Лекция № 1. (06.02.15)
ВВЕДЕНИЕ. КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА.

1. Предмет физики, структура и цель физики, ее связь с другими дисциплинами.

Предмет изучения	Материя (в виде вещества и полей) и наиболее общие формы её движения, а также фундаментальные взаимодействия природы, управляющие движением материи.

2. Предмет механики и кинематики. Классификация механических движений материальной точки и твердого тела.
3. Кинематическое описание движения материальной точки.
4. Векторы скорости и ускорения материальной точки.
5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела.

2. Предмет механики и кинематики. Классификация механических движений материальной точки и твердого тела.

Материальной точкой называется тело, размерами которого можно пренебречь, считая, что вся масса тела сосредоточена в одной точке.

Абсолютно твердое тело – тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда остается неизменным.

Поступательным движением абсолютно твердого тела называется такое его движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной самой себе.

Вращательным движением абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела, расположенные на одной прямой, называемой осью вращения, остаются неподвижными, а остальные точки описывают концентрические окружности с центрами на оси вращения. Окружности расположены в плоскостях, перпендикулярных оси вращения.

3. Кинематическое описание движения материальной точки

Система отсчета – совокупность тела отсчета, системы координат, синхронизированных и равномерно идущих часов.

Тело отсчета – произвольно выбранное реальное или воображаемое тело, относительно которого определяются положения остальных тел.

Наиболее употребительная *система координат* – декартовая (рис. 1).

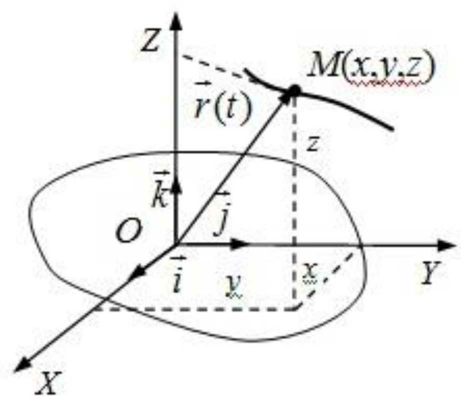


Рис. 1

Положение произвольной материальной точки *M* характеризуется *радиус-вектором* $\vec{r}(t)$ – вектором, соединяющим начало координат *O* с точкой *M*.

Кривая, которую описывает конец вектора $\vec{r}(t)$ в пространстве, называется *траекторией движения*.

3. Кинематическое описание движения материальной точки

В общем виде радиус-вектор

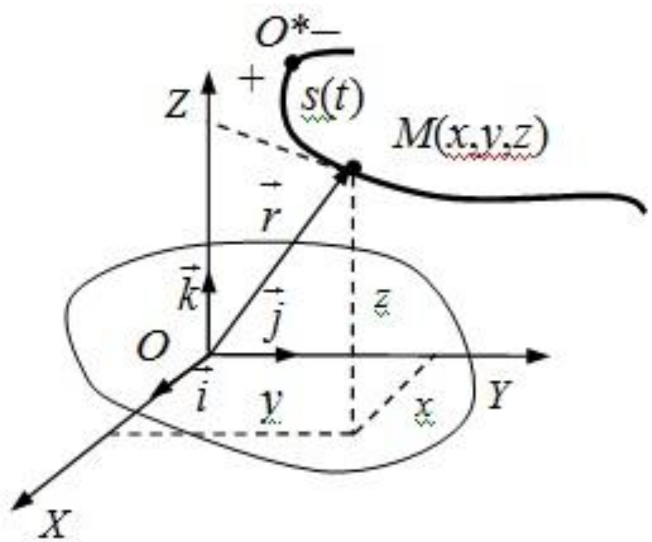
$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}\ . \qquad (1.1)$$

Движение материальной точки полностью определено, если известно векторное уравнение движения точки (1.1) – ***векторный способ*****:**

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \qquad (1.2)$$

или три кинематические уравнения движения точки – ***координатный способ*****:**

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t). \qquad (1.3)$$



Если точка *M* движется по некоторой заданной траектории, то для описания движения выбирают на траектории начало отсчета (точку *O на рис. 2), направление отсчета длины дуги *O*M*, которую обозначают буквой «*s*» и называют *дуговой координатой*.**

