

***Д.В. Подлесный***

*научный руководитель ГБОУ Республики Мордовия*

*«Республиканский лицей для одарённых детей»*

# **Геометрический подход к задачам баллистики**



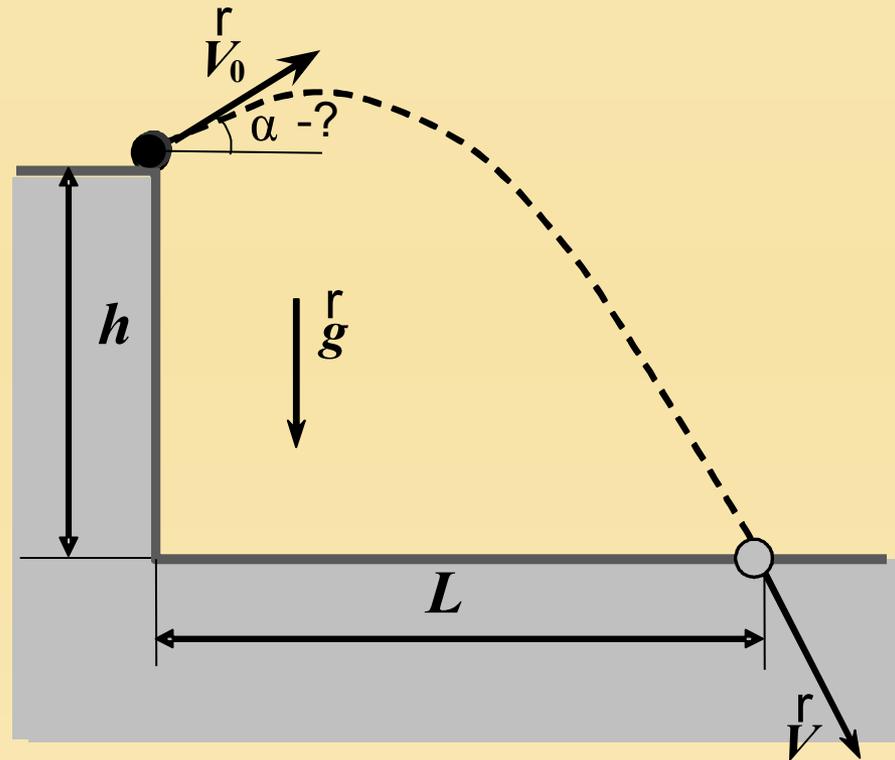
**Законы равноускоренного движения  
в координатном виде:**

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \\ y = y_0 + V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_x = V_{0x} + a_x t, \\ V_y = V_{0y} + a_y t. \end{array} \right.$$

## Задача на оптимальное бросание камня

1. Как нужно бросить камень, чтобы дальность полета  $L$  была максимальной?

2. Как нужно бросить камень, чтобы попасть в цель при минимальной начальной скорости?



## ***Классический способ решения***

$$\begin{cases} L = V_0 \cos \alpha \cdot t, \\ 0 = h + V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

$$t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}};$$

$$L = V_0 \cos \alpha \left( \frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} \right).$$



Слово редактора

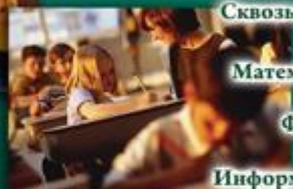
Загадочный мир

Сквозь время

Математика

Физика

Информатика



Приручаем компьютер

Профильное образование

Олимпиады

Демонстрации и опыты

Юбилей

Памятные даты

**Год учителя**

## Физика



**Подлесный Дмитрий Владимирович**  
 Декан факультета довузовской подготовки,  
 заведующий кафедрой общей физики Саровского  
 государственного физико-технического института  
 Национального исследовательского ядерного  
 университета МИФИ (СарФТИ НИЯУ МИФИ),  
 кандидат педагогических наук, доцент,  
 заслуженный работник высшей школы Российской  
 Федерации, заслуженный учитель Республики Мордовия.



**Александров Дмитрий Анатольевич**  
 Член жюри Всероссийских олимпиад школьников  
 по физике, заместитель заведующего  
 кафедрой общей физики Московского  
 физико-технического института (МФТИ).

## О движении тела, брошенного под углом к горизонту

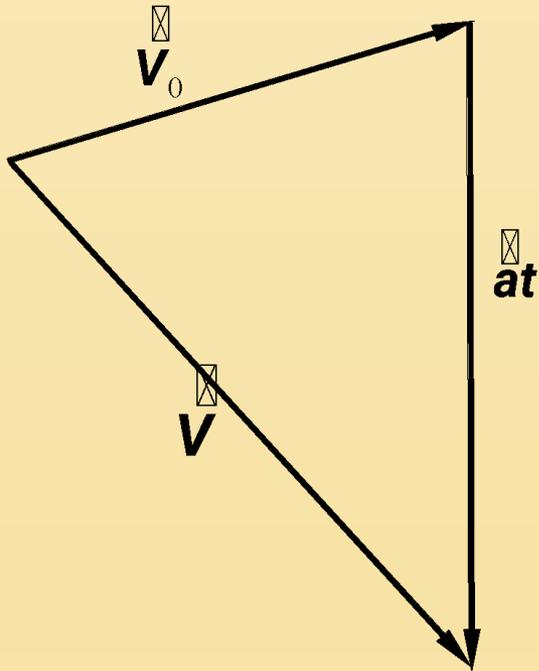
*Подлесный Д.В., Александров Д.А. О движении тела, брошенного под углом к горизонту // Потенциал, 2010. – №1. – С.25-30.*

