

# СИММЕТРИЧНЫЕ ШИФРЫ

Курс криптографии  
кафедра БИТ НИУ ИТМО

# СОДЕРЖАНИЕ

- Основные принципы современных симметричных алгоритмов
- Алгоритм DES, режимы шифрования
- Алгоритм ГОСТ 28147-89, режимы шифрования
- Алгоритм Rijndael (AES)
- Область поточных шифров и регистров сдвига с линейной обратной связью

# СИММЕТРИЧНЫЕ И АССИМЕТРИЧНЫЕ ШИФРЫ

Алгоритм шифрования является **симметричным**, если процесс шифрования и расшифровывания используют **один и тот же ключ**.

Процесс шифрования

$$C = E_k(m)$$

Процесс расшифровывания

$$m = D_k(C)$$



Алгоритм шифрования является **асимметричным**, если процесс шифрования и расшифровывания используют **два различных ключа**.

Процесс шифрования

$$C = E_{k_1}(m)$$

Процесс расшифровывания

$$m = D_{k_2}(C)$$



# СИММЕТРИЧНЫЕ ШИФРЫ – БЛОЧНЫЕ И ПОТОЧНЫЕ

Симметричные шифры

Блочные

Поточные

Открытый текст (m)

1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 ...

$E_k$

$E_k$

$E_k$

0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 ...

ШИФРОТЕКСТ (C)

Открытый текст (m)

1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 ...

$\oplus$

Поток ключей

Gen(k)

0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 ...

=

1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 ...

ШИФРОТЕКСТ (C)

# СИММЕТРИЧНЫЕ ШИФРЫ – БЛОЧНЫЕ И ПОТОЧНЫЕ

Сравнение блочного и поточного шифра:

- Блочный более общий, трансформируется в поточный.
- Поточный шифр имеет более математизированную структуру.
- Поточные шифры не очень удобны с точки зрения программного обеспечения, но высоко эффективны с точки зрения аппаратной реализации.
- Блочные шифры удобны и для программных и аппаратных средств, но не допускают быстрой обработки информации.
- Аппаратные средства функционируют быстрее, чем программное обеспечение, но это за счет снижения гибкости.

# БЛОЧНЫЕ ШИФРЫ - ИСТОРИЯ

- 1949** – Клод Шеннон: Перестановки + замены
- 1970** – Lucifer (IBM): сеть Фейстеля + SP-сеть
- 1973** – Конкурс НИСТ: никто не прошел!
- 1974** – 2-ой конкурс: выиграл DES (IBM)
- 1977** – DES признан официальным стандартом в США
- 1989** – создание ГОСТ 28147-89
- 1990** – публикация ГОСТ 28147-89
- 1997** – взлом DES на суперкомпьютере за 3 дня
- 1997** – конкурс на AES
- 2000** – выигрывает Rijndael
- 2002** – Rijndael признан новым официальным стандартом в США

Блочные шифры - *RC5, RC6, DES, 3DES, AES*, ГОСТ 28147-89

# БЛОЧНЫЕ ШИФРЫ – ИТЕРАТИВНЫЕ БЛОЧНЫЕ ШИФРЫ

**1949 – Клод Шеннон «Теория связи в секретных системах».** Идея итеративных блочных шифров на основе SP-сетей (перестановки + замены)

Шифр преобразует блоки открытого текста ( $m$ ) постоянной длины ( $n$ ) в блоки шифротекста ( $C$ ) той же длины посредством циклически повторяющихся обратимых функций, известных как **раундовые функции**

$$C_i = R_{k_i}(C_{i-1})$$

$R$  – раундовая функция

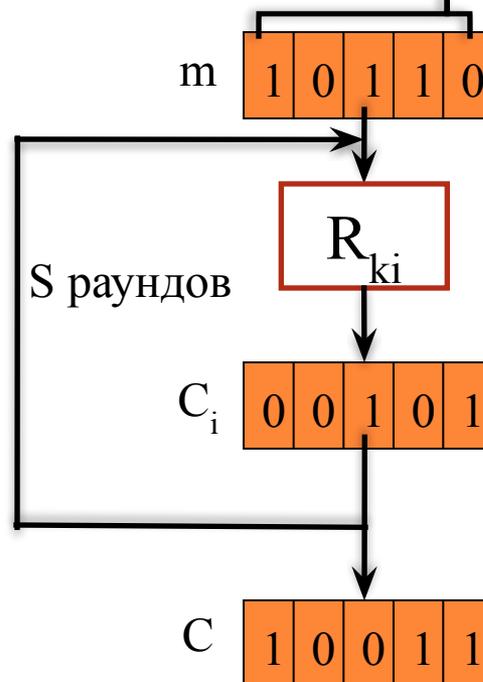
$k_i$  – подключ, где  $1 \leq i \leq S$

$i$  – номер раунда

$S$  – количество раундов

$C_i$  - значение блока после  $i$ -го раунда

$n$  – длина блока



# БЛОЧНЫЕ ШИФРЫ – SP-СЕТИ

**SP-сеть** = substitution-permutation network (SPN)

Чередующиеся стадии подстановки (Substitution) и перестановки (Permutation)

**S-блоки** (substitution box or S-box) – таблица подстановки

**P-блоки** (permutation box or P-box) – таблица перестановки

Основные принципы шифра по Шеннону:

- ❑ **Рассеивание** (влияние одного символа на несколько символов шифротекста)
- ❑ **Перемешивание** (усложнение взаимосвязей между элементами данных)

# БЛОЧНЫЕ ШИФРЫ - СЕТЬ ФЕЙСТЕЛЯ

1971 – Хорст Фейстель патентует Lucifer с сетью Фейстеля

Шифрование:

$$l_i = r_{i-1}, \quad r_i = l_{i-1} \oplus F(k_i, r_{i-1})$$

Расшифрование:

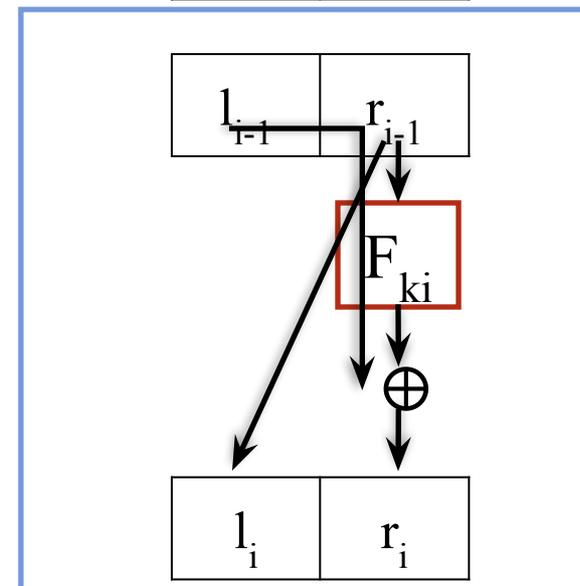
$$r_{i-1} = l_i, \quad l_{i-1} = r_i \oplus F(k_i, l_i)$$

- **Одну и ту же микросхему**  
можно использовать  
и для шифрования,  
и для расшифрования (!!!)

