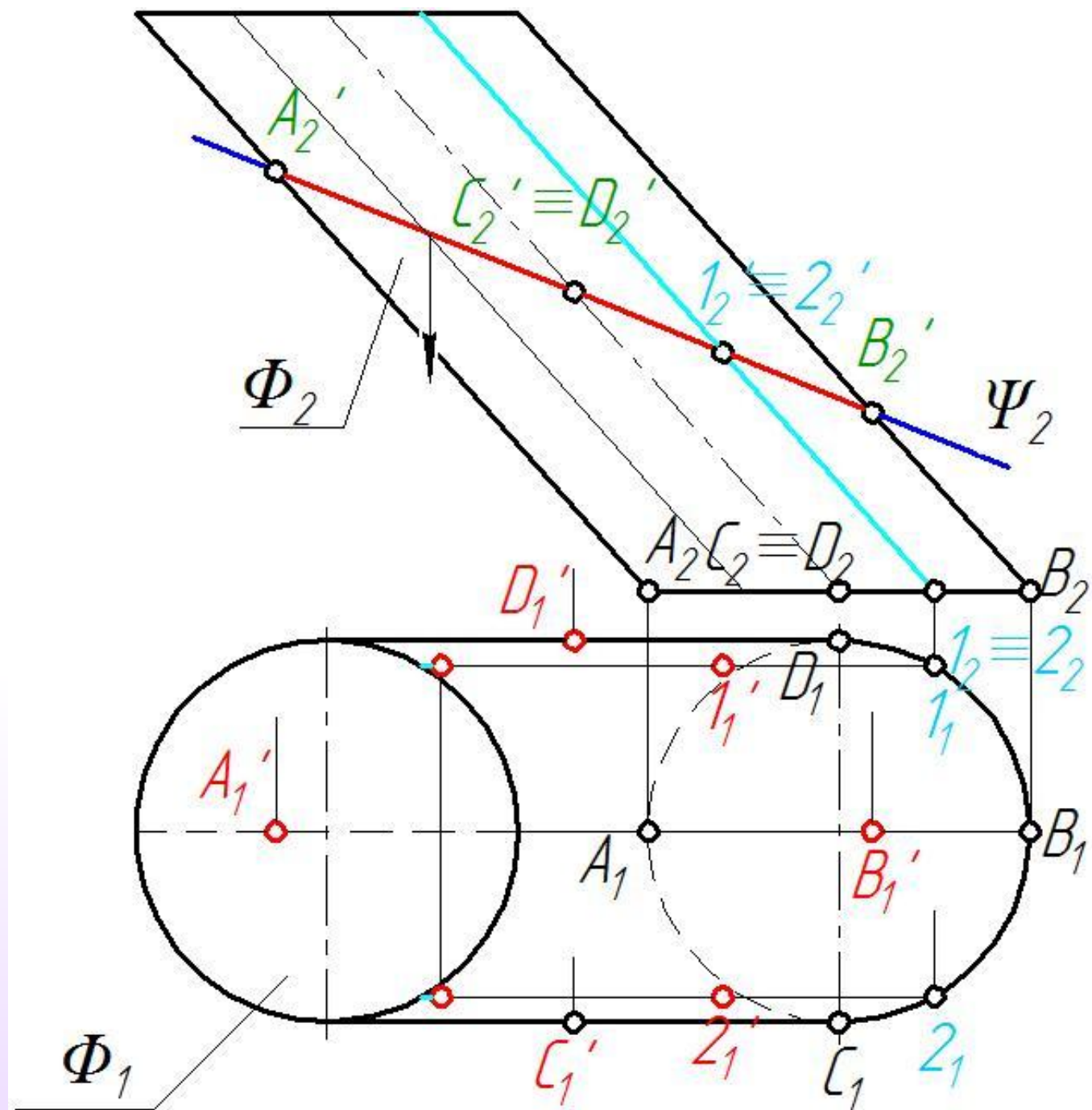




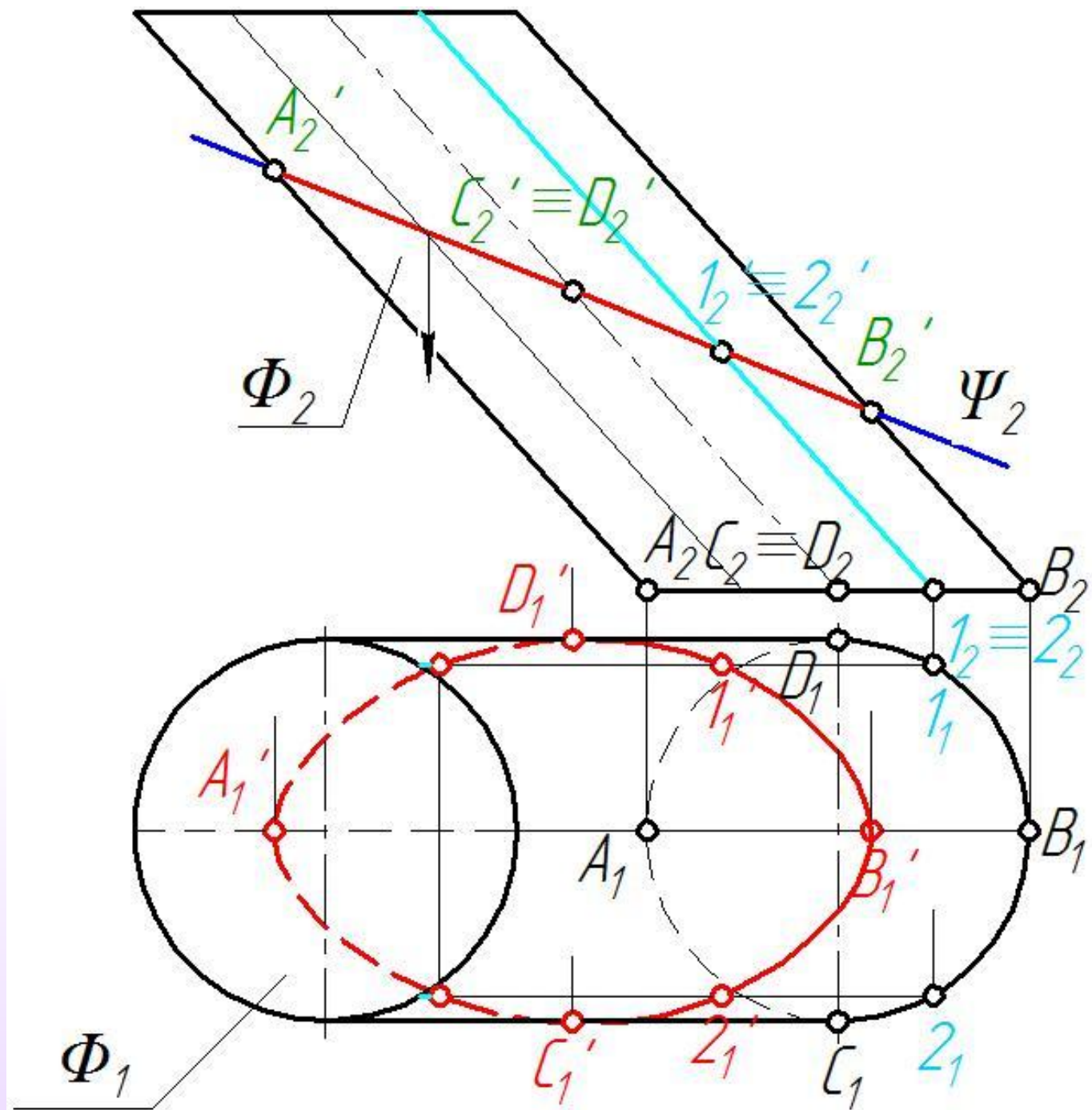




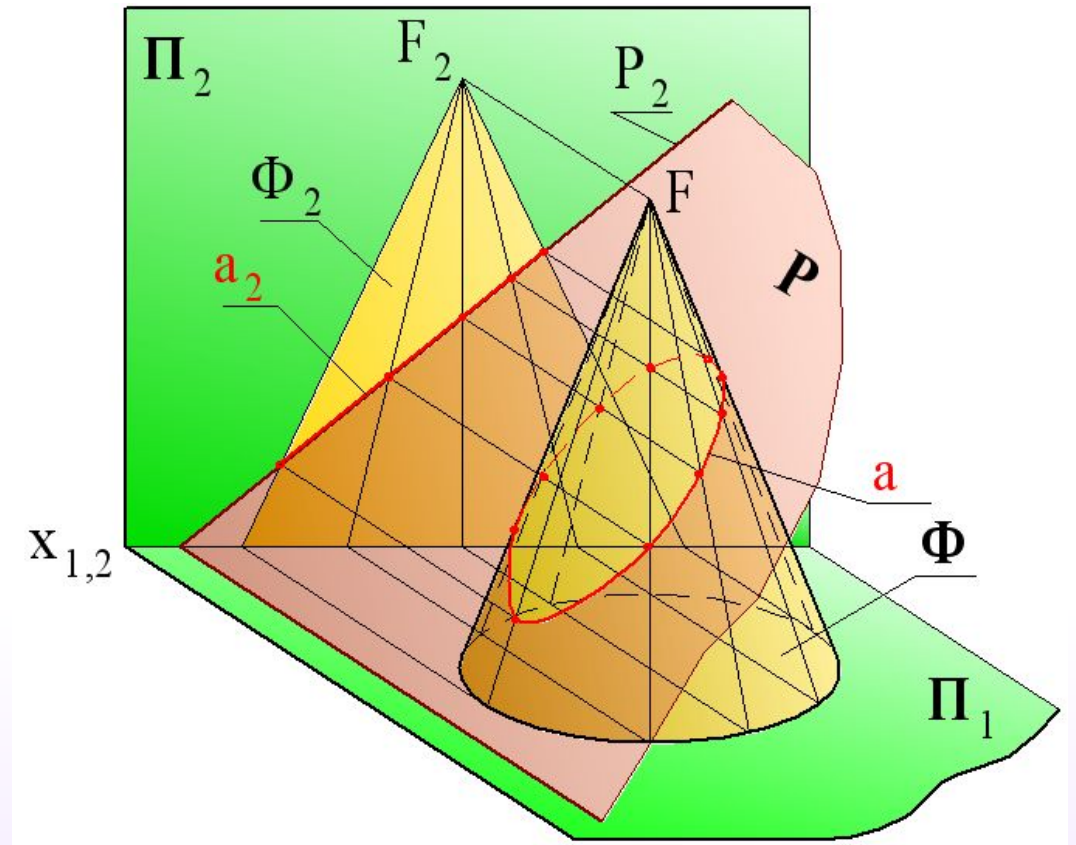


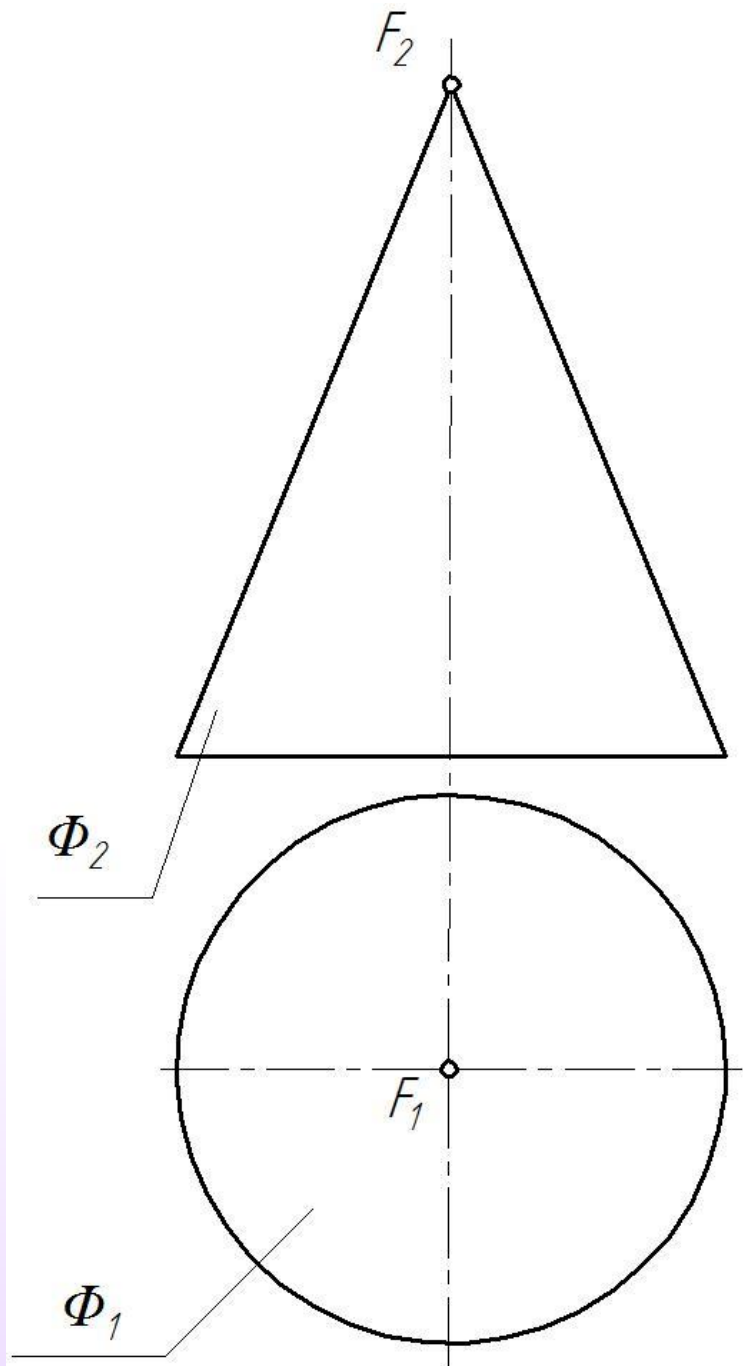




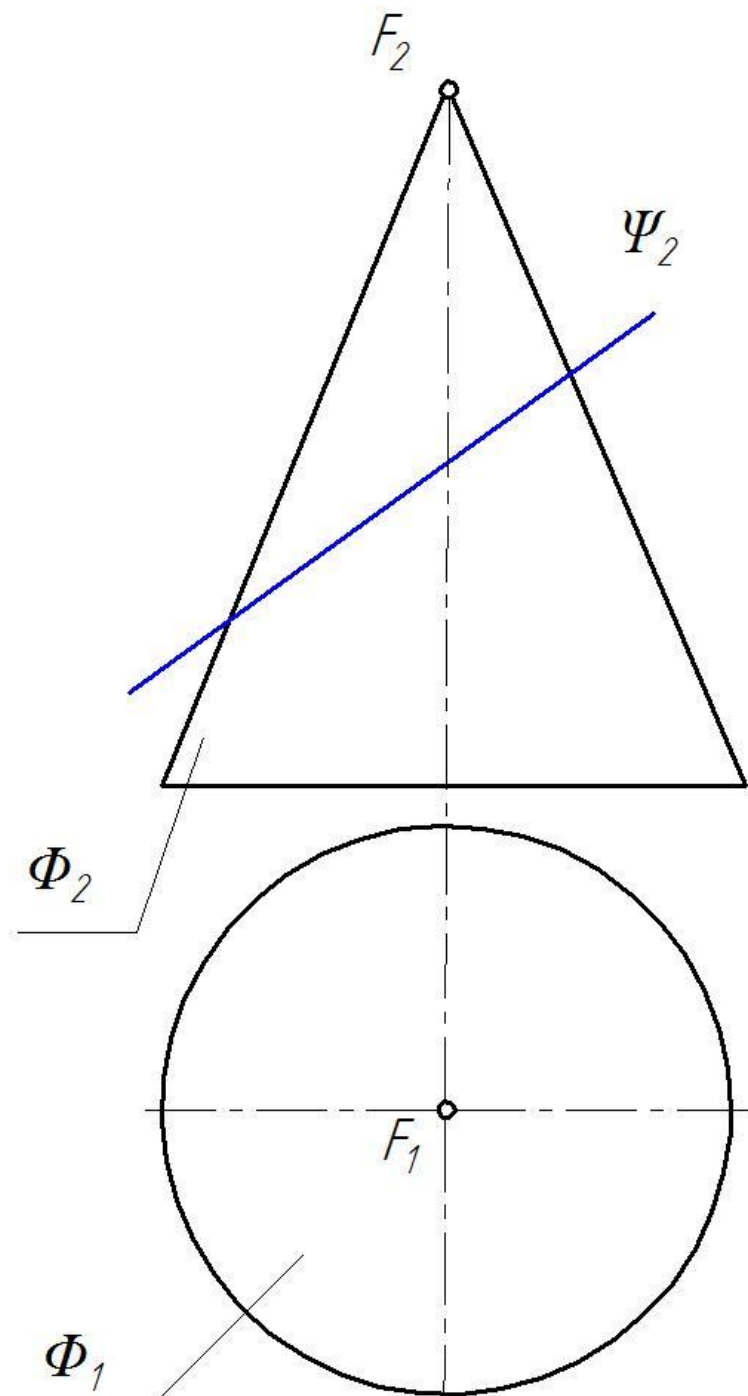


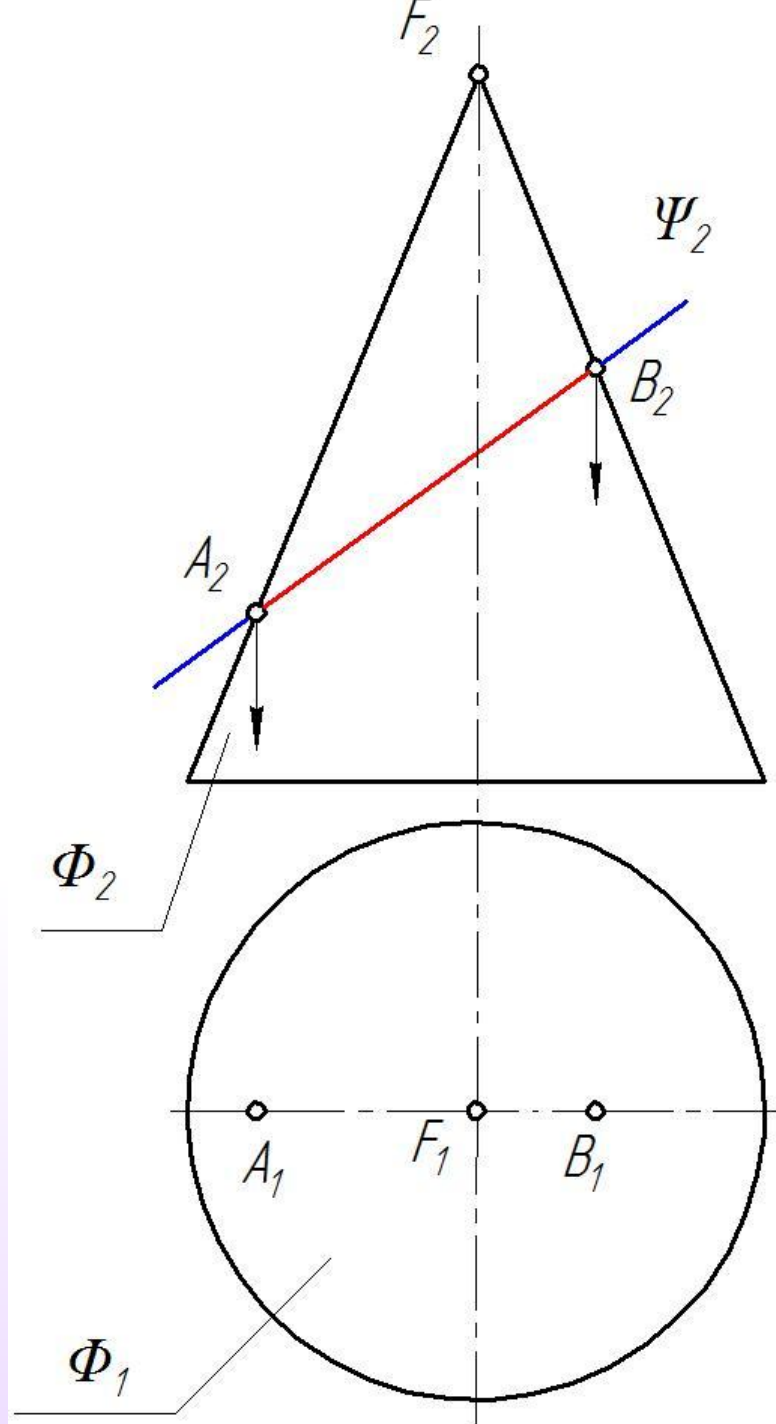
Данная коническая поверхность относится к классу линейчатых и подклассу поверхностей вращения. Следовательно, для построения точки на поверхности можно использовать, как прямую линия (образующую поверхности), так и окружность (параллель).