## **Векторные уравнения:**

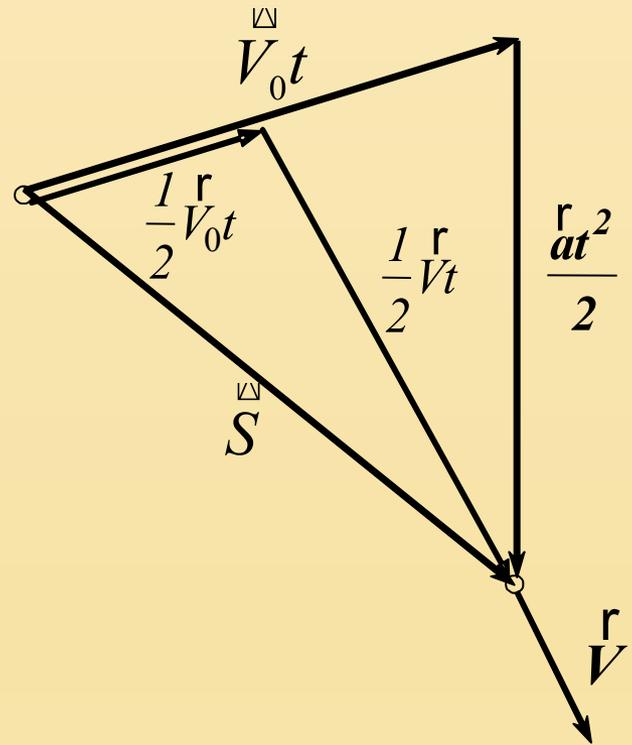
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2},$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} t.$$

$$\vec{S} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} = \frac{\vec{V}_0 t}{2} + \frac{\vec{V} t}{2}.$$



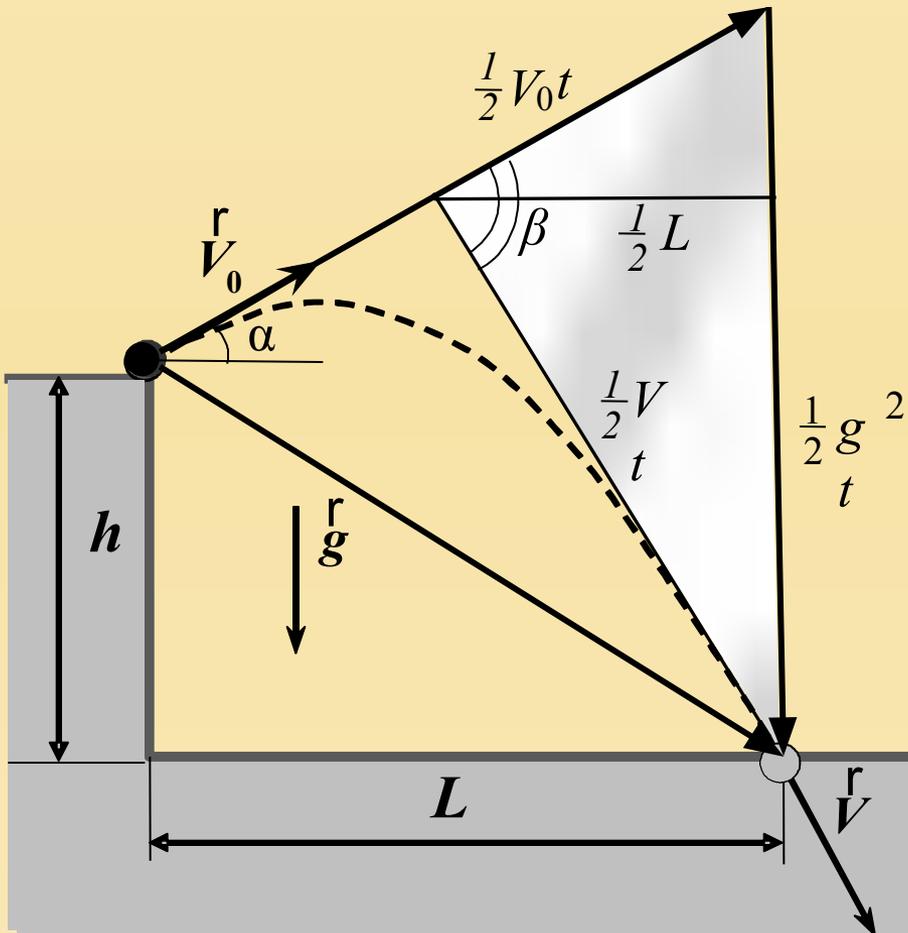
*Треугольник скоростей*



*Треугольник перемещений*

**При равноускоренном движении скорость тела  $\vec{V}$  в любой момент времени  $t$  направлена всегда вдоль медианы «треугольника перемещений»!**

## Решение задачи на оптимальное бросание камня (геометрический подход)



$$\frac{1}{2} \cdot g \frac{t^2}{2} \cdot \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_0 t \cdot \frac{1}{2} V t \cdot \sin \beta$$

