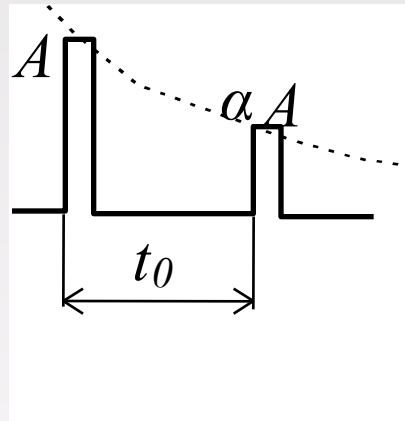
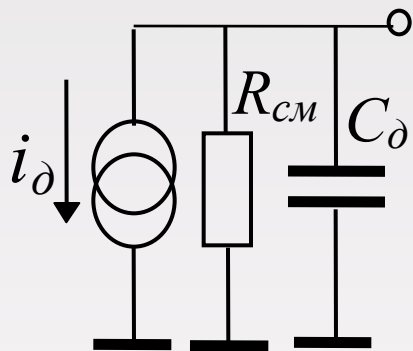


Фильтрация шумов

Лекции по курсу
«Электроника систем регистрации элементарных частиц»

Жуланов Владимир Викторович
тел. 329-47-32
e-mail: zhulanov@inp.nsk.su

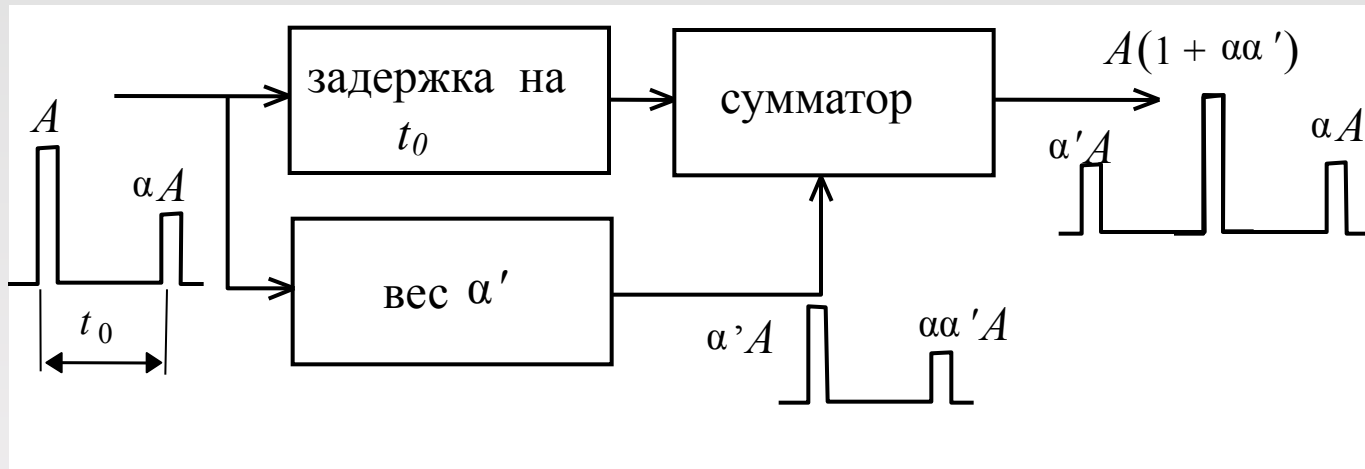
Основная цель фильтрации шумов — это получение максимального отношения сигнал/шум



