

Д.В. Подлесный

научный руководитель ГБОУ Республики Мордовия

«Республиканский лицей для одарённых детей»

Геометрический подход к задачам баллистики



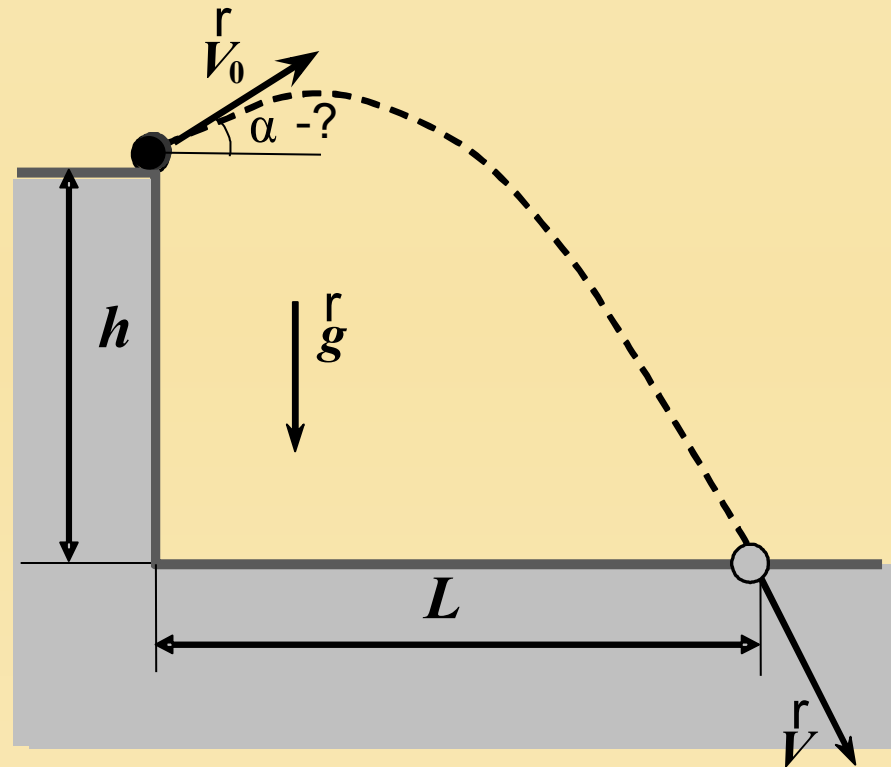
**Законы равноускоренного движения
в координатном виде:**

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \\ y = y_0 + V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_x = V_{0x} + a_x t, \\ V_y = V_{0y} + a_y t. \end{array} \right.$$

Задача на оптимальное бросание камня

1. Как нужно бросить камень, чтобы дальность полета L была максимальной?

2. Как нужно бросить камень, чтобы попасть в цель при минимальной начальной скорости?



Классический способ решения

$$\begin{cases} L = V_0 \cos \alpha \cdot t, \\ 0 = h + V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

$$t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}};$$

$$L = V_0 \cos \alpha \left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} \right).$$



Слово редактора

Загадочный мир

Сквозь время

Математика

Физика

Информатика



Приручаем компьютер

Профильное образование

Олимпиады

Демонстрации и опыты

Юбилей

Памятные даты

Год учителя**Физика**

Подлесный Дмитрий Владимирович
 Декан факультета довузовской подготовки,
 заведующий кафедрой общей физики Саровского
 государственного физико-технического института
 Национального исследовательского ядерного
 университета МИФИ (СарФТИ НИЯУ МИФИ),
 кандидат педагогических наук, доцент,
 заслуженный работник высшей школы Российской
 Федерации, заслуженный учитель Республики Мордовия.



Александров Дмитрий Анатольевич
 Член жюри Всероссийских олимпиад школьников
 по физике, заместитель заведующего
 кафедрой общей физики Московского
 физико-технического института (МФТИ).

О движении тела, брошенного под углом к горизонту

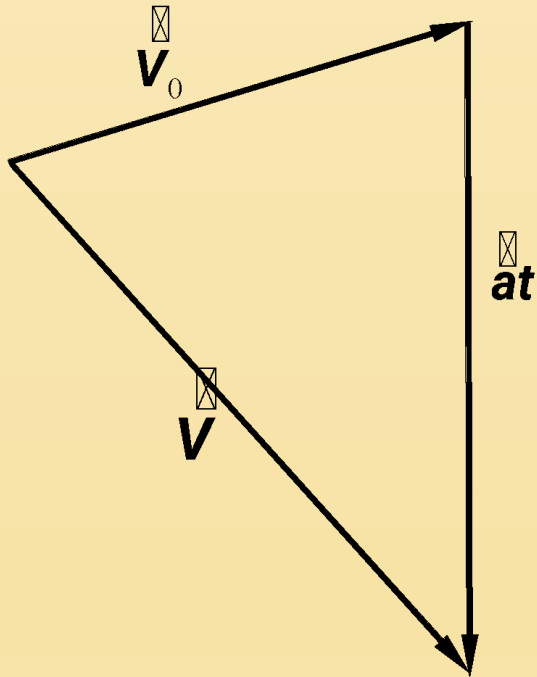
Подлесный Д.В., Александров Д.А. О движении тела, брошенного под углом к горизонту // Потенциал, 2010. – №1. – С.25-30.