Блок открытого текста



S раундов



Блок шифротекста

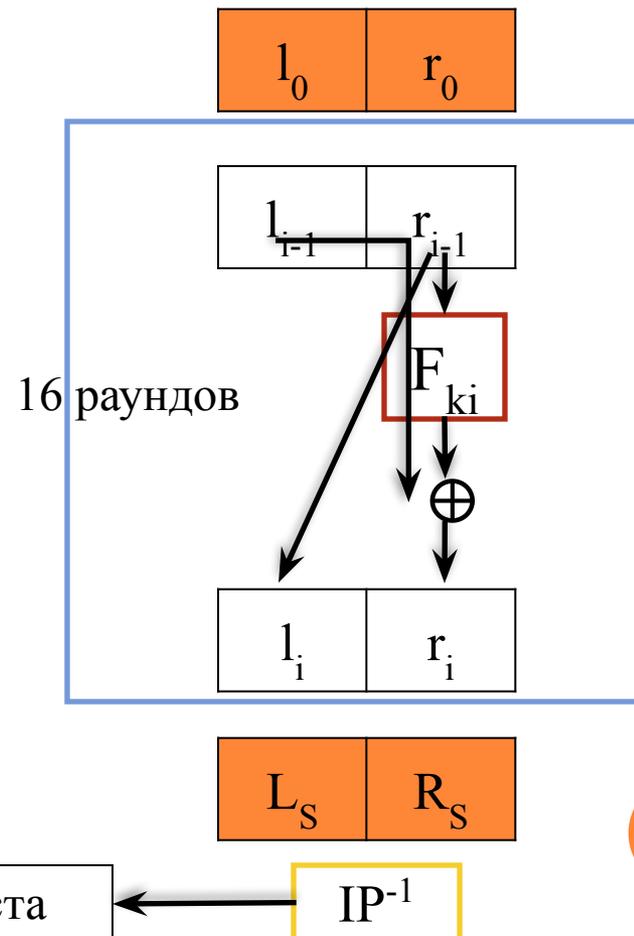


# DES – НА ОСНОВЕ СЕТИ ФЕЙСТЕЛЯ



## DES – *Data Encryption Standart*

- Начальная перестановка IP
- Расщепление блока пополам
- 16 раундов сети Фейстеля
- Соединение половин блока
- Конечная перестановка  $IP^{-1}$  (обратная начальной)



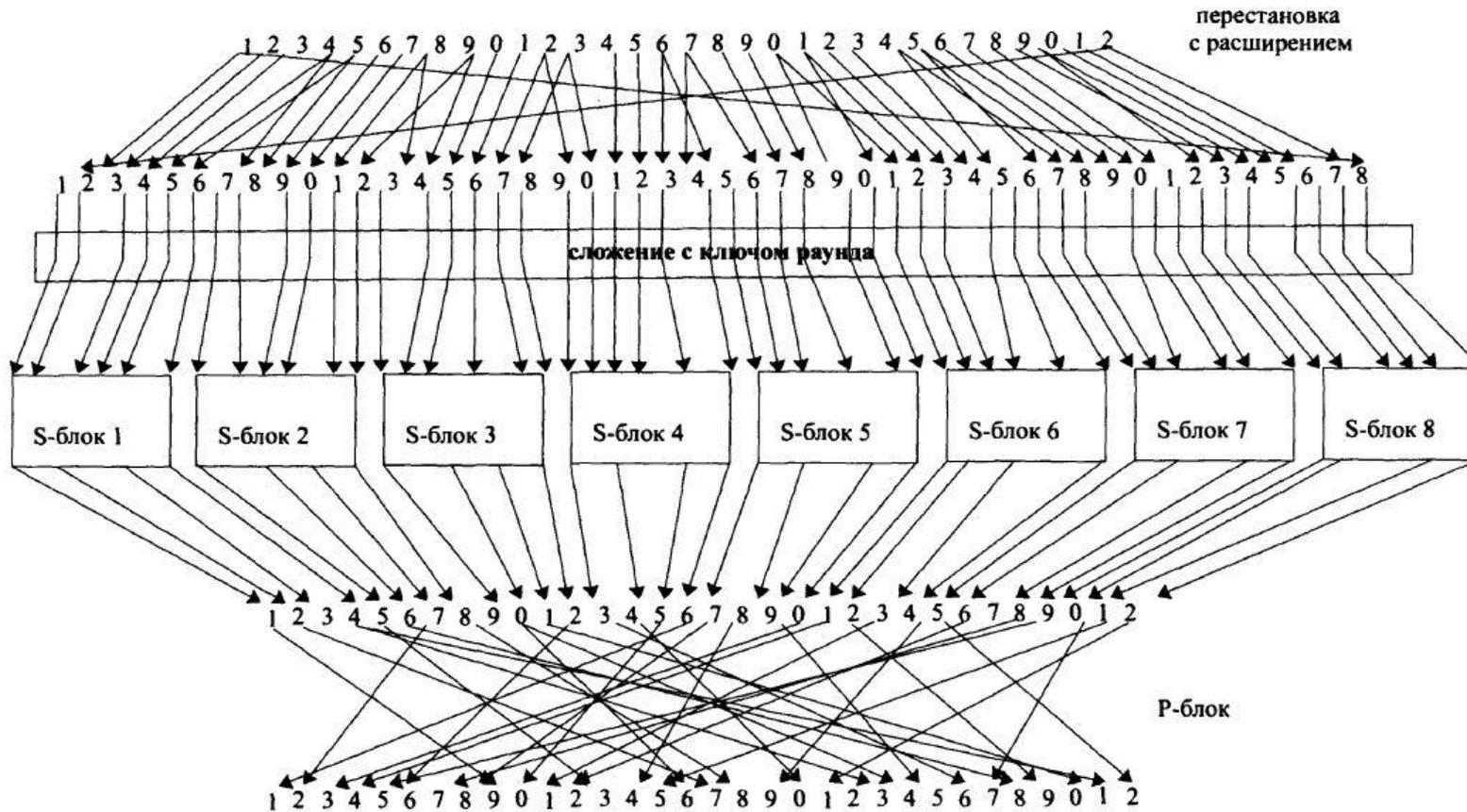
# DES - СТРУКТУРА

- Число раундов  $S = 16$
- Длина блока  $n = 64$  бита
- Размер ключа  $k = 56$  бит
- Подключи  $k_1, k_2, \dots$  по 48 битов (разворачивание из основного ключа через подстановки, перестановки и циклические сдвиги)