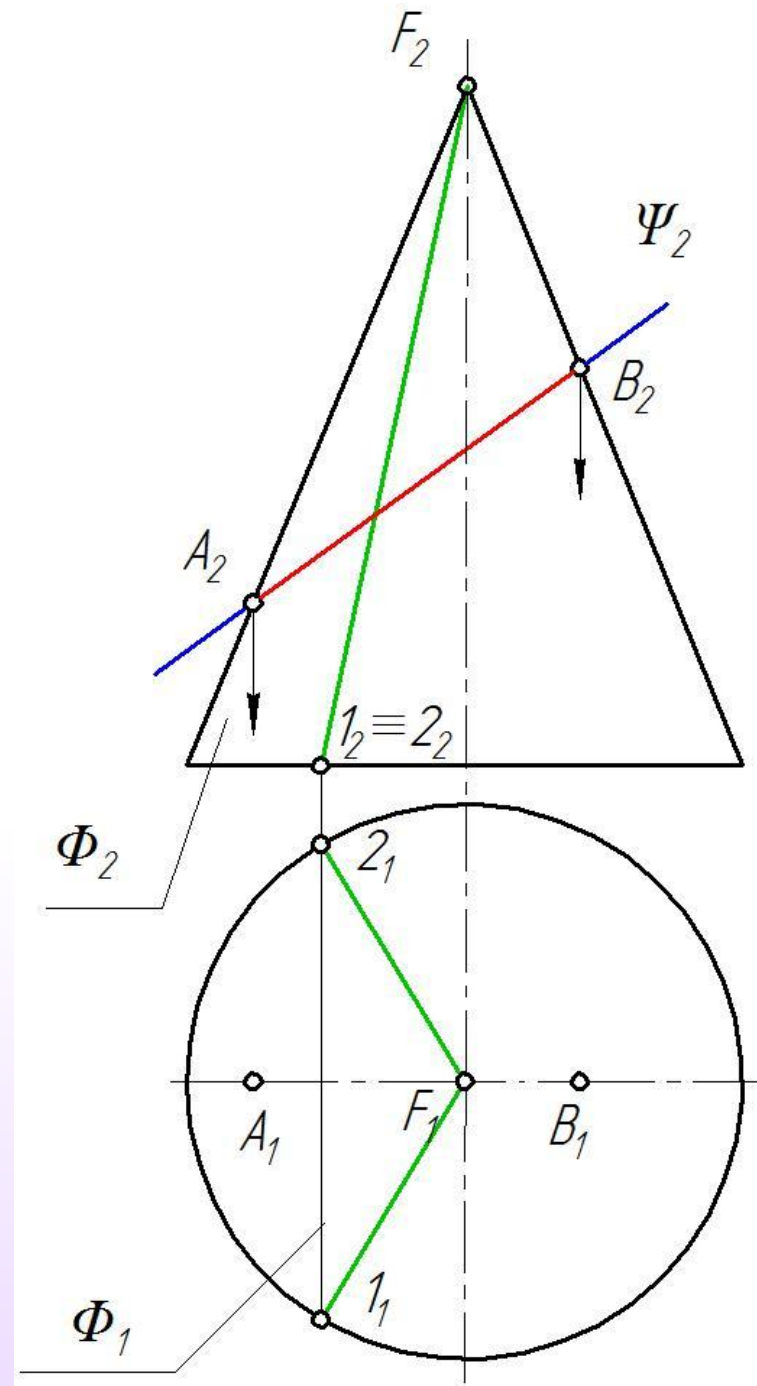


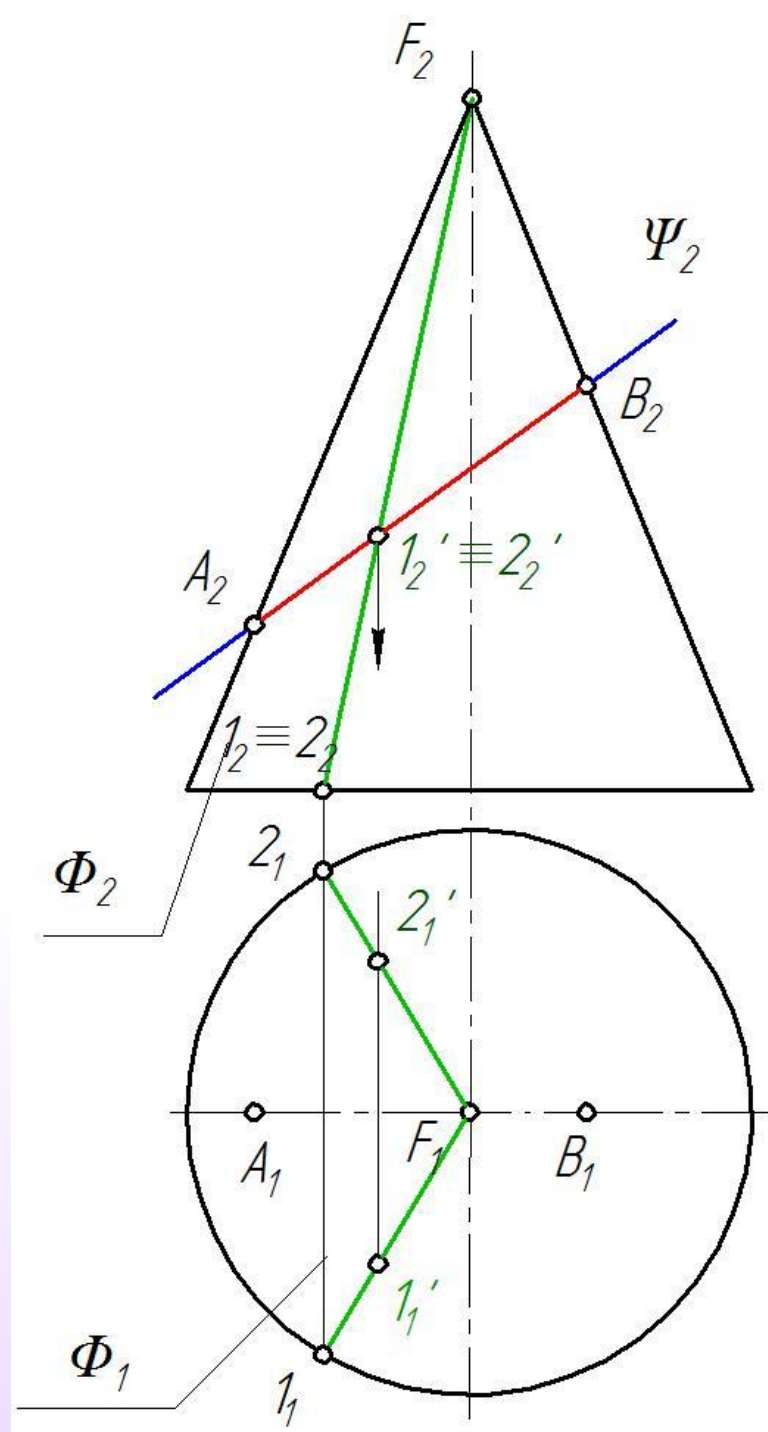


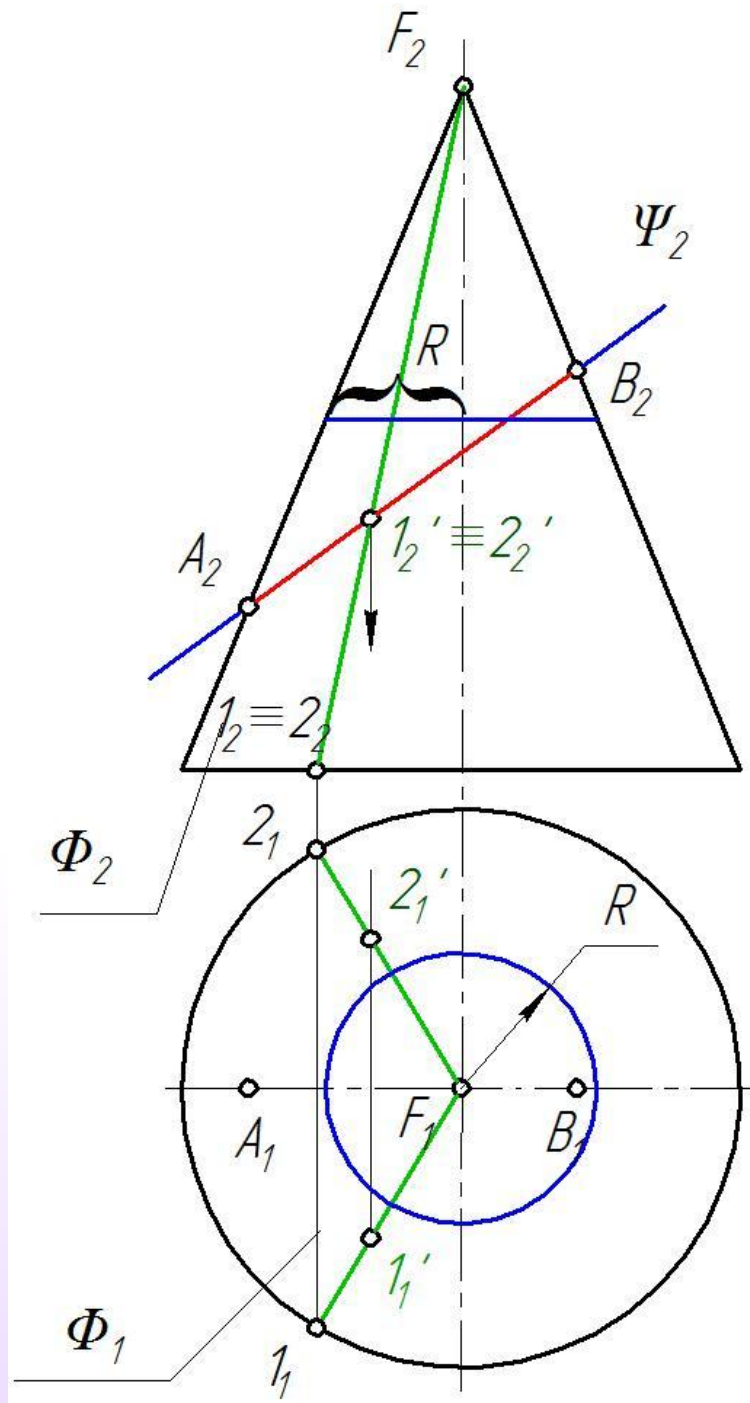


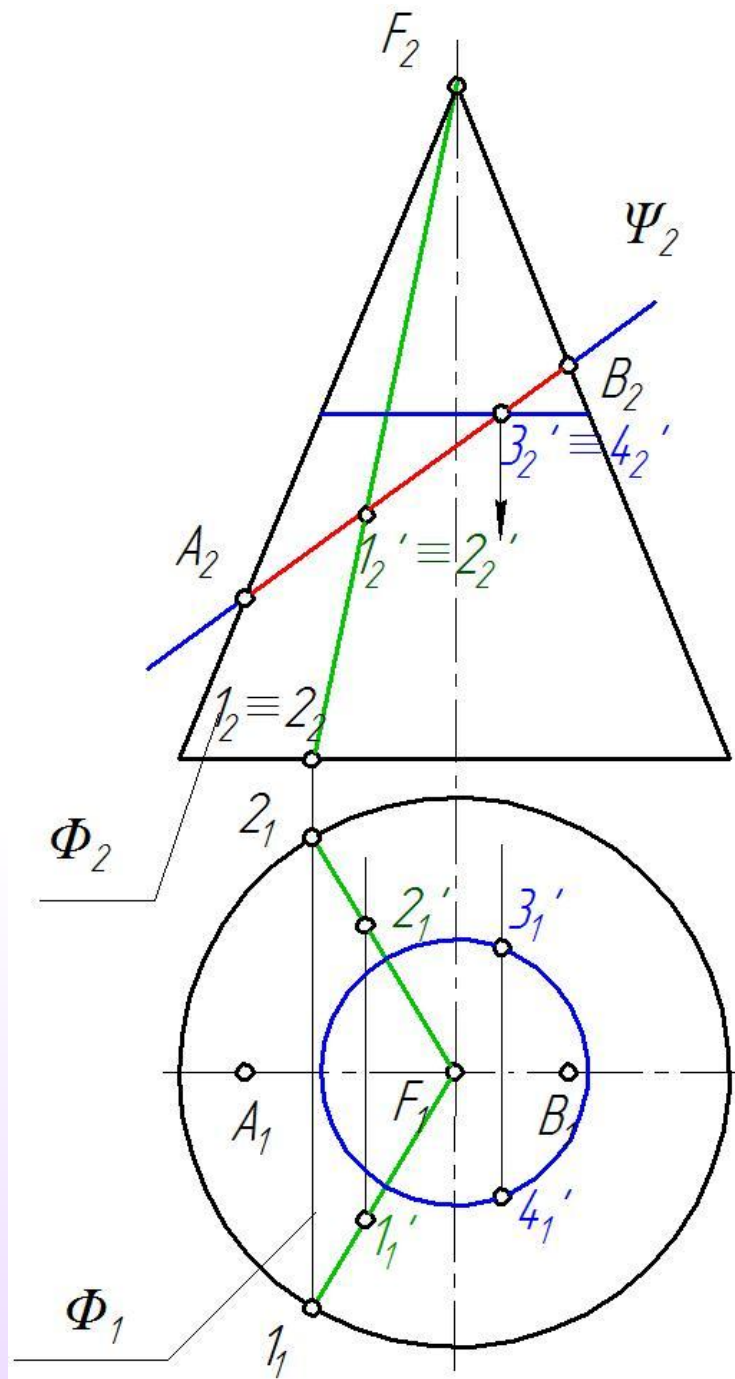


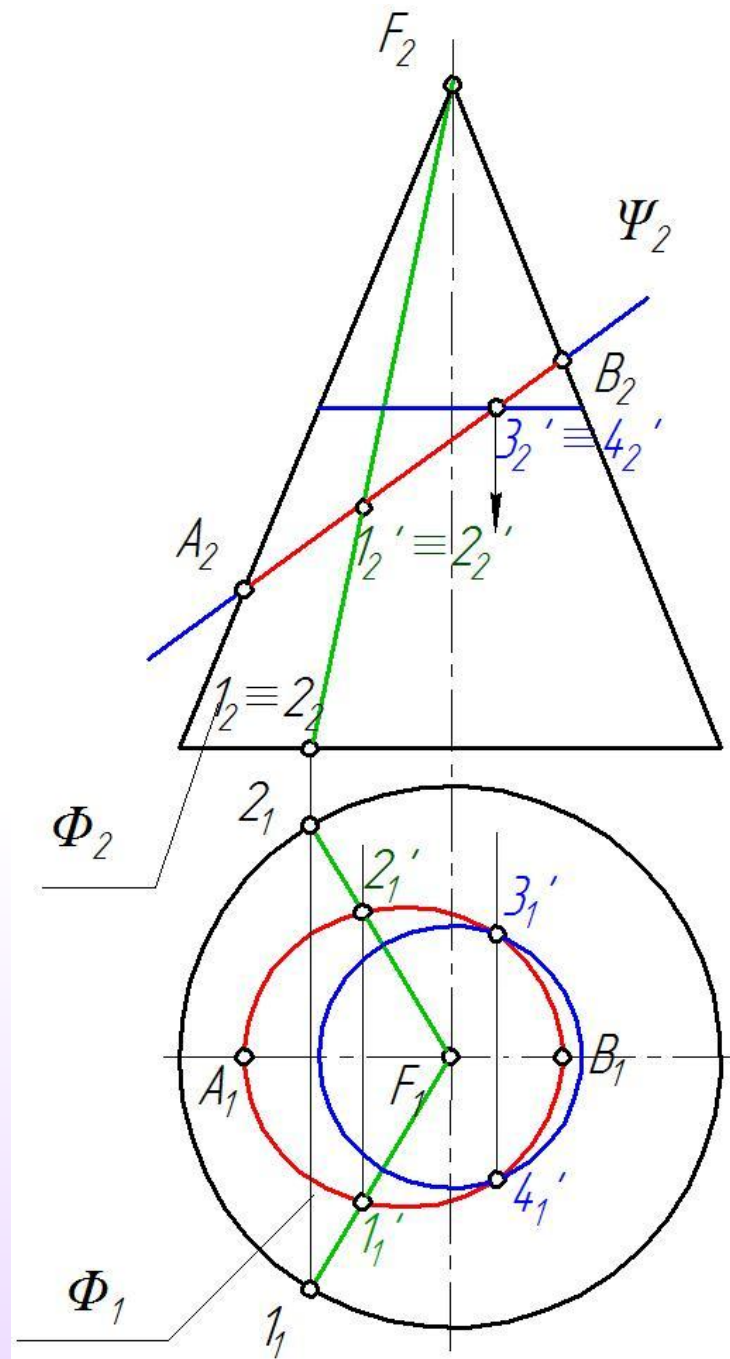






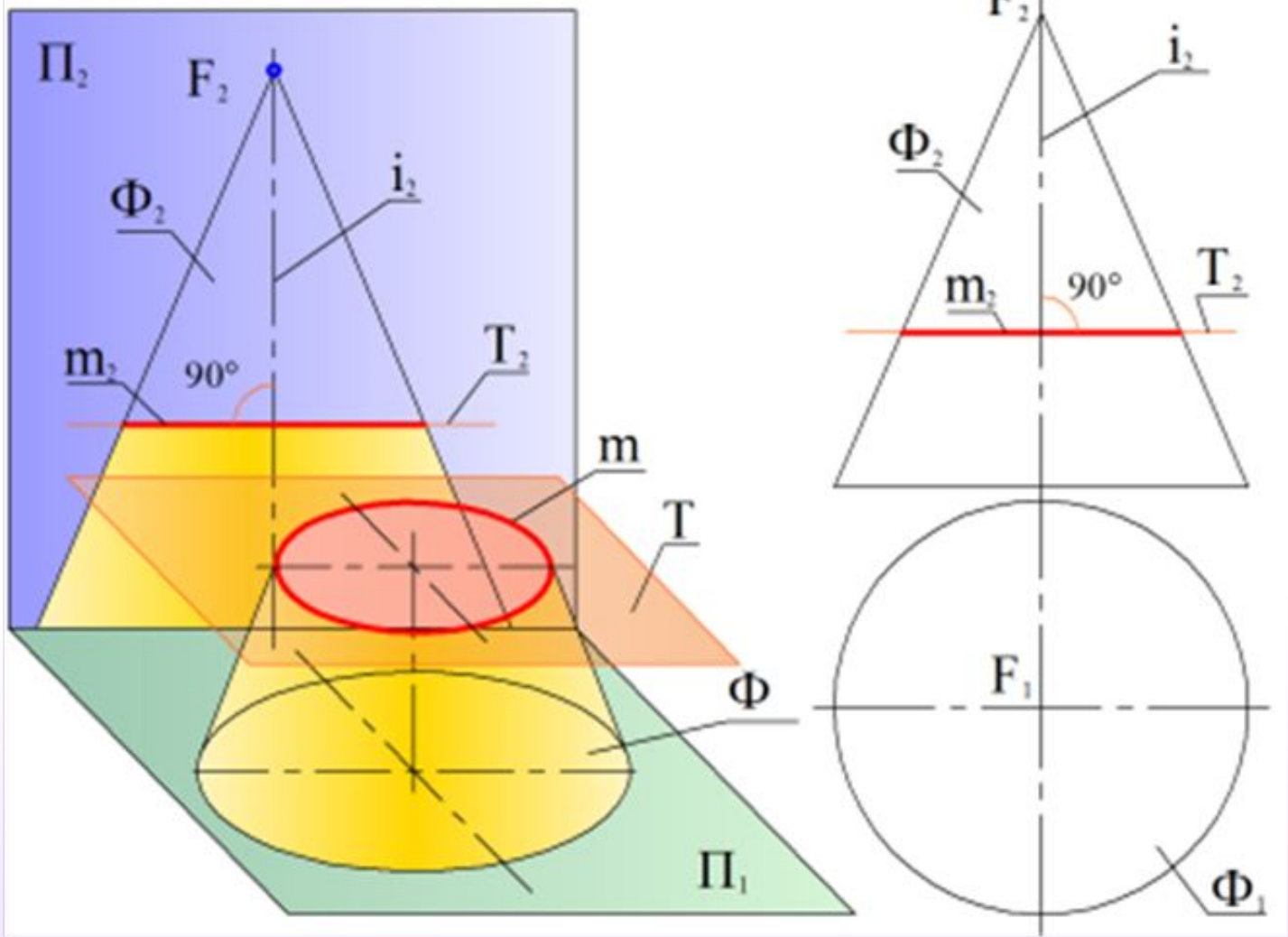






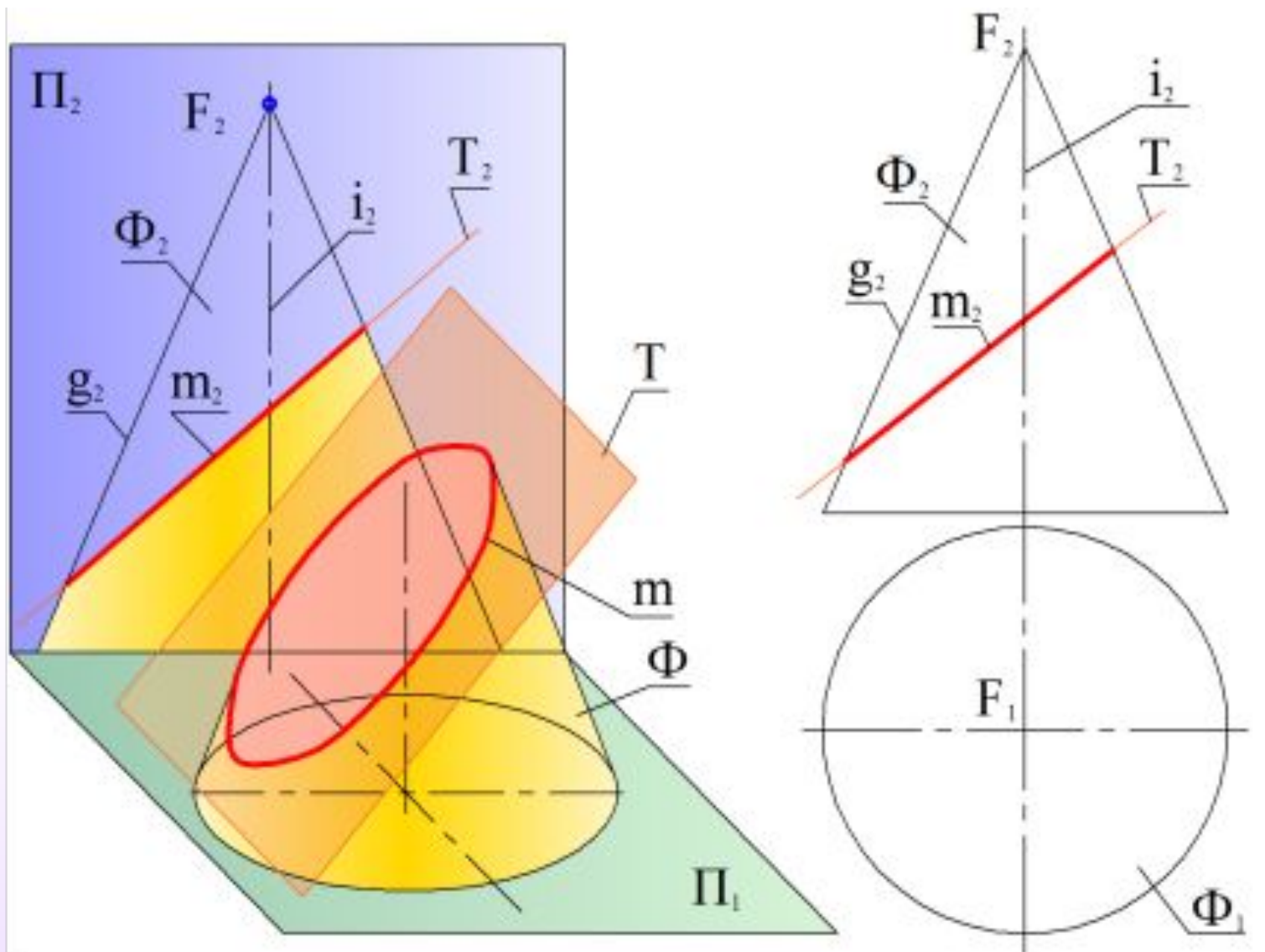
**Пересечение  
конической поверхности  
плоскостью**