$$\alpha = e^{-\frac{t_0}{\tau}}$$

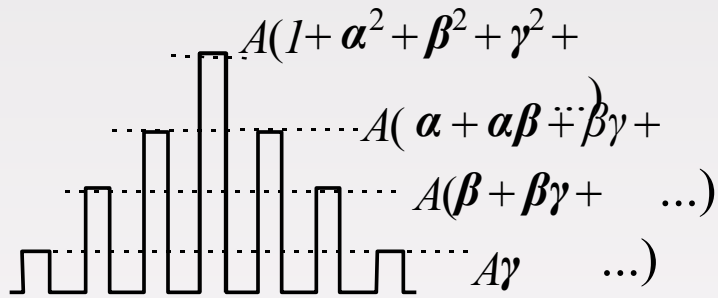
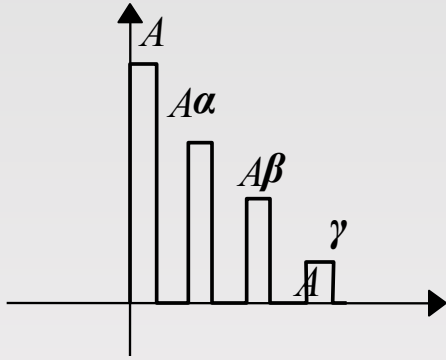
$$SNR_1 = \frac{A}{\sqrt{u_{\text{ш}}^2}}$$

$$SNR_2 = \frac{\alpha A}{\sqrt{u_{\text{ш}}^2}}$$



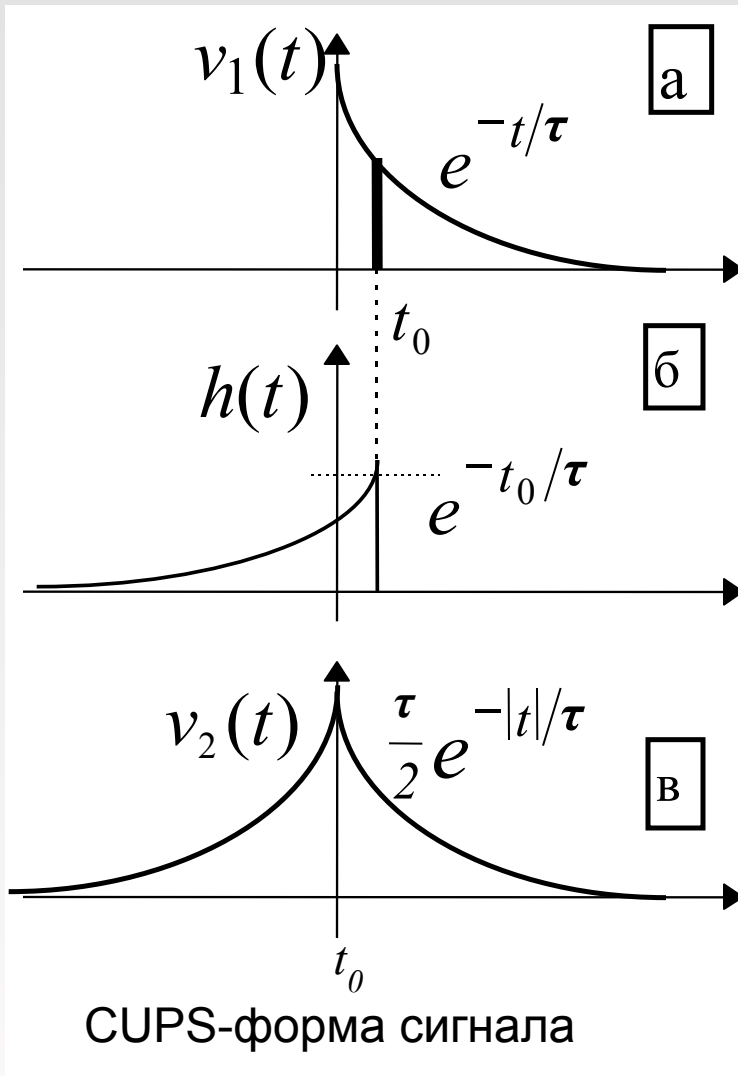
$$SNR(\alpha') = \frac{A(1 + \alpha\alpha')}{\sqrt{u_{\text{ш}}^2 (1 + \alpha'^2)}}$$

$$SNR_{\text{max}} = SNR(\alpha) = \frac{A\sqrt{1 + \alpha^2}}{\sqrt{u_{\text{ш}}^2}}$$



$$SNR_{\max} = \frac{A\sqrt{1 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \dots}}{\sqrt{u_{\square}^2}}$$

$$h(t) = e^{(t-t_0)/\tau}, t < t_0$$



$$v_{\text{BX}}(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0$$

$$h(t) = e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}, t < t_0$$

$$v_{\text{ВЫХ}}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t') v_{\text{BX}}(t-t') dt' =$$

$$\int_{-\infty}^{t'_{\text{max}}} e^{-\frac{t'-t_0}{\tau}} e^{-\frac{t-t'}{\tau}} dt' = e^{-\frac{t_0+t}{\tau}} \int_{-\infty}^{t'_{\text{max}}} e^{-\frac{2t'}{\tau}} dt' =$$

