

Признак  
перпендикулярности  
плоскостей.

## *Определение*

*Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.*

# Теорема

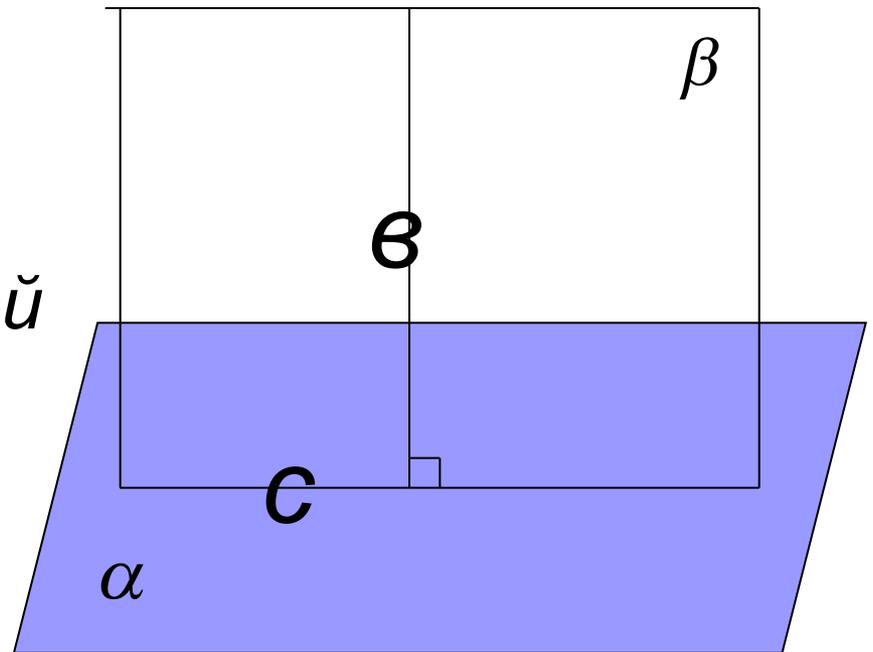
Признак  
перпендикулярности  
плоскостей.

Если плоскость  
проходит через прямую,  
перпендикулярную другой  
плоскости, то эти  
плоскости  
перпендикулярны.