## Действие F

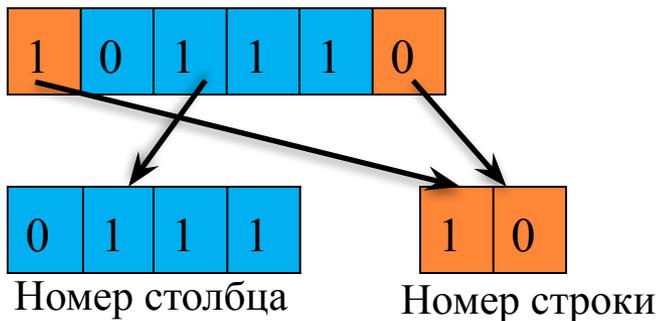
1. Перестановка с расширением ( $32 \rightarrow 48$ ) (зачем расширение???)
2. Сложение с подключом ( $48 + 48$ )
3. Расщепление ( $48 = 8$  частей по 6 битов)
4. Подстановки через S – блок ( $8 * (6 \rightarrow 4) = 32$ )
5. Перестановки через P – блок ( $32 \rightarrow 32$ )

# DES - СТРУКТУРА



# DES – S-БЛОКИ

На вход подается 6 бит:



S-блок №1

14	4	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0	7
0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3	8
4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5	0
15	12	8	2	4	9	1	7	5	11	3	14	10	0	5	13

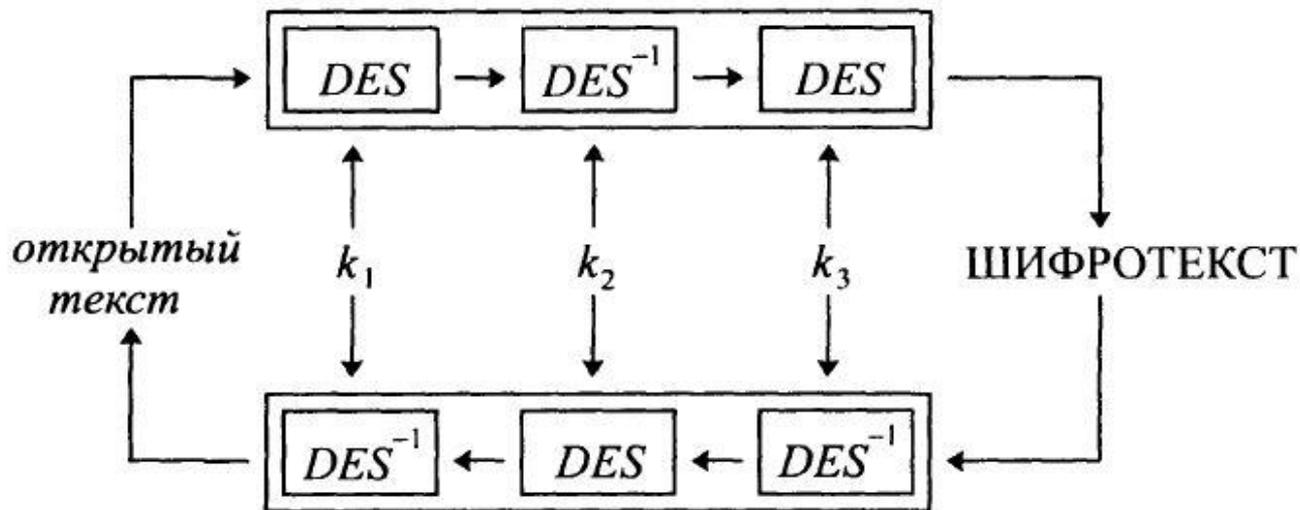
На выходе получается 4 бита

# 3DES (TRIPLE DES)

Использует **3 ключа по 56 бит** ( $3 \cdot 56 = 168$ )

Различные модификации 3DES:

- DES-EEE3
- **DES-EDE3**
- DES-EEE2
- DES-EDE2



# DES – РЕЖИМЫ ШИФРОВАНИЯ

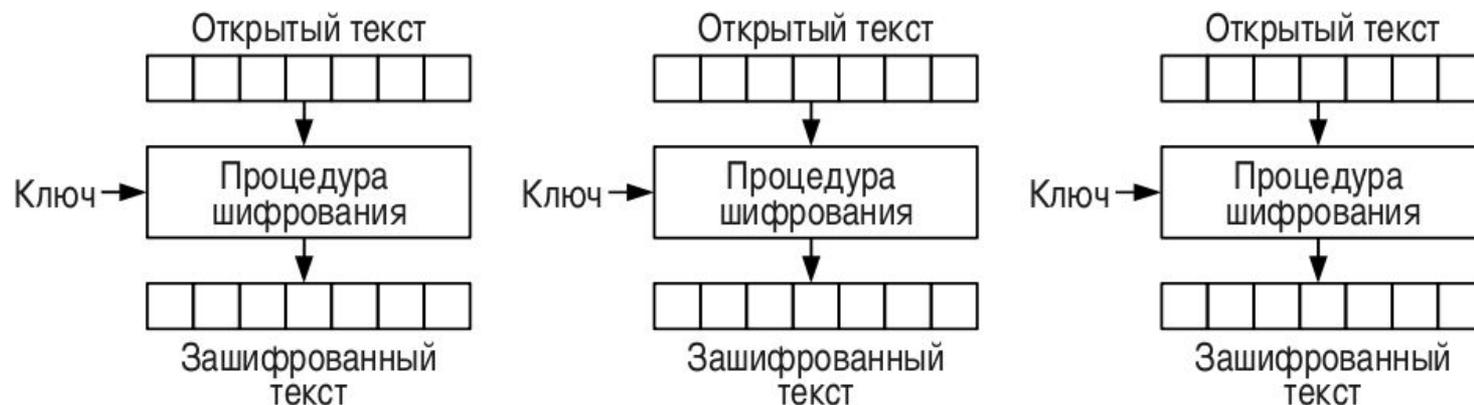
Сообщение: **Заплати старосте 200 руб**

Вставка? Удаление? Повторы? Помехи при передаче?

## Режимы шифрования:

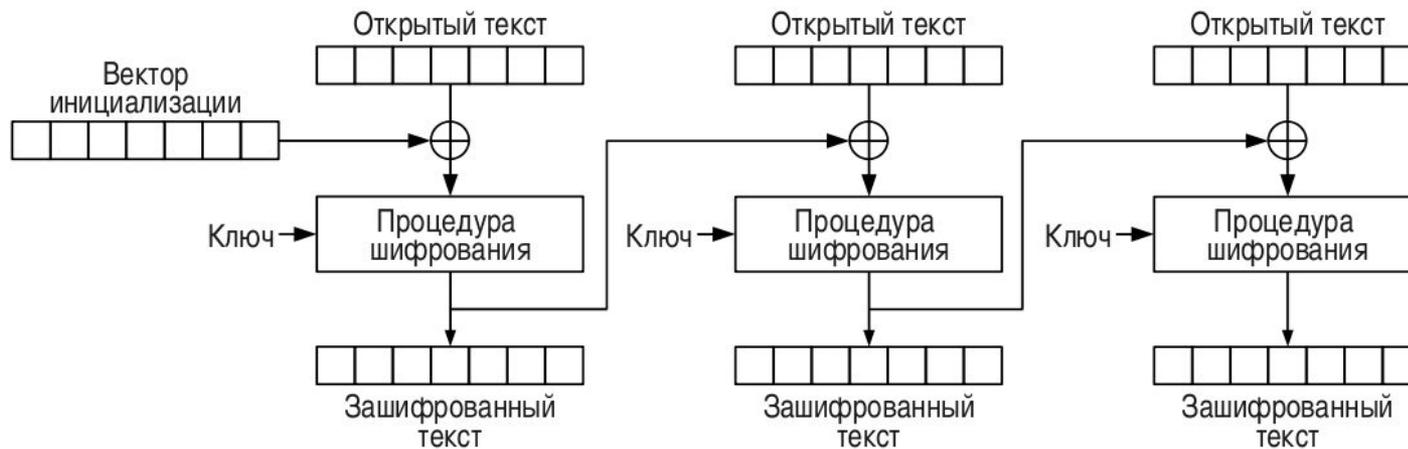
- **ECB** – Electronic Code Book (электронная кодовая книга)
- **CBC** – Cipher Block Chaining (сцепление блоков шифротекста)
- **OFB** – Output FeedBack (обратная связь вывода)
- **CFB** – Cipher FeedBack (обратная связь шифра)