Векторные уравнения:

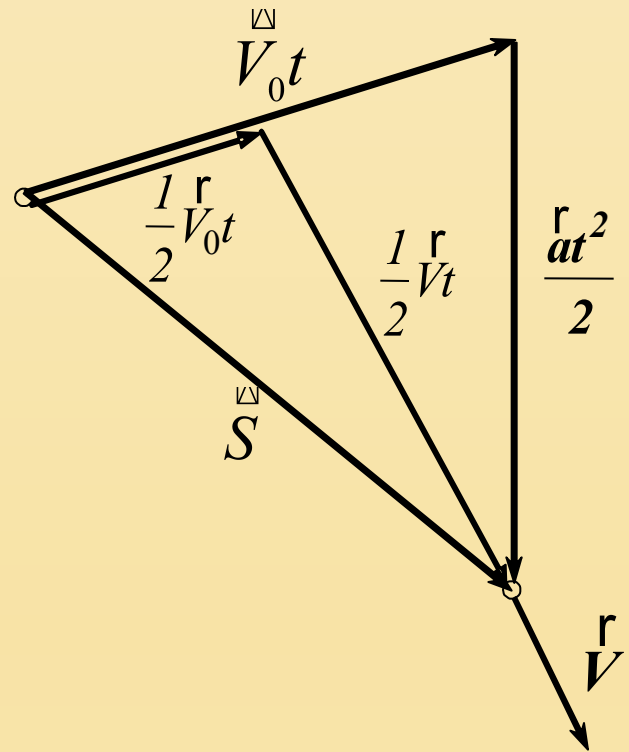
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2},$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} t.$$

$$\vec{S} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} = \frac{\vec{V}_0 t}{2} + \frac{\vec{V} t}{2}.$$



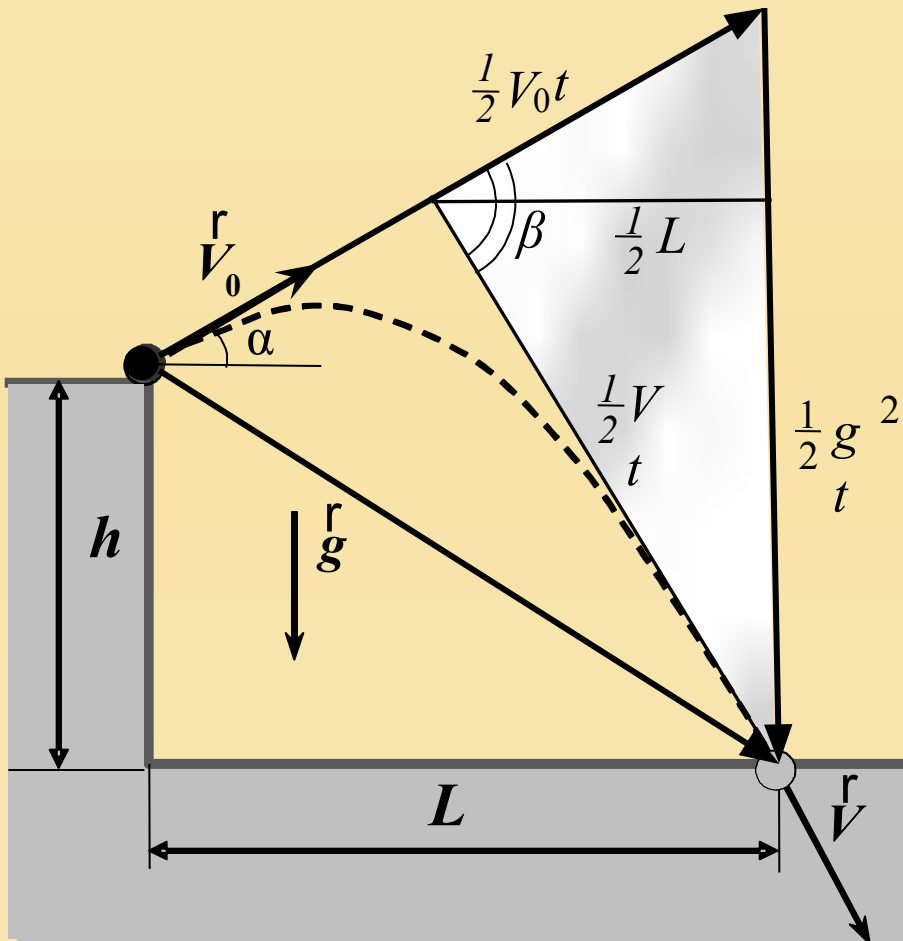
Треугольник скоростей



Треугольник перемещений

При равноускоренном движении скорость тела \vec{V} в любой момент времени t направлена всегда вдоль медианы «треугольника перемещений»!