3. Кинематическое описание движения материальной точки

Закон движения – зависимость

$$s = s(t). \tag{1.4}$$

Уравнение траектории:

$$y = y(x),\ z = z(x). \tag{1.5}$$

Естественный **(или** ***траекторный)*** ***способ*** **задания движения материальной точки:**

$$y = y(x),\ z = z(x),\ s = s(t). \tag{1.6}$$

Все три способа описания движения материальной точки совершенно равноправны, и они связаны соотношением (1.1) и (1.3):

$$ds = \pm\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}\,. \tag{1.7}$$

Связь между дуговой «*s*» и координатами *x*, *y*, *z*:

$$s = \pm\int_{x_0}^{x}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}\,dx\,. \tag{1.8}$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Вектор перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r_0}$ – **вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в ее положение в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени) (рис. 3):**

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r_0} = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}. \qquad \textbf{(1.9)}$$

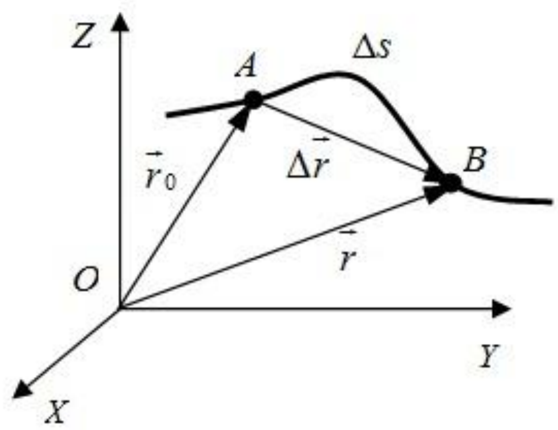


Рис. 3.

Вектором средней скорости за интервал времени Δt называется отношение приращения $\Delta\vec{r}$ радиус-вектора точки к промежутку времени Δt :

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad \textbf{(1.10)}$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Предел отношения перемещения $\Delta\vec{r}_{12}$ к интервалу Δt_{12}, когда последний стремится к нулю, называют производной вектора $\vec{r}(t)$ по времени *t* (рис. 4):

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t_{12}\to 0}\frac{\Delta\vec{r}_{12}}{\Delta t_{12}}. \qquad \textbf{(1.11)}$$

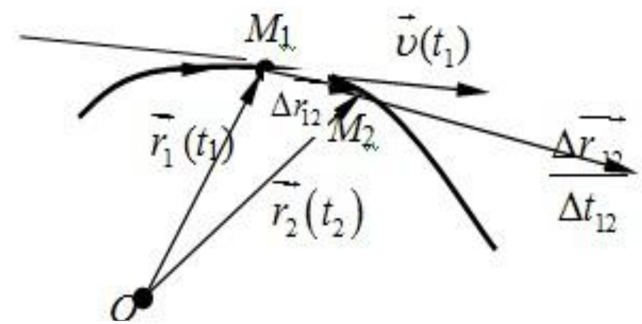


Рис.4.

***Скорость материальной точки*:**

$$\vec{\upsilon} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad \textbf{(1.12)}$$

является вектором мгновенной скорости, характеризующим быстроту и направление движения материальной точки в каждый момент времени *t*.

При естественном способе задания движения используется проекция скорости на касательную ($\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной):

$$\upsilon_\tau = |\upsilon| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \qquad \textbf{(1.13)}$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Ускорение – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

Среднее ускорение в интервале времени Δt – векторная величина, равная отношению изменения вектора скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к интервалу времени Δt:

$$\langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}. \quad (1.14)$$

Мгновенное ускорение материальной точки – векторная величина, равная первой производной по времени от скорости рассматриваемой точки (второй производной по времени от радиуса-вектора этой же точки):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dot{\vec{\upsilon}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}. \quad (1.15)$$

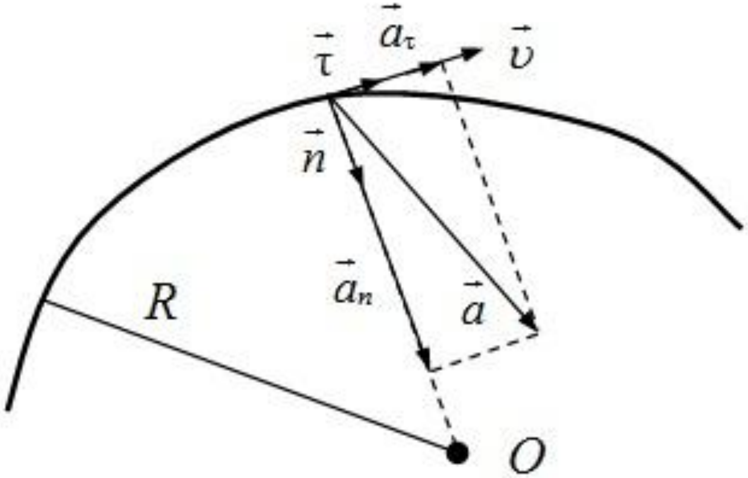


Рис. 5.