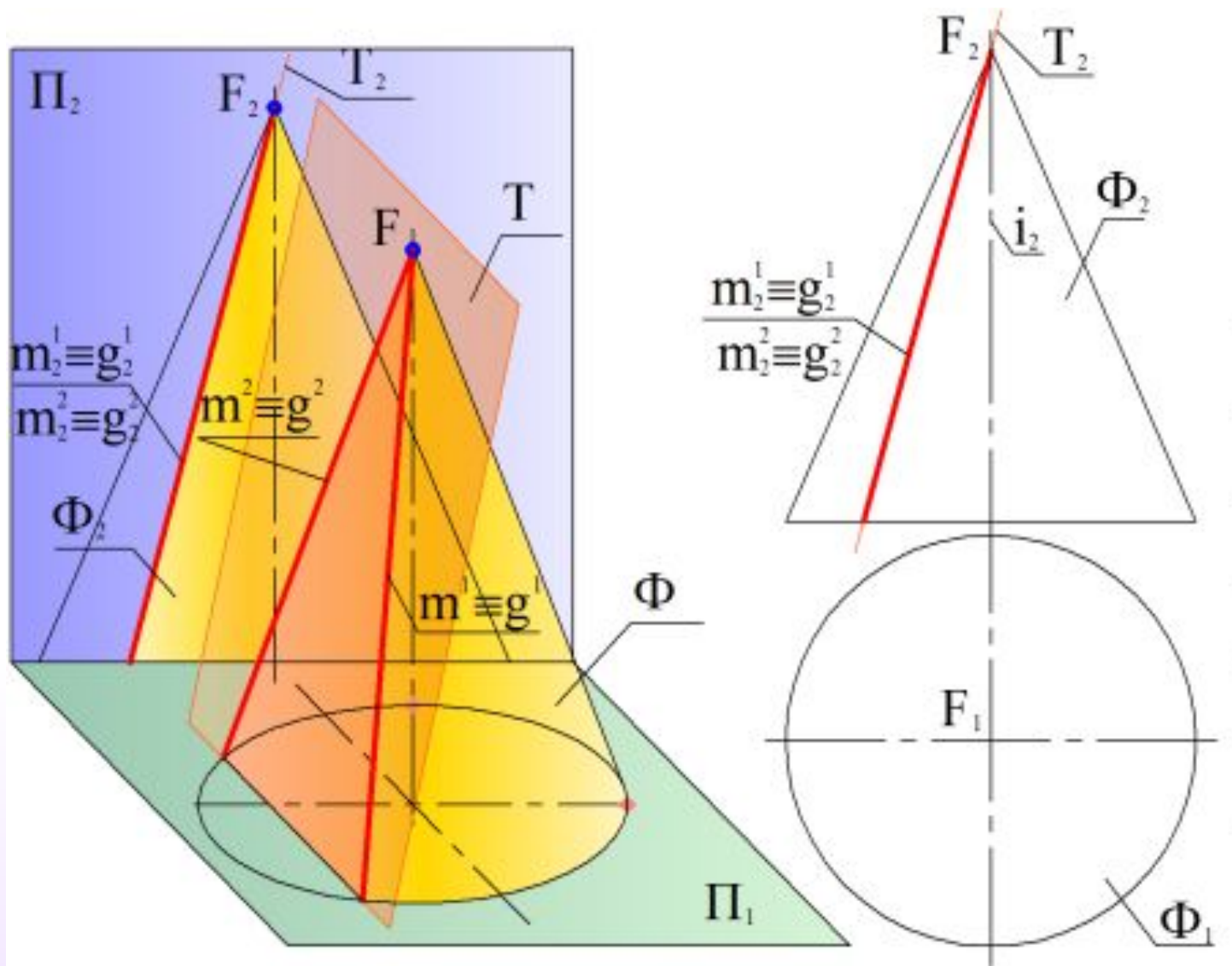
$T \perp i, m \cap g^n, n=1,2,3,\dots,$   
 $\infty$

$\Rightarrow m$  – окружность



$\Gamma \perp i, m \cap g^n,$   
 $n=1,2,3,\dots,\infty$

$\Rightarrow m$  – ЭЛЛИПС

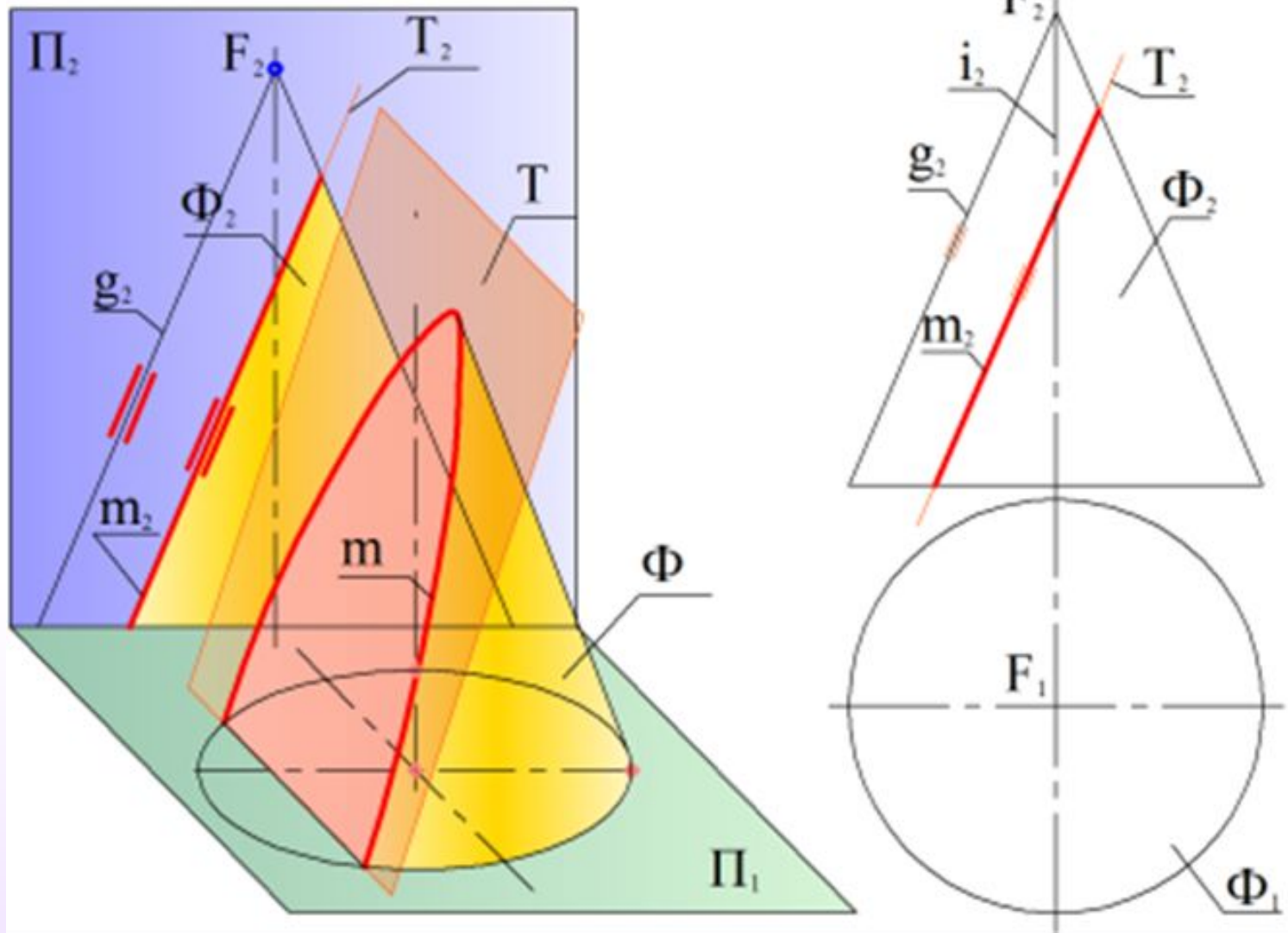


$F \in T$

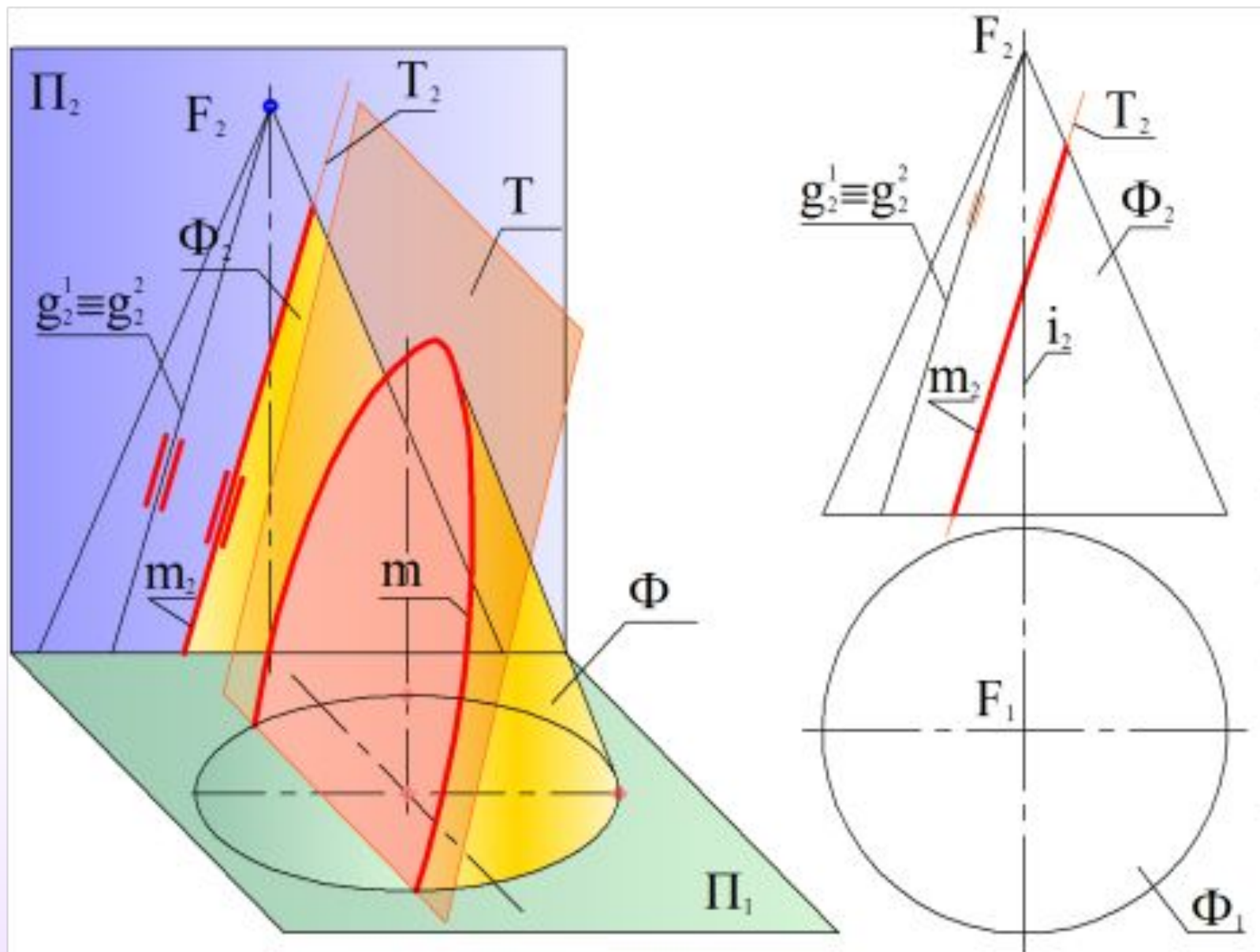
$\Rightarrow m$  – две образующие

$\Rightarrow$  две прямые -

$m^1 \equiv g^1$  и  $m^2 \equiv g^2$



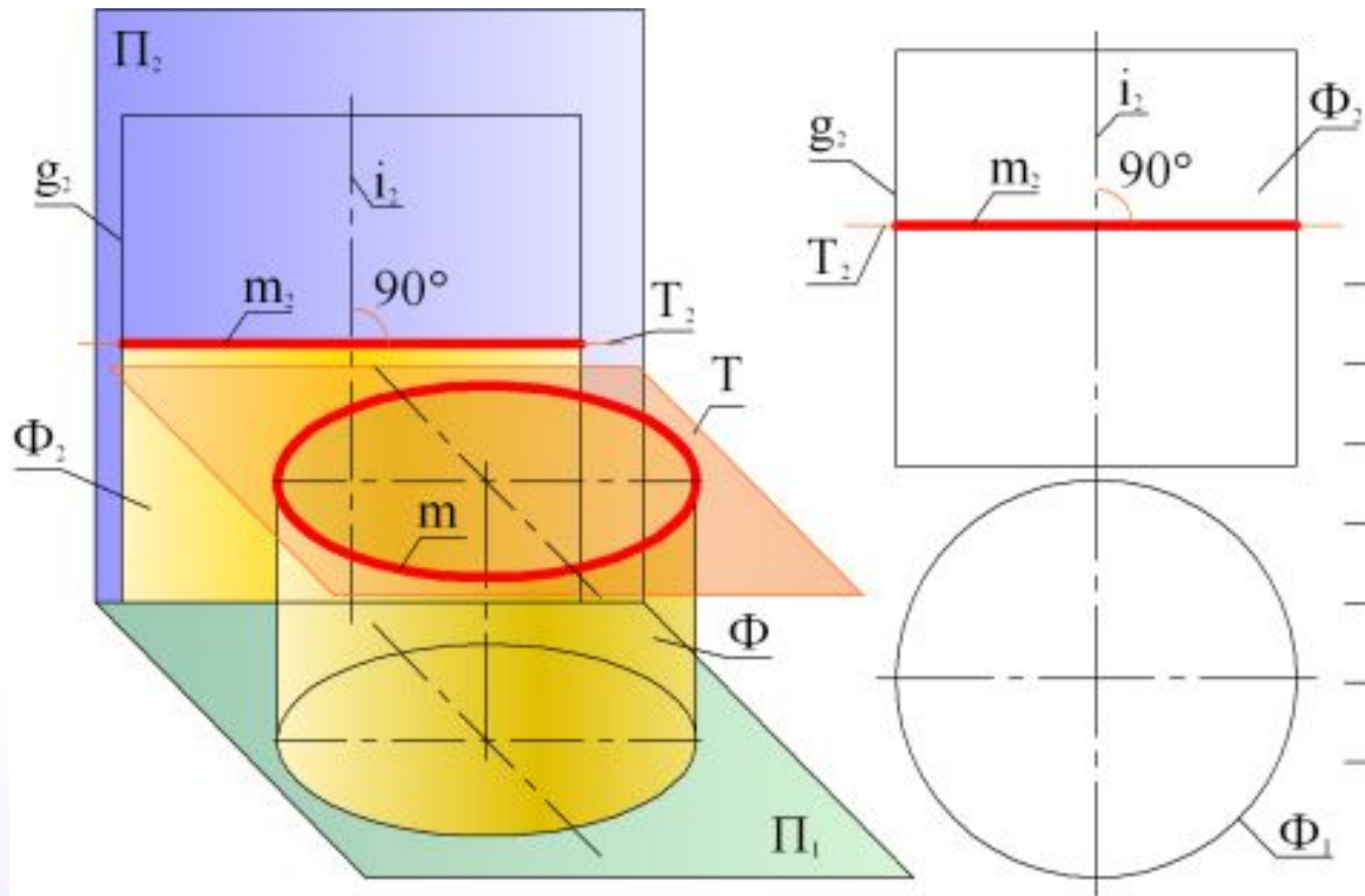
$T \parallel g$   
 $\Rightarrow m$  – парабола



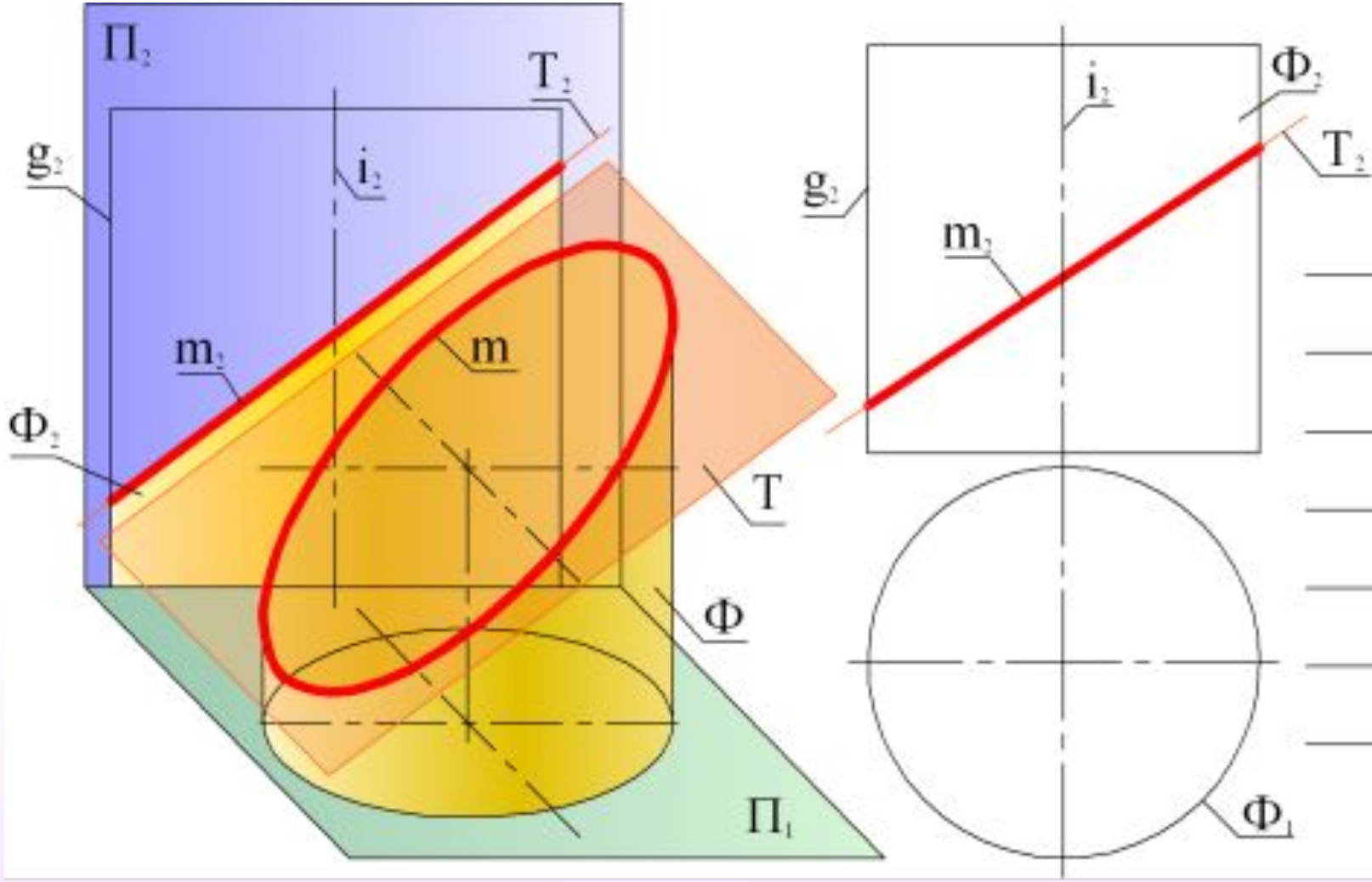
$T \parallel g^1$  и  $T \parallel g^2$   
 $\Rightarrow m$  – гипербола