Решение задачи на оптимальное бросание камня (геометрический подход)



$$\frac{1}{2} \cdot g \frac{t^2}{2} \cdot \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_0 t \cdot \frac{1}{2} V t \cdot \sin \beta$$

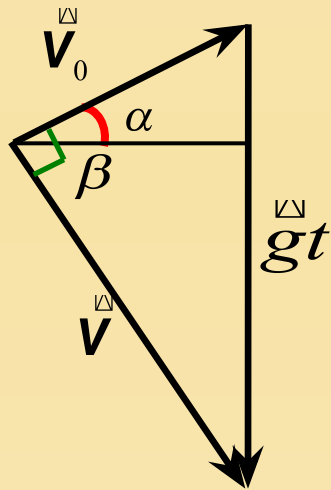
$$L = \frac{V_0 V}{g} \sin \beta$$

$$\sin \beta = 1 \quad \beta = 90^\circ$$

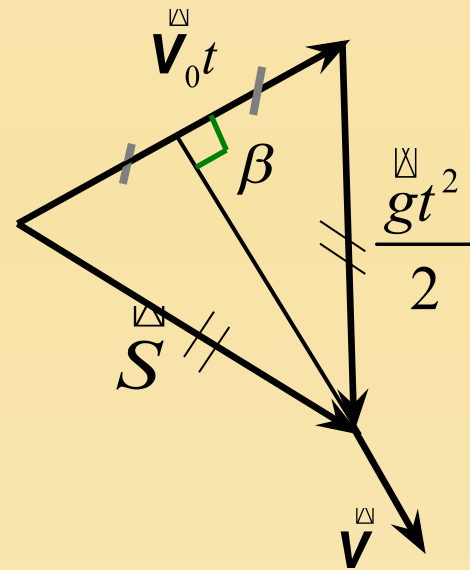
$$V = \sqrt{V_0^2 + 2gh}$$

$$V_0 \sqrt{V_0^2 + 2gh} = \frac{Lg}{\sin \beta}$$

**При «оптимальном бросании»
треугольник скоростей – прямоугольный,
треугольник перемещений – равнобедренный!**

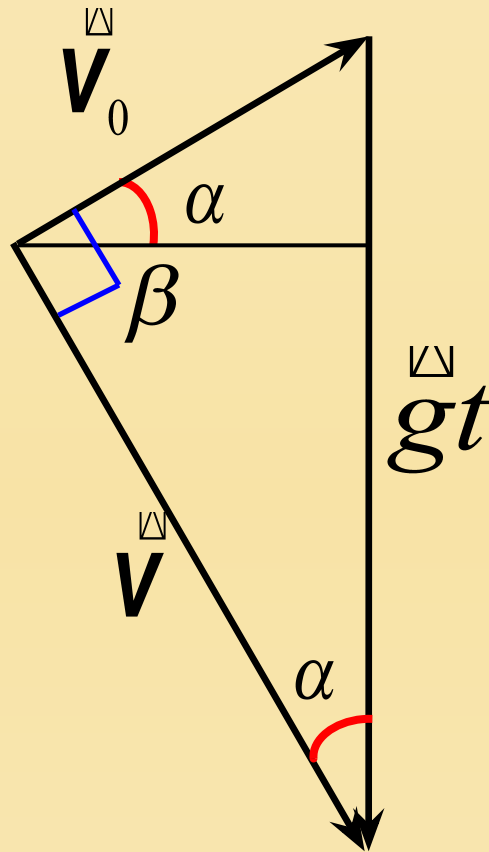


$$\beta = 90^\circ$$



$$S = \frac{gt^2}{2}$$

Угол оптимального бросания



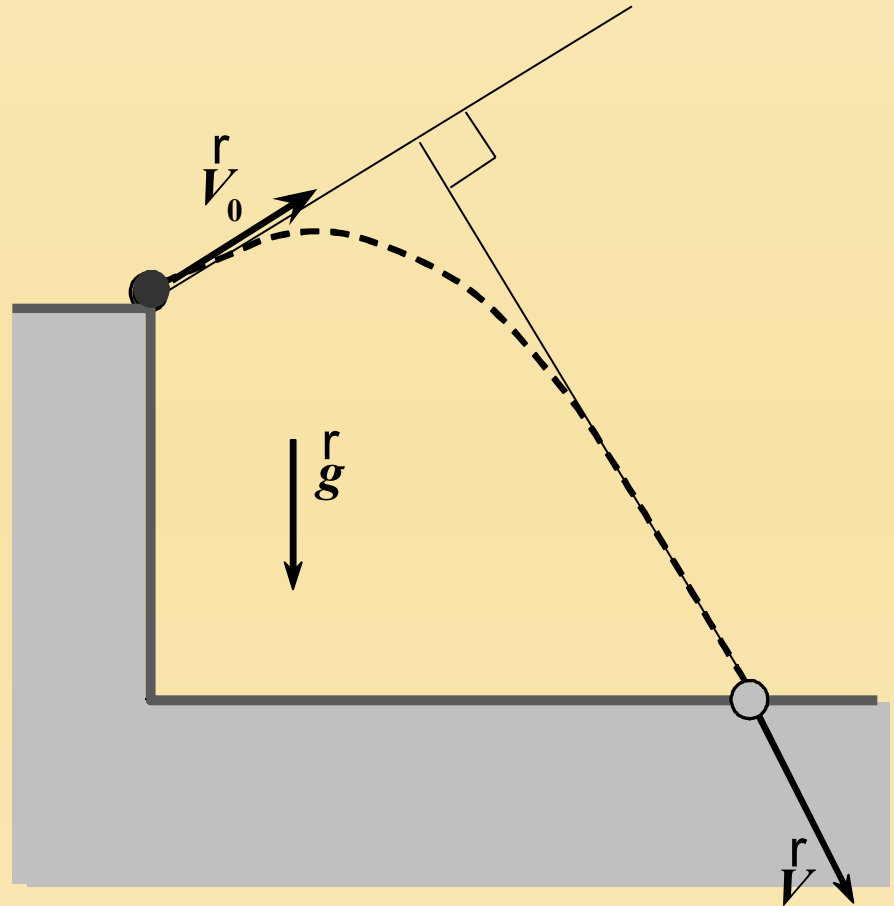
$$\beta = 90^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_0}{V} = \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gh}}$$