В общем случае плоского криволинейного движения вектор ускорения – сумма двух проекций (рис. 5):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \quad (1.16)$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ характеризует быстроту изменения скорости по модулю (рис. 5). Его величина:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}, \qquad (1.17)$$

где $\vec{\tau}$ – единичный (по модулю) вектор касательной.

Нормальное (центростремительное) ускорение a_n направлено по нормали ($\vec{n}$ – единичный (по модулю) вектор нормали) к траектории к центру ее кривизны O (рис. 5) и характеризует быстроту изменения направления вектора скорости точки. Величина нормального ускорения $\vec{a}_n$ связана со скоростью υ движения и величиной кривизны радиуса R (рис. 6).

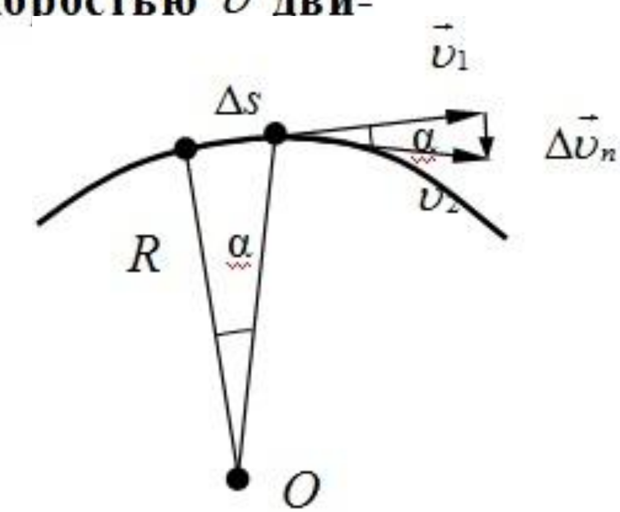


Рис. 6

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

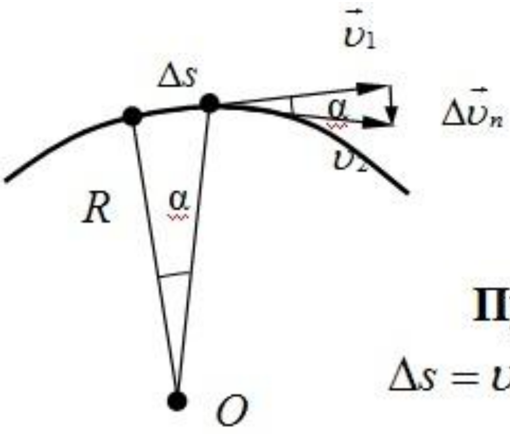


Рис. 6

Пусть $|\upsilon_1| = |\upsilon_2| = \upsilon$. **Тогда для** $\alpha \to 0$: $\Delta\upsilon_n = \upsilon \sin\alpha \approx \upsilon \cdot \alpha$, $\Delta s = \upsilon \cdot \Delta t \approx R \cdot \alpha \Rightarrow \alpha \approx (\upsilon \cdot \Delta t)/R$. **В результате:**

$$\Delta\upsilon_n \approx \frac{\upsilon^2}{R}\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta\upsilon_n}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{R} \Rightarrow a_n = \frac{d\upsilon_n}{dt} = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad \textbf{(1.18)}$$

или

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}. \qquad \textbf{(1.19)}$$

Величина полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \qquad \textbf{(1.20)}$$

или

$$a = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2} \qquad \textbf{(1.21)}$$

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Угловой скоростью называется вектор ω, численно равный первой производной от угла поворота тела по времени и направленный вдоль оси вращения так (см. правило правого винта), что из его конца вращение видно происходящим против часовой стрелки (рис. 7):

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1.22)$$

Единица измерения угловой скорости [1 ω] = [1 рад/с].

Таким образом, вектор $\vec{\omega}$ определяет положение оси вращения, направление и быстроту вращения тела. Если ω = *const*, то вращение называется *равномерным*.