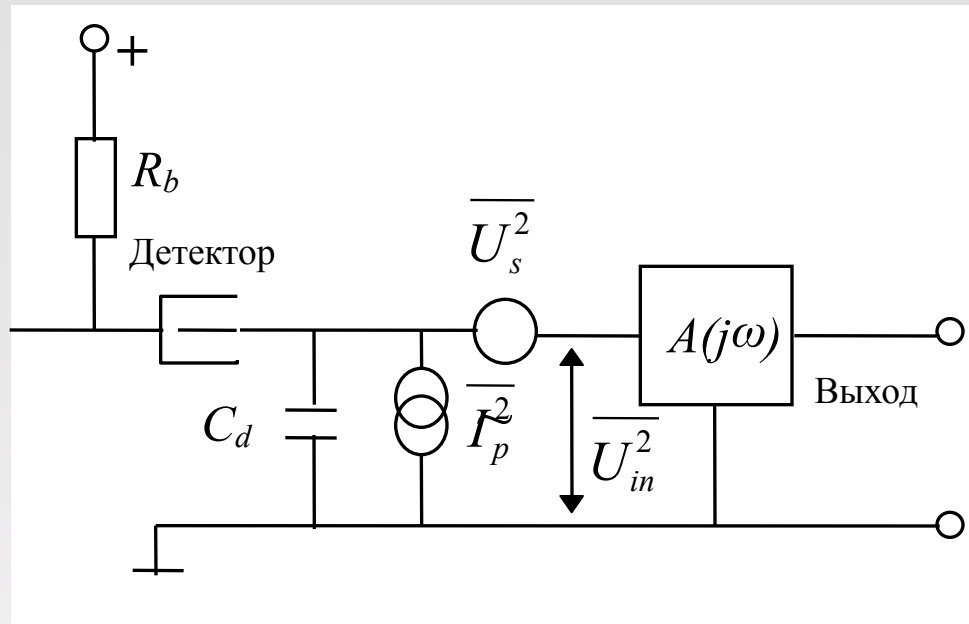
$$\frac{\tau}{2} e^{-\frac{t_0+t}{\tau}} e^{-\frac{2t_{\text{max}}}{\tau}} = \frac{\tau}{2} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}, t < t_0$$

$$\frac{\tau}{2} e^{-\frac{-t+t_0}{\tau}}, t > t_0$$

Сравнительный анализ фильтров методом шумовых индексов

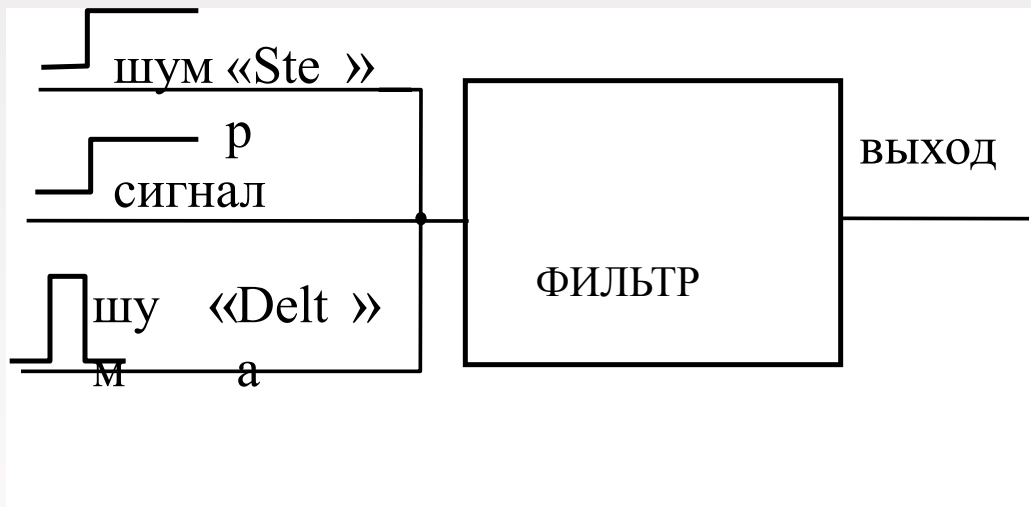
Основные критерии при выборе параметров фильтров:

