



**Силы трения между
соприкасающимися
поверхностями
твердых тел**



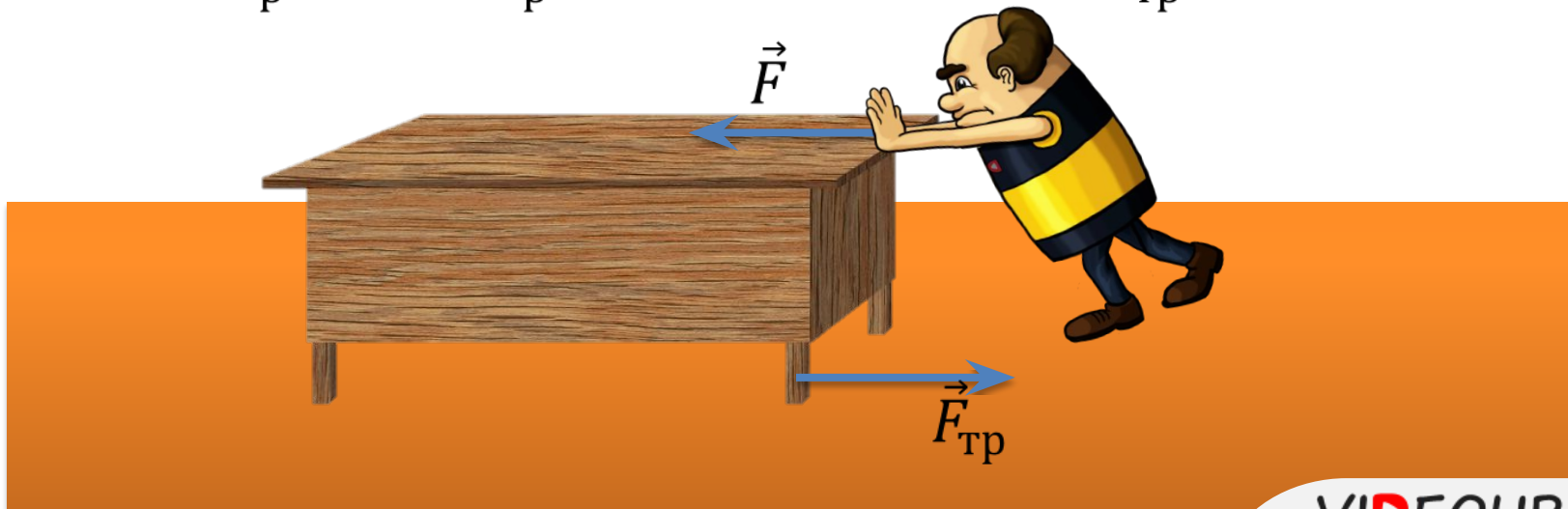
$\vec{F}_{Tp}$



Трение покоя

Сила трения покоя — это сила, действующая между двумя неподвижными относительно друг друга телами.

$$\vec{F}_p = m\vec{a}; \vec{F}_p = 0 \Rightarrow v = const \Rightarrow F_{\text{тр}} = -F$$



Сила трения

- Сила трения не зависит от площади соприкосновения!
- Сила трения прямо пропорциональна реакции опоры:

$$\vec{F}_{\text{тр}} = \mu \vec{N},$$

Где μ — коэффициент трения, а $\vec{N}$ — реакция опоры.

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{P}$$

$$[\mu] = [-]$$

Сила трения

- Сила трения покоя больше силы трения скольжения!
- Коэффициент трения скольжения меньше, чем коэффициент трения покоя!

$$\vec{F}_{\text{тр}} = \mu \vec{N}$$

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{P}$$

$$[\mu] = [-]$$





Тормозииии!!!

Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг угол наклона горы 30° . Найдите ускорение, с которым съезжает мальчик, если коэффициент трения скольжения равен $0,2$.