**Пересечение  
цилиндрической  
поверхности плоскостью**



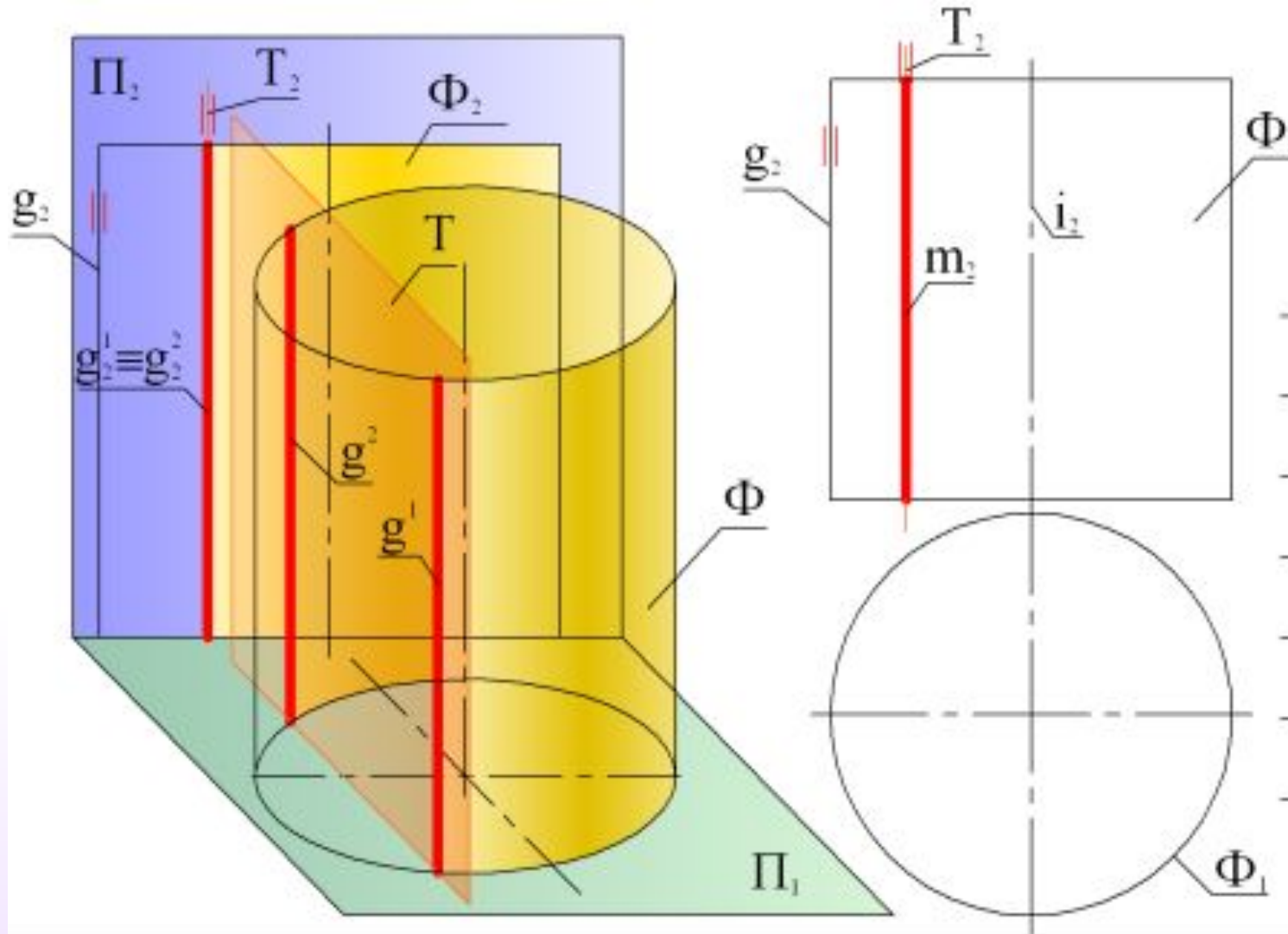


$\Gamma \perp i, m \cap g^n,$   
 $n=1,2,3,\dots,\infty$   
 $\Rightarrow m$  – окружность



$T \perp i, m \cap g^n,$   
 $n=1,2,3,\dots,\infty$   
 $\Rightarrow m - \text{ЭЛЛИПС}$



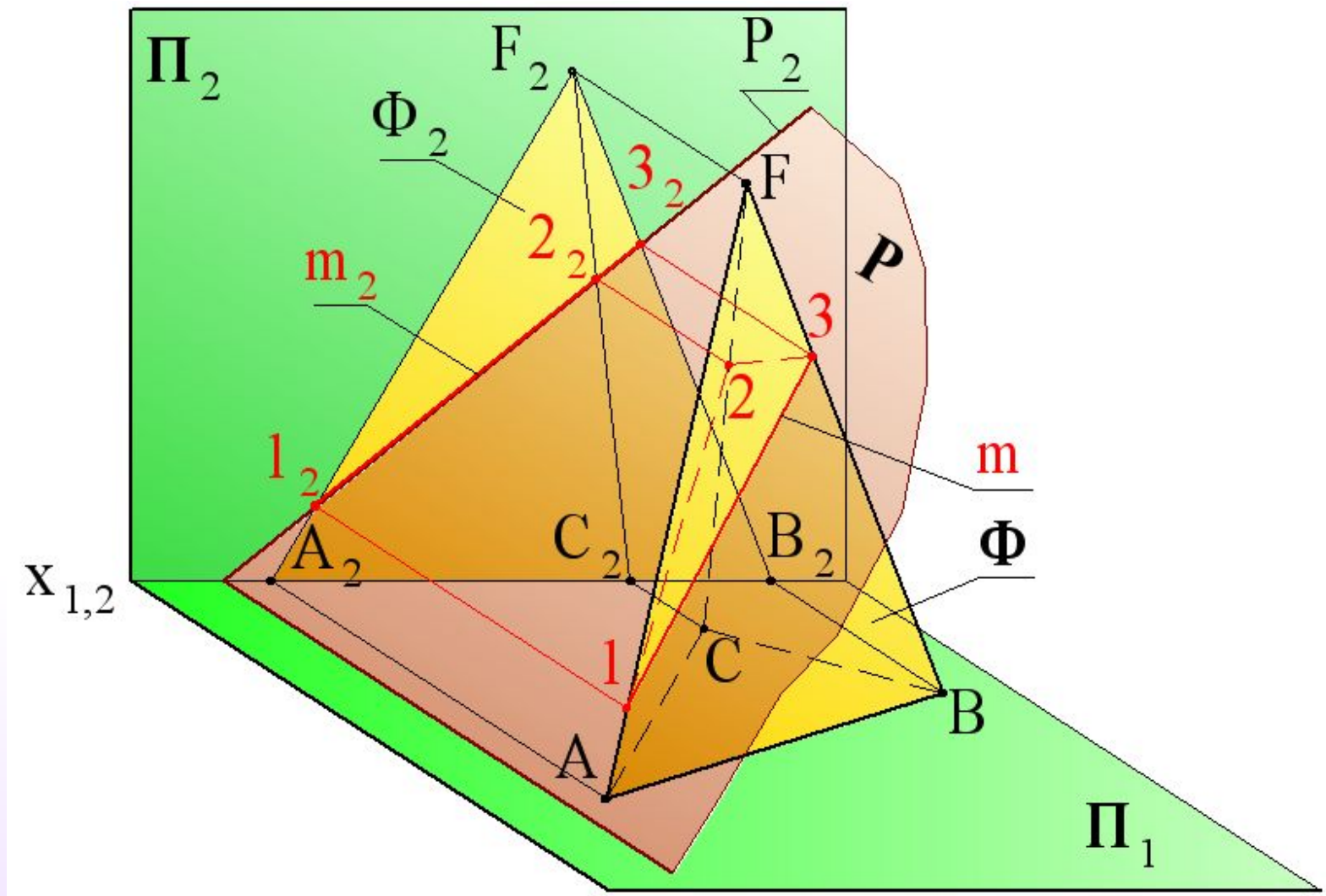


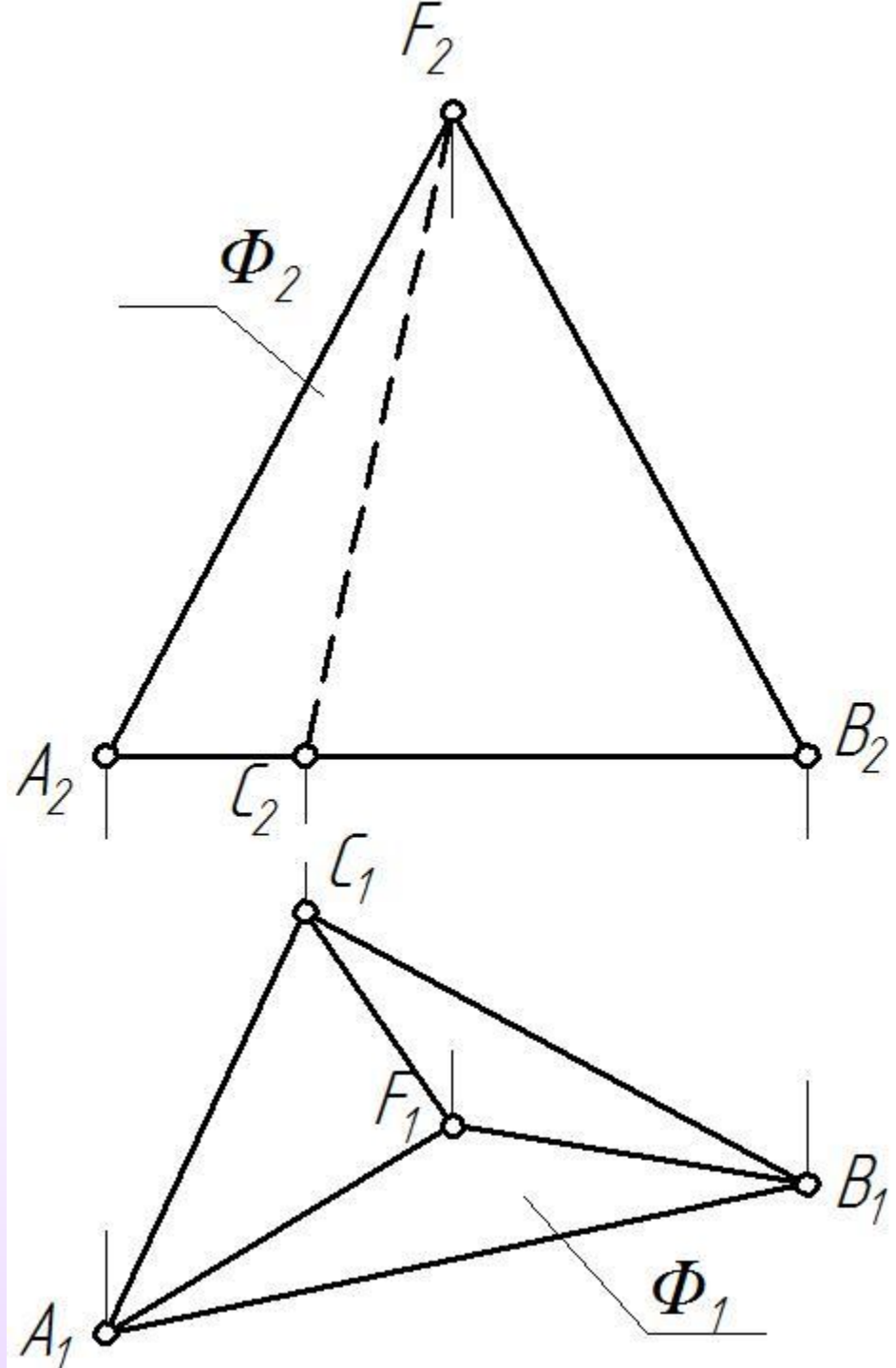
$T \parallel g^n, n=1,2,3,\dots,\infty$   
 $\Rightarrow m$  – две прямые –  
 образующие –  
 $m^1 \equiv g^1$  и  $m^2 \equiv g^2$

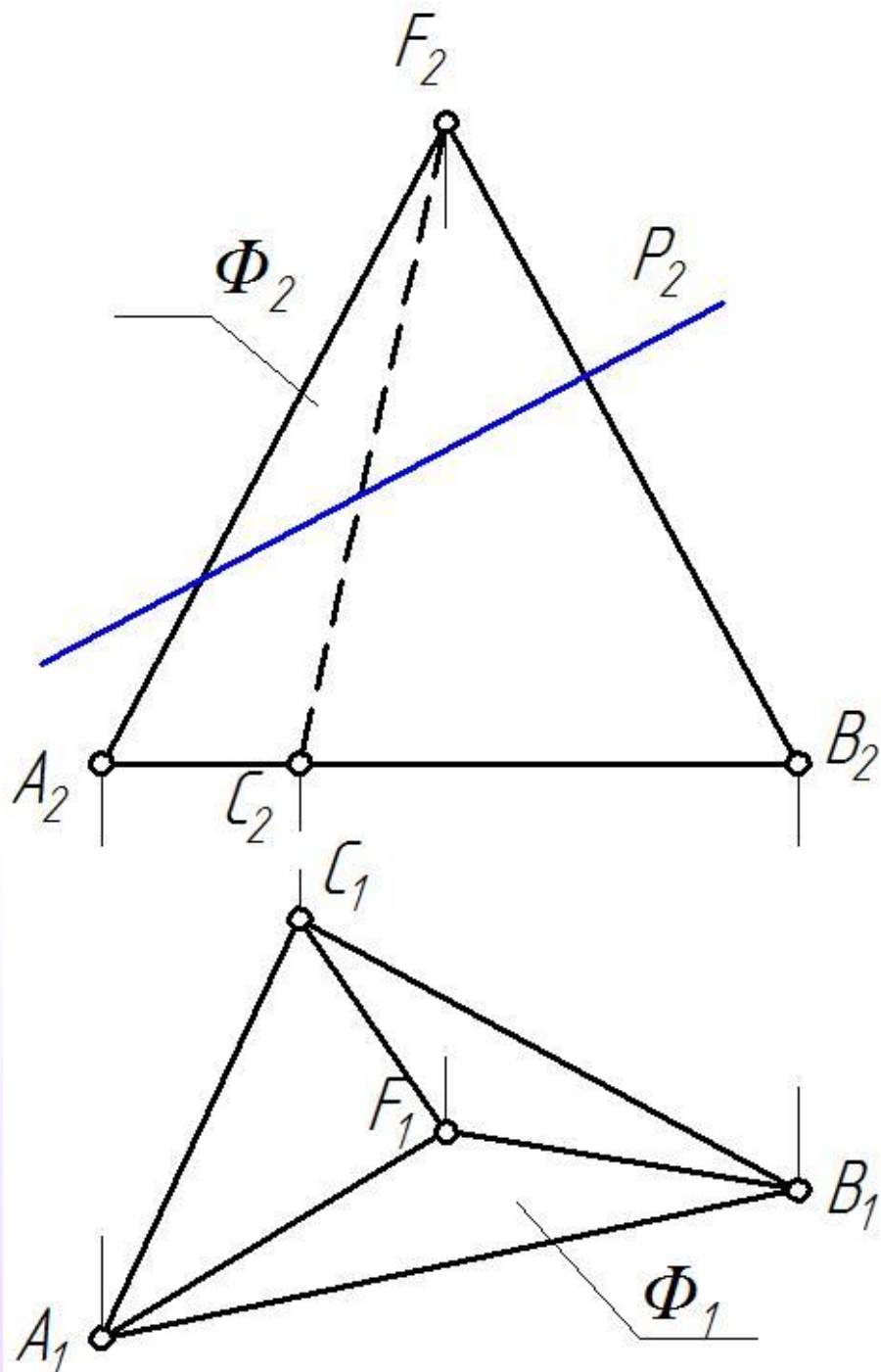
**Пересечение  
гранной поверхности  
плоскостью**

- При пересечении гранной поверхности плоскостью линия пересечения – это ломаная линия, каждый участок которой – отрезок прямой, представляющий собой линию пересечения грани поверхности с секущей плоскостью, а точки излома – точки пересечения ребер гранной поверхности (отрезков прямых) с той же секущей плоскостью.
- Следовательно, решение задачи на построение линии пересечения сводится к определению точек пересечения ребер гранной поверхности с принятой секущей плоскостью.

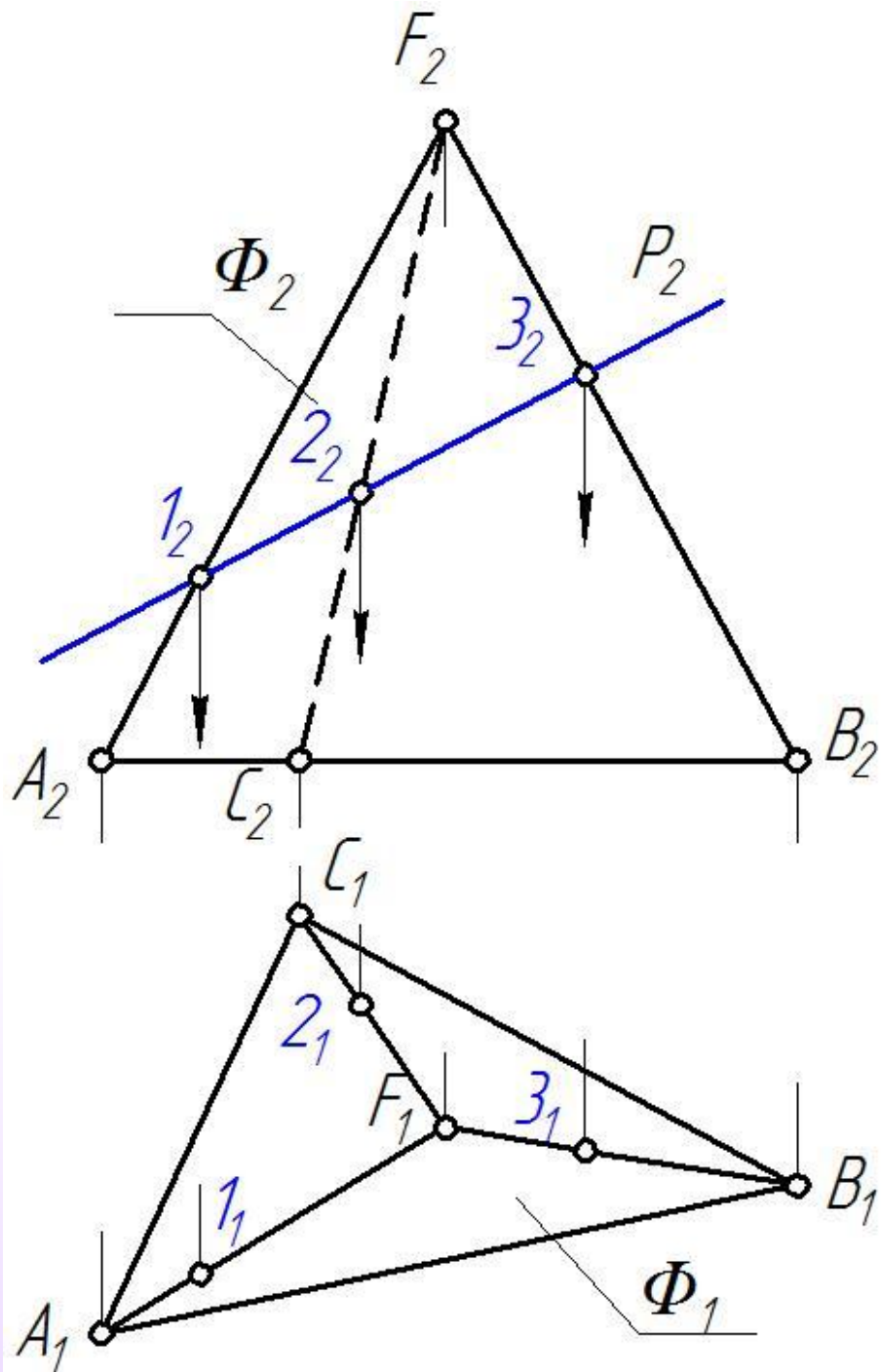
- Количество используемых точек линии пересечения плоскости с гранной поверхностью определяется количеством ребер гранной поверхности, пересекаемых секущей плоскостью.
- Часть этих точек являются габаритными точками и точками перехода видимости контура фигуры сечения на проекциях.





