Решение простейших тригонометрических уравнений

Для успешного решения простейших тригонометрических уравнений необхо

1) уметь отмечать точки на числовой окружности;

2) уметь определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса точек числовой окружности;

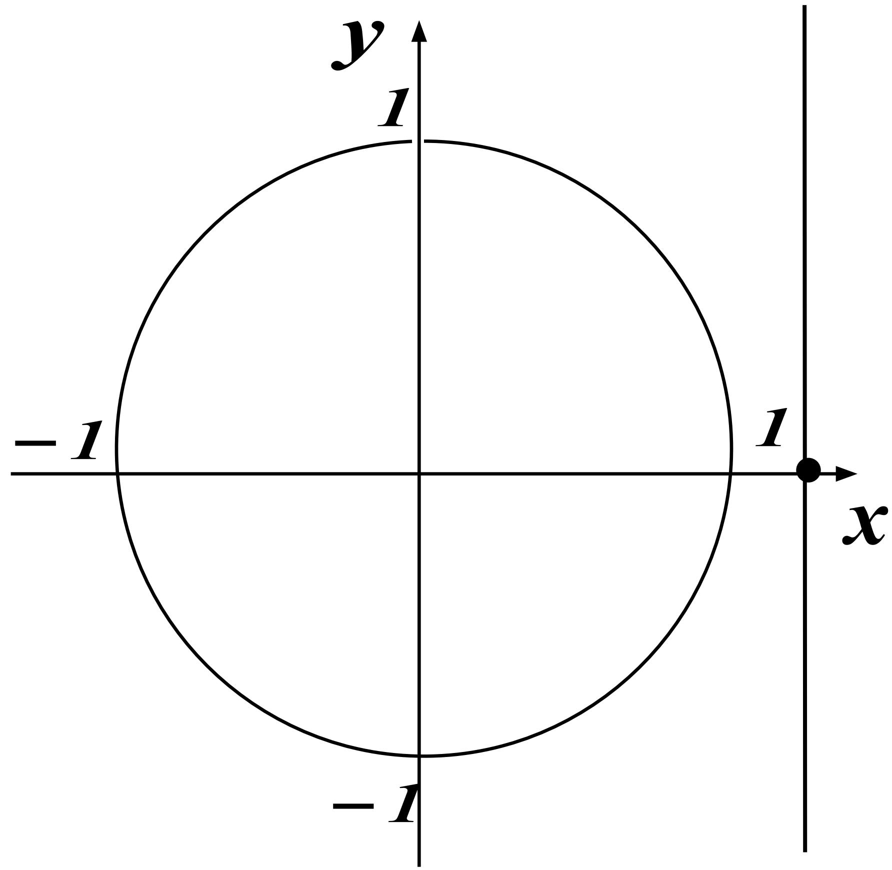
3) знать свойства основных тригонометрических функций;

4) знать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса.

Решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

1) |a|>1



Нет точек пересечения с окружностью.

Уравнение не имеет решений.

Решение уравнений cos t=a.

