

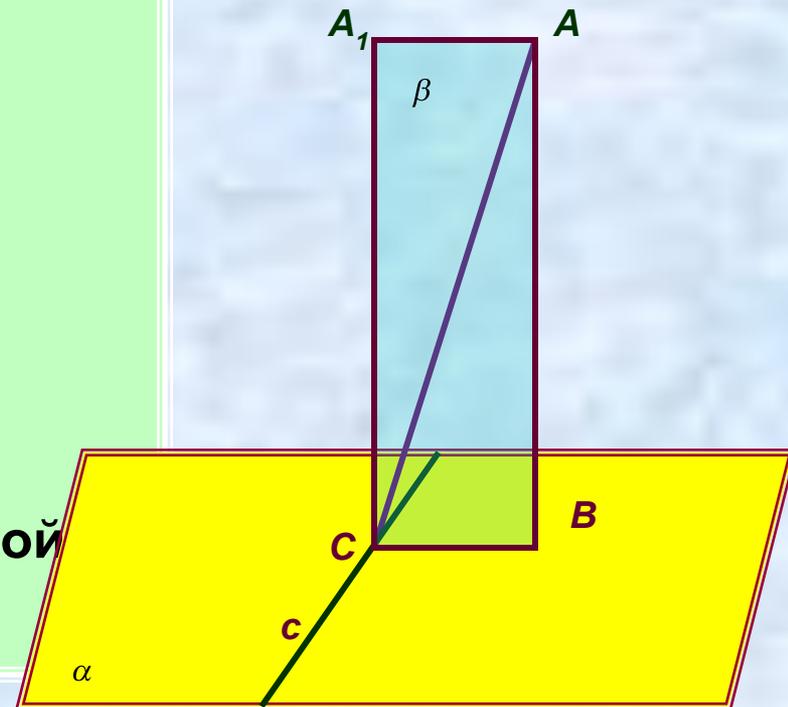
Перпендикуляр и наклонная

Теорема о трёх перпендикулярах

Теорема Если прямая, проведённая на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна её проекции, то она перпендикулярна наклонной.

Обратная теорема

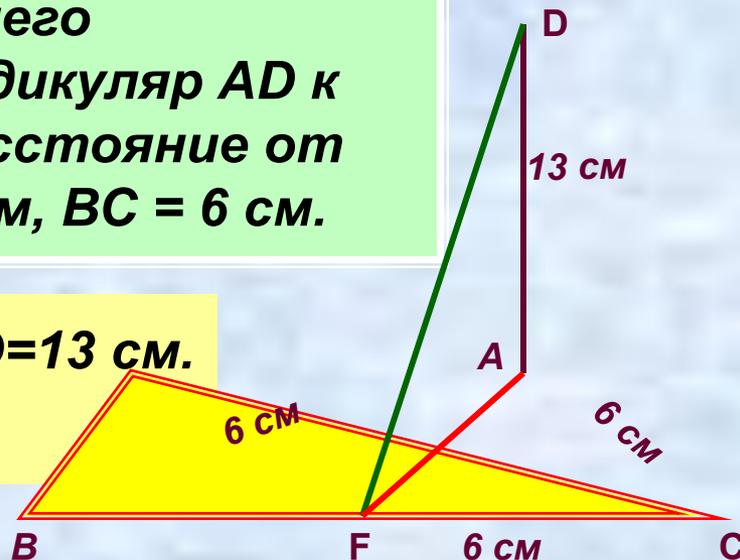
Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции наклонной



Задача № 7. Из вершины равностороннего треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки D до стороны BC , если $AD = 13$ см, $BC = 6$ см.

Дано : $AB=BC=AC= 6$ см, $AD \perp (ABC)$, $AD=13$ см.

Найдите: $\rho (D; BC)$.



Решение: Расстоянием от точки до прямой называется длина перпендикуляра, проведённого из данной точки до прямой. Поэтому, из точки D опустим перпендикуляр DF на прямую BC .

По теореме о трёх перпендикулярах $AF \perp BC$, т.к. треугольник ABC - равносторонний, то AF – медиана, т.е. $BF=FC= 3$ см.

