

ЭЛЕМЕНТЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ.

Статистика – это точная наука, изучающая методы сбора, анализа и обработки данных, которые описывают массовые действия, явления и процессы

Математическая статистика – это раздел математики, изучающий методы сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений случайных массовых явлений с целью выявления существующих закономерностей.

СТАТИСТИКА ИЗУЧАЕТ:

- ❖ численность отдельных групп населения страны и ее регионов;
- ❖ производство и потребление разнообразных видов продукции;
- ❖ перевозку грузов и пассажиров различными видами транспорта;
- ❖ природные ресурсы и многое другое.

Результаты статистических исследований широко используются для практических и научных выводов.

В настоящее время статистика начинает изучаться уже в средней школе, в ВУЗах это обязательный предмет, потому что связан со многими науками и отраслями.

Чтобы увеличить количество продаж в магазине, чтобы улучшить качество знаний в школе, чтобы двигать страну по экономическому росту, надо проводить статистические исследования и делать соответствующие выводы. И это должен уметь каждый.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Ряд данных - это ряд результатов каких-либо измерений.

Например:

- 1) измерения роста человека
 - 2) Измерения веса человека (животного)
 - 3) Показания счетчика (электроэнергии, воды, тепла...)
 - 4) Результаты в беге на стометровку
- И т.д.

Объемом ряда данных называется количество всех данных.

Например: дан ряд чисел 1; 3; 6; -4; 0 объем его будет равен 5. Почему?

Показатели вариации

Размахом вариационного ряда называют абсолютную величину разности между максимальными и минимальными значениями (вариантами) изучаемого признака

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

дискретный вариационный ряд

x_i	13	14	15	16	17
m_i	12	22	28	30	8

интервальный вариационный ряд

x_i	100-120	120-140	140-160	160-180
m_i	9	16	11	4

Размах вариации

- **Пример 1.**

В ряду чисел 3,8,15,30,_,24 пропущено одно число. Найдите его, если размах ряда равен 40. В ответе указать сумму возможных вариантов

- **Решение:**

$$x_{\max} = 30$$

$$x_{\min} = 3$$

$$R = 30 - 3 = 27 \neq 40$$

$$40 = x - 3 \Rightarrow x = 43 \quad \text{либо} \quad 40 = 30 - x \Rightarrow x = -10$$

$$43 + (-10) = 33$$

Ответ: 33

Пример.

Для выборки определить объем, размах, найти статистический ряд и выборочное распределение:

3, 8, -1, 3, 0, 5, 3, -1, 3, 5

Объем: $n = 10$, размах = $8 - (-1) = 9$

Статистический ряд:

x_i	-1	0	3	5	8
-------	----	---	---	---	---

n_i	2	1	4	2	1
-------	---	---	---	---	---

Выборочное распределение:

x_i	-1	0	3	5	8
-------	----	---	---	---	---

$\frac{n_i}{n}$	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----

(убеждаемся $0,2 + 0,1 + 0,4 + 0,2 + 0,1 = 1$)

Модой ряда данных называется число ряда, которое встречается в этом ряду наиболее часто.

Медиана с нечётным числом членов – это число, записанное посередине.

Медиана с чётным числом членов - это среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Например: определить медиану ряда чисел.

1) 6; -4; 5; -2; -3; 3; 3; -2; 3. Ответ: -3

2) -1; 0; 2; 1; -1; 0; 2; -1. Ответ: 0

Полигон распределения – это зависимость абсолютной частоты варианта m_i от значения варианта x_i . Эту зависимость можно представить в виде таблицы.



Рассмотрим простейшую задачу данного типа.

Задача:

Измерение роста детей младшей группы детского сада представлено выборкой: 92, 96, 95, 96, 94, 97, 98, 94, 95, 96.

Найдем некоторые характеристики этой выборки.

Решение

Размер выборки (число измерений; N): 10.

Наименьшее значение выборки: 92. Наибольшее значение выборки: 98.