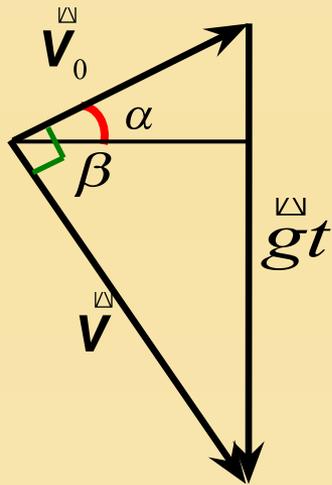
$$L = \frac{V_0 V}{g} \sin \beta$$

$$\sin \beta = 1 \quad \beta = 90^\circ$$

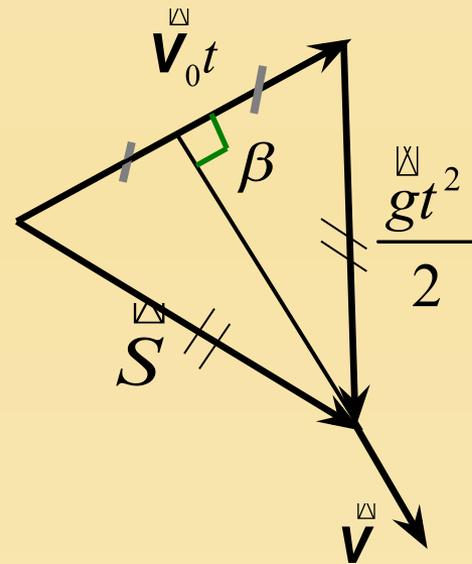
$$V = \sqrt{V_0^2 + 2gh}$$

$$V_0 \sqrt{V_0^2 + 2gh} = \frac{Lg}{\sin \beta}$$

**При «оптимальном бросании»  
треугольник скоростей – прямоугольный,  
треугольник перемещений – равнобедренный!**

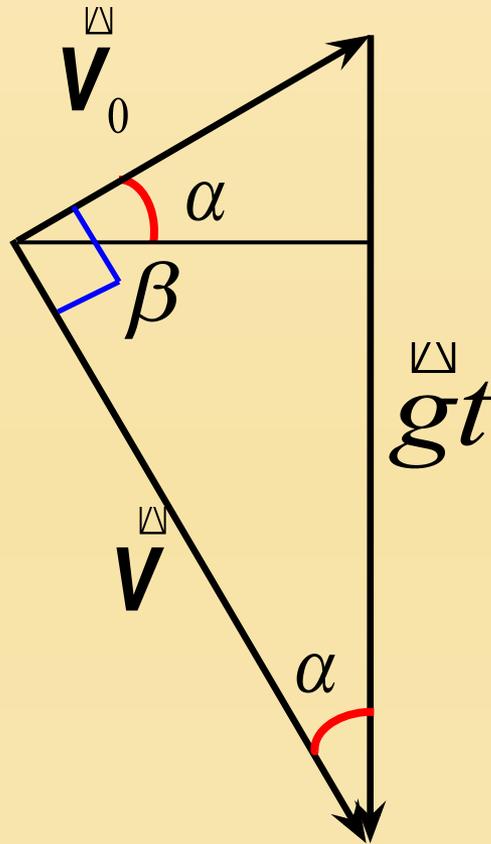


$$\beta = 90^\circ$$



$$S = \frac{gt^2}{2}$$

## Угол оптимального бросания



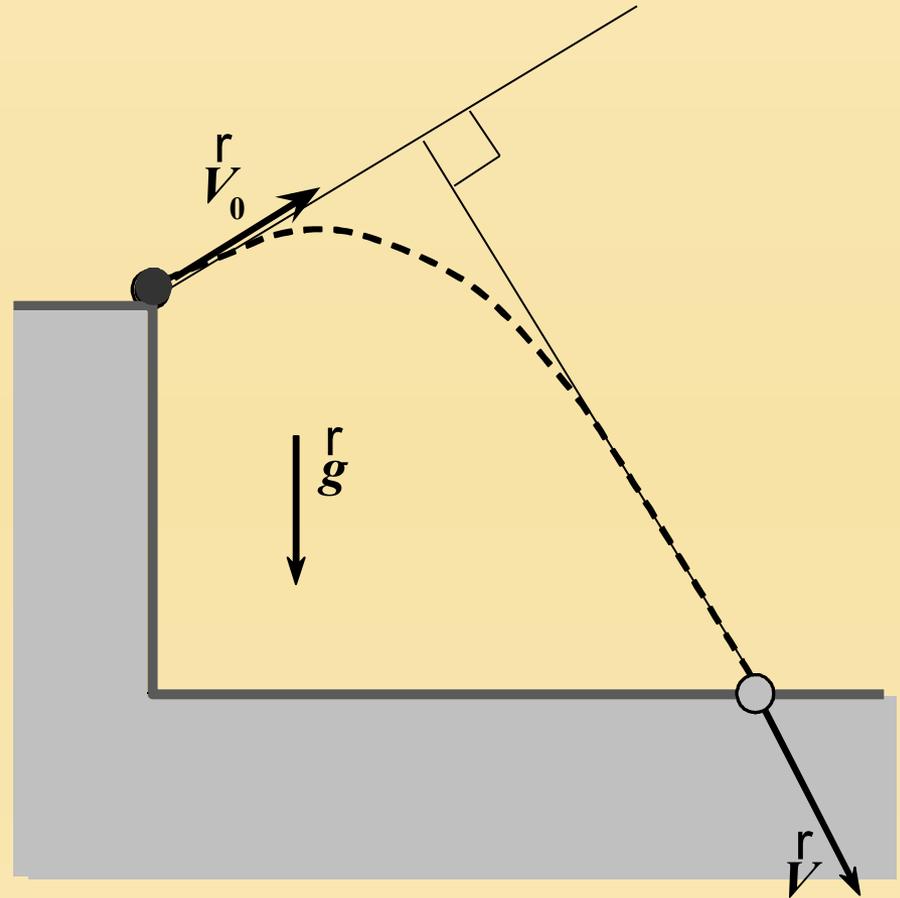
$$\beta = 90^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_0}{V} = \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gh}}$$