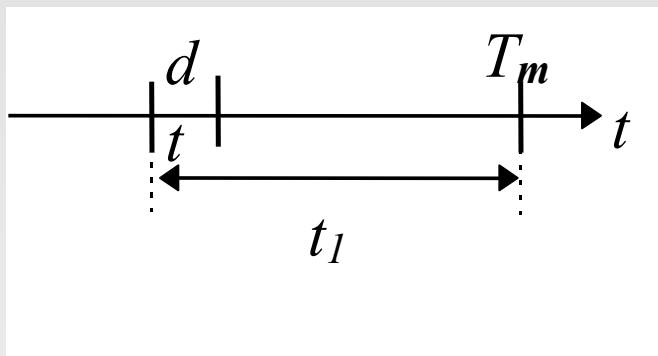
- Отношение сигнал/шум (SNR)
- Загрузочная способность
- Чувствительность к длительности сигналов с детектора



Время-инвариантный фильтр — это фильтр, параметры, которого не зависят от наличия сигнала.

Параллельный и последовательные шумы представляем, как случайные последовательности маленьких импульсов со средними частотами n_s и n_Δ соответственно





$$\overline{N}_{dt} = n_s dt \quad DN_{dt} = n_s dt$$

$$\overline{u}_{\text{ВХ}} = an_s dt \quad \overline{u}_{\text{ВЫХ}} = an_s R(t_1) dt$$

$$Du_{\text{ВЫХ}} = a^2 |R(t_1)|^2 DN_{dt} = a^2 |R(t_1)|^2 n_s dt$$

$$\overline{N}_s^2 = \frac{n_s}{A_c^2} \int_0^{+\infty} |R(t)|^2 dt$$

Дельта импульс представляем, как две ступеньки амплитудой $1/\Delta t$, противоположной полярности сдвинутые, на Δt

Через время t_l реакция системы на такую пару импульсов будет:

$$\frac{1}{\Delta t} (R(t_1 + \Delta t) - R(t_1)) \rightarrow R'(t_1)$$

Аналогично:
$$\overline{N}_\Delta^2 = \frac{n_s}{A_c^2} \int_0^{+\infty} |R'(t)|^2 dt$$

Пример для RC-CR-фильтра

Передаточная функция:

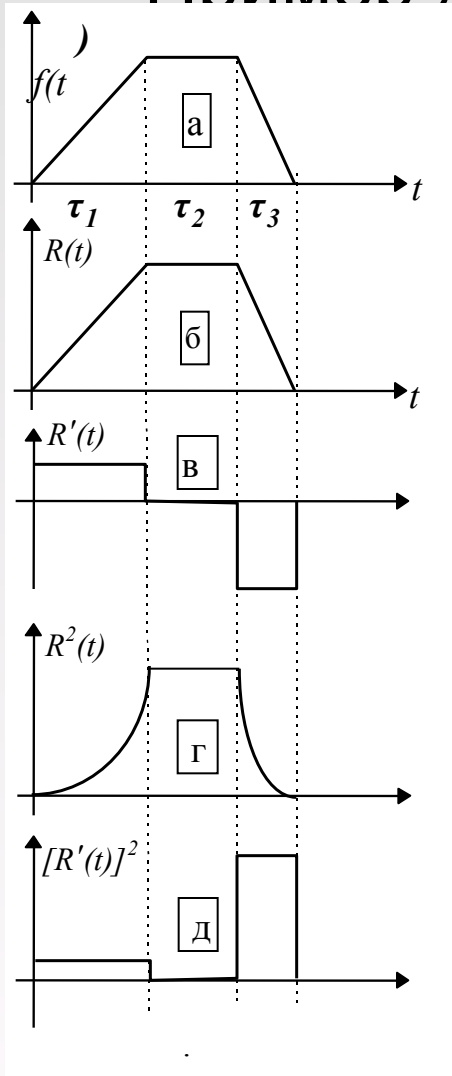
$$R(t) = k \frac{t}{\tau} e^{-(1-\frac{t}{\tau})}, A_c = R(\tau) = k, R'(t) = k \frac{e}{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\overline{N_s^2} = n_s \int_0^{+\infty} \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 e^{2(1-\frac{t}{\tau})} dt = n_s \frac{e^2}{4} \tau \approx n_s 1.847 \tau$$