$\triangle AFC$ – прямоугольный. По теореме Пифагора $AF^2 = AC^2 - CF^2 = 36 - 9 = 27$, $AF = \sqrt{27}$ см.

$\triangle ADF$ – прямоугольный, $DF^2 = AD^2 + AF^2 = 169 + 27 = 196$, следовательно $DF = 14$ см.

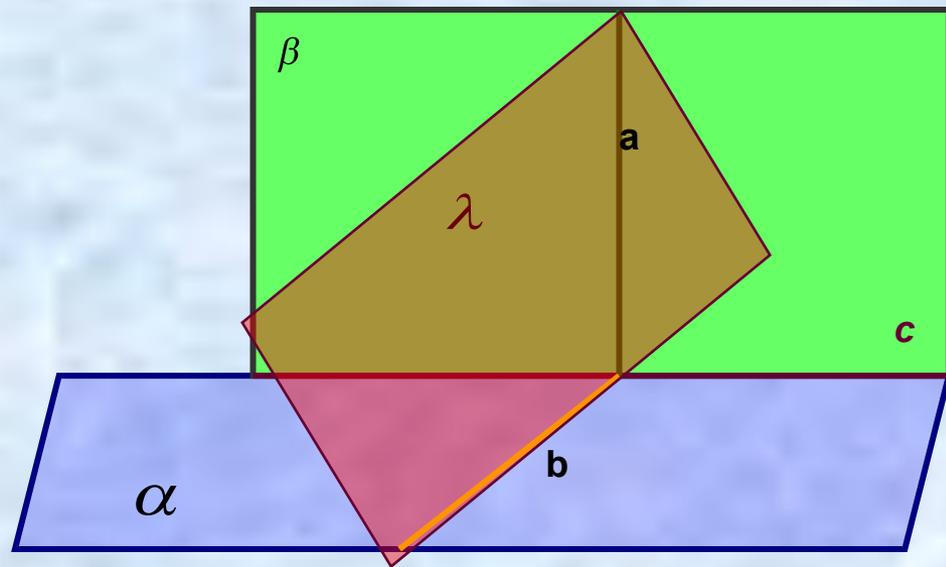
Ответ: 14 см.

Задача 8. Стороны треугольника 15 см, 26 см и 37 см. Через вершину среднего по величине угла проведён перпендикуляр в его плоскости, равный 9 см. Найдите расстояние от концов этого перпендикуляра до противоположной стороны.