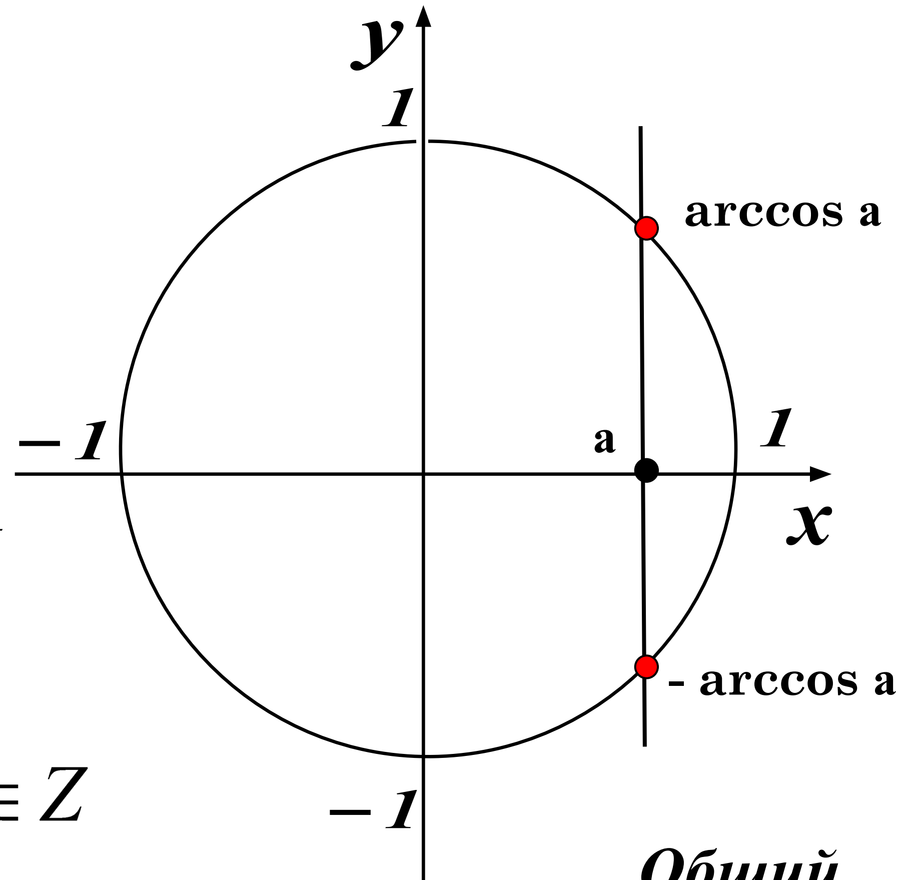
Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

2) |a|<1

$$t = \left[\begin{array}{l} \arccos a + 2\pi k \\ -\arccos a + 2\pi k \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm arcCos a + 2\pi k, k \in Z$$