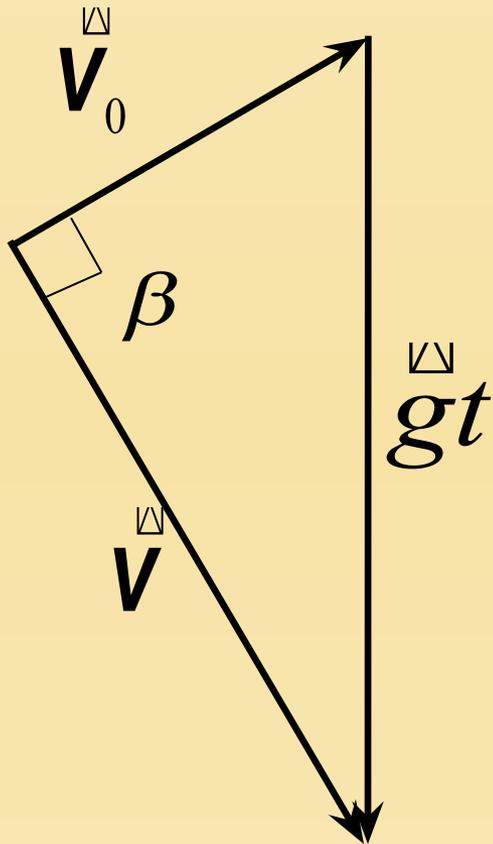
$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gh}}$$

## Задача №1

Камень брошен с башни так, что дальность его полёта максимальна. Начальная скорость камня  $V_0 = 30$  м/с, конечная  $V = 40$  м/с. Найдите время полёта камня. Сопротивление воздуха не учитывать.