$$\overline{N_\Delta^2} = n_\Delta \frac{e^2}{4\tau} = n_\Delta \frac{1.847}{\tau}$$

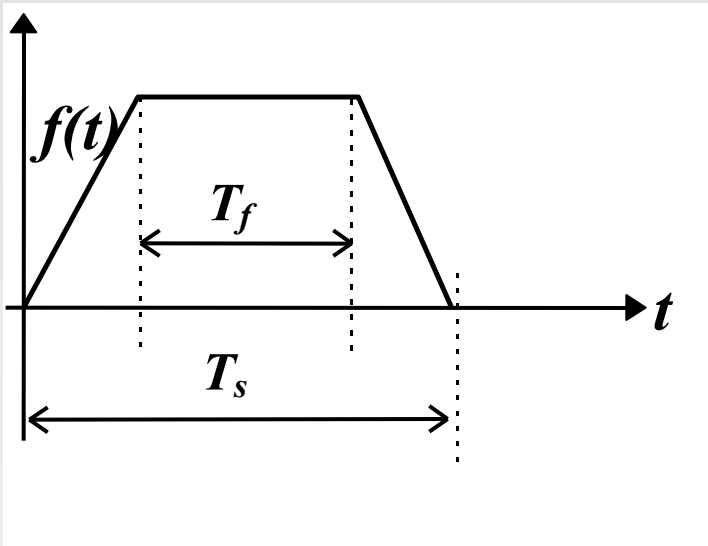
$$\tau_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{n_\Delta}{n_s}}$$

Пример для трапецеидального фильтра



$$\overline{N_s^2} = n_s \left(\int_0^{\tau_1} \frac{t^2}{\tau_1^2} dt + \int_0^{\tau_2} dt + \int_0^{\tau_3} \frac{t^2}{\tau_3^2} dt \right) = n_s \left(\tau_2 + \frac{\tau_1 + \tau_3}{3} \right)$$

$$\overline{N_\Delta^2} = n_\Delta \left(\int_0^{\tau_1} \frac{1}{\tau_1^2} dt + \int_0^{\tau_3} \frac{1}{\tau_3^2} dt \right) = n_\Delta \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_3} \right)$$



При фиксированных T_f и T_s :

$$\tau_2 = T_f, \tau_3 = T_s - T_f - \tau_1$$

$$N_{\Sigma} = n_s \left(\frac{\tau_1}{3} + T_f + \frac{T_s - T_f - \tau_1}{3} \right) + n_{\Delta} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{T_s - T_f - \tau_1} \right)$$

$$\frac{dN_{\Sigma}}{d\tau_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{(T_s - T_f - \tau_1)^2} \Rightarrow \tau_1 = \tau_3 = \frac{T_s - T_f}{2}$$

$$\overline{N_s^2} = \frac{n_s}{3} (2T_f + T_s) \quad \overline{N_{\Delta}^2} = \frac{4n_{\Delta}}{T_s - T_f}$$

$$\tau = \frac{T_s}{2}$$

Сравнение треугольного и RC-CR фильтра

Треугольный фильтр: $\overline{N_s^2} = n_s 0.667\tau \quad \overline{N_{\Delta}^2} = \frac{2n_{\Delta}}{\tau}$

RC-CR фильтр: $\overline{N_s^2} = n_s 1.847\tau \quad \overline{N_{\Delta}^2} = \frac{1.847n_{\Delta}}{\tau}$