<u>Общий случай</u>

Решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

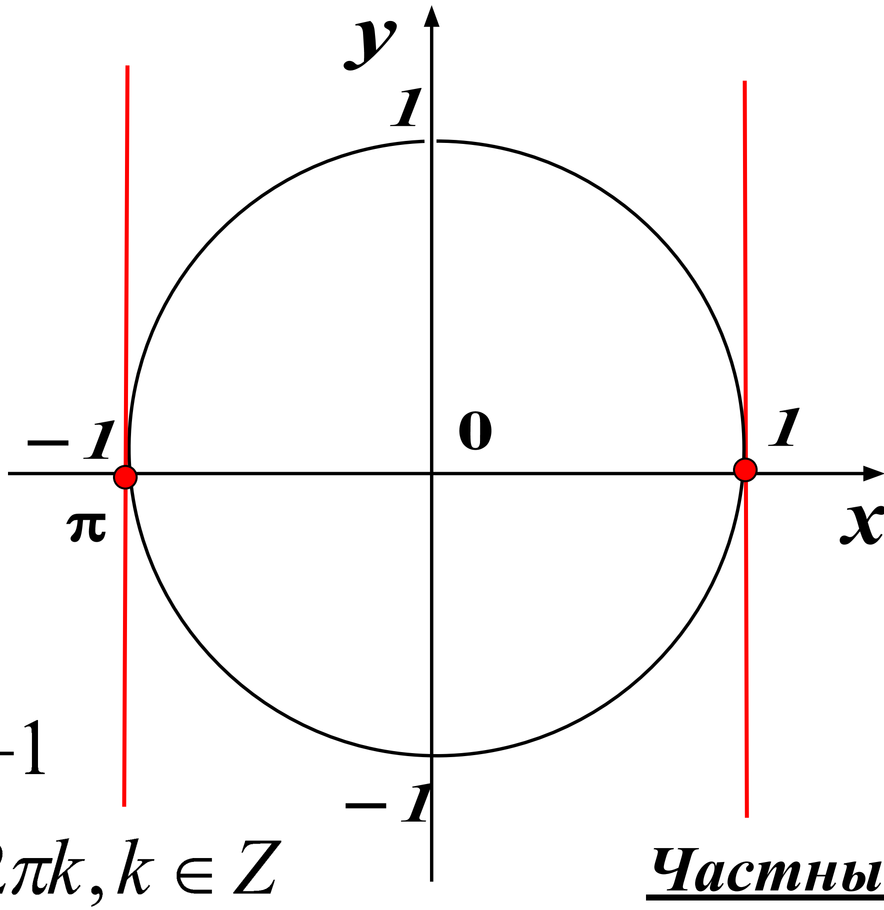
3) |a|=1

$$Cost = 1$$

$$t = 2\pi k, k \in Z$$

$$Cost = -1$$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in Z$$



Частные случаи

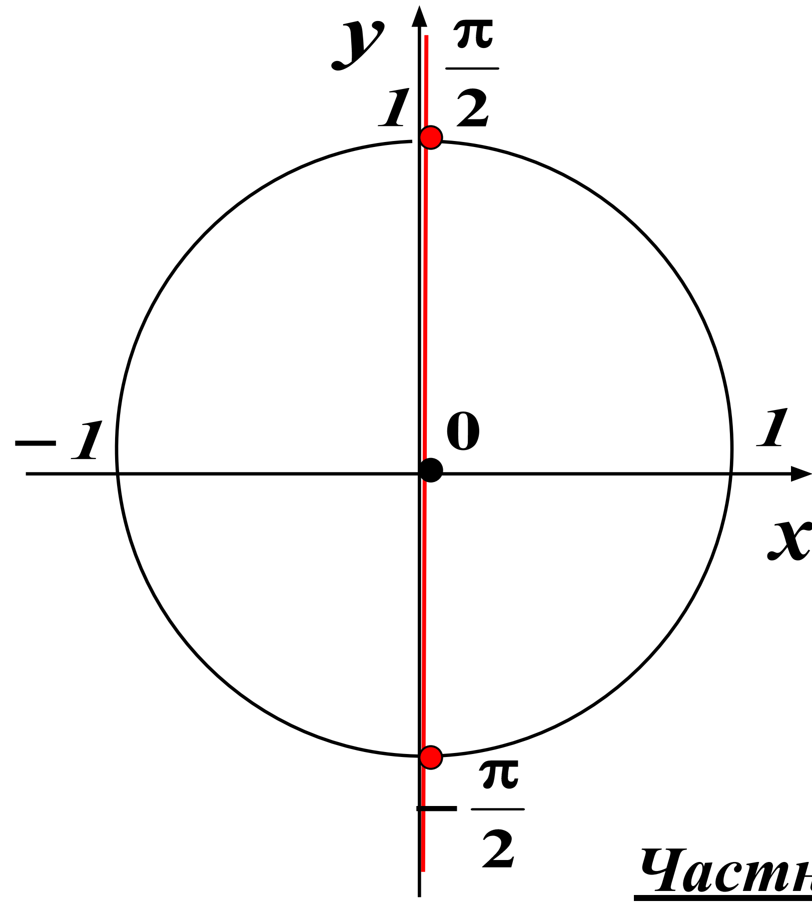
Решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

4) a=0

$$Cost = 0$$

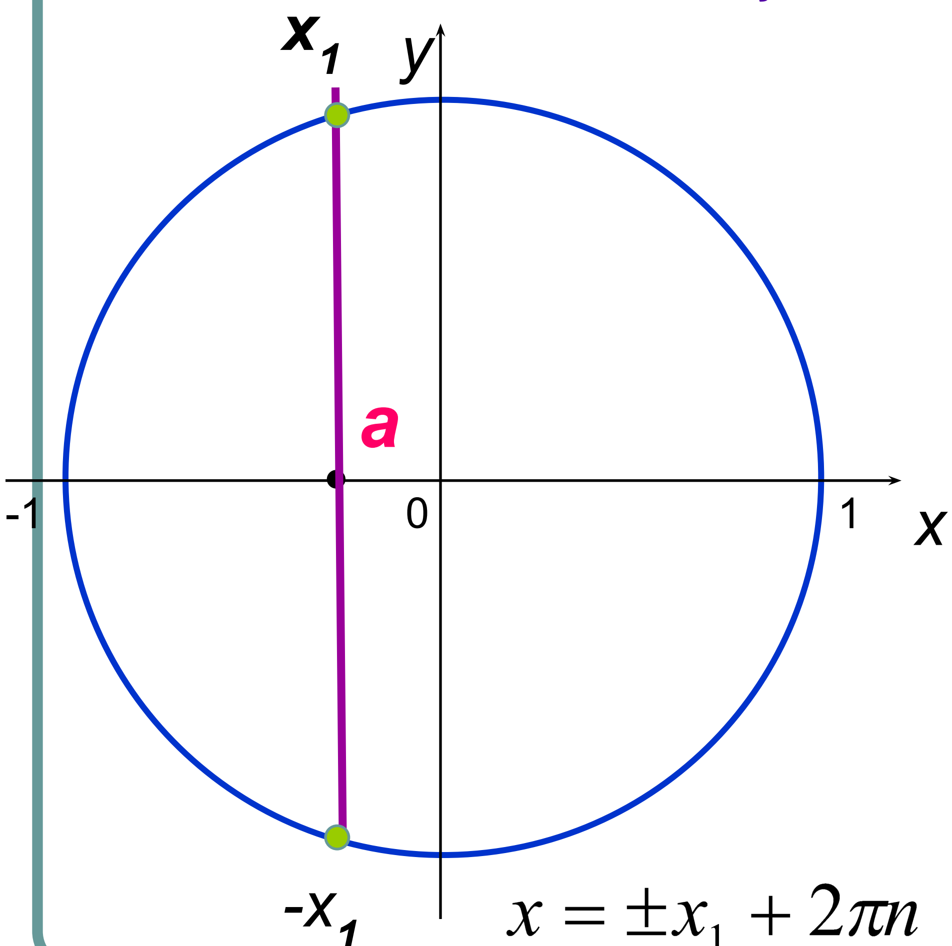
$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$