Размах выборки: $98 - 92 = 6$.

Запишем ранжированный ряд (варианты в порядке возрастания):

92, 94, 94, 95, 95, 96, 96, 96, 97, 98.

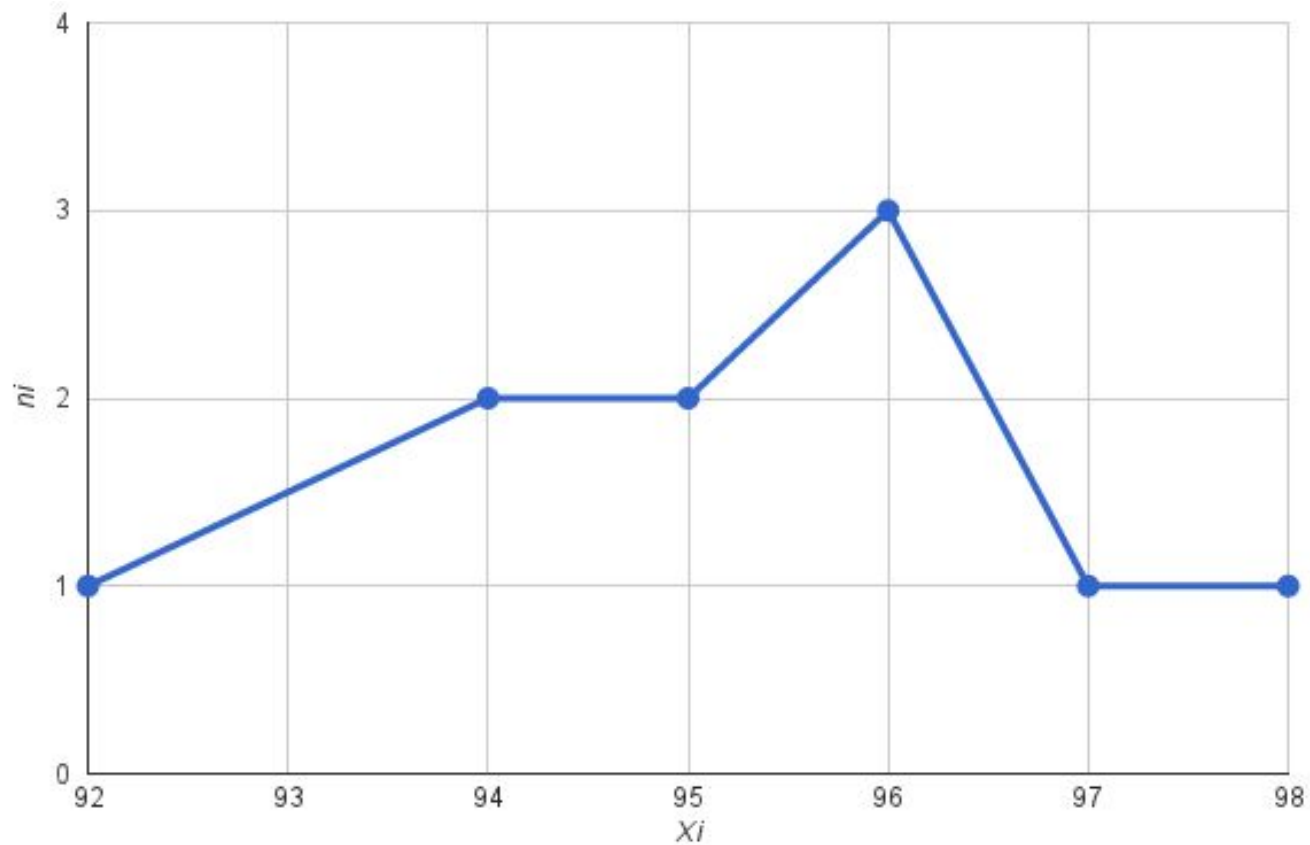
Сгруппируем ряд и запишем в таблицу (каждой варианте поставим в соответствие число ее появлений):

x_i	92	94	95	96	97	98	N
n_i	1	2	2	3	1	1	10

Вычислим относительные частоты и накопленные частоты, результат запишем в таблицу:

x_i	92	94	95	96	97	98	Итого
n_i	1	2	2	3	1	1	10
	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	1
Накопленные частоты	1	3	5	8	9	10	

Построим полигон частот выборки (отметим на графике варианты по оси Ox , частоты по оси Oy , соединим точки линией).