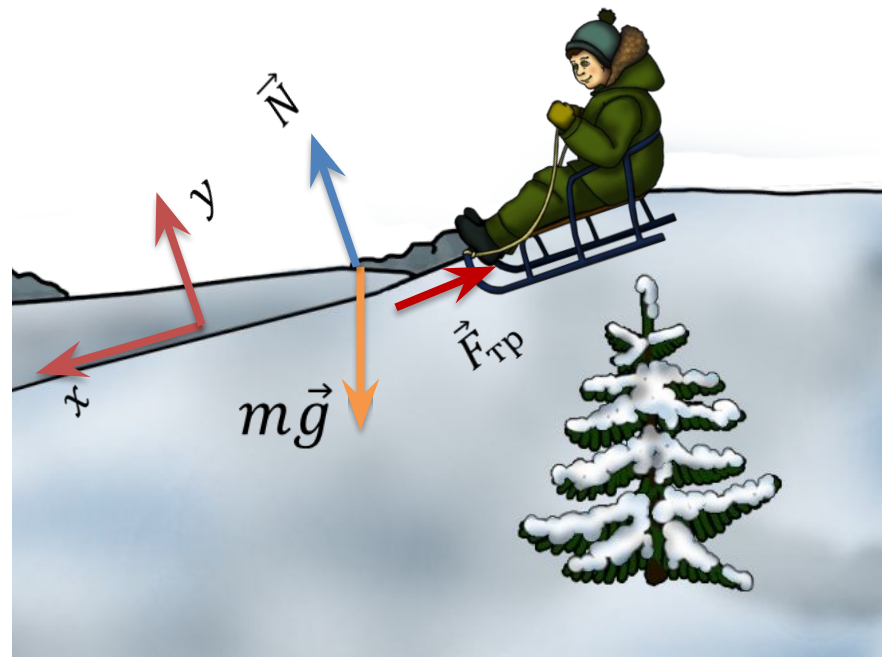
Дано:

$$m = 40\text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$a = ?$$



Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Найдите ускорение, с которым съезжает мальчик, если коэффициент трения скольжения равен 0,2.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$a = ?$$

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

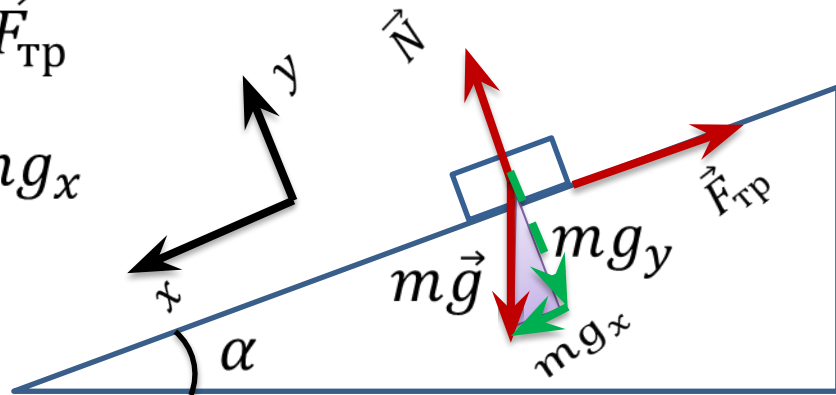
$$X: ma = -F_{\text{тр}} + mg_x$$

$$Y: 0 = N - mg_y$$

$$N = mg_y$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg_y$$

$$ma = mg_x - \mu mg_y$$



$$mg_x = mg \sin \alpha$$

$$mg_y = mg \cos \alpha$$

Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Найдите ускорение, с которым съезжает мальчик, если коэффициент трения скольжения равен 0,2.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$a = ?$$

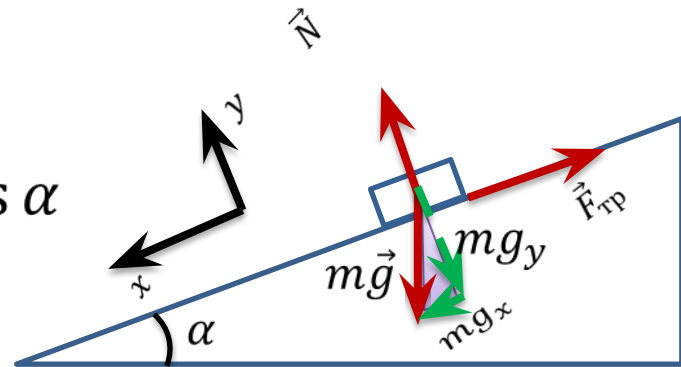
$$ma = mg_x - \mu mg_y$$

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = 9,8(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ)$$