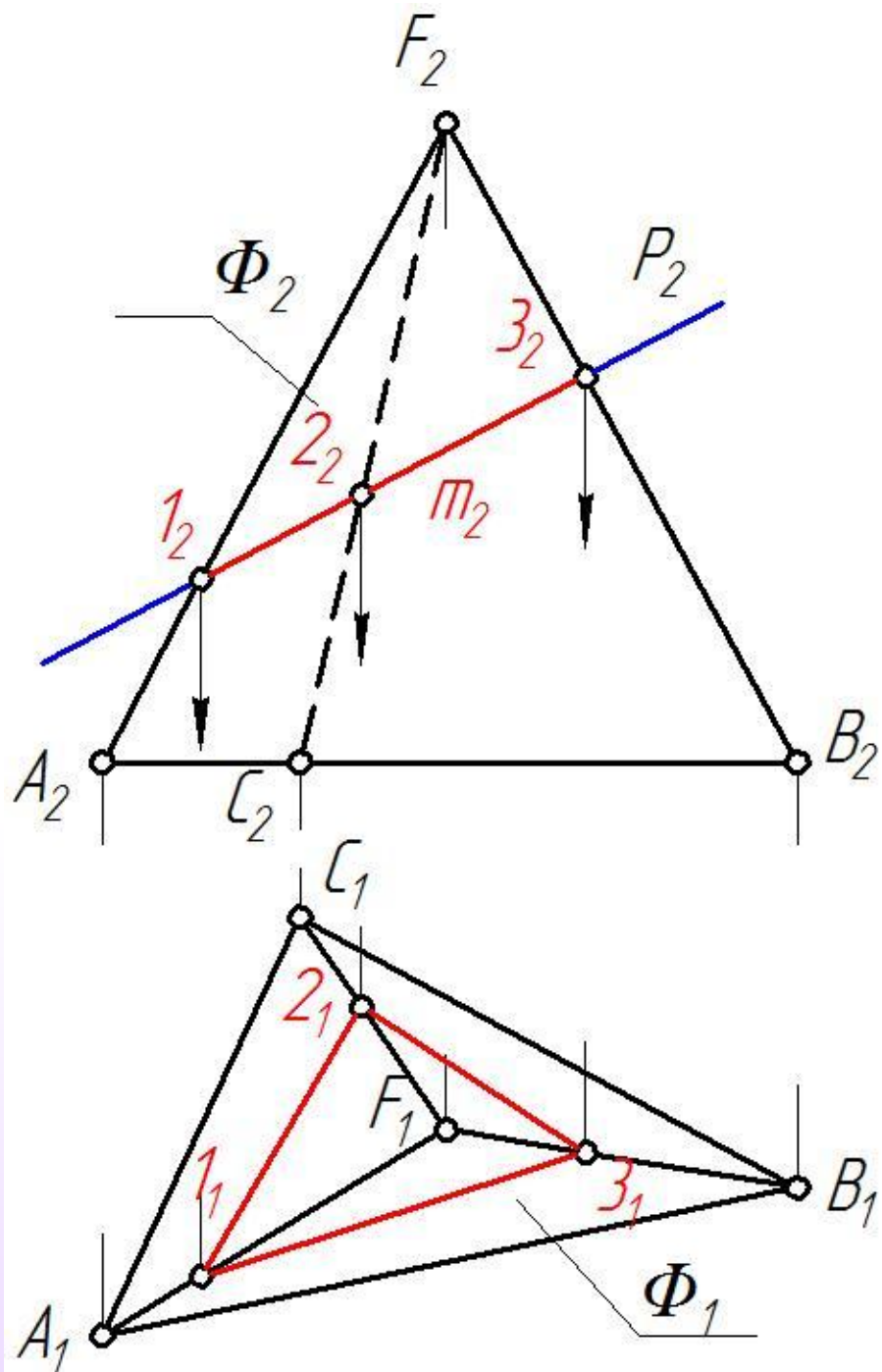


$P \perp \Pi_2$   
 $m \{1,2,3\};$   
 $1 = AF \cap P;$   
 $2 = CF \cap P;$   
 $3 = BF \cap P$



$1 = AF \cap P;$   
 $2 = CF \cap P;$   
 $3 = BF \cap P$

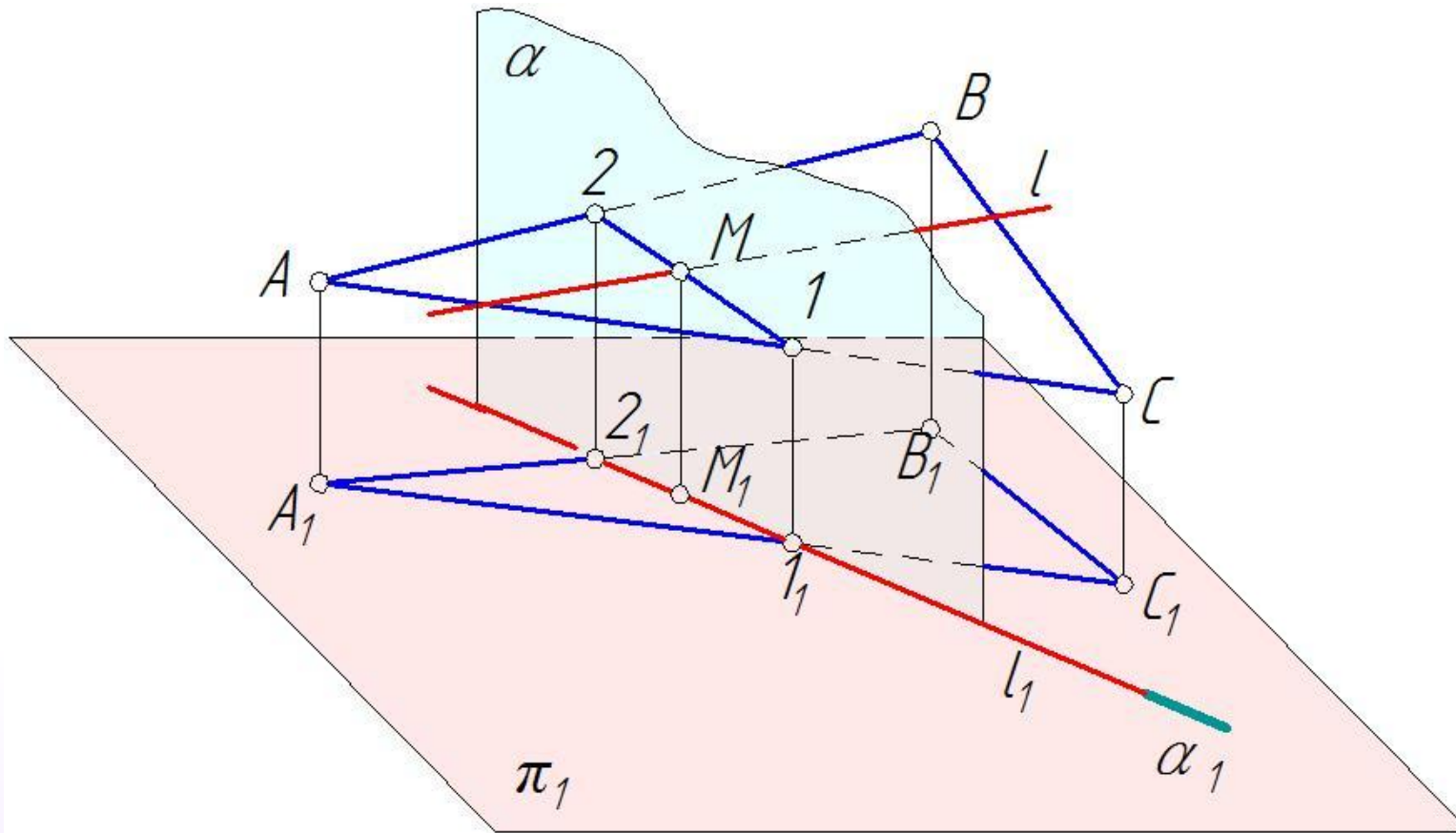




$m \subset P$  и  $m \subset \Phi$   
 $m \{1,2,3\}$   
 $m = \Phi \cap P$

# Пересечение прямой линии с поверхностью

# Общий алгоритм определения взаимного положения прямой линии и плоскости



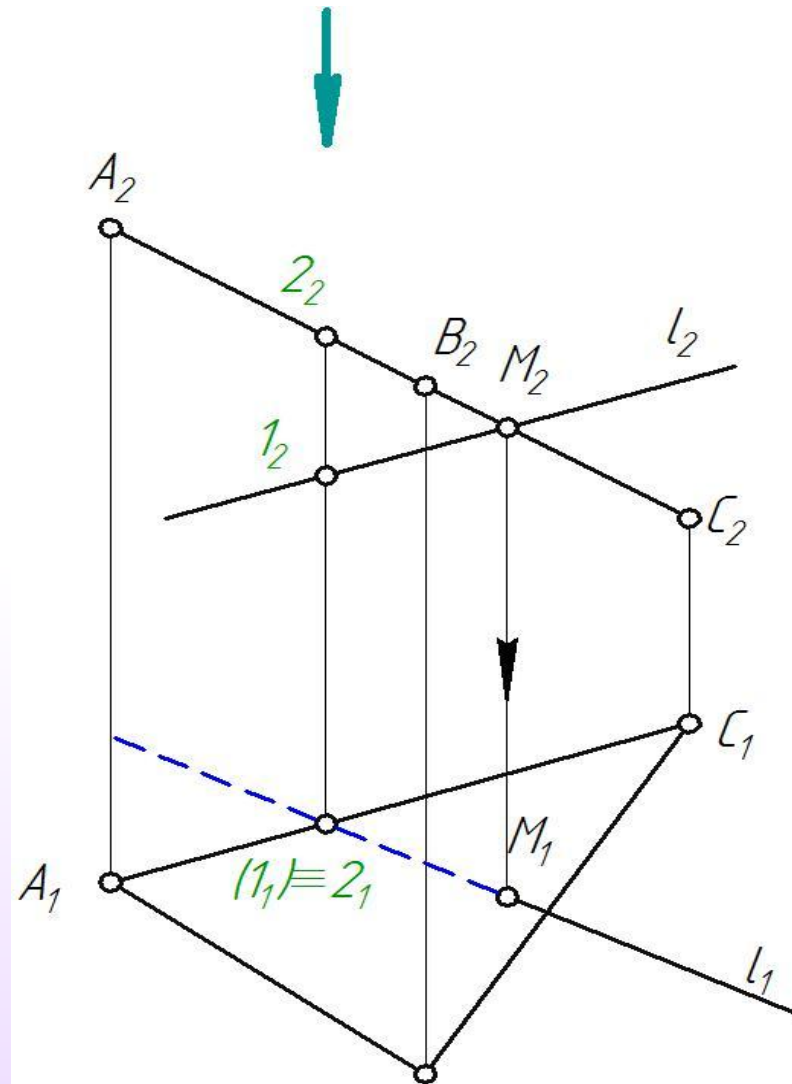
Дано: прямая  $l$  и  
плоскость  $\beta(\triangle ABC)$ .  
Определить: взаимное  
положение прямой  $l$  и  
плоскости  $\beta$

1. Прямую  $l$ , заключить в какую-либо вспомогательную проецирующую плоскость.
2. Построить линию пересечения заданной плоскости  $\beta$  и вспомогательной  $\alpha$ .
3. Определить взаимное положение прямой  $l$  и плоскости  $\beta$ .

## Определение точки пересечения прямой с плоскостью

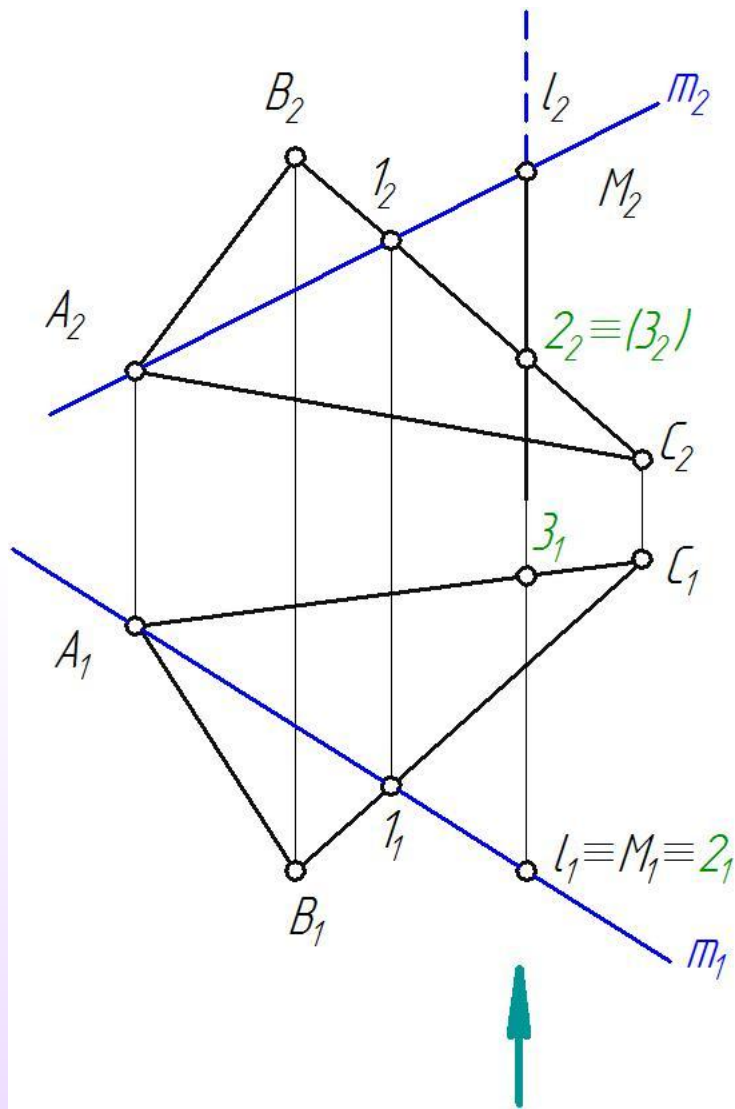
- Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью
- Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения
- Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

Рассмотрим построение проекций точки  $M$  - точки пересечения прямой  $l$  общего положения с фронтально-проецирующей плоскостью  $\gamma$  ( $ABC$ ).



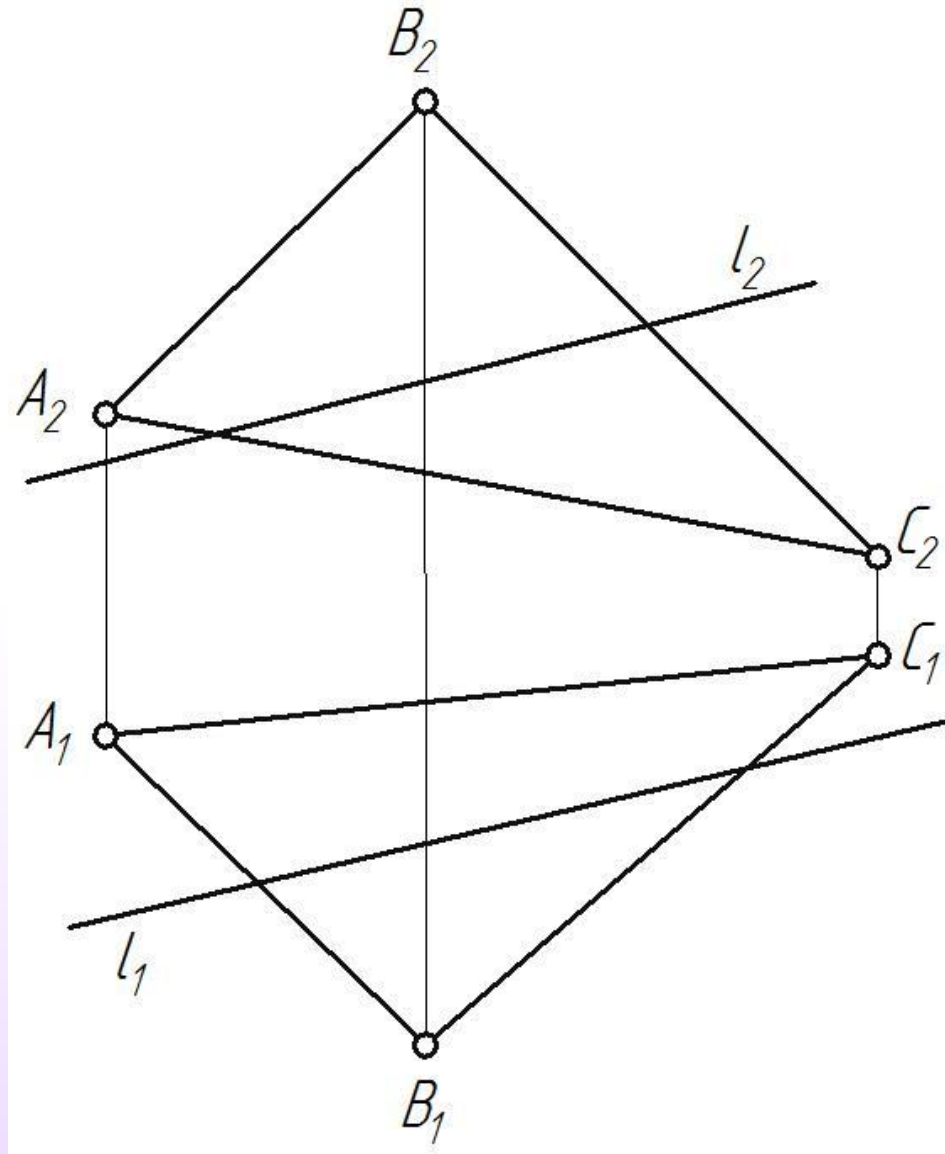
1.  $\gamma(ABC) \perp \pi_2$
2.  $M_2 \equiv \gamma \cap l$
3.  $M_1 \subset l_1$

*Рассмотрим построение проекций точки  $M$  - точки пересечения проецирующей прямой  $l$  с плоскостью общего положения  $\alpha \equiv ABC$*

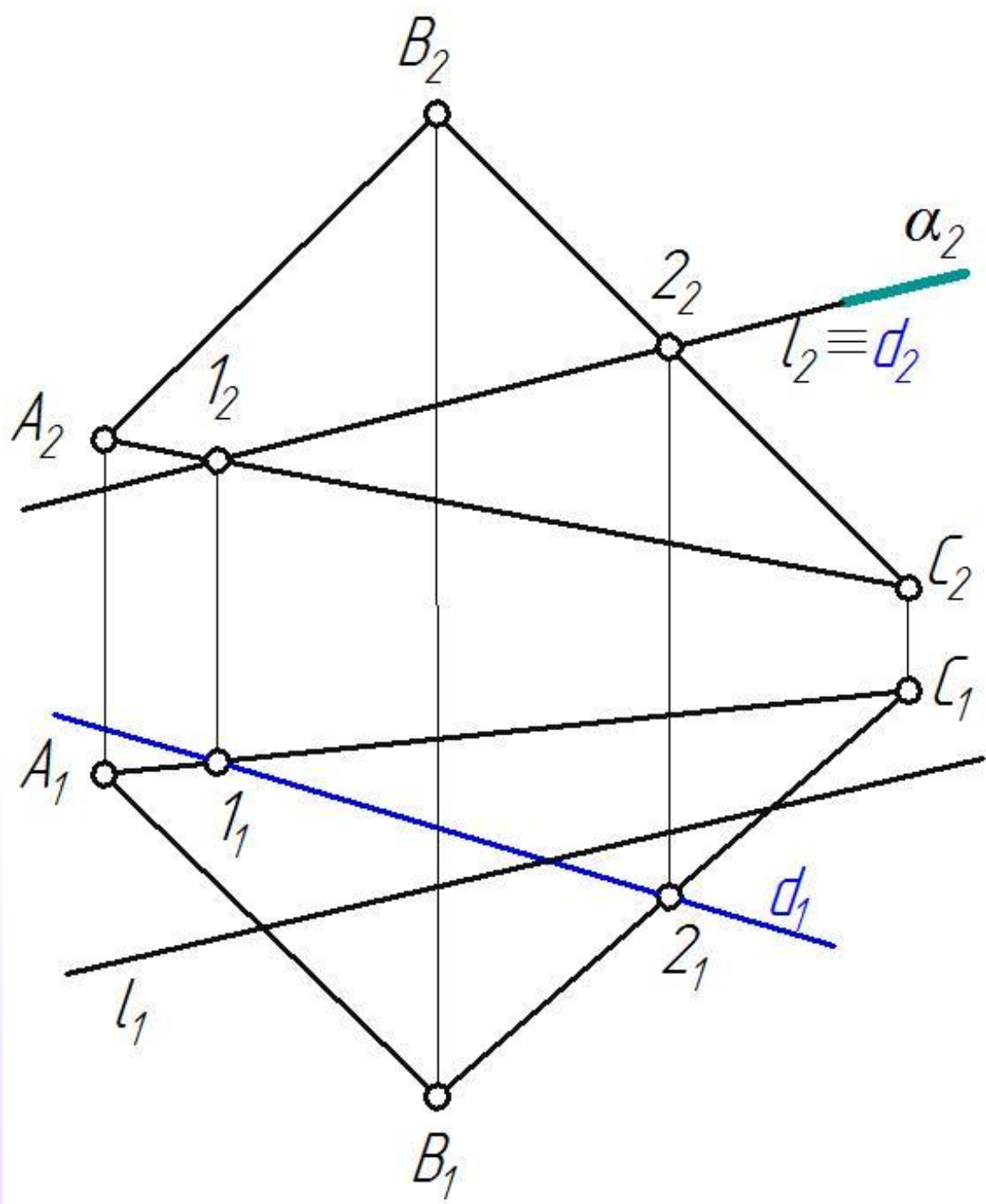


1.  $\gamma \perp \pi_1, l \subset \gamma$
2.  $\gamma \cap \alpha \equiv m$
3.  $m \cap l \equiv M$
4.  $M_1 \subset l_1$