Математическое ожидание - случайной

величины X (обозначается $M(X)$ или реже $E(X)$) характеризует среднее значение случайной величины (дискретной или непрерывной).

Мат. ожидание - это первый начальный момент заданной СВ.

Математическое ожидание относят к так

называемым **характеристикам положения** распределения (к которым также принадлежат мода и медиана). Эта характеристика описывает некое усредненное положение случайной величины на числовой оси.

Скажем, если матожидание случайной величины - срока службы лампы, равно 100 часов, то считается, что значения срока службы сосредоточены (с обеих сторон) от этого значения (с тем или иным разбросом, о котором уже говорит дисперсия).

Пример 1. Вычислить математическое ожидание дискретной случайной

величины X , заданной рядом:

X_i -1 2 5 10 20

P_i 0.1 0.2 0.3 0.3 0.1

Используем формулу для м.о. дискретной случайной величины:

$$M(x) = \sum x_i \cdot p_i.$$

Получаем:

$$M(x) = \sum x_i \cdot p_i = -1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 5 \cdot 0.3 + 10 \cdot 0.3 + 20 \cdot 0.1 = 6.8.$$

Математическое ожидание дискретной случайной величины.

Говоря простым языком, это *среднеожидаемое значение* при многократном повторении испытаний. Пусть случайная величина принимает значения с вероятностями соответственно. Тогда математическое ожидание данной случайной величины равно сумме произведений всех её значений на соответствующие вероятности:

или в свёрнутом виде:

математическое ожидание – это уже НЕ СЛУЧАЙНАЯ величина.

Пример:

Мистер X играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 100 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько в среднем проигрывает игрок с каждой поставленной сотни?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

Решение: поскольку игрок выигрывает в 18 случаях из 37, то закон распределения его выигрыша имеет следующий

	0	200
X	$\frac{19}{37}$	$\frac{18}{37}$

Вычислим математическое ожидание:

Таким образом, с каждой поставленной сотни игрок в среднем проигрывает 2,7 рубля.

Вычислим, например, математическое ожидание случайной величины – количества выпавших на игральном кубике очков:

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5 \text{ очка}$$

В чём состоит вероятностный смысл полученного результата? Если подбросить кубик достаточно много раз, то *среднее значение* выпавших очков будет близко к 3,5 – и чем больше провести испытаний, тем ближе.

Это статистическая вероятность.

Теперь вспомним нашу гипотетическую игру

U	-5	2,5	10
	0,5	0,4	0,1

Возникает вопрос: а выгодно ли вообще играть в эту игру? ...у кого какие впечатления? Так ведь «навскидку» и не скажешь! Но на этот вопрос можно легко ответить, вычислив математическое ожидание, по сути – *средневзвешенный* по вероятностям выигрыш:

$$E(U) = (-5) \cdot 0,5 + 2,5 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,1 = -2,5 + 1,0 + 1,0 = -0,5$$

таким образом, математическое ожидание данной игры **проигрышно**.

Не верь впечатлениям – верь цифрам!

Упорядоченными рядами данных называются ряды, в которых данные расположены по какому то правилу.

Как упорядочить ряд чисел?

Записать числа так, чтобы каждое последующее число было не меньше (не больше) предыдущего; или записать некоторые названия «по алфавиту»...

Таблица распределения данных – это таблица упорядоченного ряда, в котором вместо повторений одного и того же числа записывается количество повторений.

И наоборот, если известна таблица распределения, то можно составить упорядоченный ряд данных.