Частный случай

Уравнение **cos x = a** называется простейшим тригонометрическим уравнением

Решается с помощью единичной окружности



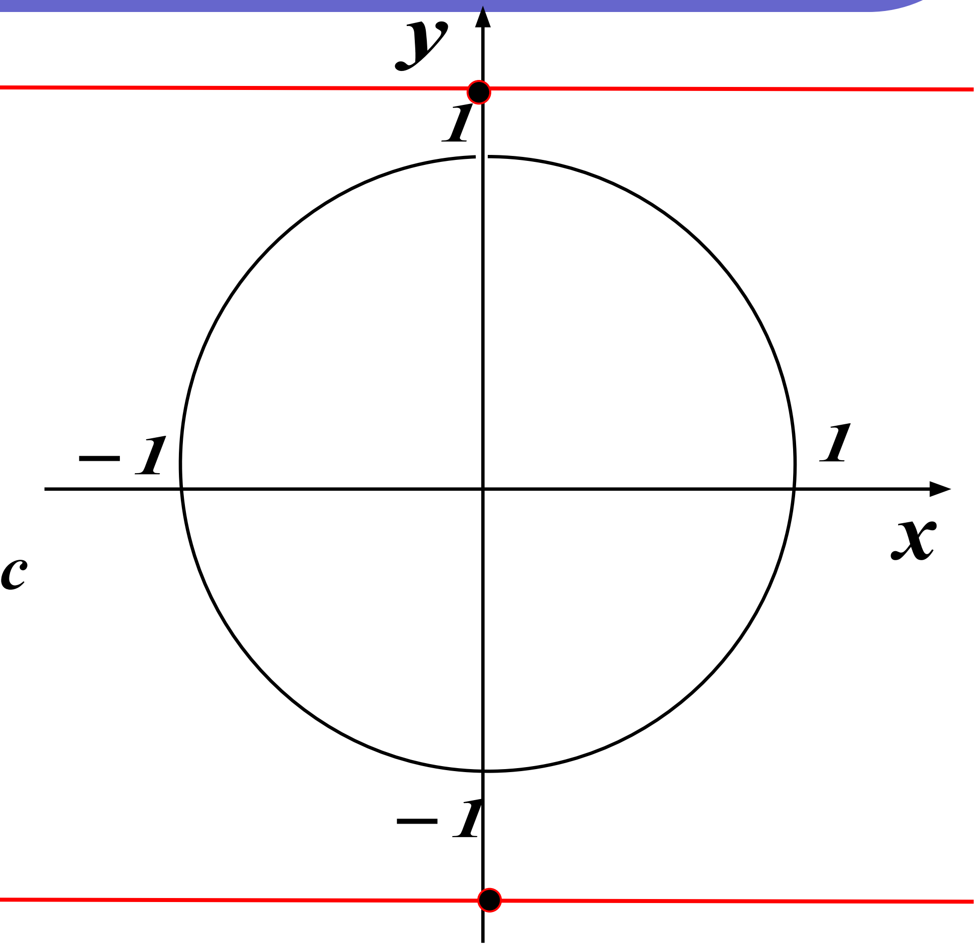
1. Проверить условие | *a* | ≤ 1
2. Отметить точку *a* на оси абсцисс (линии косинусов)
3. Провести перпендикуляр из этой точки к окружности
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.
5. Полученные числа– решения уравнения *cosx* = *a.*
6. Записать общее решение уравнения.