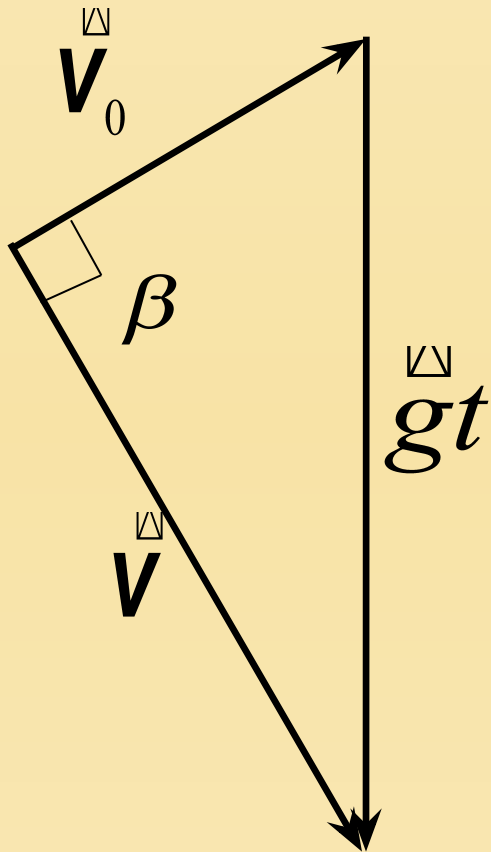
$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gh}}$$

Задача №1

Камень брошен с башни так, что дальность его полёта максимальна. Начальная скорость камня $V_0 = 30$ м/с, конечная $V = 40$ м/с. Найдите время полёта камня. Сопротивление воздуха не учитывать.