Номинативный ряд данных – это НЕ
ЧИСЛОВЫЕ ДАННЫЕ, а например,
имена; названия; номинации...

Например:

список финалистов чемпионатов мира по
футболу с 1930

года: Аргентина, Чехословакия, Венгрия,
Бразилия, Венгрия,

Швеция, Чехословакия, ФРГ, Италия,
Нидерланды,

Нидерланды, ФРГ, ФРГ, Аргентина,
Италия, Бразилия,

Бразилия, Франция

Вероятность случайного события равна дроби, в знаменателе которой содержится число всех равновероятных возможностей, из которых состоит достоверное событие, а в числителе – число тех возможностей, при которых рассматриваемое событие происходит.

Процентная частота - (частота \cdot 100%)

Например: если частота результата равна $5:19=0,263157\dots$, то

процентная частота будет равна: $0,263 \cdot 100 = 26,3\%$

Часто ответы для процентных частот могут быть

Группировка данных – применяется когда различных результатов измерений слишком много. Т.е их объединяют в группы.

При группировке различных данных информация становится менее точной.

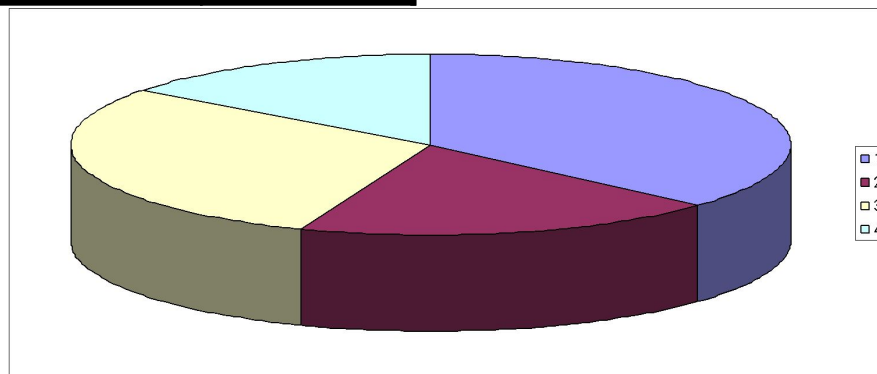


СПОСОБЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ:

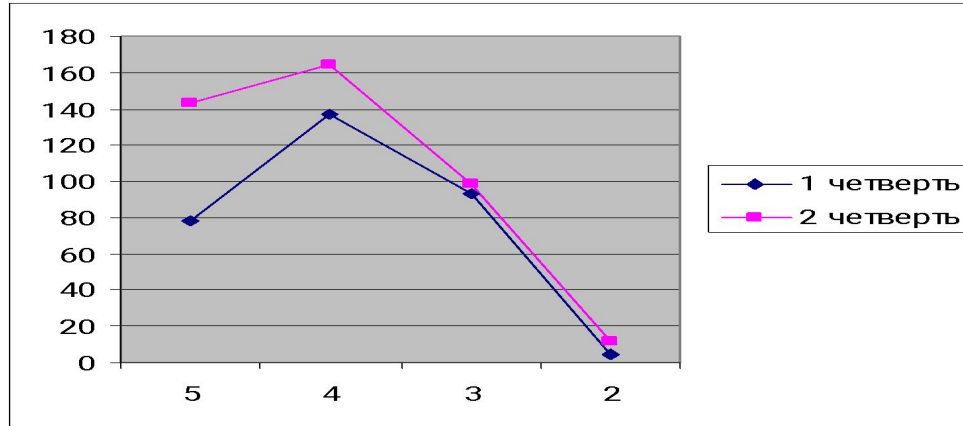
Таблица

Год обучения	1-4 кл.	5-9 кл	10-11 кл
2007-2008	250	254	80
2008-2009	253	248	78
2009-2010	258	240	73

Диаграмма круговая (каламбер)



График



Гистограмма (столбчатая диаграмма)