## Решение задачи №1



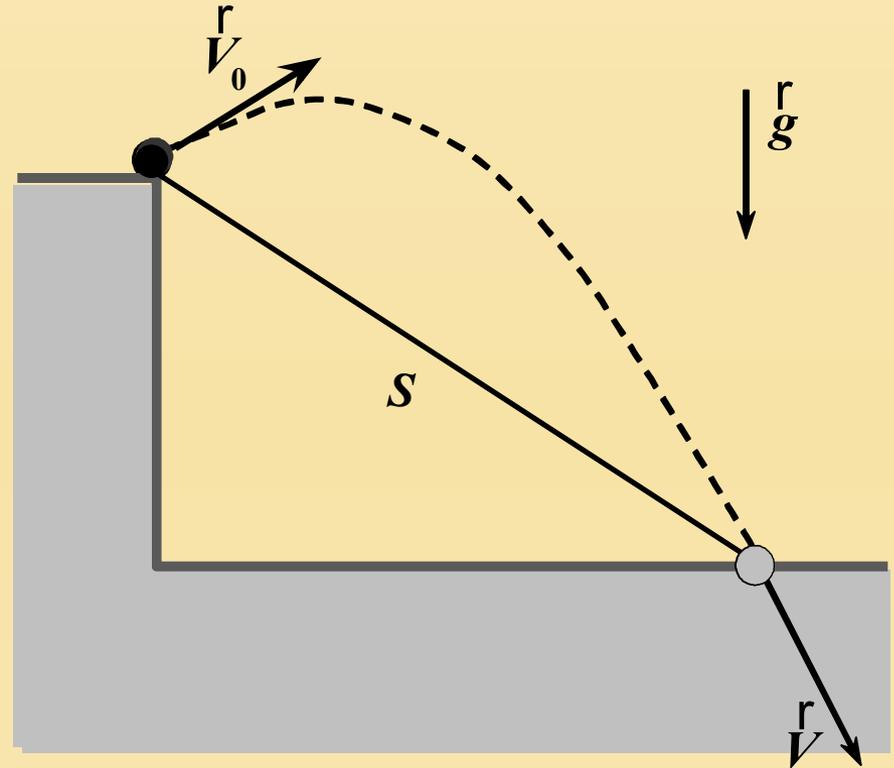
$$\beta = 90^\circ$$

$$gt = \sqrt{V_0^2 + V^2}$$

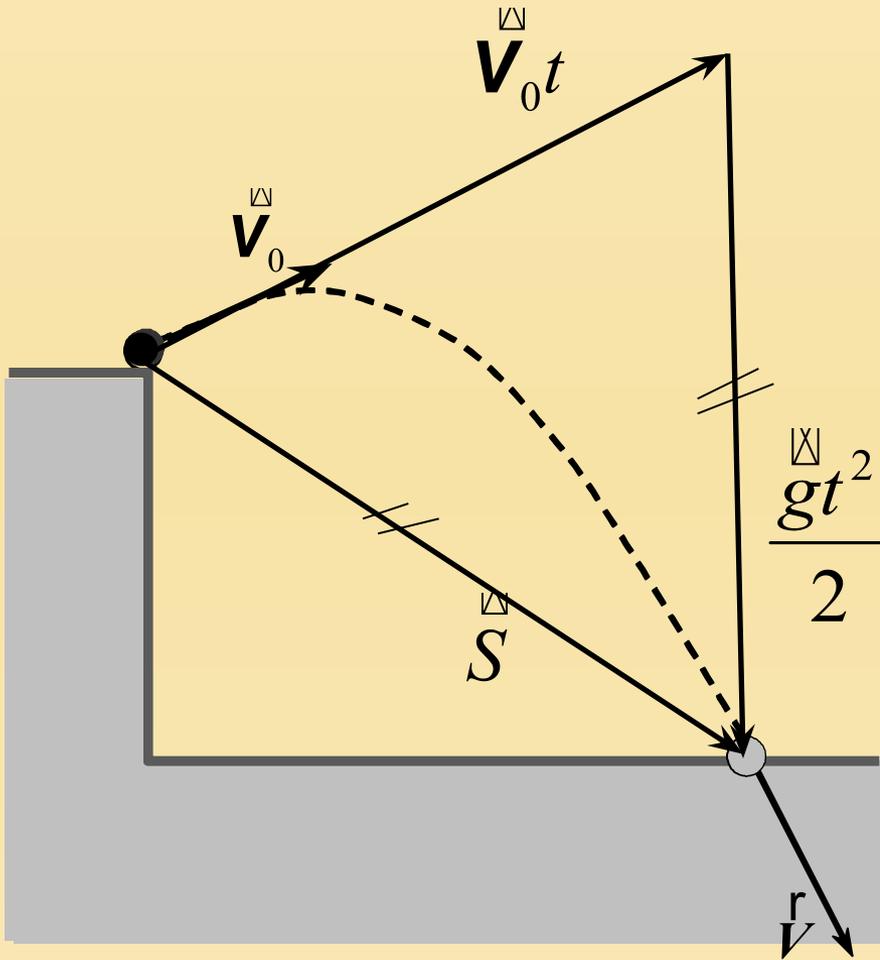
$$t = \frac{\sqrt{V_0^2 + V^2}}{g} = 5 \text{ c}$$

## Задача №2

Камень брошен с башни так, что дальность его полёта максимальна. Найдите время полёта камня, если точка падения камня отстоит от точки бросания на расстоянии  $S = 80$  м. Сопротивление воздуха не учитывать.