Решение задачи №1



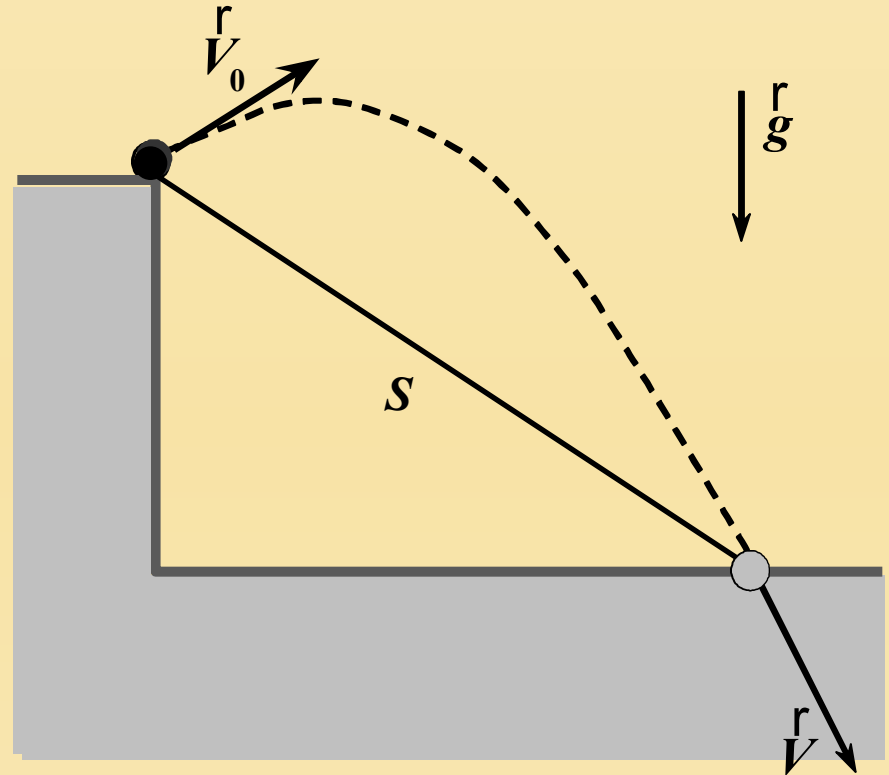
$$\beta = 90^\circ$$

$$gt = \sqrt{V_0^2 + V^2}$$

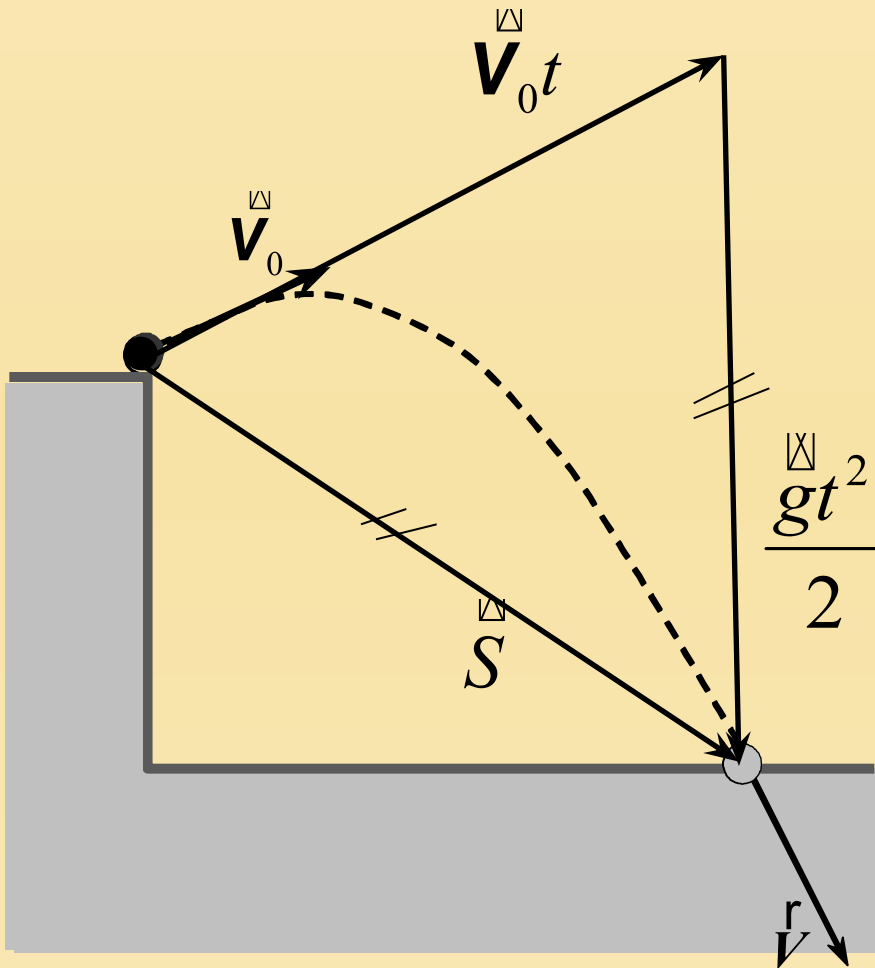
$$t = \frac{\sqrt{V_0^2 + V^2}}{g} = 5 \text{ c}$$

Задача №2

Камень брошен с башни так, что дальность его полёта максимальна. Найдите время полёта камня, если точка падения камня отстоит от точки бросания на расстоянии $S = 80$ м. Сопротивление воздуха не учитывать.