$$a = 6,6 \text{ м/с}^2$$



Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

$$d - ?$$



Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

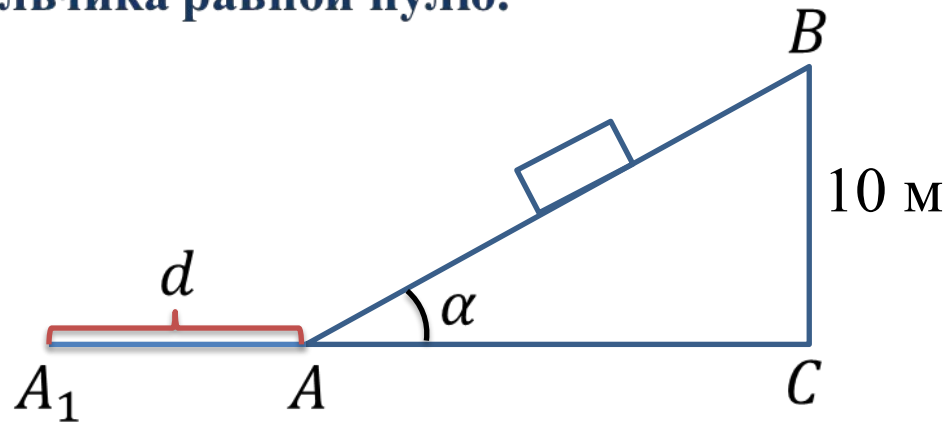
$$v_0 = 0$$

$$d - ?$$

$$AB = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$AB = \frac{6,6t^2}{2}$$

$$\frac{10}{\sin 30^\circ} = \frac{6,6t^2}{2}$$



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

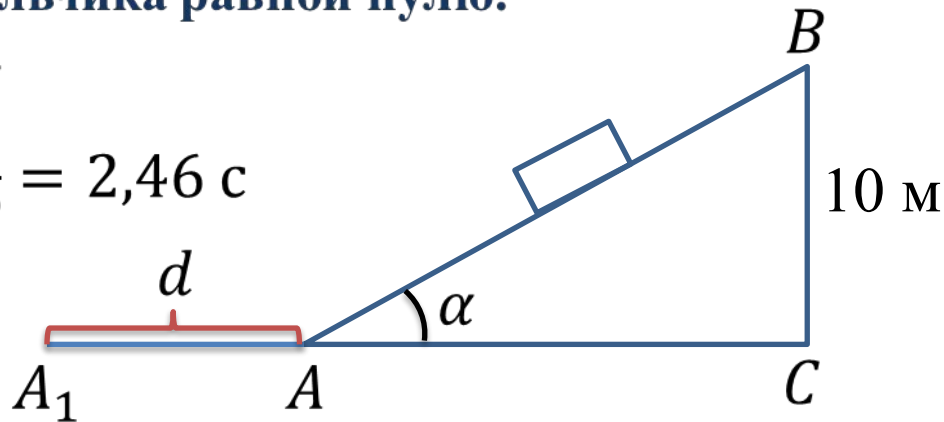
$$d - ?$$

$$t = \sqrt{\frac{20}{6,6 \sin 30^\circ}} = 2,46 \text{ с}$$

$$v = v_0 + at$$

$$v_A = 6,6 \times 2,46 = 16,2 \text{ м/с}$$

$$v_{A1} = 0$$



Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

$$d - ?$$

$$d = v_A t + \frac{a_1 t^2}{2}$$

$$v_{A1} = v_A + a_1 t \Rightarrow t = \frac{v_{A1} - v_A}{a_1}$$

$$d = v_A \left(\frac{v_{A1} - v_A}{a_1} \right) + \frac{a_1}{2} \left(\frac{v_{A1} - v_A}{a_1} \right)^2$$

$$v_{A1} = 0 \quad d \quad v_A = 16,2$$


Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

$$d = ?$$

$$d = \frac{v_{A1}v_A - v_A^2}{a_1} + \frac{a_1}{2} \times \frac{v_{A1}^2 - 2v_{A1}v_A + v_A^2}{a_1^2} =$$

$$= \frac{2v_{A1}v_A - 2v_A^2}{2a_1} + \frac{v_{A1}^2 - 2v_{A1}v_A + v_A^2}{2a_1} =$$