## Решение задачи №2

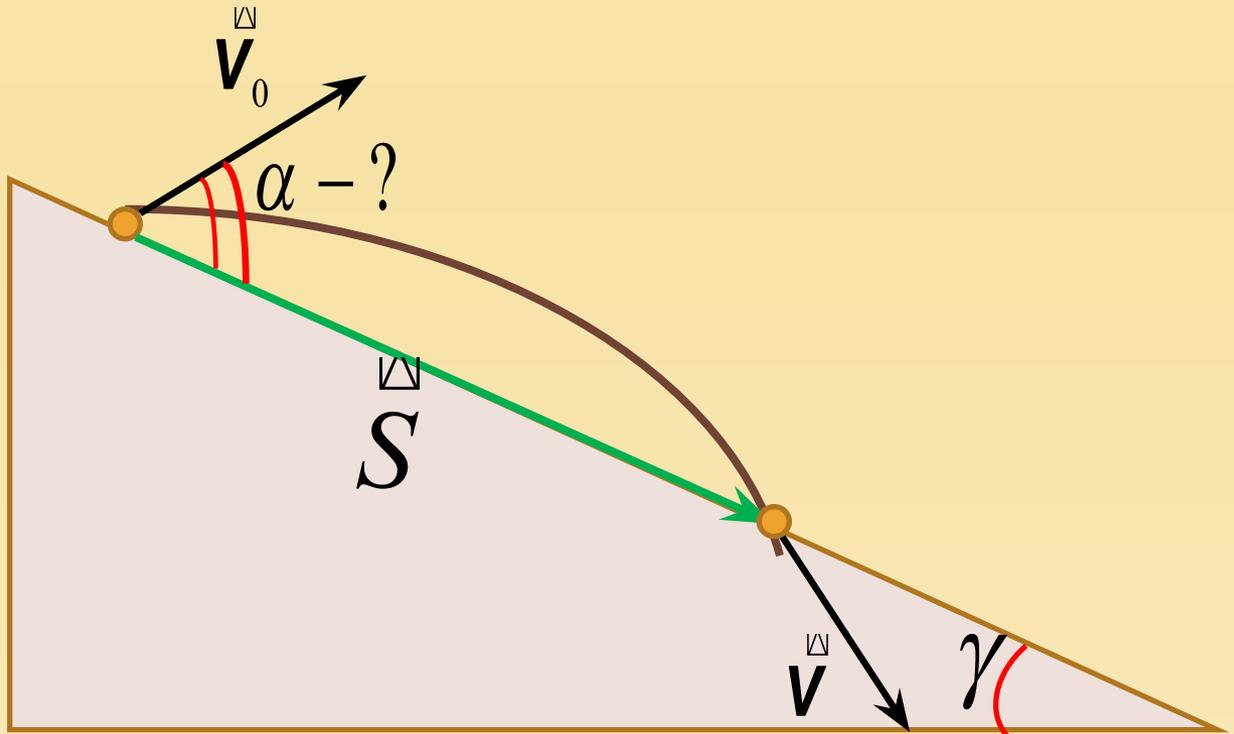


$$S = \frac{gt^2}{2}$$

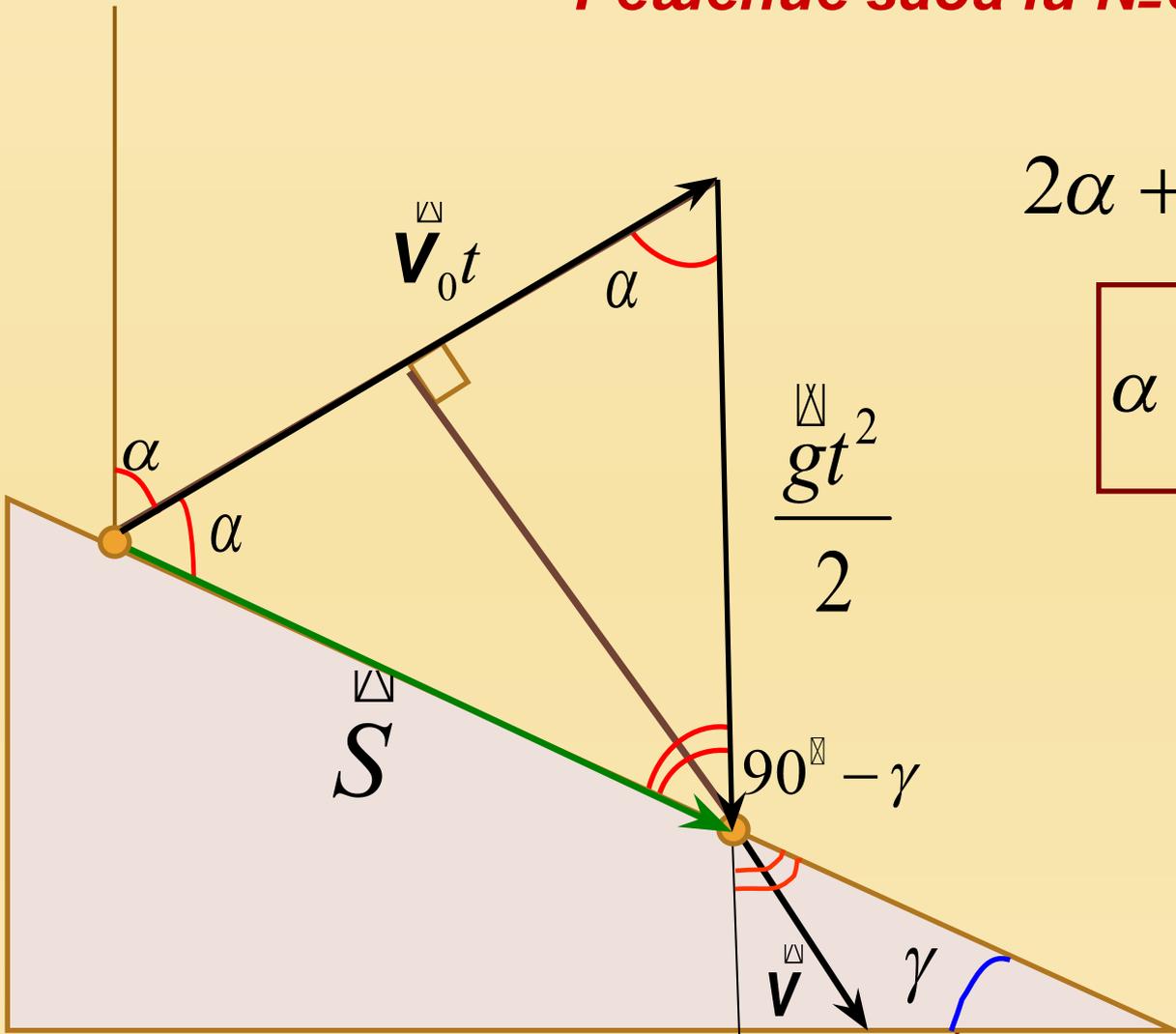
$$t = \sqrt{\frac{2S}{g}} = 4c$$

### Задача №3

Камень бросают с горы, имеющей постоянный угол наклона  $\gamma$  к горизонту. Под каким углом  $\alpha$  к поверхности горы нужно бросить камень, чтобы дальность его полета  $S$  была максимальной?



### Решение задачи №3

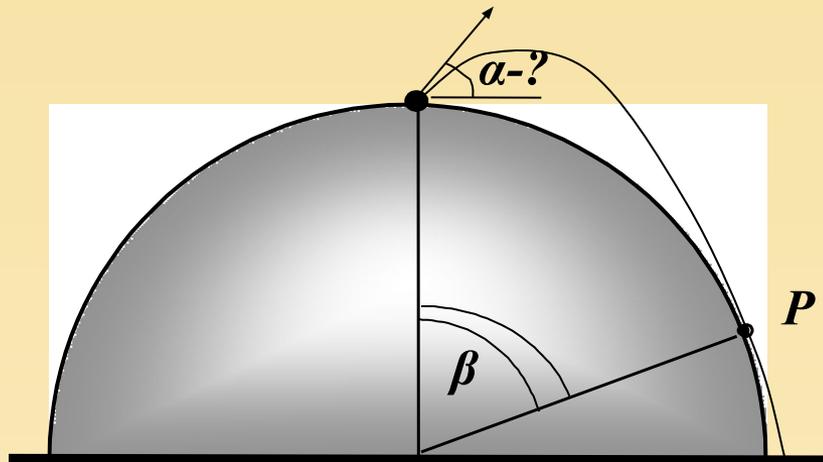


$$2\alpha + (90^\circ - \gamma) = 180^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\gamma}{2}$$