$x = \pm x_1 + 2\pi n$ $\quad n \in Z$

Решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

1) |a|>1

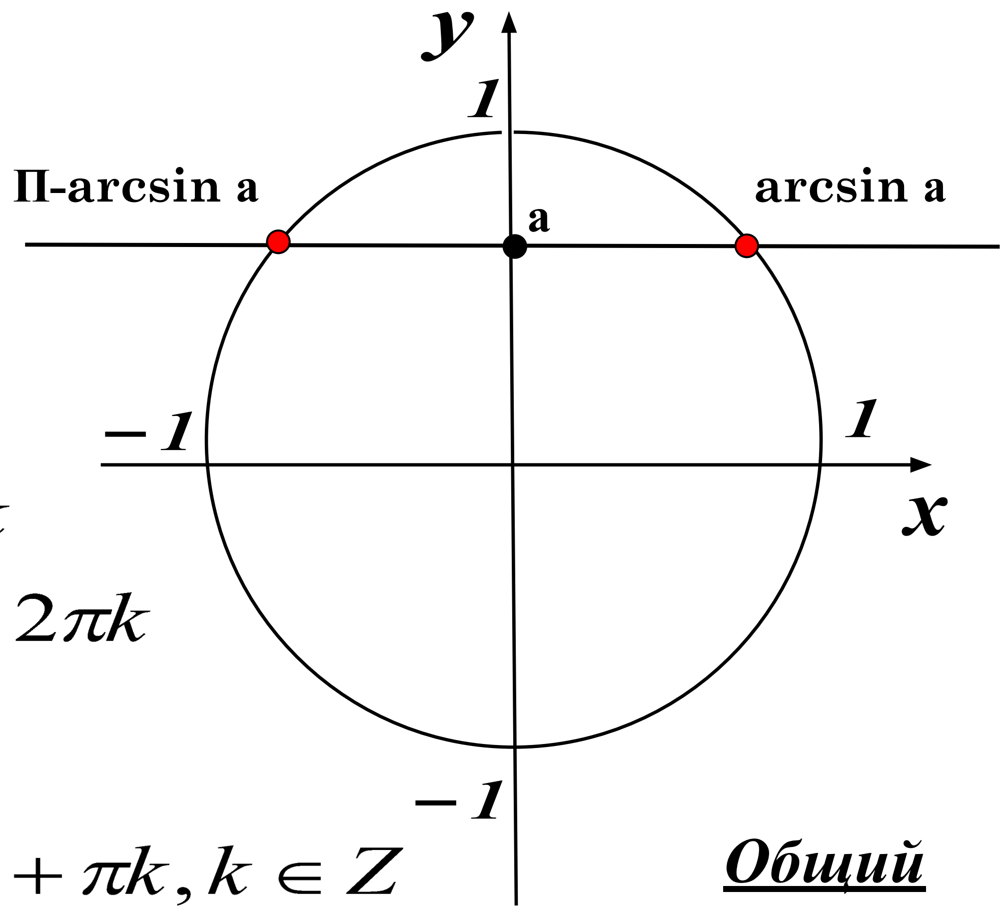


Нет точек пересечения с окружностью.
Уравнение не имеет решений.

Решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

2) |a|<1



$$t=\left[\begin{array}{l}\arcsin a+2\pi k\\ \pi-\arcsin a+2\pi k\end{array}\right.$$