# РЕЖИМЫ ШИФРОВАНИЯ - ЕСВ



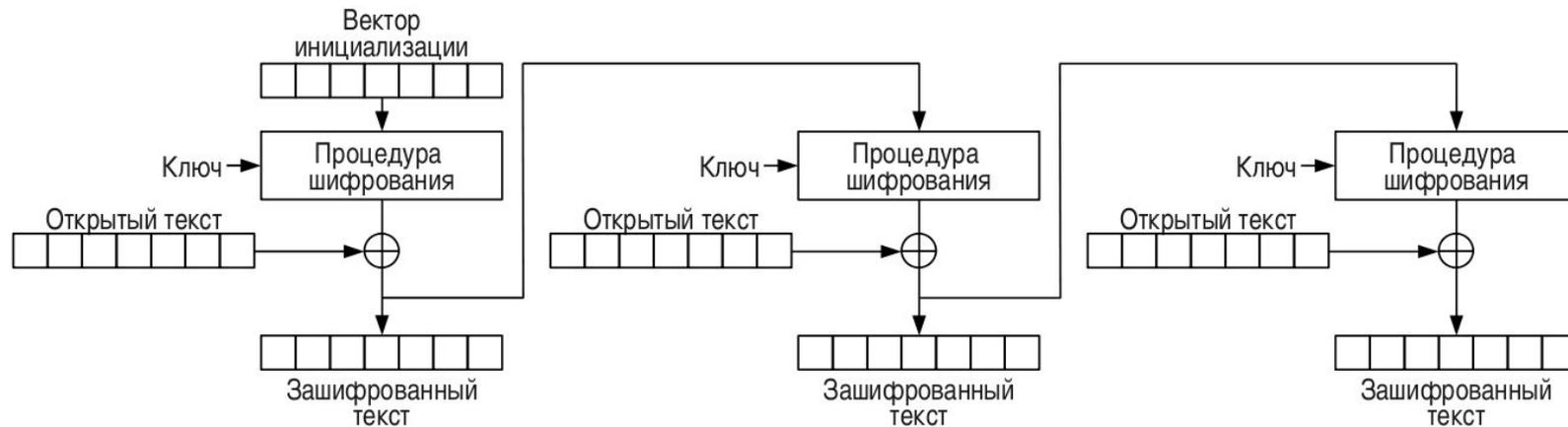
- ❑ ЕСВ (*Electronic Code Book – Режим электронной кодовой книги*) – прост в обращении, но не защищен от атак с удалением и вставками. Ошибка в одном бите влияет на целый блок в расшифрованном тексте. Можно работать с блоками независимо и даже распараллелить вычисления.

# РЕЖИМЫ ШИФРОВАНИЯ - CBC



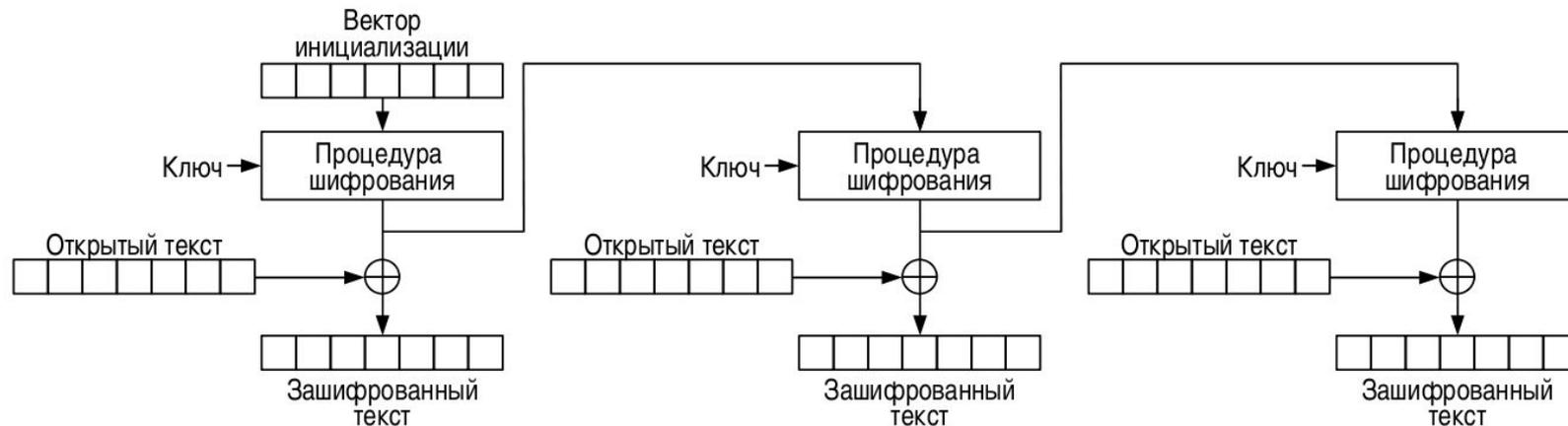
- CBC (*Cipher Block Chaining-Режим сцепления блоков*) – предотвращает потери при атаке со вставкой и удалением. Ошибки при шифровании и в открытом тексте дают ошибку не только в текущем блоке, но и портит следующие блоки.

# РЕЖИМЫ ШИФРОВАНИЯ - CFB



- CFB (*Cipher FeedBack* – режим обратной связи по шифротексту) – защита от атак вставки и удаления. Ошибки в открытом тексте и при шифровании распространяются дальше по шифротексту.

# РЕЖИМЫ ШИФРОВАНИЯ - OFB



- ❑ OFB (*Output FeedBack* – режим обратной связи по выходу) – Ошибка в открытом тексте остается в блоке. Ошибка при шифровании распространяется по шифротексту.

# ГОСТ 28147-89

«ГОСТ 28147-89 Системы обработки информации. Защита криптографическая. Алгоритм криптографического преобразования»

1989 – год создания (?)