$$= \frac{v_{A1}^2 - v_A^2}{2a_1}$$

$$d = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

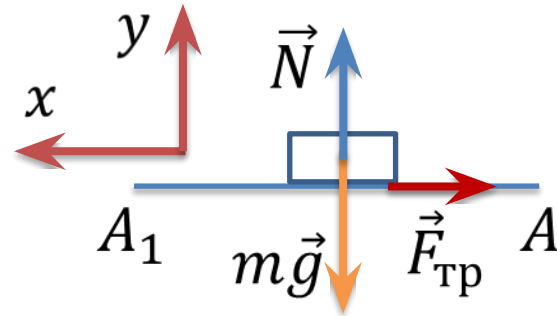
$$d = ?$$

$$d = \frac{v_{A1}^2 - v_A^2}{2a_1}$$

$$Y: N = mg$$

$$X: ma_1 = -F_{\text{тр}}$$

$$a_1 = \frac{-F_{\text{тр}}}{m} = \frac{-\mu N}{m} = \frac{-\mu mg}{m} = -\mu g$$



Мальчик на санках едет с горки. Масса мальчика вместе с санками составляет 40 кг, угол наклона горы 30° . Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Сколько метров проедет мальчик по горизонтальной поверхности, если высота горки равна 10 м? Считать начальную скорость мальчика равной нулю.

Дано:

$$m = 40 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

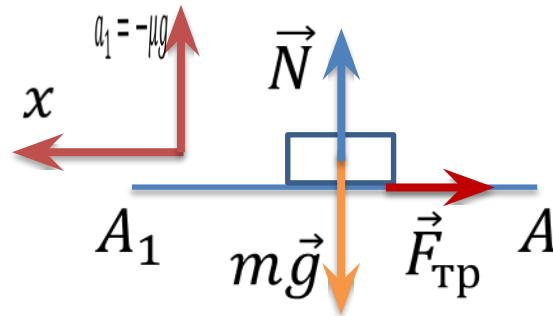
$$d = ?$$

$$d = \frac{v_{A1}^2 - v_A^2}{2a_1}$$

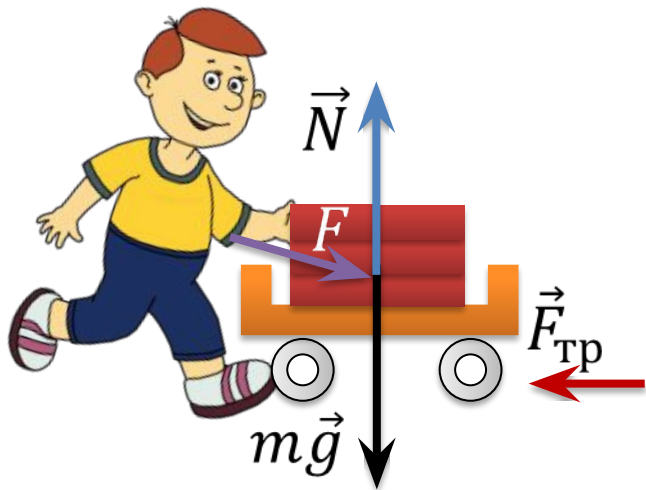
$$a_1 = -\mu g$$

$$d = \frac{v_{A1}^2 - v_A^2}{-2\mu g}$$

$$d = \frac{-16,2^2}{-2 \times 0,2 \times 9,8} \approx 67 \text{ м}$$

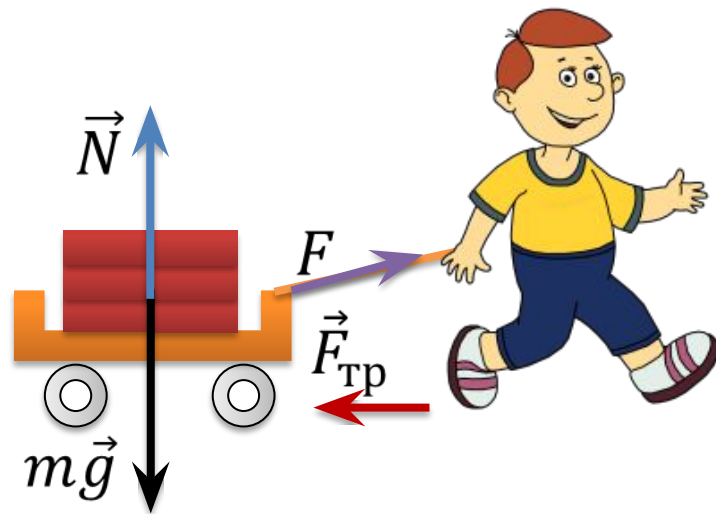


Как лучше везти тележку?