Решение задачи №2

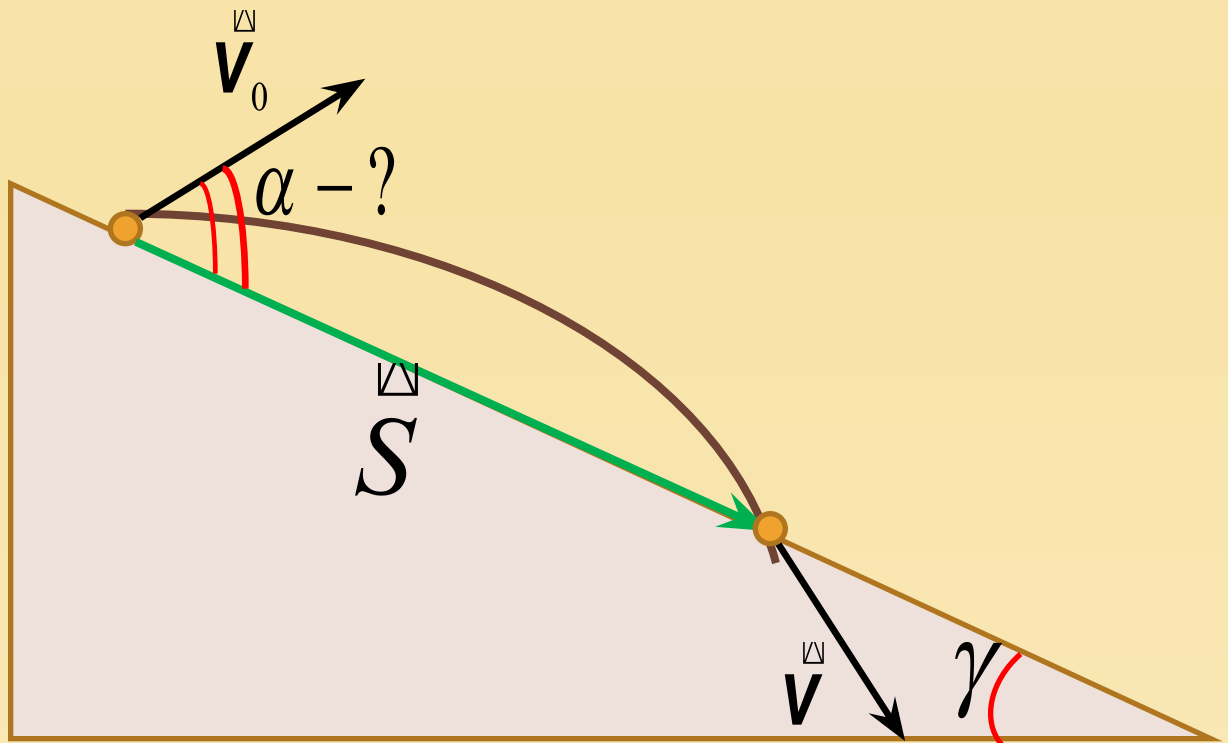


$$S = \frac{gt^2}{2}$$

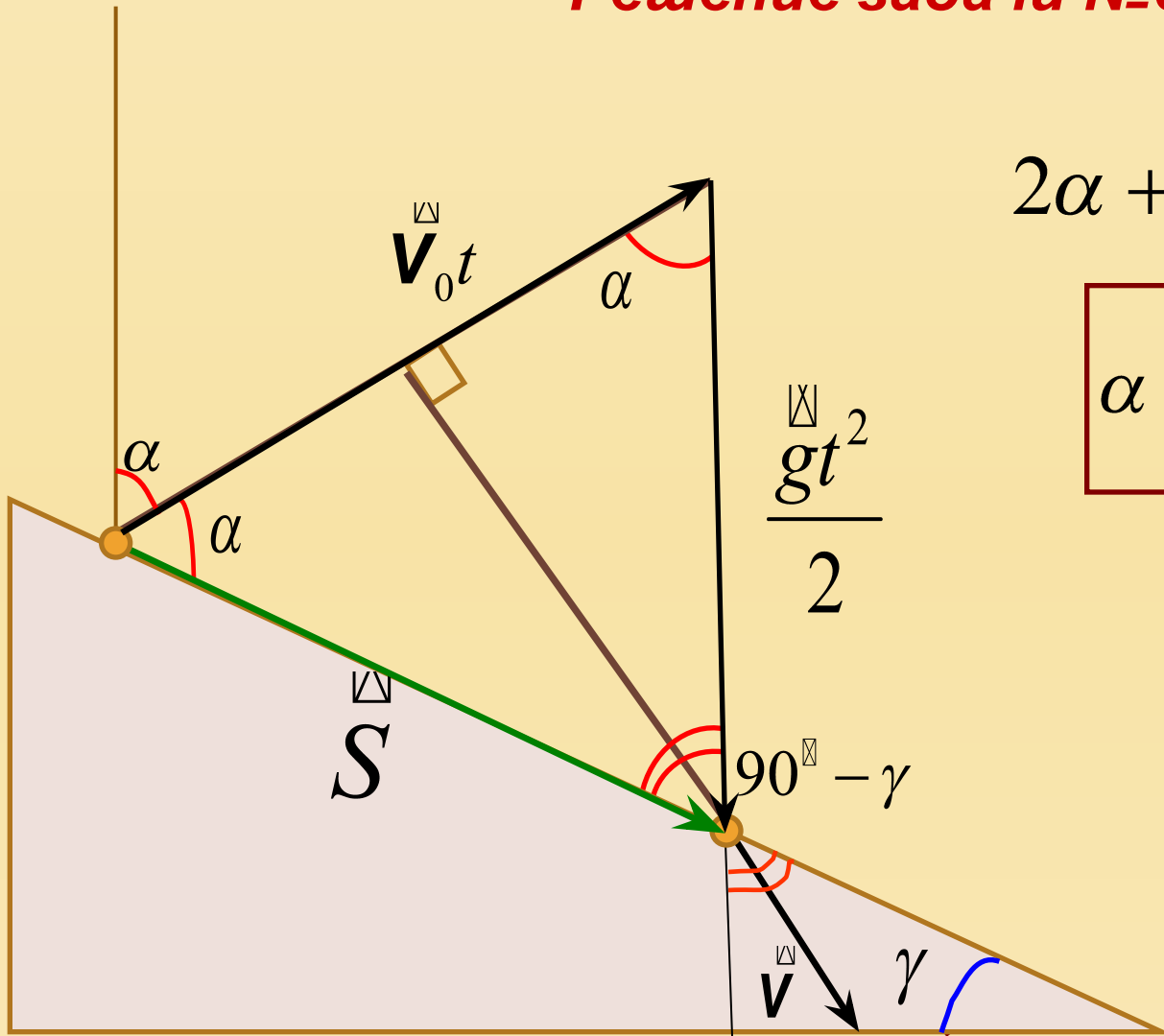
$$t = \sqrt{\frac{2S}{g}} = 4c$$

Задача №3

Камень бросают с горы, имеющей постоянный угол наклона γ к горизонту. Под каким углом α к поверхности горы нужно бросить камень, чтобы дальность его полета S была максимальной?



Решение задачи №3

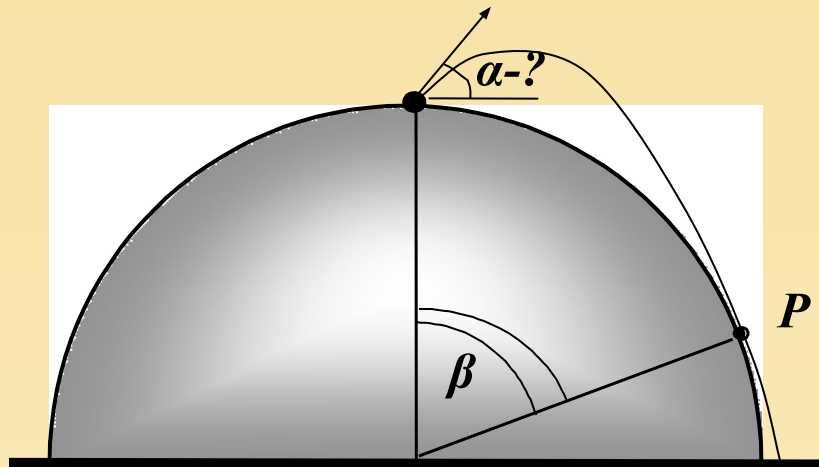


$$2\alpha + (90^\circ - \gamma) = 180^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\gamma}{2}$$