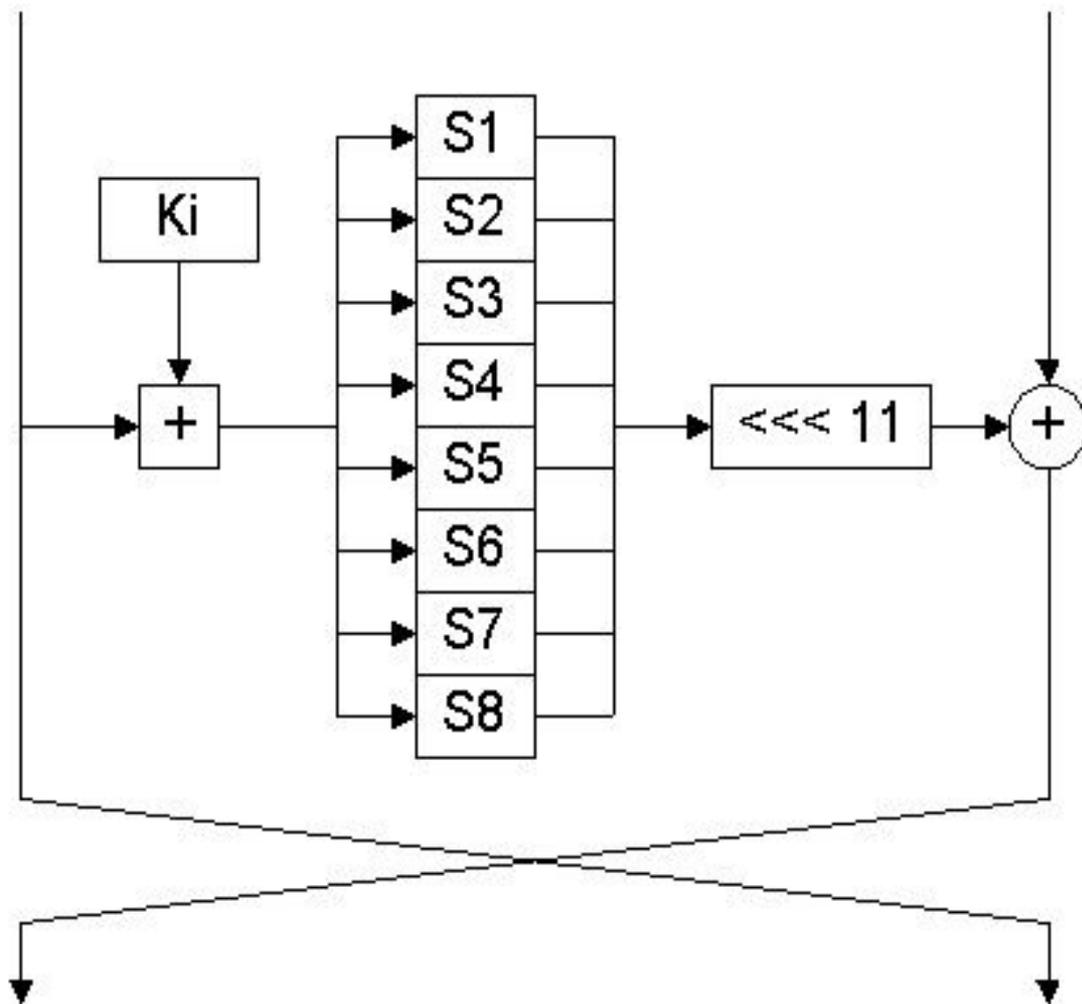
1990 – опубликован для «служебного пользования»

1994 – полностью открыт

Работает, как и DES, на основе сети Фейстеля:

- Число раундов  $S = 32$
- Длина блока  $n = 64$  бита
- Размер ключа  $k$  – 256 бит
- Подключи  $k_1, k_2, \dots, k_8$  по 32 бита повторяются 4 раза

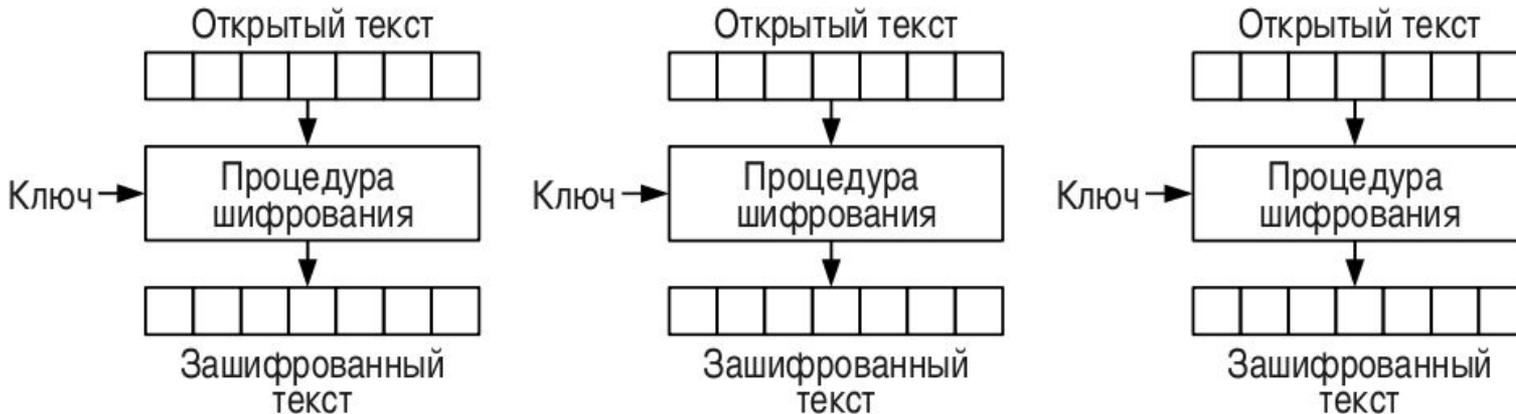
# ГОСТ 28147-89



# ГОСТ 28147-89 – РЕЖИМЫ ШИФРОВАНИЯ

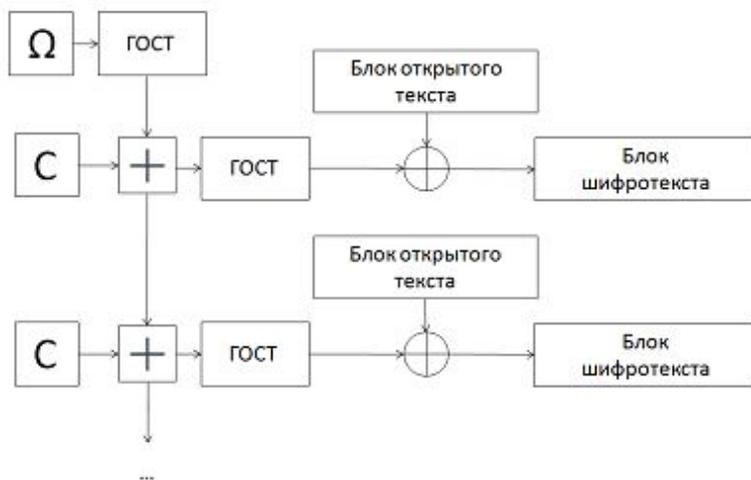
- Простая замена (ECB – electronic code book)
- Гаммирование
- Гаммирование с обратной связью (CFB – Cipher FeedBack)
- *Имитовставка* (MAC – message authentication code)