## Задача №4

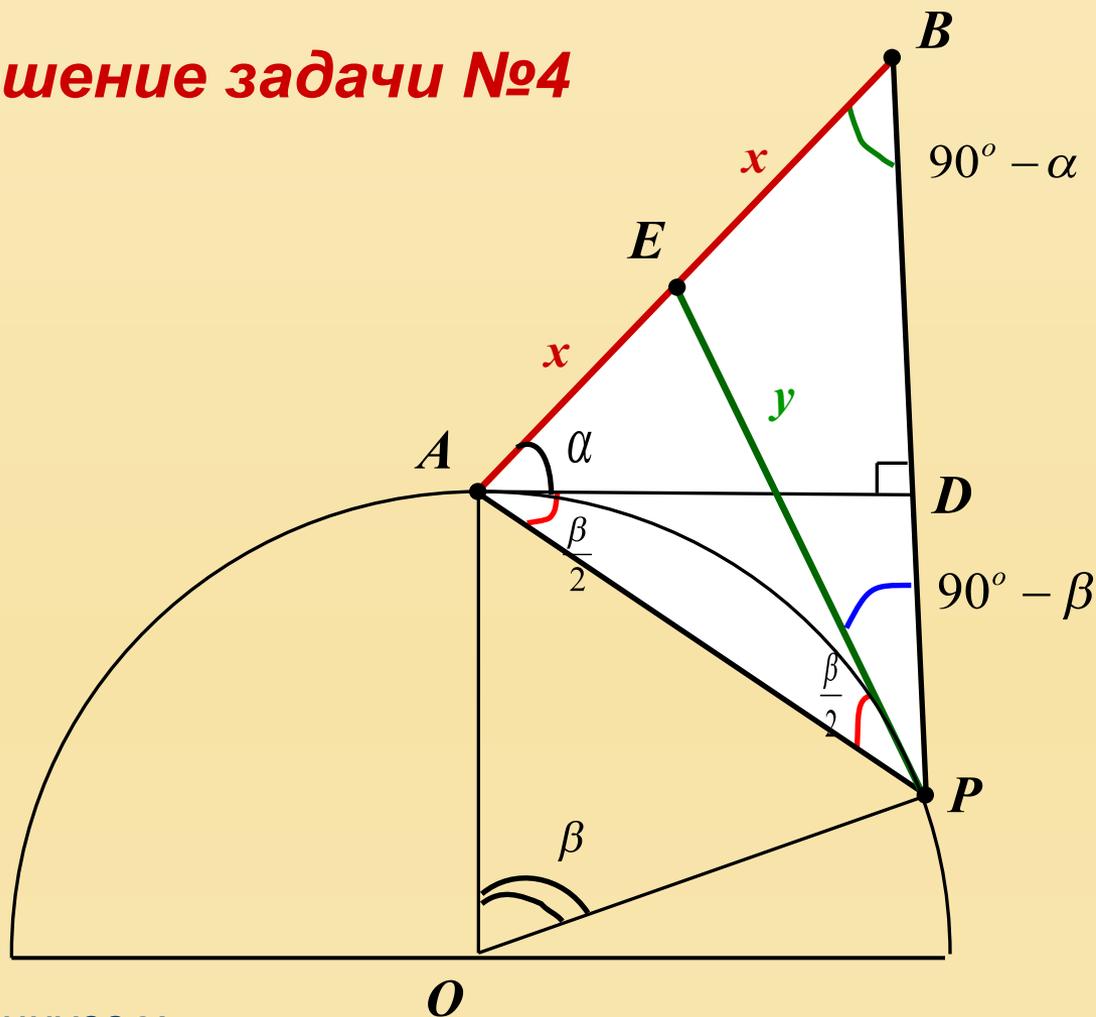
С вершины купола, имеющего форму полусферы и стоящего на горизонтальной поверхности земли, бросили камень. Под каким углом  $\alpha$  к горизонту был брошен камень, если известно, что в полёте он коснулся купола в некоторой точке  $P$ ? Радиус купола, проведённый к этой точке, образует угол  $\beta$  с вертикалью. Сопротивление воздуха не учитывать.



## Решение задачи №4

$$AE = EB = x$$

$$EP = y$$



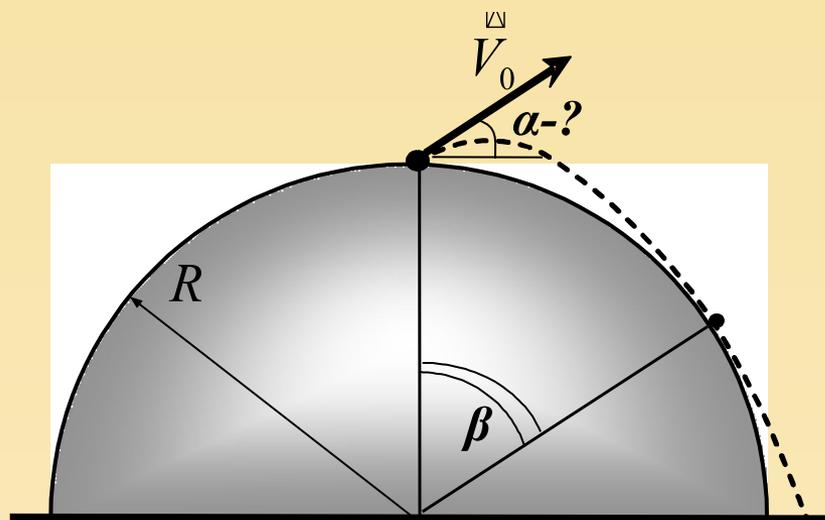
по теореме синусов:

$$\frac{x}{y} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin(\alpha + \frac{\beta}{2})} = \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