Рис. 7

Угловая скорость может быть связана с линейной скоростью υ произвольной точки *M* тела (рис. 7):

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega. \qquad (1.23)$$

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Изобразим радиус-вектор $\vec{r}$ точки M. В результате вращения тела точка M движется по окружности радиуса R со скоростью υ (рис. 8):

$$\upsilon = \omega R = \omega r \sin\left(\vec{\omega}, \vec{r}\right) = \omega r \sin\alpha . \qquad \textbf{(1.24)}$$

$$\vec{\upsilon} = \vec{\omega} \times \vec{r} . \qquad \textbf{(1.25)}$$

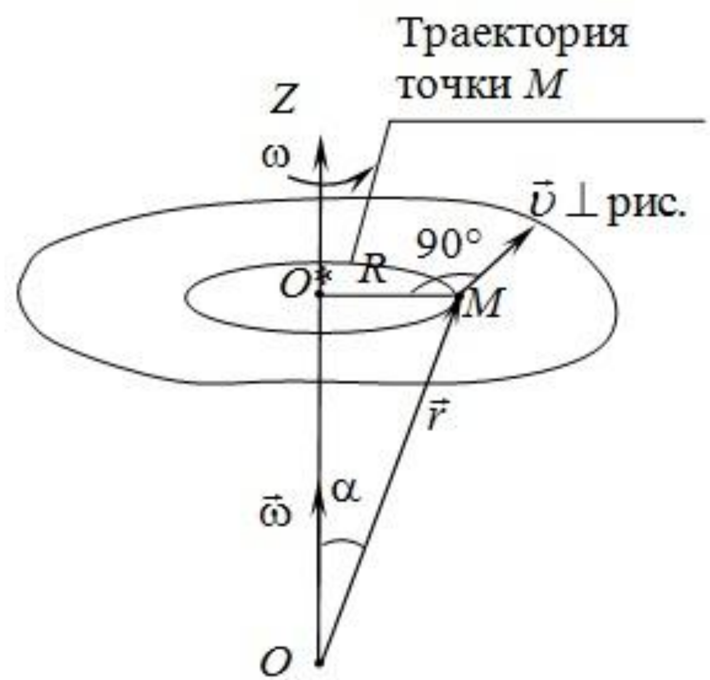


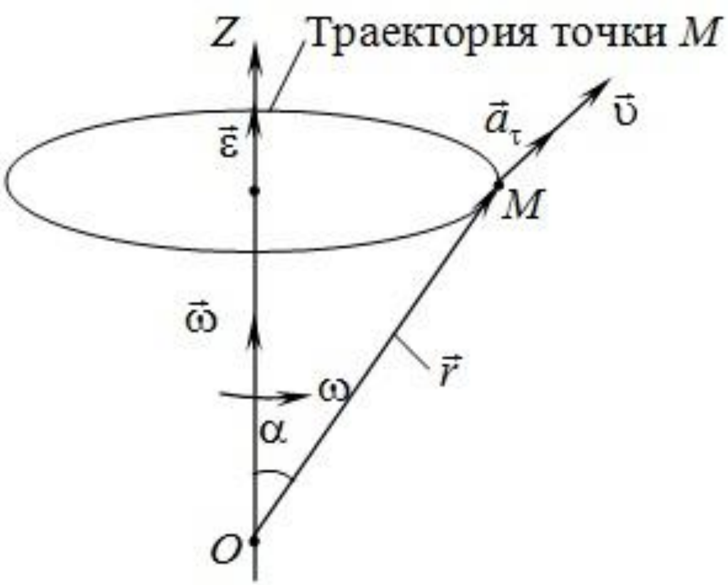
Рис. 8.

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Угловым ускорением **называется векторная величина $\vec{\varepsilon}$, равная первой производной по времени от угловой скорости:**

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \qquad (1.26)$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора угловой скорости (рис. 9). При *ускоренном вращении* вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ ($d\omega/dt > 0$), и в противоположную сторону – при *замедленном вращении* ($d\omega/dt < 0$).



$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{R d\omega}{dt} = R\varepsilon. \qquad (1.27)$$

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R. \qquad (1.28)$$

$$\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}. \qquad (1.29)$$

Рис.9.

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Период вращения T – время, в течение которого тело совершает один оборот, т.е. поворачивается на угол $\varphi = 2\pi$.

$$2\pi = \omega T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{или} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \qquad (1.30)$$

Число оборотов в секунду:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (1.31)$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ
УЧИМСЯ ВМЕСТЕ!