## *Простая замена (ECB)*

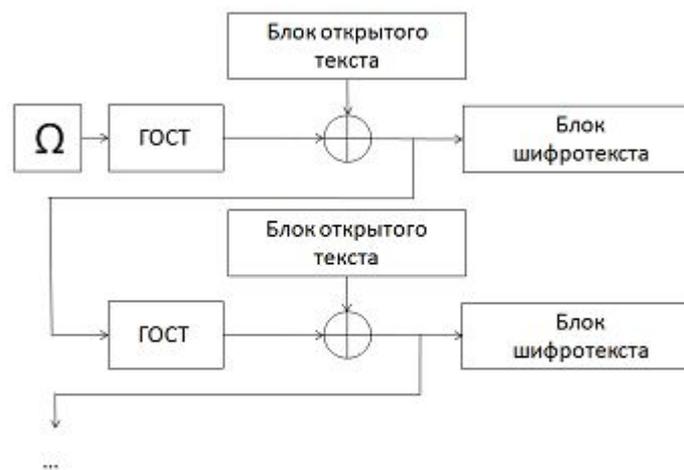


# ГОСТ 28147-89 – РЕЖИМЫ РАБОТЫ

## Гаммирование



## Гаммирование с обратной связью (CFB)



## Имитовставка (MAC)



# ГОСТ 28147-89 – ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ

## Преимущества

- Криптостойкость (устойчив к линейному и дифференциальному криптоанализу)\*
- Скорость работы, эффективность реализации\*
- 4 режима работы, возможность аутентификации (имитовставка)

## Недостатки

- Не описан способ генерации ключей и таблиц замены – существуют слабые ключи и слабые таблицы замены\*

# RIJNDAEL – ПОБЕДИТЕЛЬ AES

1997 – конкурс на AES

2000 – выигрывает Rijndael

2002 – Rijndael признан новым официальным стандартом в США

Разработан 2-мя бельгийскими криптографами: **Rijmen** и **Daemen**

Rijndael – **настраиваемый**

блочный алгоритм, блоки по 128,  
192 или 256 бит.

Но стандартом является только  
блок в **128 бит**.

Количество раундов зависит от  
размера блока и длины ключа.

Количество раундов

блок/ ключ	128	192	256
128	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>
192	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>14</b>
256	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>14</b>

# RIJNDAEL - СТРУКТУРА

Блок представляется в виде **матрицы состояний** 4\*4(для 128 бит):

32	88	a2	8d
ba	1a	34	b2
f6	30	98	03
43	5a	21	cc

Раундовая функция состоит из:

- 1.SubBytes – замена по Sbox-ам
- 2.ShiftRows – сдвиг строк
- 3.MixColumns – преобразование колонок
- 4.AddRoundKey – сложение с подключом

# RIJNDAEL - SUBBYTES

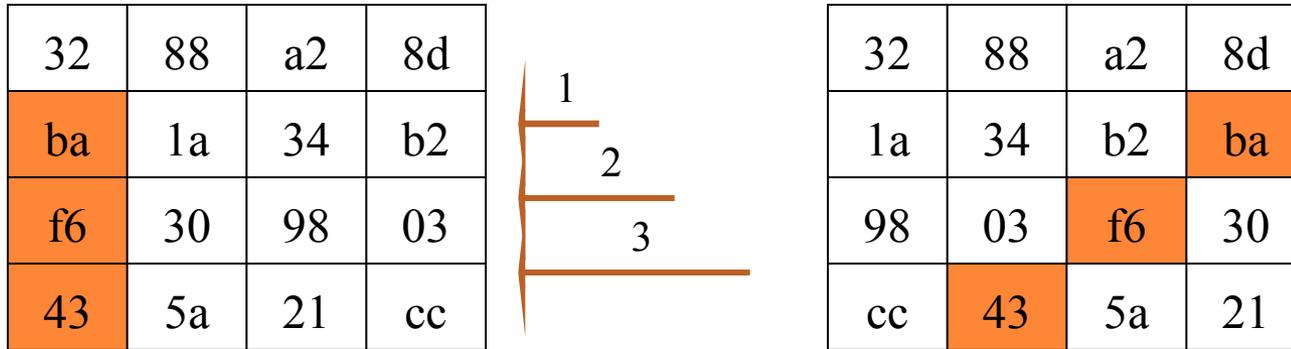
32	88	a2	8d	Sbox →	4d	d2	c0	bd
ba	1a	34	b2		8a	bc	9a	d3
f6	30	98	03		bb	29	51	a4
43	5a	21	cc		c7	3a	88	b1

Sbox-ы имеют математизированную структуру:

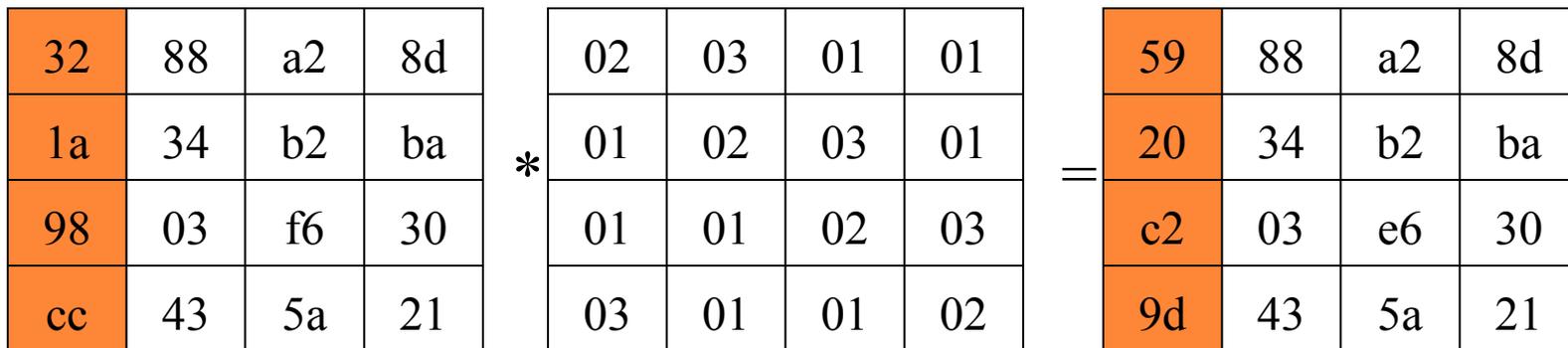
1. Байт  $s = 32h = 00110010 = x^5 + x^4 + x$
2. К многочлену  $s$  вычисляется обратный многочлен  $x$  по модулю  $x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$  (неприводим)
3. Многочлен  $x$  умножается на фиксированную матрицу  $8 \times 8$  и получается многочлен  $y$ , который и является результатом Sbox-а.