Задача №4

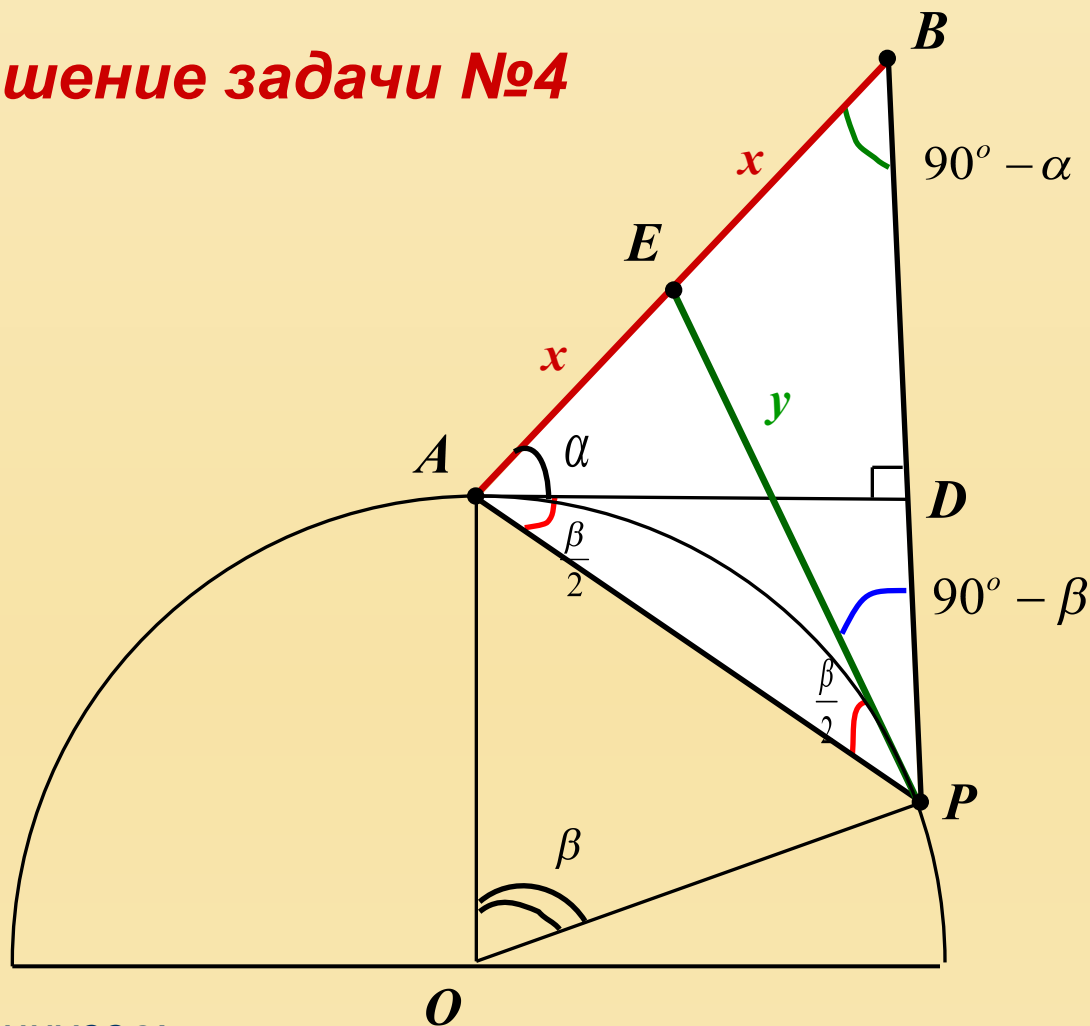
С вершины купола, имеющего форму полусферы и стоящего на горизонтальной поверхности земли, бросили камень. Под каким углом α к горизонту был брошен камень, если известно, что в полёте он коснулся купола в некоторой точке P ? Радиус купола, проведённый к этой точке, образует угол β с вертикалью. Сопротивление воздуха не учитывать.