При оптимальной постоянной времени треугольный фильтр лучше на 26%

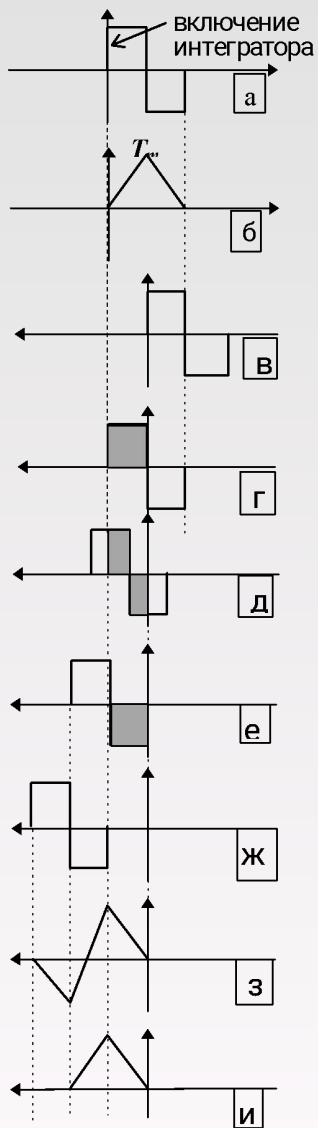
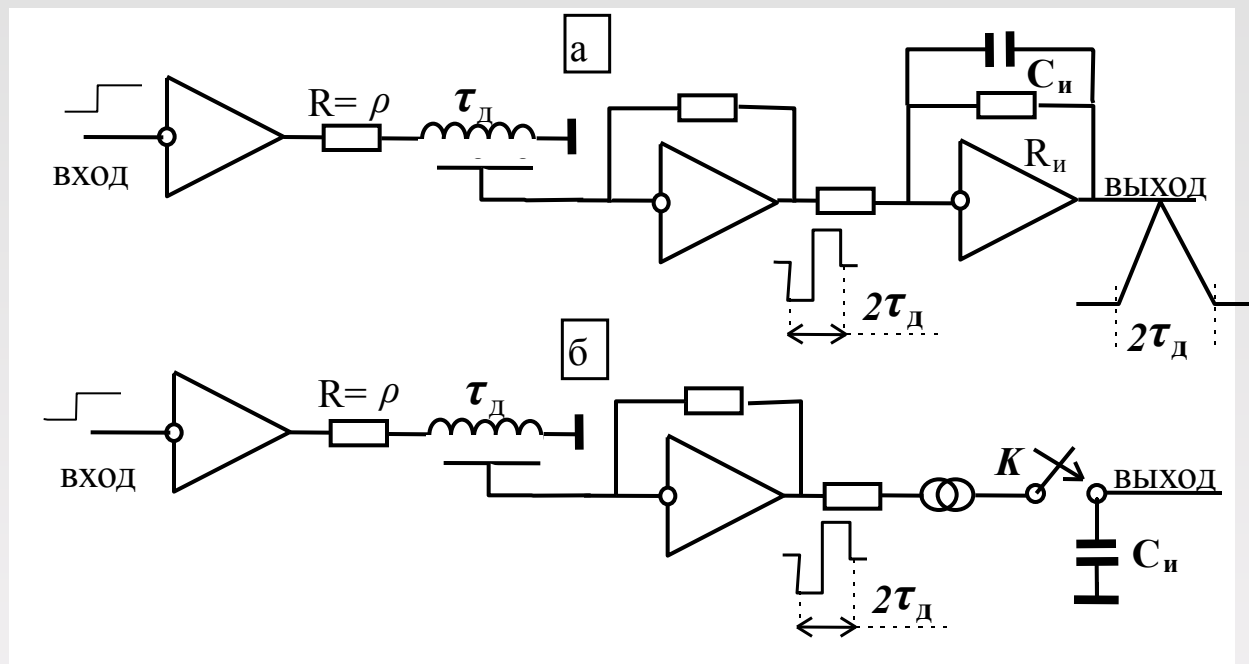