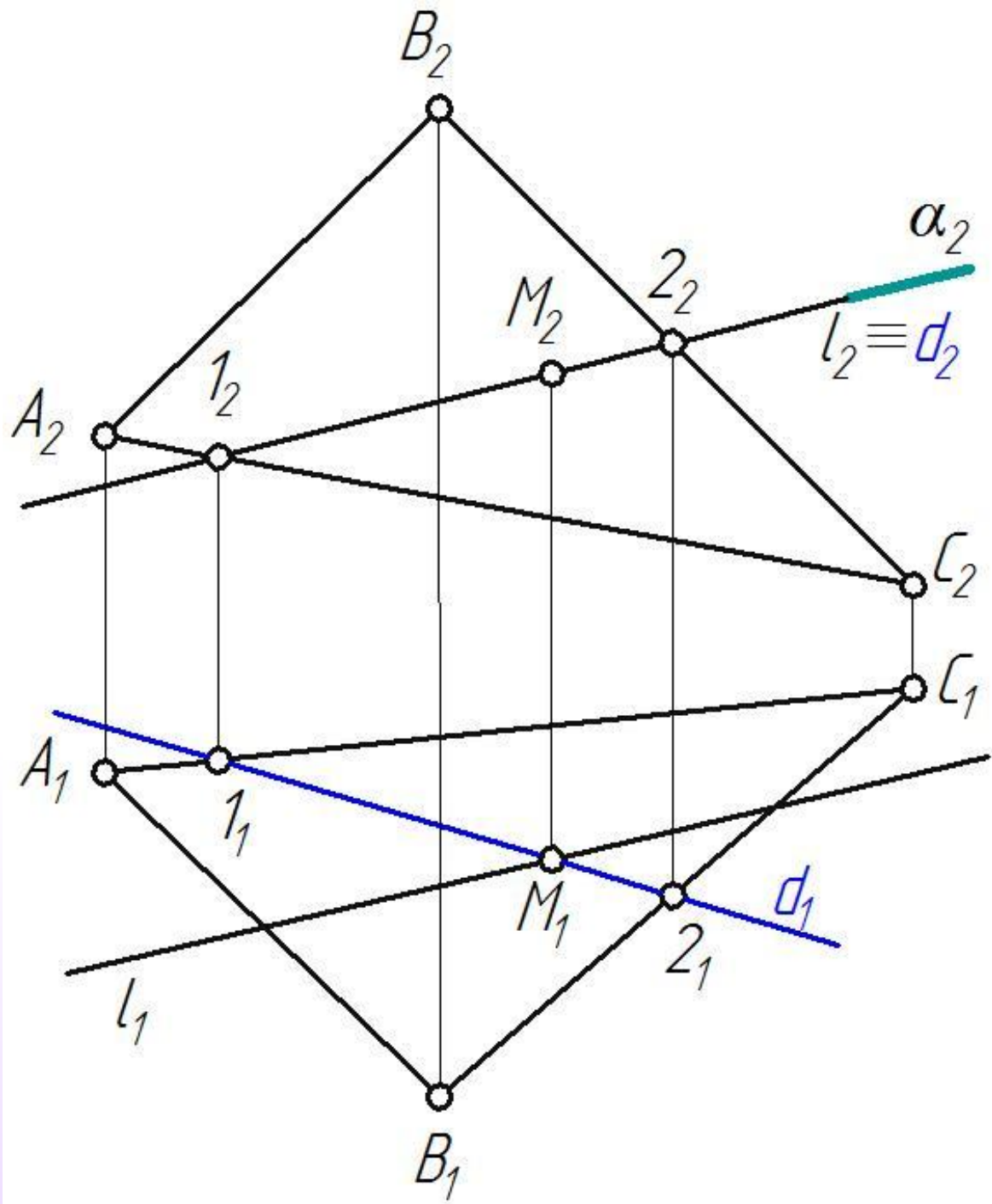
*Рассмотрим построение проекций точки  $M$  - точки пересечения прямой  
общего положения  $l$  с плоскостью общего положения  $\gamma \equiv ABC$*







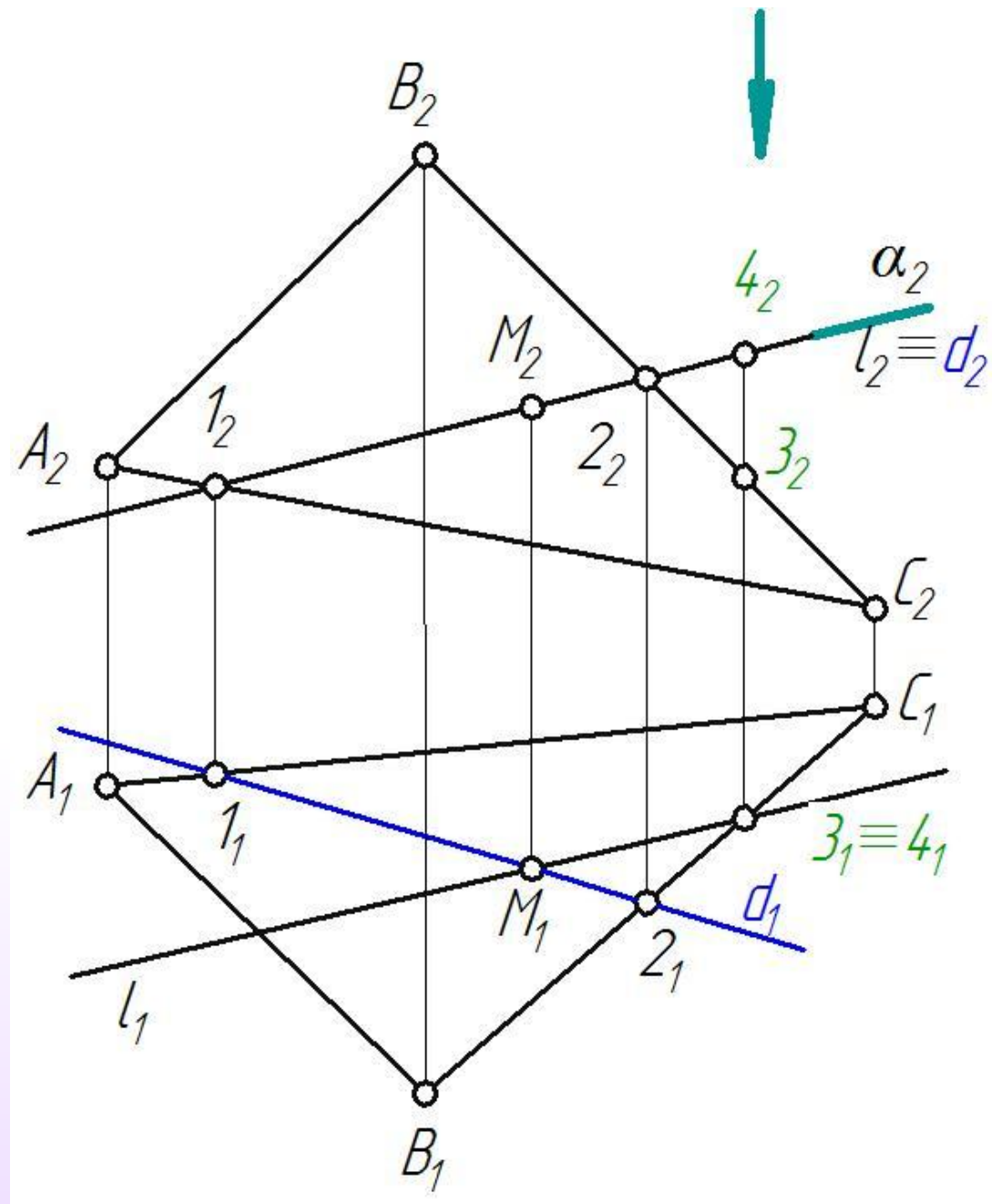
1.  $\alpha \perp \pi_2, l \subset \gamma$
2.  $\gamma \cap \alpha \equiv d$

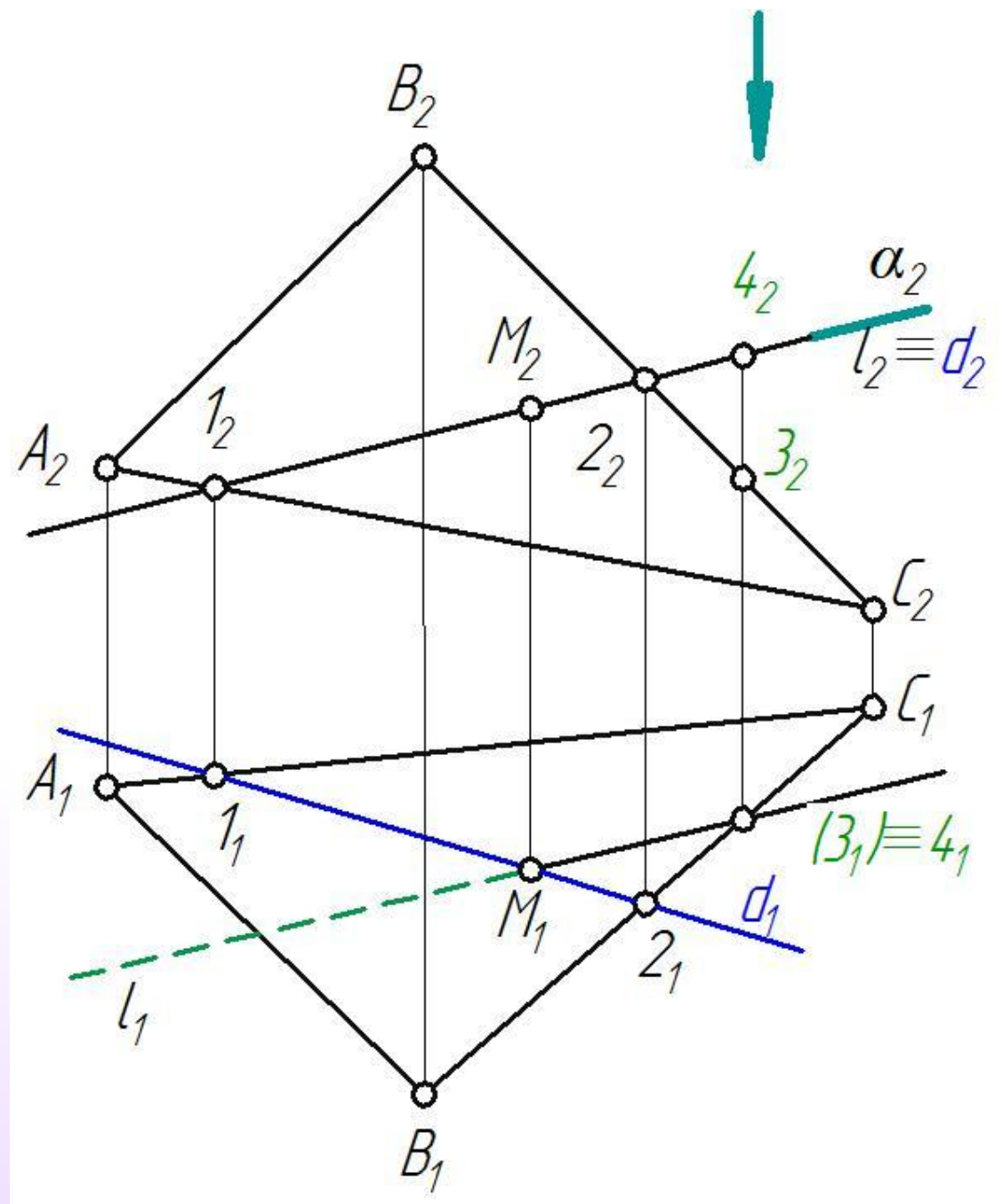


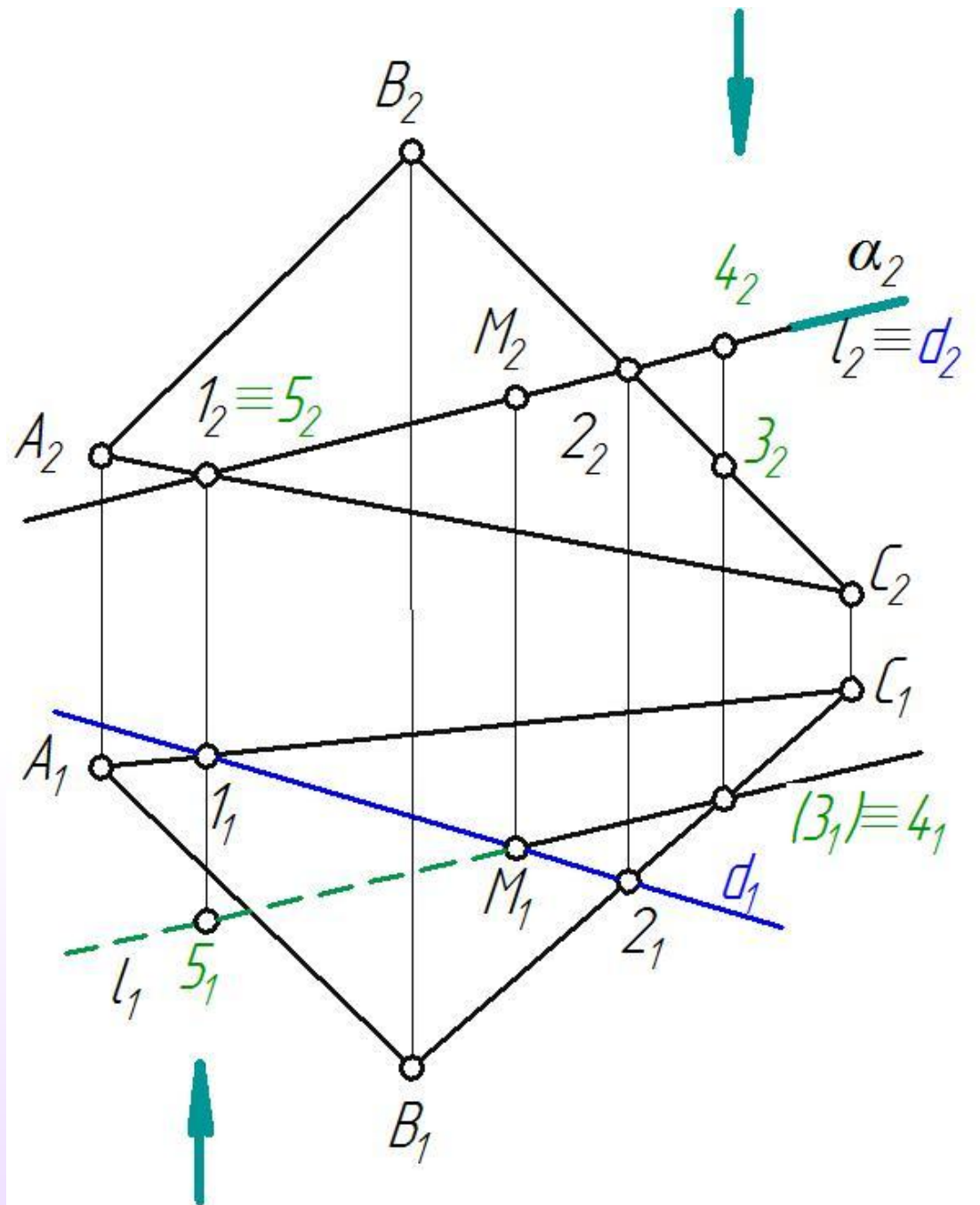
1.  $d \cap l \equiv M$
2.  $M_1 \subset l_1$