Решение задачи №4

$$AE = EB = x$$

$$EP = y$$



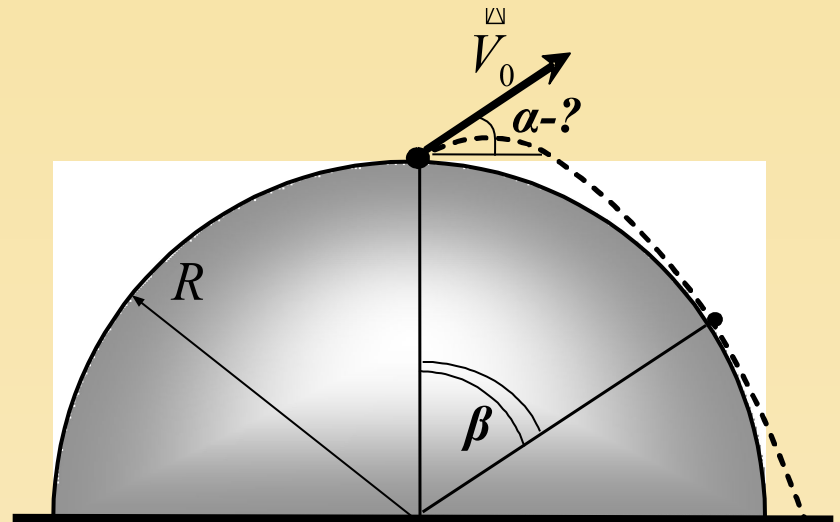
по теореме синусов:

$$\frac{x}{y} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin(\alpha + \frac{\beta}{2})} = \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

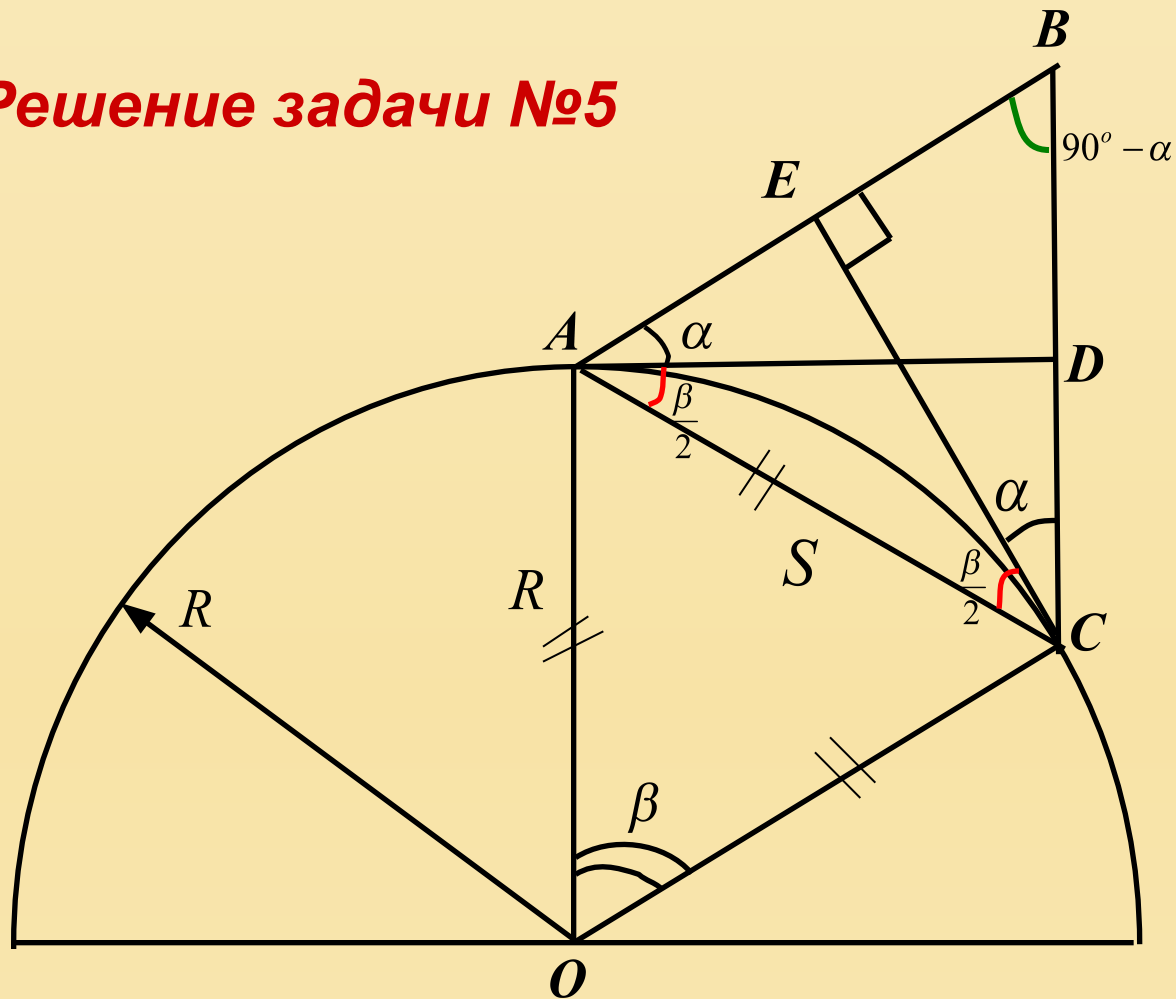
$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2}}$$

Задача №5

С вершины купола, имеющего форму полусферы радиуса R и стоящего на горизонтальной поверхности земли, бросают камень. С какой минимальной скоростью V_0 можно бросить, чтобы в процессе своего полёта он не ударился о поверхность купола? Под каким углом α к горизонту его следует бросать при этом? Сопротивление воздуха не учитывать. Касание поверхности купола допускается.



Решение задачи №5



$$90^\circ - \alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\frac{\beta}{2} = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

$$S = R$$

$$\frac{gt^2}{2} = R$$

$$t = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$V_0 t = R$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{Rg}{2}}$$