Перпендикулярность двух плоскостей

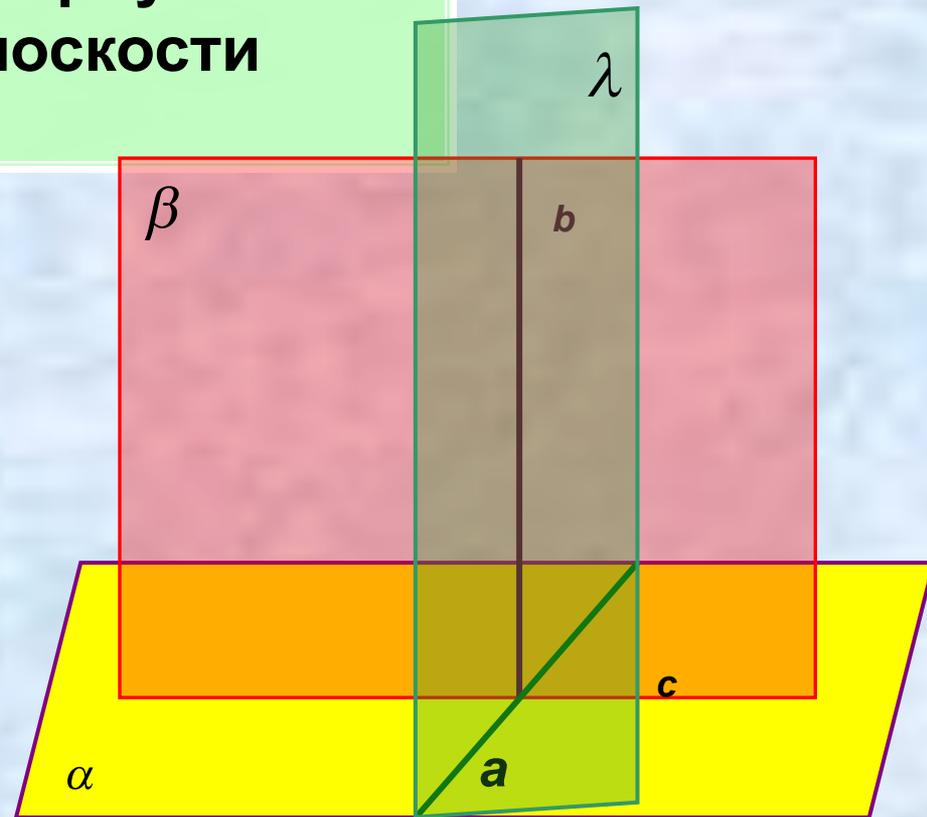
Перпендикулярность плоскостей

Определение. Две пересекающиеся плоскости называются **перпендикулярными**, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей пересекает их по перпендикулярным прямым.



Признак перпендикулярности плоскостей

Теорема. Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.



Задача № 9. Из точек A и B , лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB , если: $AC = 6$ м, $BD = 7$ м, $CD = 6$ м.

Дано: $\alpha \perp \beta$, $A \in \alpha$, $B \in \beta$, $AC \perp CD$, $BD \perp CD$
 $AC = 6$ м, $BD = 7$ м, $CD = 6$ м.

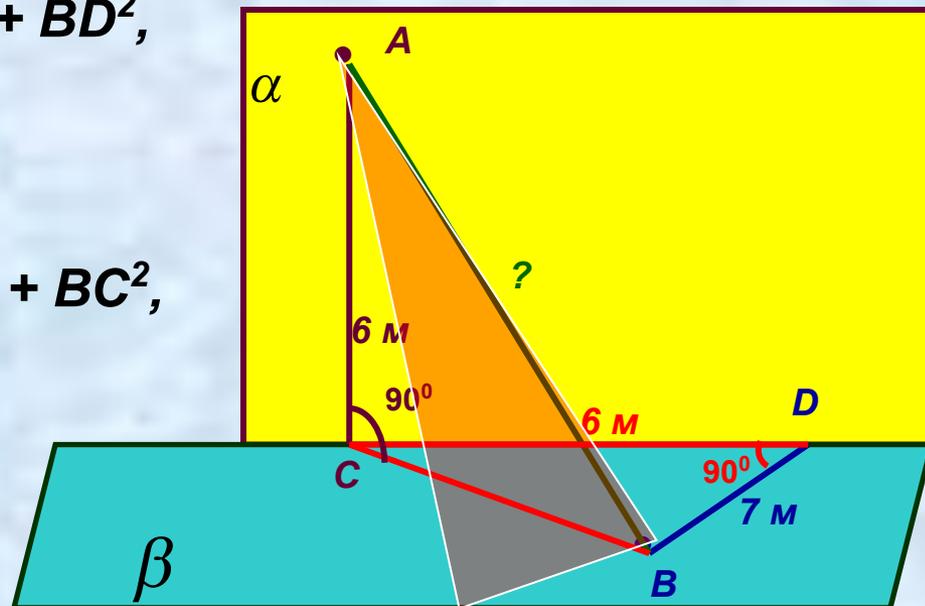
Найти: AB

Решение: $\triangle BCD$ – прямоугольный,
по теореме Пифагора $BC^2 = CD^2 + BD^2$,
 $BC^2 = 36 + 49 = 85$, $BC = \sqrt{85}$ м.

$\triangle ABC$ – прямоугольный,

по теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$,
 $AB^2 = 36 + 85 = 121$, $AB = 11$ м.

Ответ : 11 м.



Задача 10. Из меньшего угла треугольника со сторонами 9 см, 10 см и 17 см восстановлен перпендикуляр к его плоскости, равный 15 см. Найдите расстояния от концов этого перпендикуляра до прямой, содержащей противоположную сторону.

Домашнее задание

1) Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 23 см и 33 см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости, если проекции наклонных относятся как 2:3.

2) Из вершины треугольника ABC построен перпендикуляр BD к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки D до стороны AC , если $BD = 9$ см, $AB = 15$ см, $BC = 20$ см, $AC = 7$ см.