или

$$t=(-1)^k\,arcSina+\pi k,\,k\in Z$$

<u>Общий случай</u>

Решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

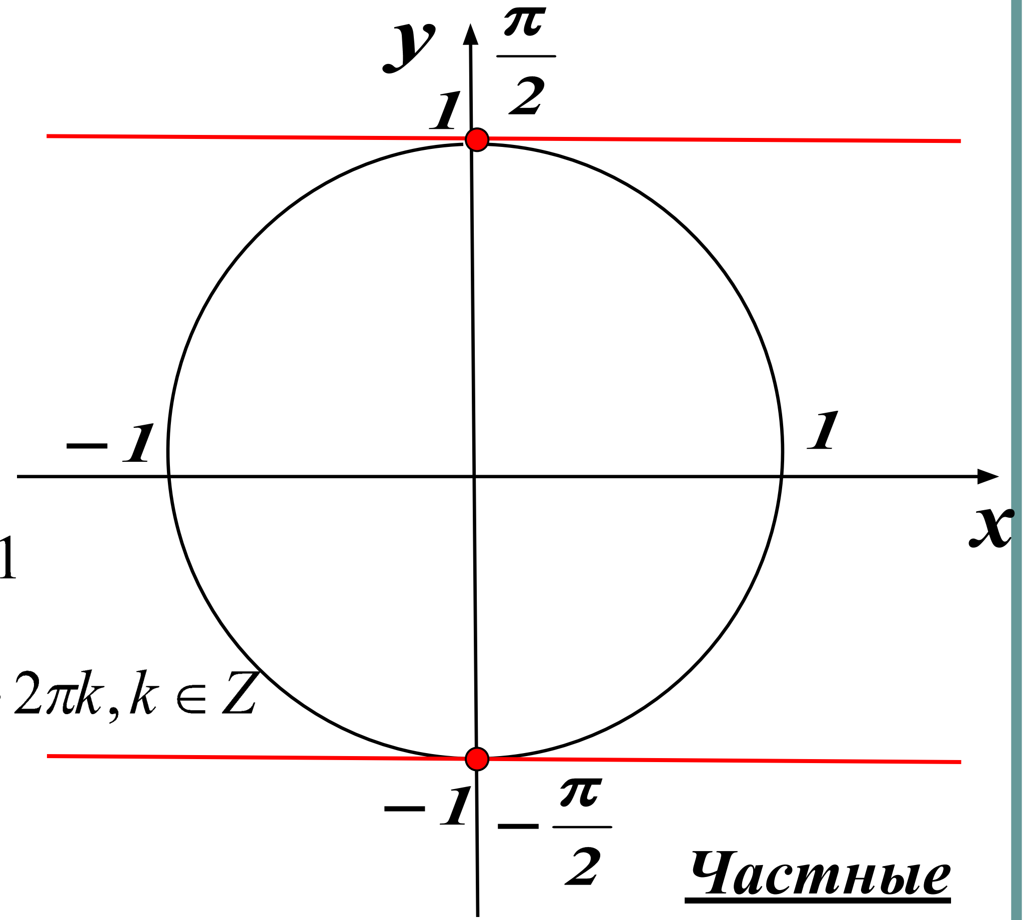
3) IaI=1

$$S\,\mathrm{int} = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$S\,\mathrm{int} = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$



Частные случаи.

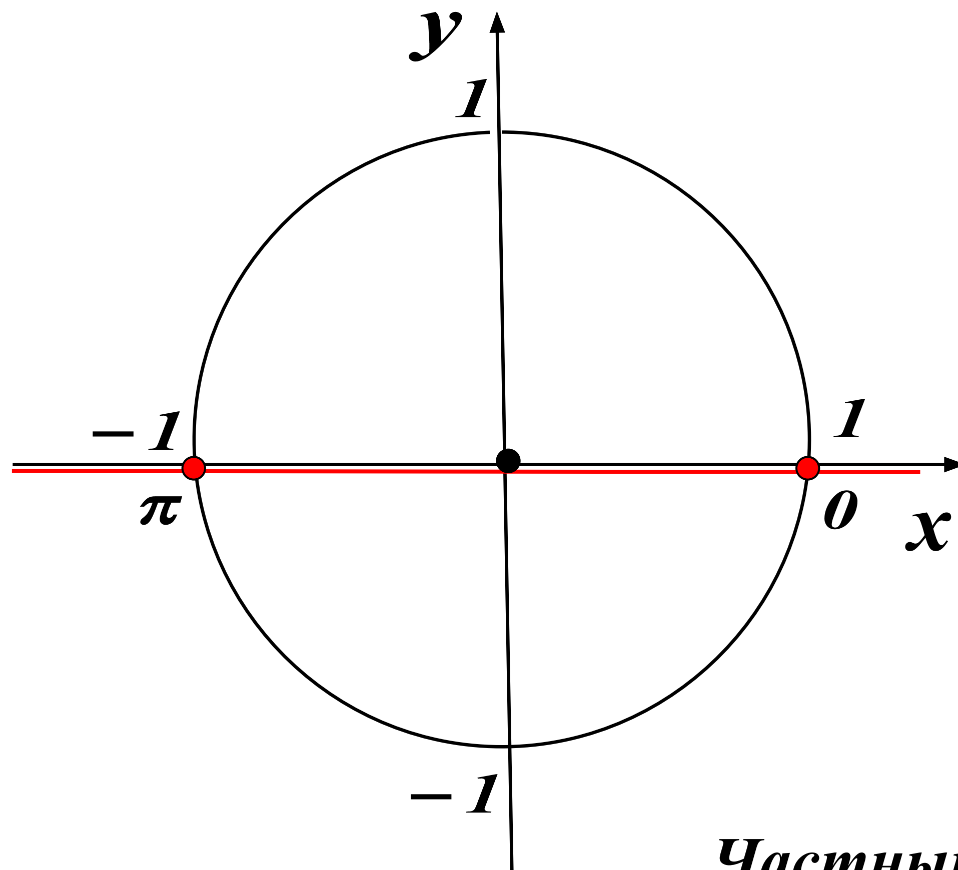
Решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