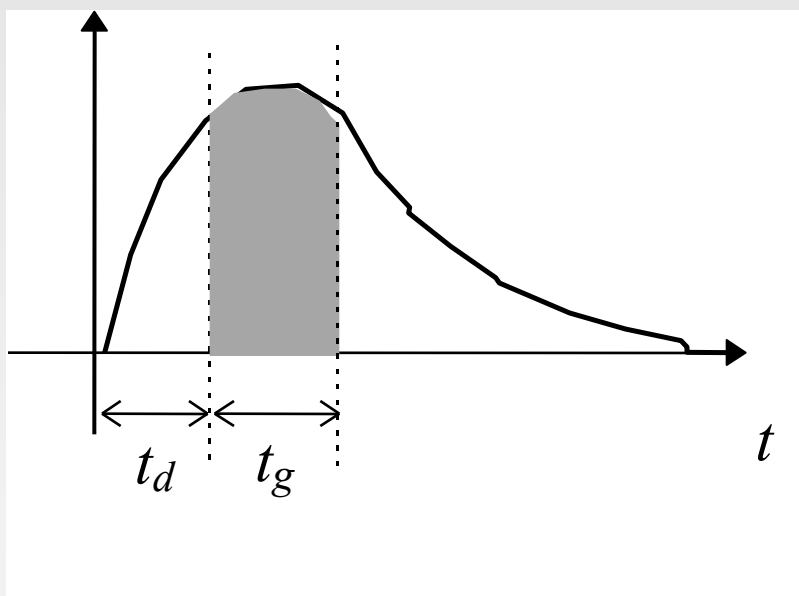
Рис. 5.11



$$\overline{N_s^2} = n_s \tau, \quad \overline{N_\Delta^2} = n_\Delta \frac{6}{\tau}$$

Треугольный время-вариантный фильтр хуже аналогичного время-инвариантного на 46%

Фильтр «RC-CR+управляемый интегратор»



Применяя дополнительный интегратор, можно несколько улучшить шумовую характеристику или увеличить быстродействие системы:

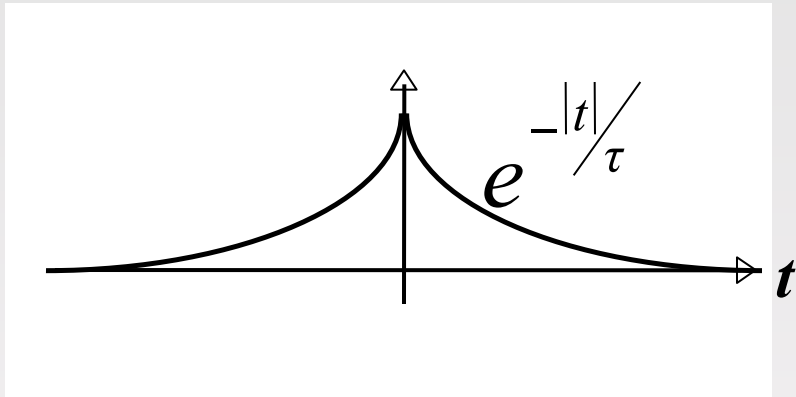
Например, если $\frac{\tau}{\tau_{\text{опт}}} = 0.2; \frac{\tau_g}{\tau} = 2.5$

то относительный шум = 1, а быстродействие увеличено в 5 раз

t_g/τ	0	0,5	1,0	1,6	1,7	1,8	2,5	4,2	10,0
относительный шум	1,0	0,927	0,887	0,87	0,87	0,87	0,886	1,0	1,55

шум

Оптимальный фильтр



$$\overline{N_s^2} = 2n_s \int_0^{+\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = n_s \tau$$

$$\overline{N_\Delta^2} = \frac{2n_\Delta}{\tau^2} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = \frac{n_\Delta}{\tau}$$

SNR лучше на 36% по сравнению с RC-CR фильтром

Резюме

- Оптимальная фильтрация
- Сравнительный анализ фильтров методом шумовых индексов. *RC-CR* фильтр. *Время-инвариантный трапецеидальный фильтр*. *Время вариантный фильтр*. *Фильтр «RC-CR+управляемый интегратор»*
- *Оптимальный фильтр*