# RIJNDAEL – SHIFTRAWS & MIXCOLUMNS

## ShiftRows



## MixColumns



\*На самом деле умножение на таблицу есть умножение столбца  $a(X)$  на фиксированный многочлен  $c(X)$  по модулю многочлена  $M(X) = X^4 + 1$

# RIJNDAEL – ADDROUNDKEY

RoundKey

59	88	a2	8d
20	34	b2	ba
c2	03	e6	30
9d	43	5a	21

$\oplus$

34	03	b2	41
ba	10	81	ac
4c	53	b8	ea
83	c0	00	bd

=

72	88	a2	8d
c1	34	b2	ba
90	03	e6	30
ed	43	5a	21

Псевдокод:

```
AddRoundKey(S, K[0]);
for (i=1; i<=9; i++) {
    SubBytes(S);
    ShiftRows(S);
    MixColumns(S);
    AddRoundKey(S, K[i]);
}
SubBytes(S);
ShiftRows(S);
AddRoundKey(S, K[10])
```

# ПОТОЧНЫЕ ШИФРЫ

$m_0, m_1, \dots$  биты открытого текста

$k_0, k_1, \dots$  биты ключевого потока

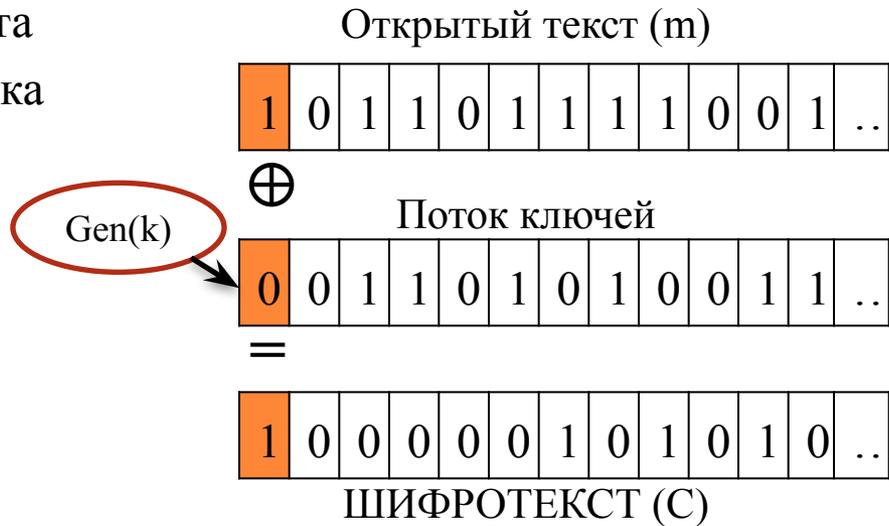
Шифрование :

$$C_i = m_i \oplus k_i$$

Расшифрование:

$$m_i = C_i \oplus k_i$$

**Gen(k)** – Генератор ключевого потока



# ПОТОЧНЫЕ ШИФРЫ – ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ

## Преимущества

- Простая схема шифрования и дешифрования (просто XOR)
- Высокая скорость (исп. для потоковых данных: видео-, аудио-)
- Нет накопления ошибки

## Недостатки

- Проблема распределения ключей  
-нельзя использовать один и тот же ключ дважды:

$$C_1 \oplus C_2 = (m_1 \oplus k) \oplus (m_2 \oplus k) = m_1 \oplus m_2$$

- Проблема генерации ключевого потока

# ПОТОЧНЫЕ ШИФРЫ – ТРЕБОВАНИЯ К ГЕНЕРАТОРУ КЛЮЧЕВОГО ПОТОКА

Ключевой поток должен:

- Иметь большой период.

Найдется  $n$ :  $k_i = k_{i+n}$  для  $\forall i$

$n$  – период последовательности

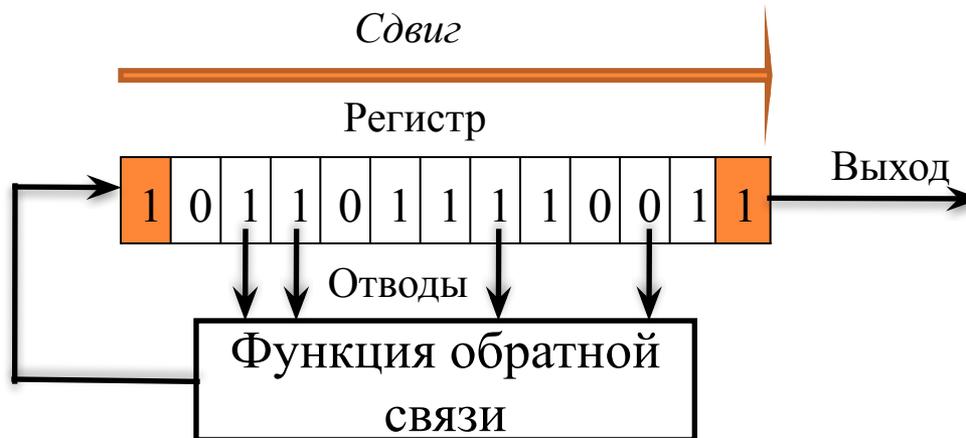
- Иметь псевдо-случайные свойства.

В идеале, если кто-то знает первый миллиард битов ключевой последовательности, вероятность угадать следующий бит не должна превышать 50%.

# ПОТОЧНЫЕ ШИФРЫ – ОДНОРАЗОВЫЙ ШИФР-БЛОКНОТ

- В 1917 Гильберт Вернам запатентовал одноразовый шифр-блокнот (шифр Вернама)
- Суть – XOR с ключом той же длины, что и сообщение
- При этом ключ должен обладать тремя критически важными свойствами:
  - иметь случайное равномерное распределение;
  - совпадать по размеру с заданным открытым текстом;
  - применяться только один раз.
- Обладает абсолютной криптостойкостью

# ПОТОЧНЫЕ ШИФРЫ - РСЛОС



- РСЛОС – Регистр Сдвига с Линейной Обратной Связью (**LFSR** - **L**inear **F**eedback **S**hift **R**egister)
- Для функции обратной связи рекомендуется использовать нелинейные функции. Однако это сложно осуществимо на практике

# РСЛОС – ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

В качестве функции обратной связи берется логическая операция XOR:

$[c_1, \dots, c_l]$  – последовательность битов, на отводах – 1, остальные – 0

$[s_{l-1}, \dots, s_1, s_0]$  - начальное положение регистра

На выходе регистра получается:

$s_0, s_1, \dots, s_{l-1}, s_p, s_{l+1}, \dots$

где для  $j \geq 1$  :

$$s_j = c_1 \cdot s_{j-1} \oplus c_2 \cdot s_{j-2} \oplus \dots \oplus c_l \cdot s_{j-l}$$

Свойства выдаваемой РСЛОС последовательности связаны со свойствами двоичного многочлена ассоциированного с регистром :

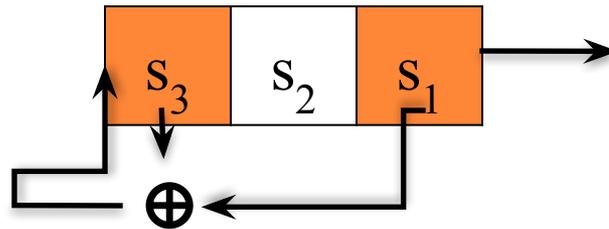
$$C(X) = 1 + c_1 X + c_2 X^2 + \dots + c_l X^l \in F_2[X]$$