4) a=0

$$S\operatorname{int} = 0$$

$$t = \pi k, k \in Z$$



Частный случай

Пример уравнения

$$2Sin4x - \sqrt{3} = 0$$

Уравнение сводится к простейшему переносом слагаемого и делением обеих частей на коэффициент аргумента.

t

$$Sin4x = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$4x = (-1)^k arcSin\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$4x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$$

Разделим обе части на 4.

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{4}, k \in Z$$

Ответ: $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{4}, k \in Z$

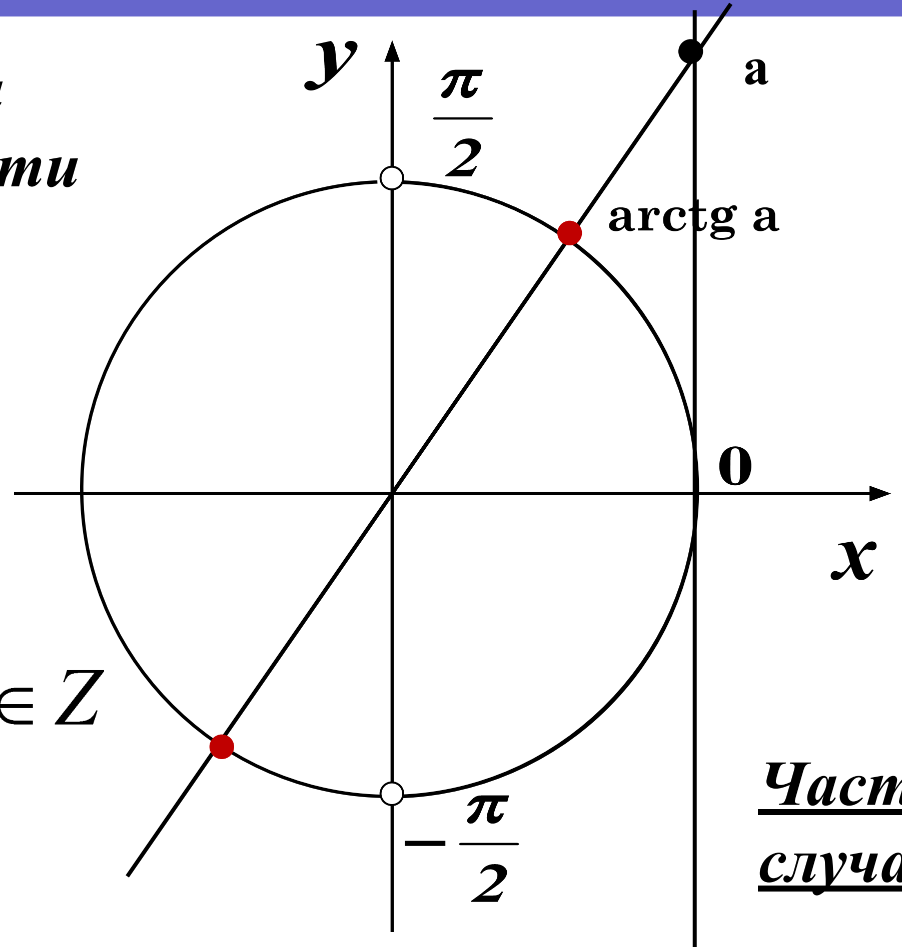
Решение уравнений tg t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение tg t=a.