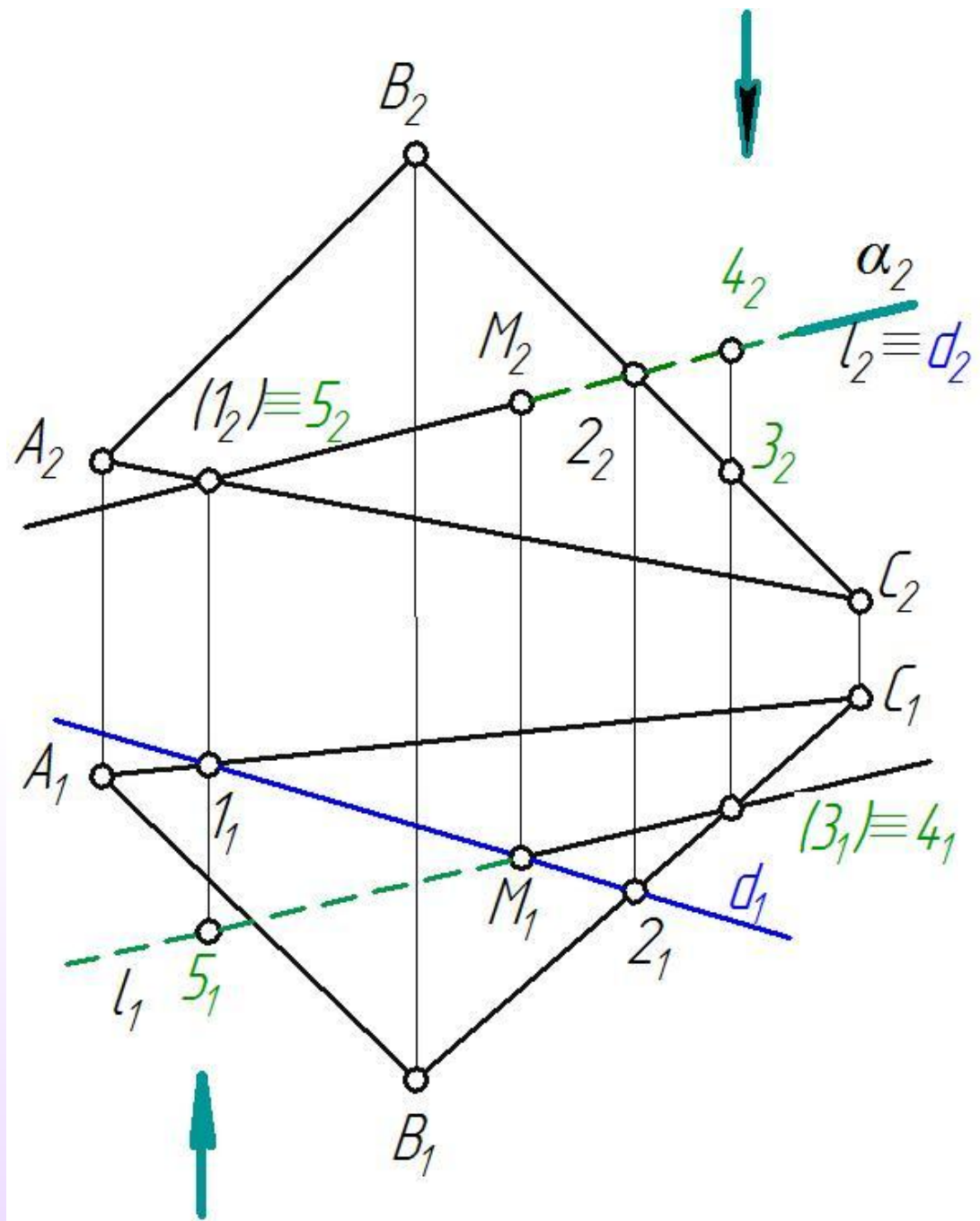
# Определение видимости прямой

Метод конкурирующих точек





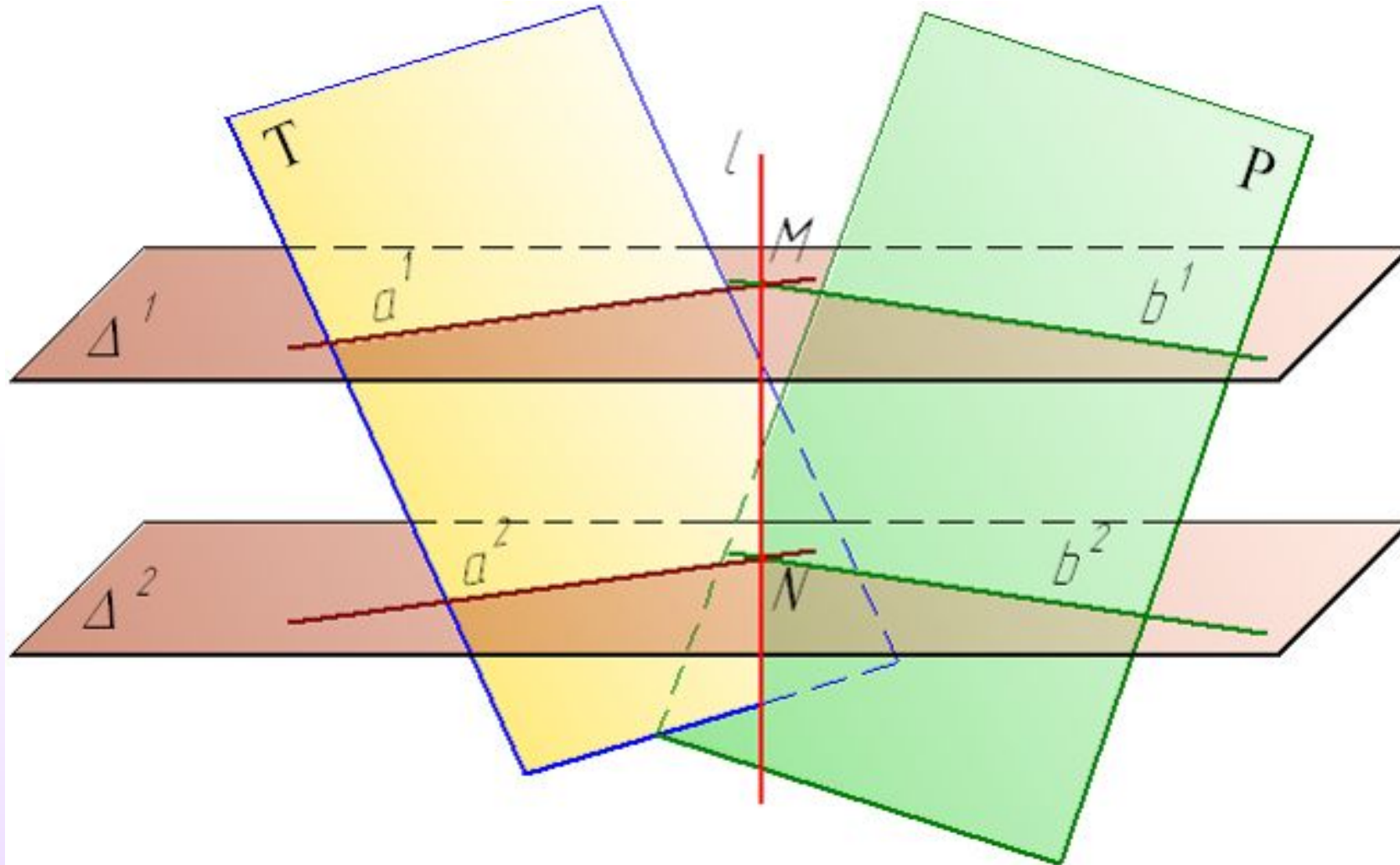


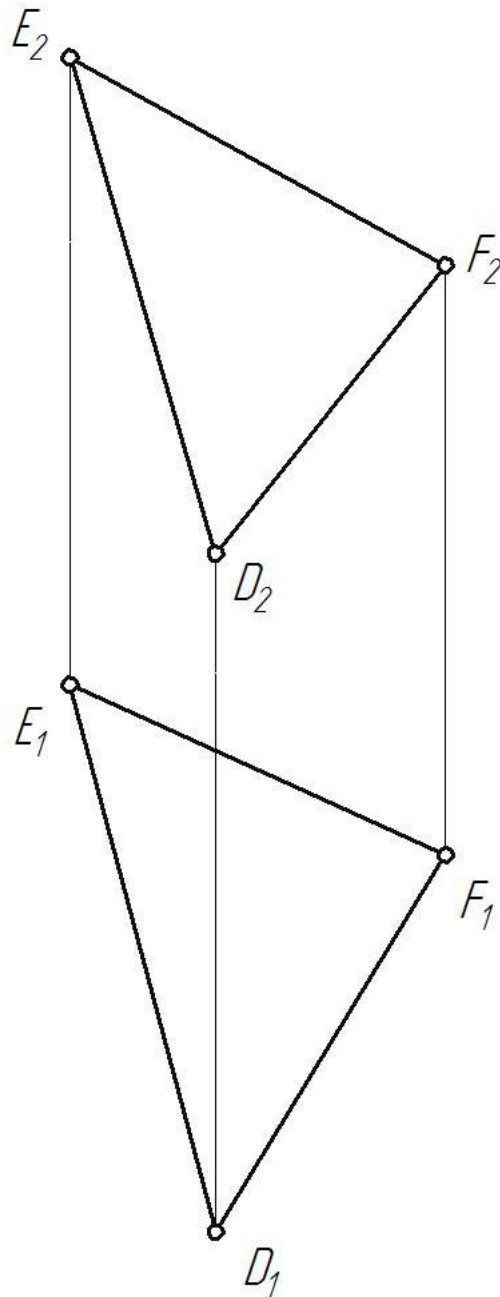
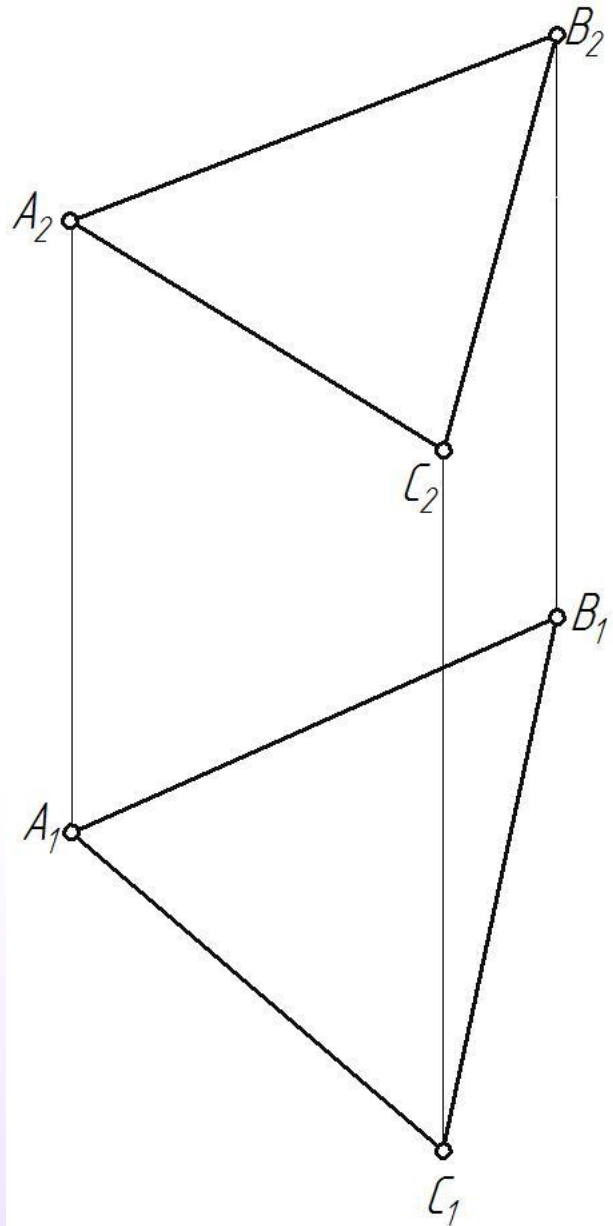




# Пересечение двух плоскостей

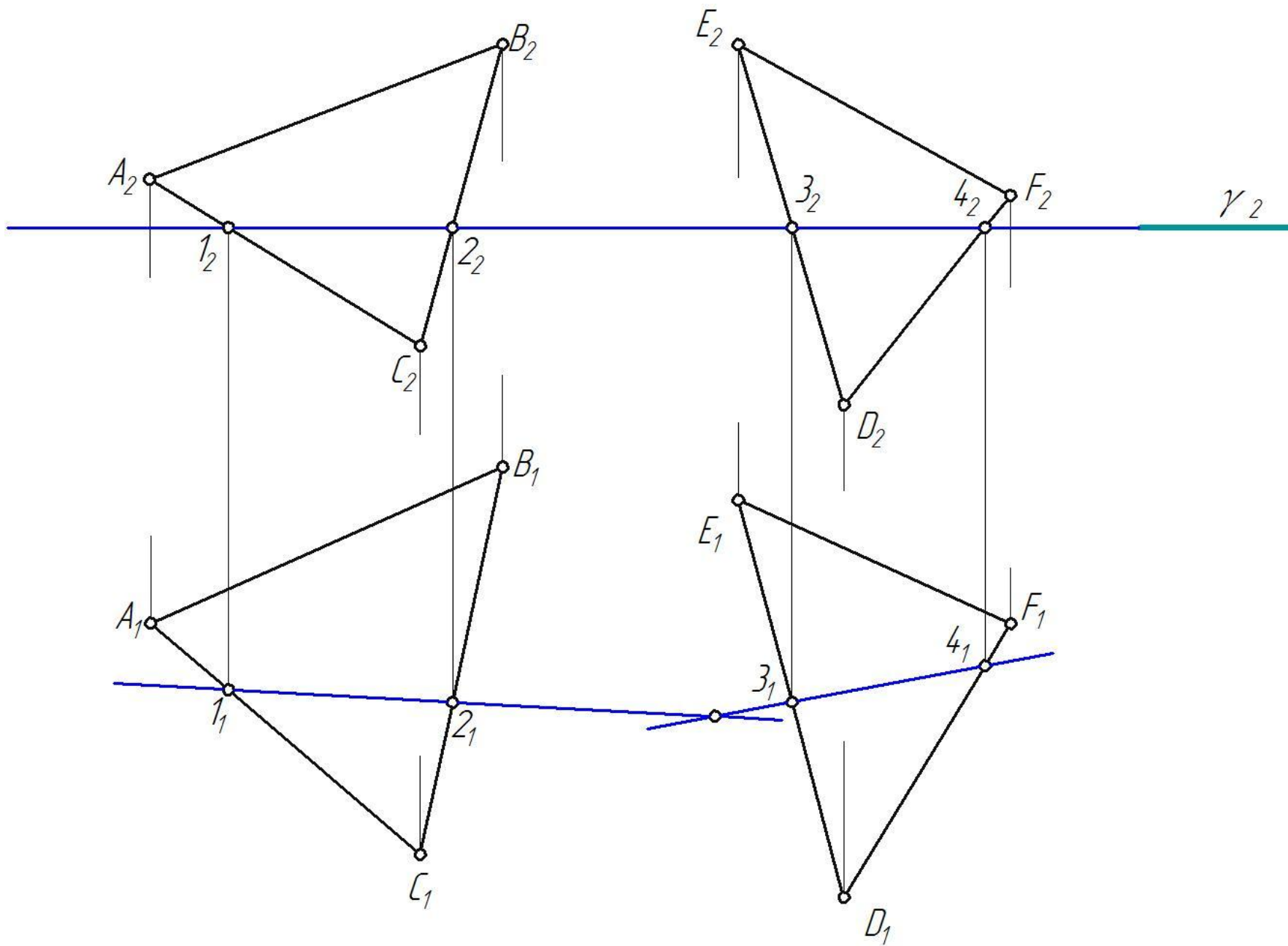
Линией пересечения плоскостей является прямая, которая должна быть задана двумя точками.



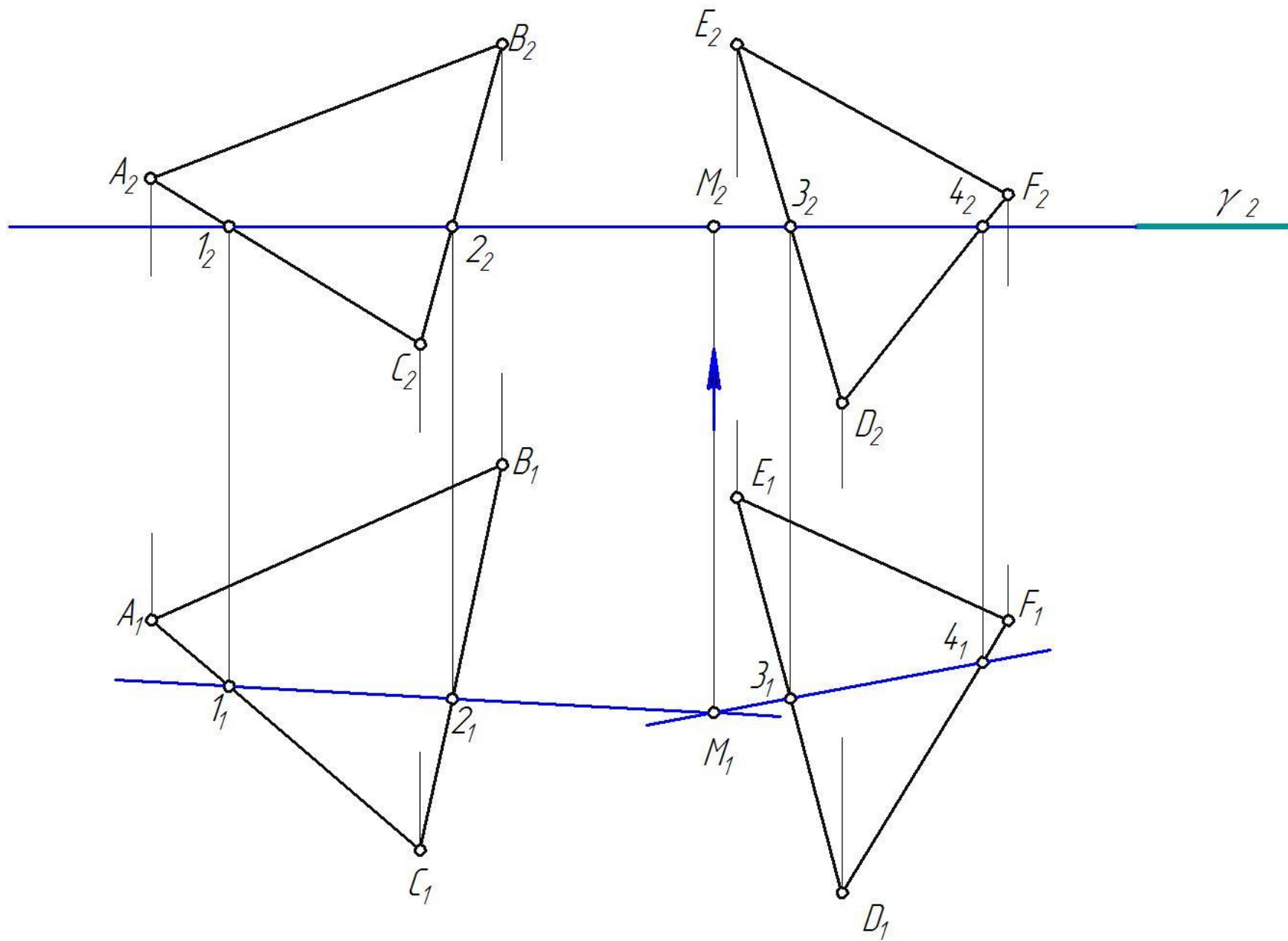


Дано:  
 $\alpha$  (ABC)  
 $\beta$  (DEF)

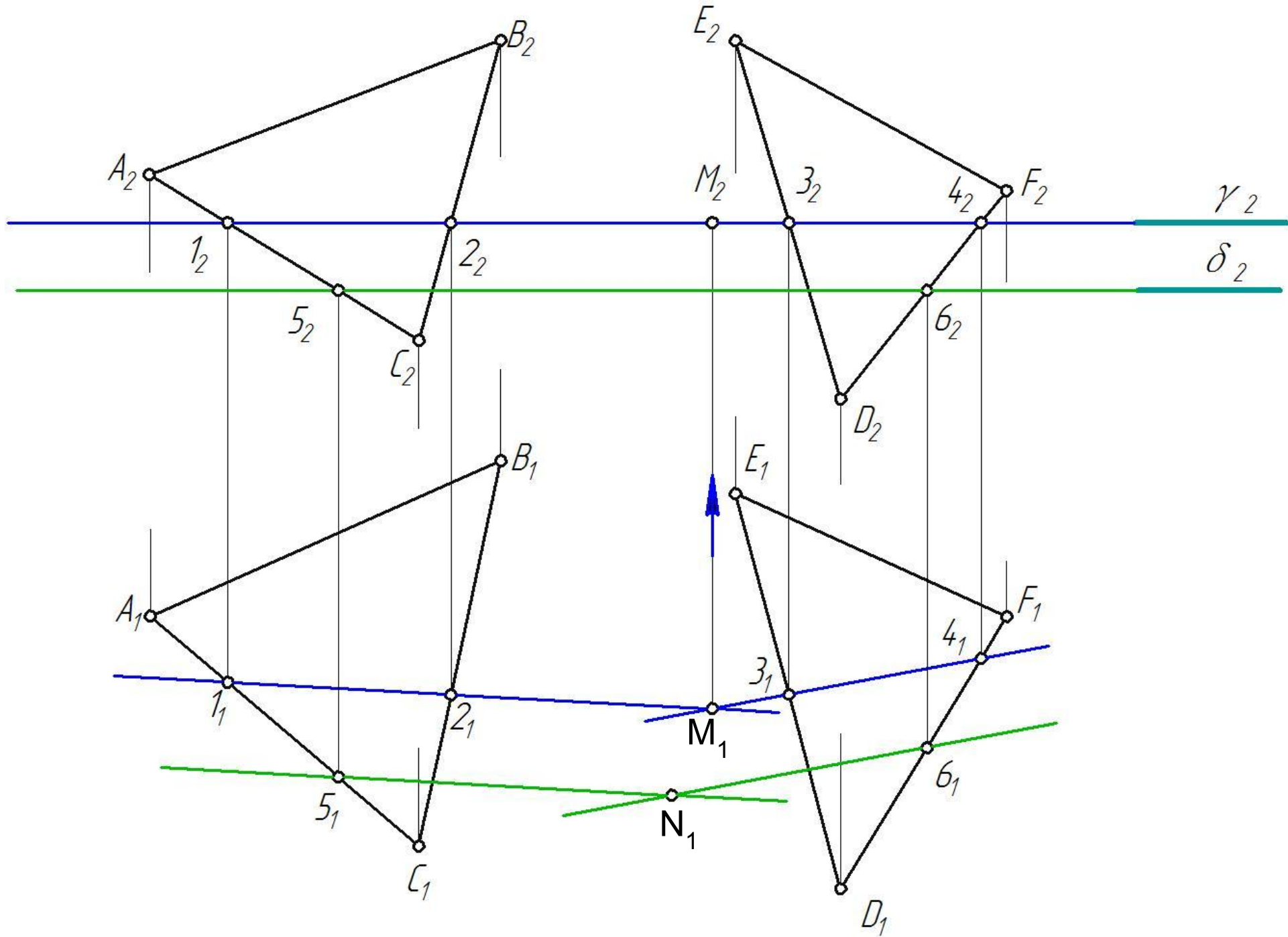
Построить:  
 $\alpha \cap \beta \equiv (MN)$