# РСЛОС - ПРИМЕР

РСЛОС с ассоциированным многочленом

$$X^3 + X^1 + 1$$

$$s_j = s_{j-3} \oplus s_{j-1}$$



Номер шага	Состояние	Ген-мый бит
0	[0,0,1]	-
1	[1,0,0]	1
2	[1,1,0]	0
3	[1,1,1]	0
4	[0,1,1]	1
5	[1,0,1]	1
6	[0,1,0]	1
7	[0,0,1]	0

# РСЛОС - КОМБИНИРОВАНИЕ

Комбинирующая функция:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \cdot x_5 \oplus x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5$$

Пусть есть  $n$  РСЛОС с попарно различными периодами  $l_1, \dots, l_n$ , каждый из которых больше 2, тогда линейная сложность потока ключей, генерируемого  $f(x_1, \dots, x_n)$ , вычисляется с помощью  $f(l_1, \dots, l_n)$



# СТАНДАРТ GSM – A3, A5, A8

- **GSM** (Groupe Spécial Mobile, позже Global System for Mobile Communications) — глобальный стандарт цифровой мобильной сотовой связи. Разработан под эгидой ETSI в конце 1980-х.

Шифрование в GSM обеспечивается 3 стандартами:

- A3 – аутентификация (генерирует SRES по RAND и  $K_i$ )
- A5 – поточный шифр (шифрует разговор с помощью  $K_c$ )
- A8 – создание сеансовых ключей (генерирует  $K_c$  по RAND и  $K_i$ )

A3, A5, A8 и  $K_i$  защиты в SIM-карте абонента.

# A5 – ПОТОЧНЫЙ ШИФР В GSM

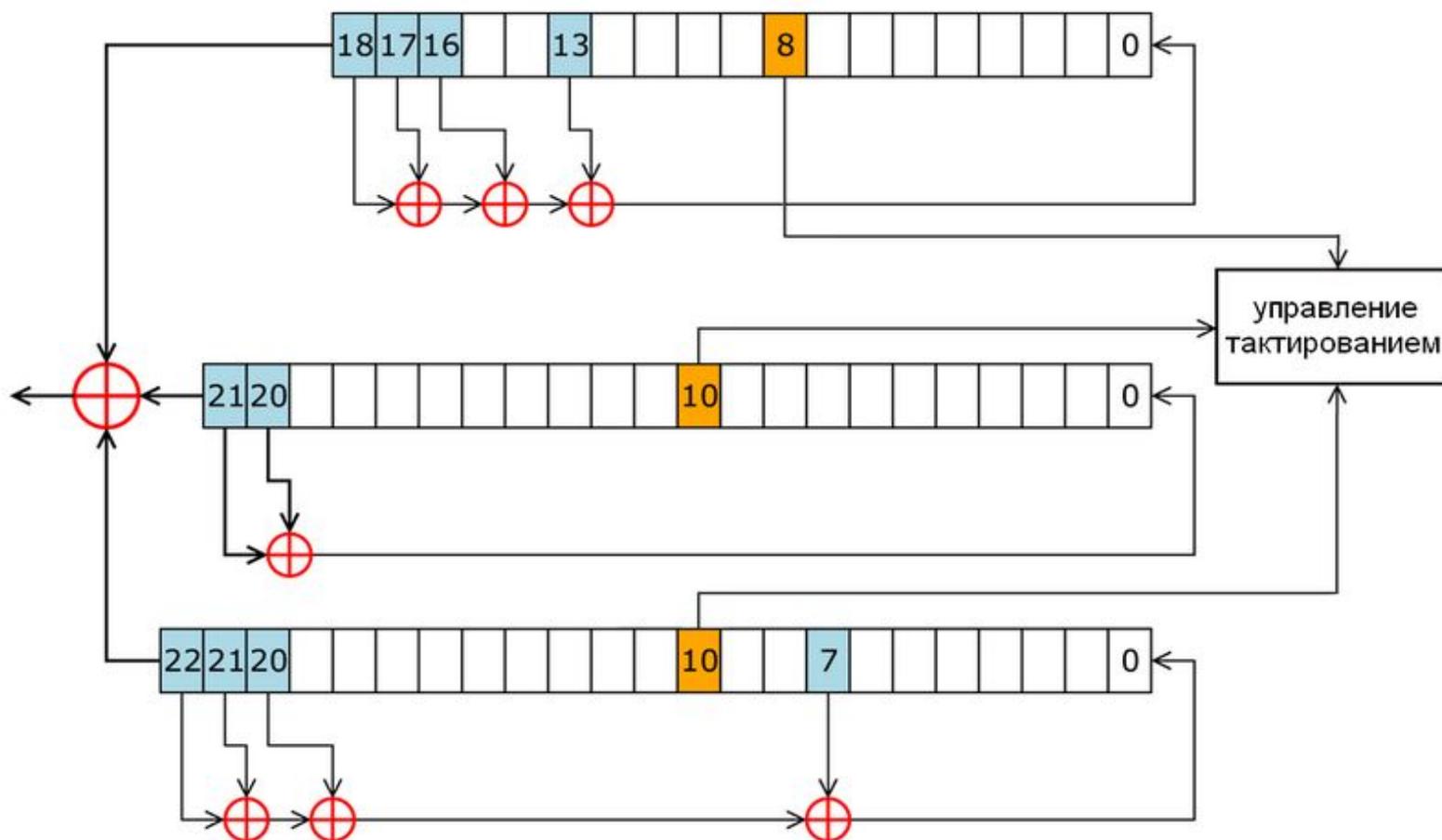
Существует несколько модификаций:

- A5/0 : шифрования нет
- A5/1 : стандарт
- A5/2 : понижена криптостойкость, добавлен еще 1 регистр
- A5/3 : новый алгоритм KASUMI (1999), утвержден для 3G

## A5/1:

1. 3 РСЛОС (R1, R2, R3) по 19, 22 и 23 бита
2. Многочлены обратных связей:
  - $X^{19} + X^{18} + X^{17} + X^{14} + 1$  для R1
  - $X^{22} + X^{21} + 1$  для R2
  - $X^{23} + X^{22} + X^{21} + X^8 + 1$  для R3

# A5/1 - СТРУКТУРА



# A5/1 - СТРУКТУРА

Управление тактированием осуществляется специальным механизмом:

- в каждом регистре есть **биты синхронизации**: 8 (R1), 10 (R2), 10 (R3),
- вычисляется функция  
 $F = x \& y | x \& z | y \& z$ , где  $x$ ,  $y$  и  $z$  — биты синхронизации R1, R2 и R3
- сдвигаются только те регистры, у которых **бит синхронизации равен F** (фактически, сдвигаются регистры, синхробит которых принадлежит большинству)

Выходной бит системы — результат операции XOR над выходными битами регистров.