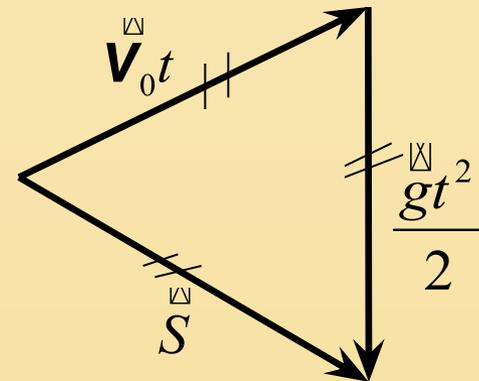
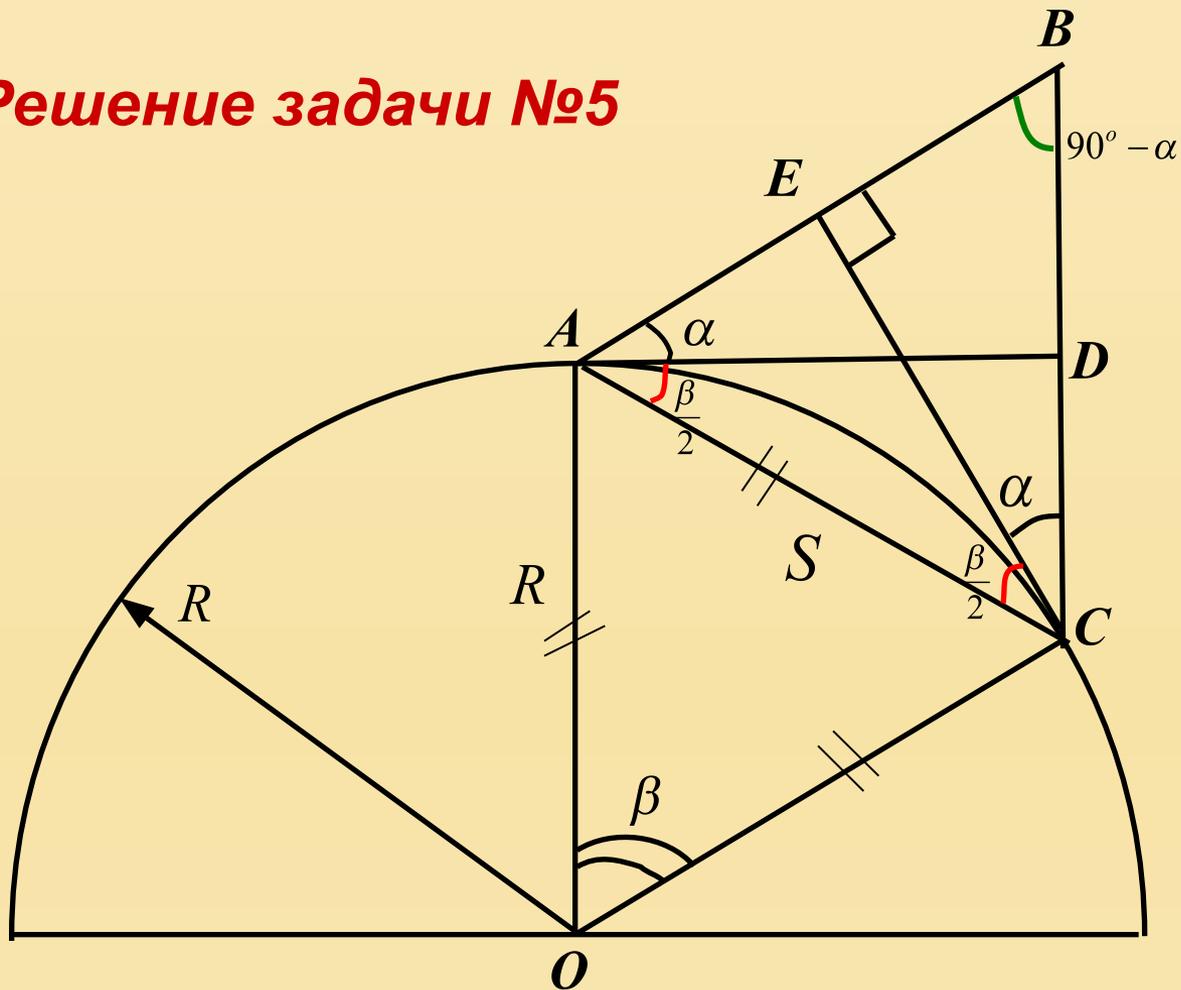
$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2}}$$

## Задача №5

С вершины купола, имеющего форму полусферы радиуса  $R$  и стоящего на горизонтальной поверхности земли, бросают камень. С какой минимальной скоростью  $V_0$  можно бросить, чтобы в процессе своего полёта он не ударился о поверхность купола? Под каким углом  $\alpha$  к горизонту его следует бросать при этом? Сопротивление воздуха не учитывать. Касание поверхности купола допускается.



# Решение задачи №5



$$S = V_0 t = \frac{gt^2}{2}$$

$$90^\circ - \alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\frac{\beta}{2} = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

$$S = R$$

$$\frac{gt^2}{2} = R$$

$$t = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$V_0 t = R$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{Rg}{2}}$$