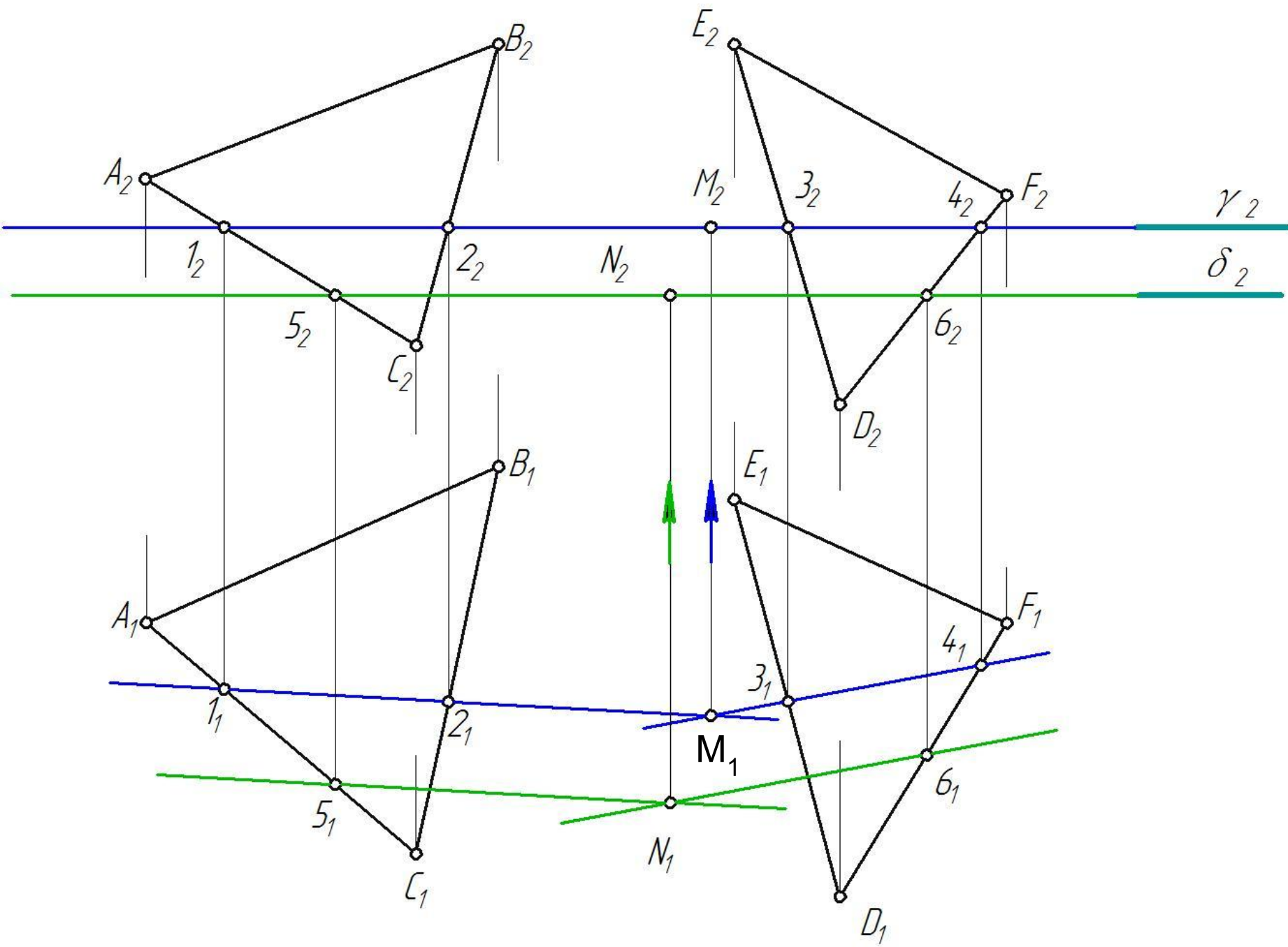
$\gamma \perp \pi_2$   
 $\alpha \cap \gamma \equiv (12)$   
 $\beta \cap \gamma \equiv (34)$



$$(12) \cap (34) \equiv M$$

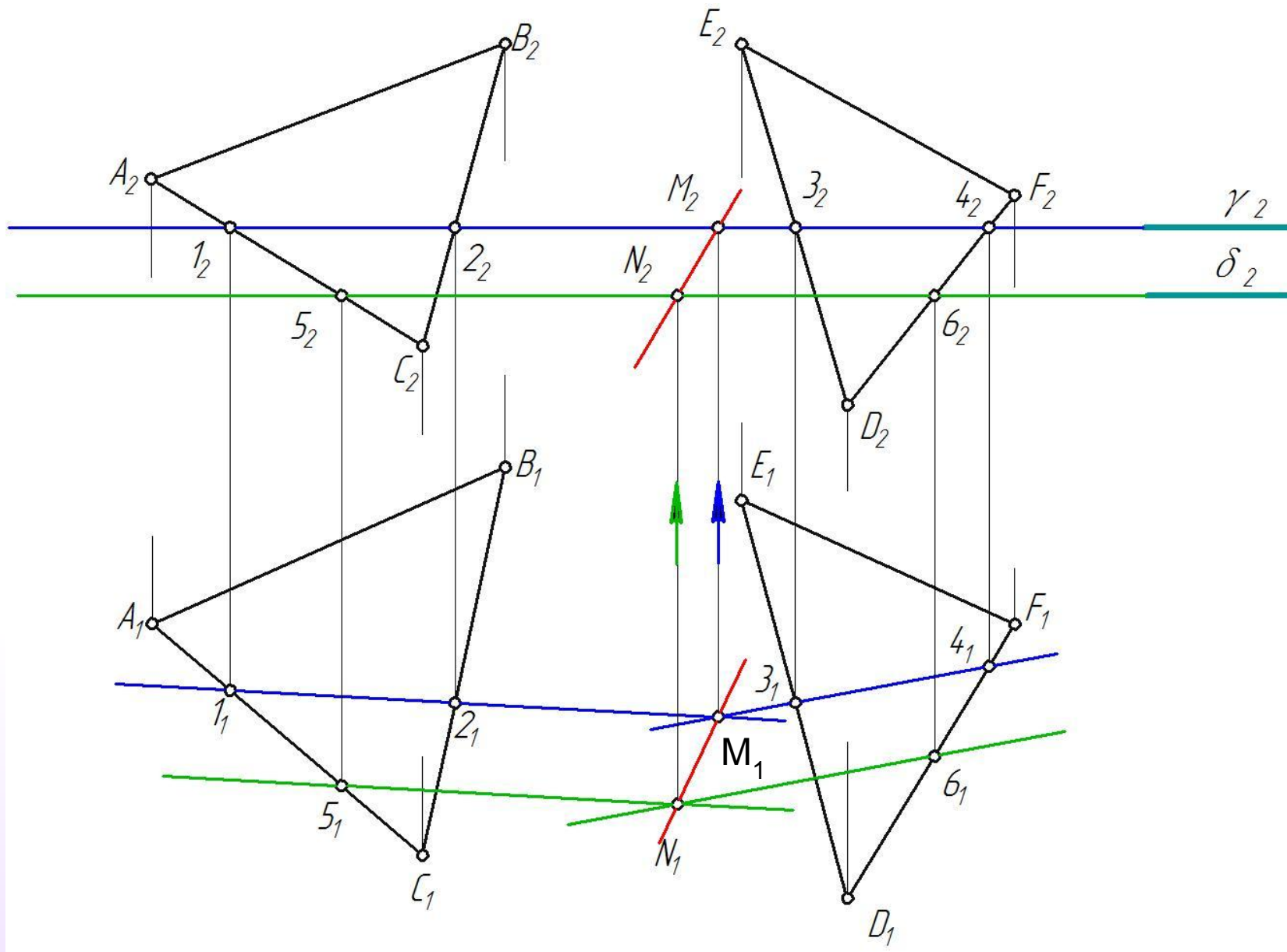


$\gamma \parallel \delta, \delta \perp \pi_2$   
 $\alpha \cap \delta \equiv (5)$   
 $\beta \cap \delta \equiv (6)$

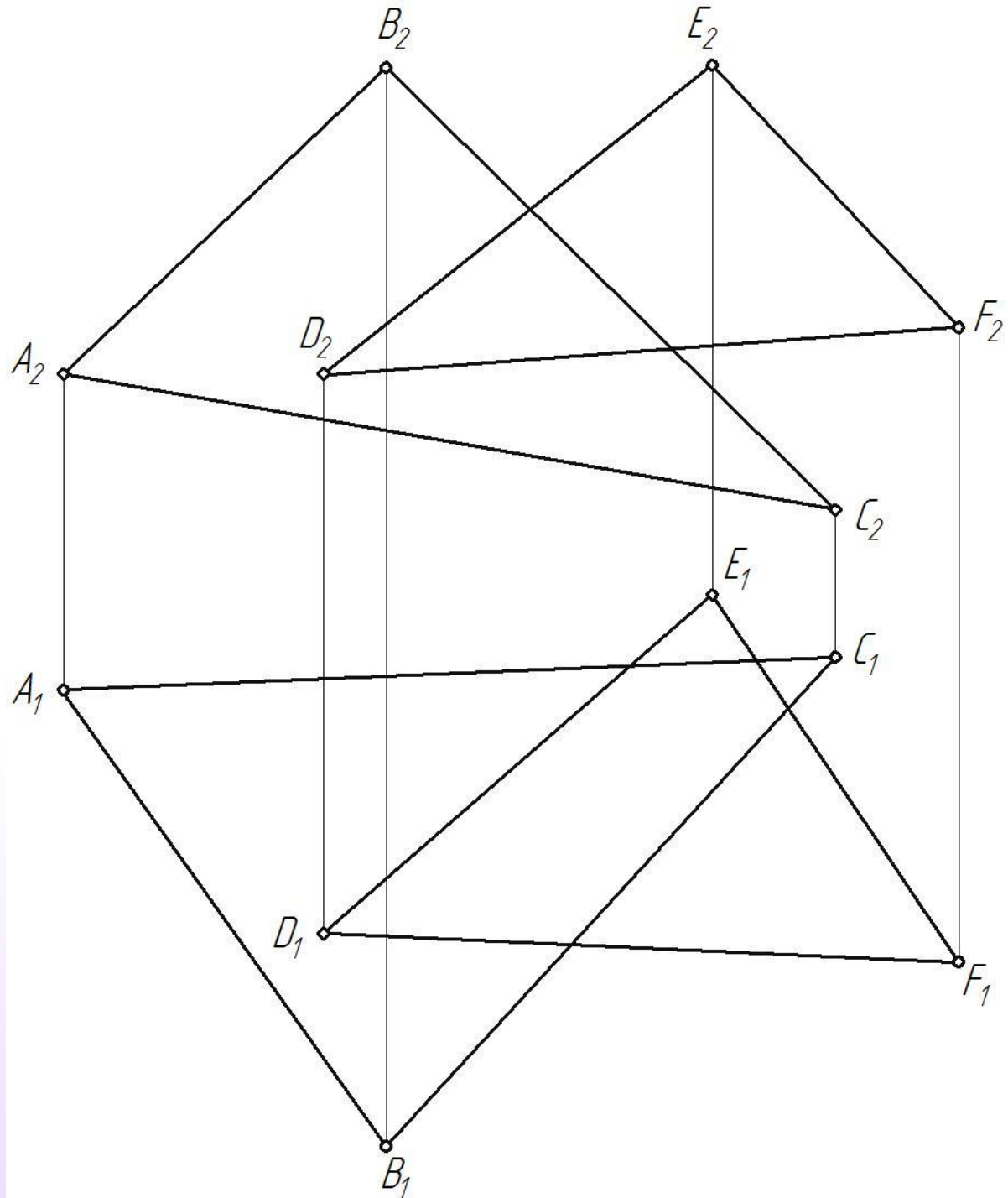


$(5) \cap (6) \equiv N$



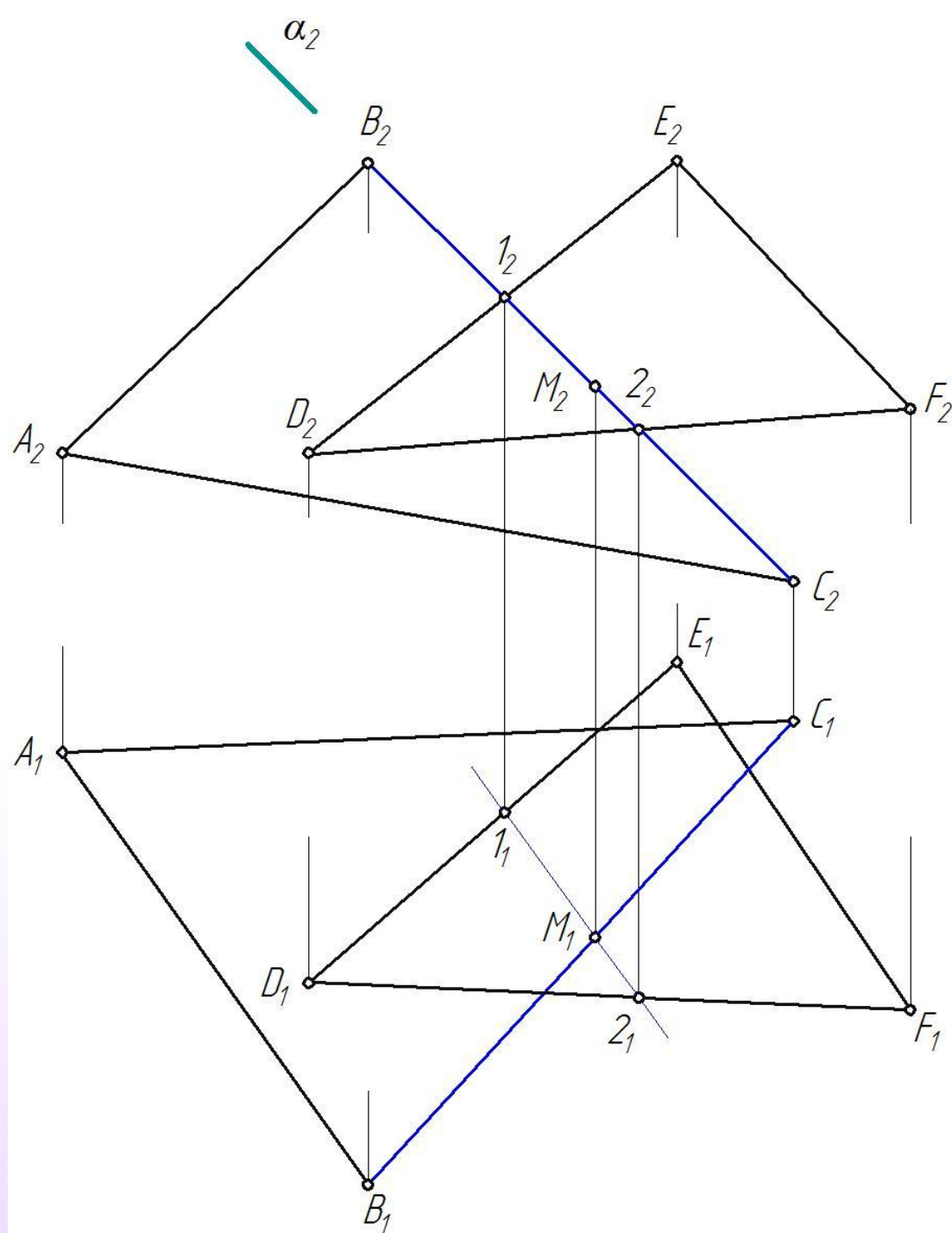


(MN)- искомая линия пересечения

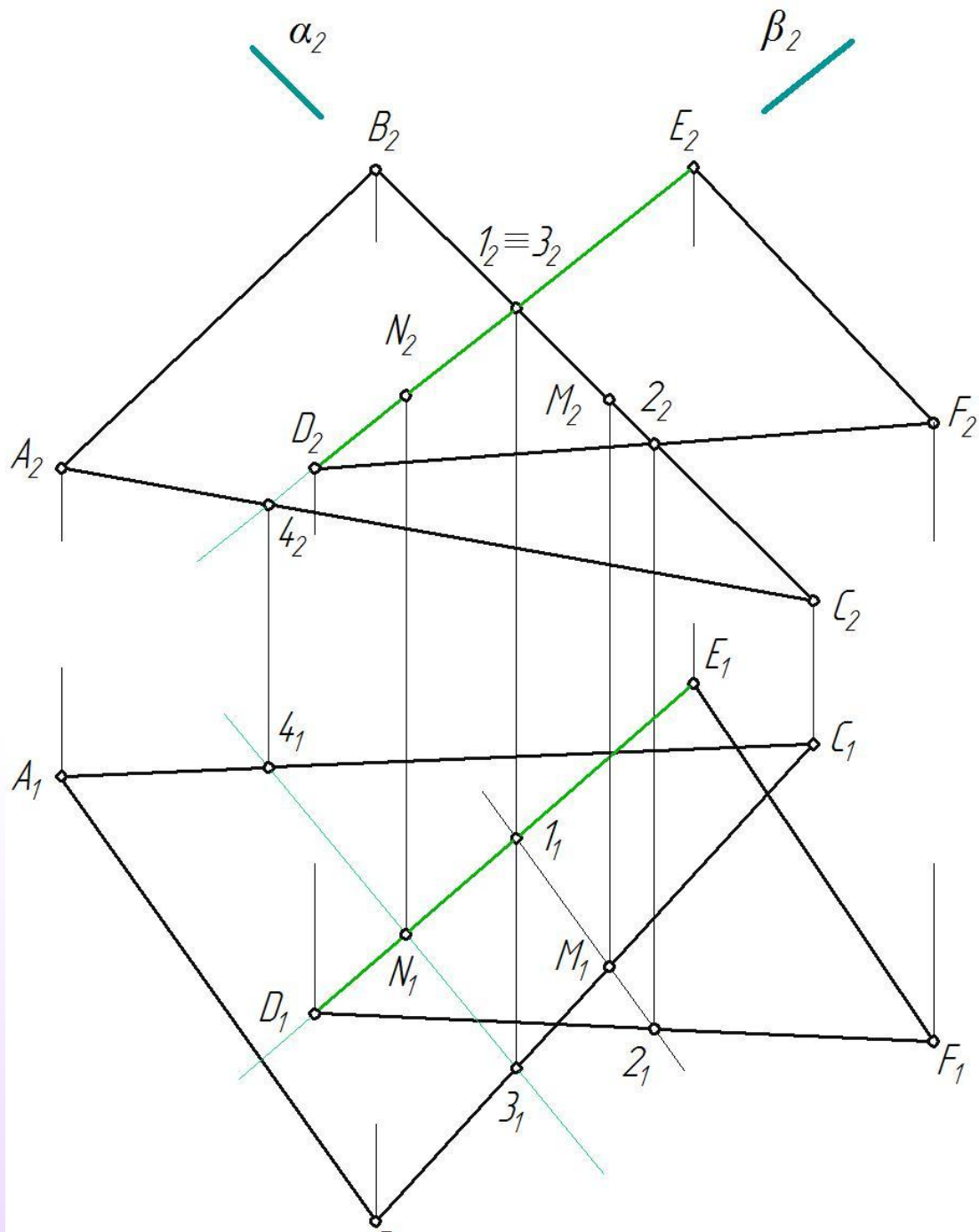


Дано:  
 $\gamma$  (ABC)  
 $\delta$  (DEF)

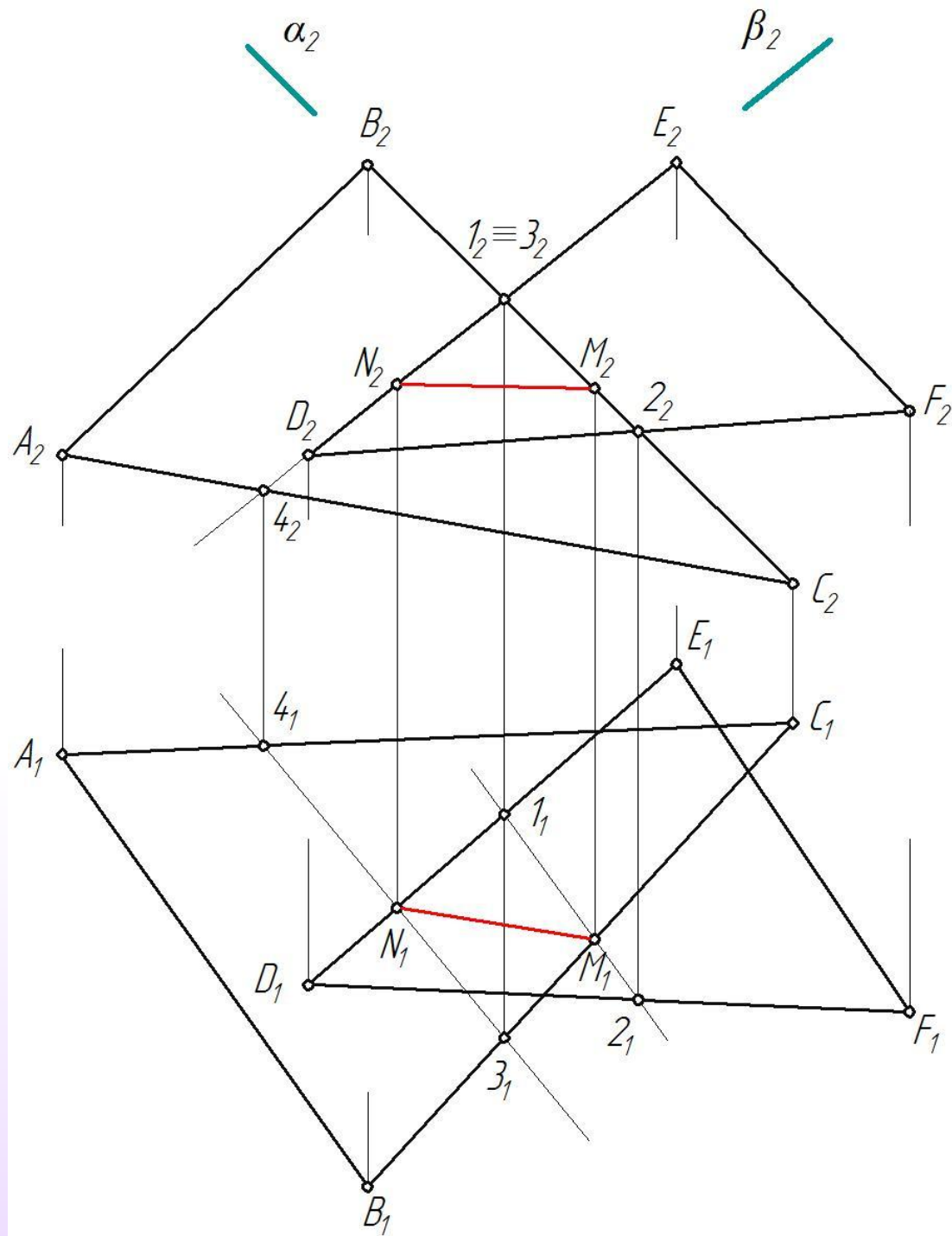
Построить:  
 $\gamma \cap \delta \equiv (MN)$



$\alpha \perp \pi_2$  ,  $(AB) \subset \alpha$   
 $\alpha \cap \delta \equiv (1_2)$   
 $(AB) \cap (1_2) \equiv M$



$\beta \perp \pi_2$  ,  $(DE) \subset \beta$   
 $\beta \cap \gamma \equiv (34)$   
 $(DE) \cap (34) \equiv N$



(MN)- искомая линия пересечения