$$F_x = F \cos \alpha$$

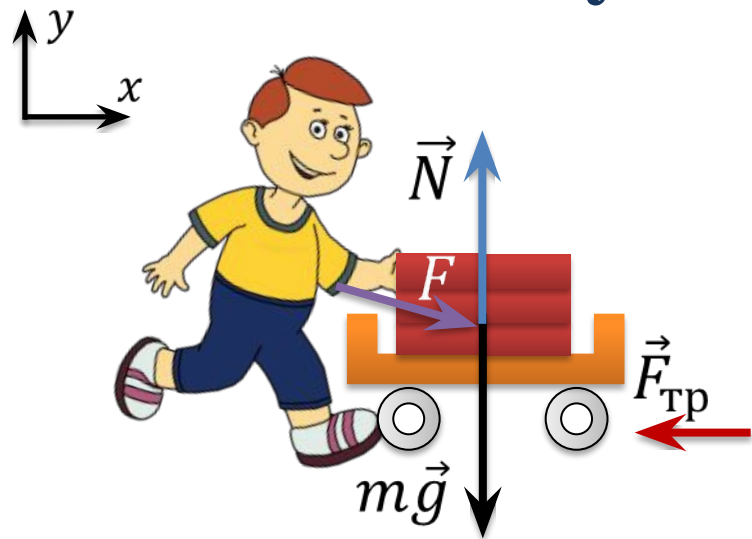
$$F_y = F \sin \alpha$$



$$F_x = F \cos \alpha$$

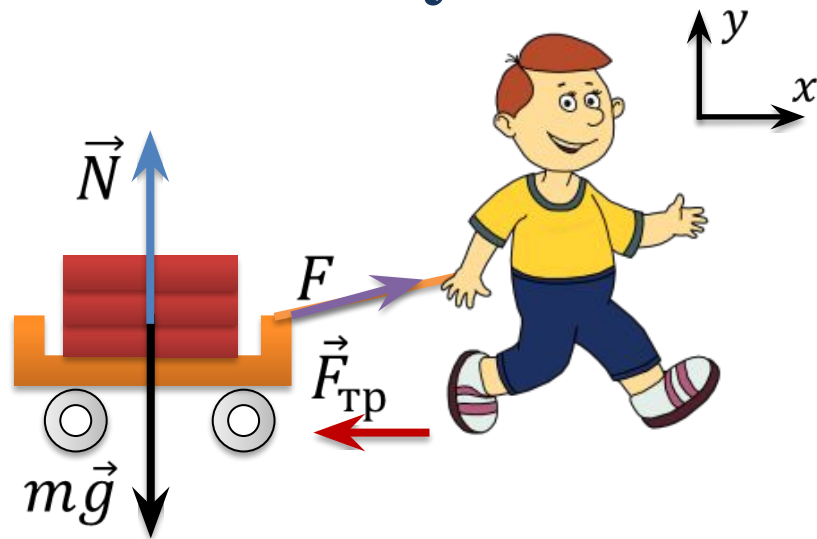
$$F_y = F \sin \alpha$$

Как лучше везти тележку?



$$X: ma = F_{xx} - \mu F_{Tp} (mg + F \sin \alpha)$$

$$Y: N = mg + F \sin \alpha$$



$$X: ma = F_{xx} - \mu F_{Tp} (mg - F \sin \alpha)$$

$$Y: N = mg - F \sin \alpha$$

Основные выводы

- **Сила трения** всегда препятствует движению.
- **Сила трения** возникает между двумя соприкасающимися телами.
- **Сила трения покоя** возникает между двумя соприкасающимися, неподвижными относительно друг друга телами.
- **Сила трения скольжения** возникает между двумя соприкасающимися телами, двигающимися относительно друг друга.

$$\vec{F}_{\text{тр}} = \mu \vec{N}$$

Основные выводы

- Коэффициент трения скольжения всегда меньше коэффициента трения покоя.

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{P}$$

$$[\mu] = [-]$$

$$0 \leq \mu \leq 1$$