а – любое число.

$$tgt = a$$

$$t = arctga + \pi k, k \in Z$$



Частных случаев нет

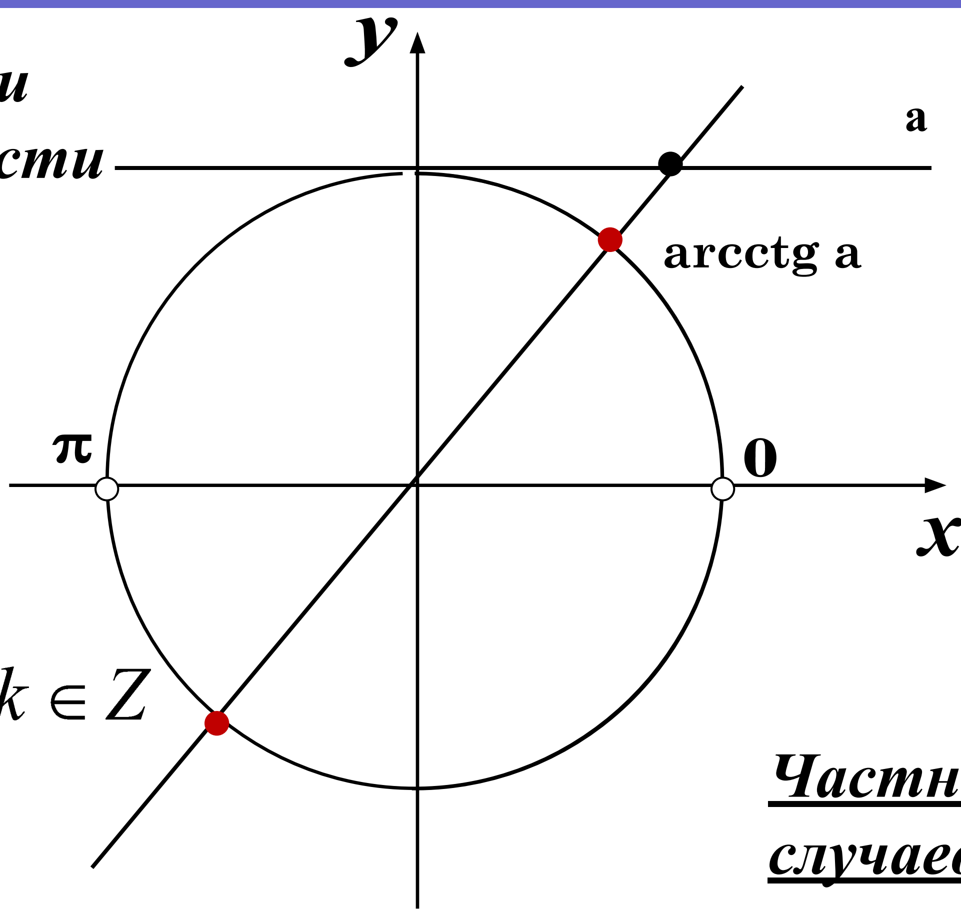
Решение уравнений ctg t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение ctg t=a.

а – любое число.

$$ctgt = a$$

$$t = arcctga + \pi k, k \in Z$$



<u>Частных случаев нет</u>

Работа в группах

$$\grave{a})Cosx = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\hat{a})tg\tilde{o} = 1;$$

$$\acute{a})\ Sinx = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\tilde{a})ctg\tilde{o} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ответы

$$\grave{a})\,\tilde{o} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathrm{Z};$$

$$\acute{a})\,\tilde{o} = (-1)^k\,\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathrm{Z};$$

$$\hat{a})\,\tilde{o} = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathrm{Z};$$

$$\tilde{a})\,\tilde{o} = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathrm{Z}.$$

Самостоятельная работа

I вариант	II вариант	III вариант
à)$Cosx = \frac{1}{2}$;	à)ctgõ $= 1$;	à) $Sinx = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
á)tgõ $= \frac{1}{\sqrt{3}}$;	á) $Sinx = -\frac{1}{2}$;	á)tgõ $= -\sqrt{3}$;
â) $Sinx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.	â)$Cosx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.	â)$Cosx = -1$.