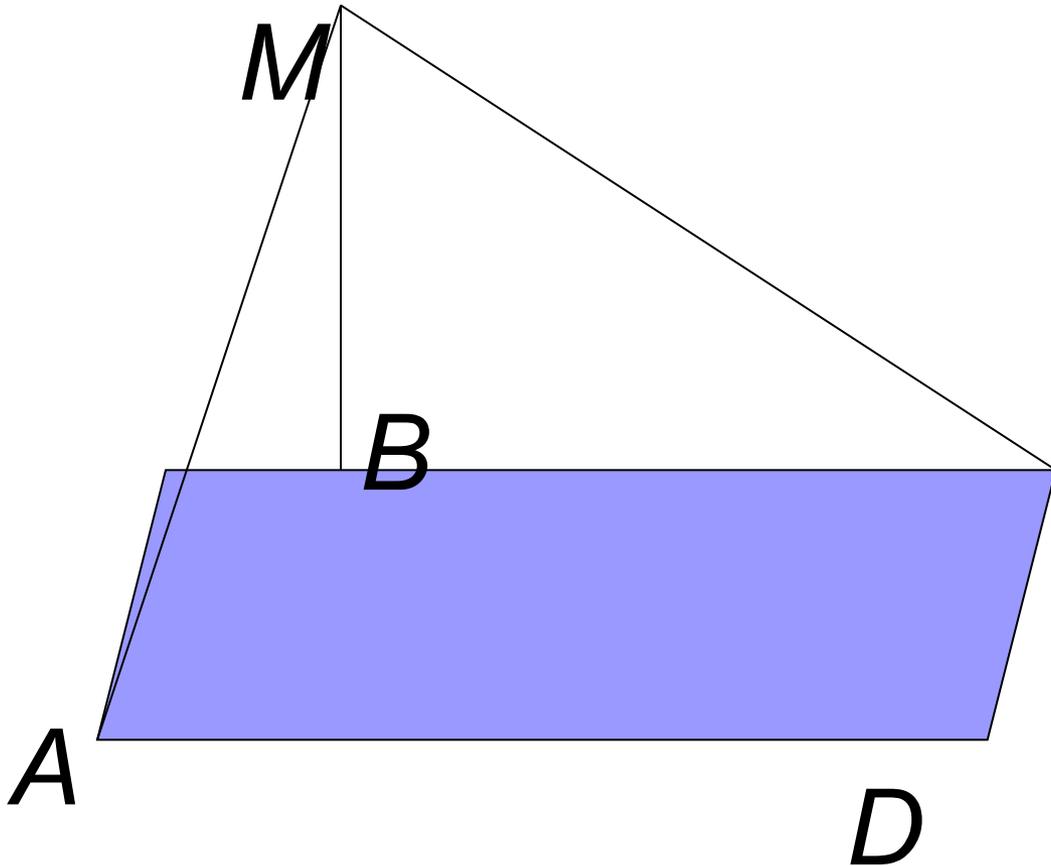
$$\alpha \perp b$$

$$b \in \beta$$

$$\alpha \cap \beta = c \Rightarrow \alpha \perp \beta$$



# Устная задача



$ABCD$  –  
прямоугольник

$MB$  перпендикулярна  
плоскости  
прямоугольника

**С** Доказать  
перпендикулярност  
ь плоскостей  $(ABM)$   
и  $(MCB)$

# Задача

Дано:  $\alpha \cap \beta = a, \alpha \perp \beta$

$b \in \beta, b \perp a$

Доказать:  $b \perp \alpha$

Доказательство: 1)  $b \cap \alpha = A$

2) проведём  $c \in \alpha; c \perp a; c \cap \alpha = A$

3) т.к.  $b \cap c = A \Rightarrow \exists \gamma$

4)  $\alpha \perp \gamma$ , т.к.  $c \perp a$  и  $b \perp a$

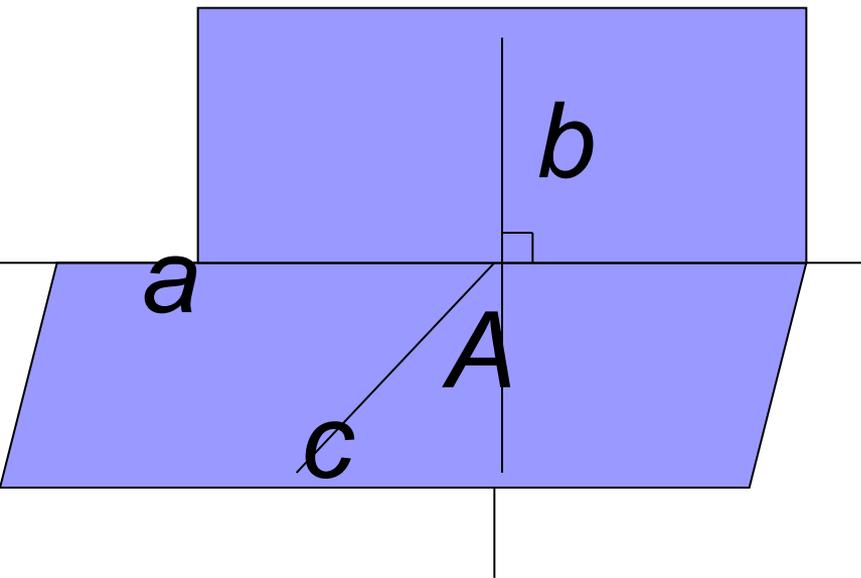
$\alpha \perp \beta, a \perp \gamma$

5)  $\gamma \cap \alpha = c, \gamma \cap \beta = b \Rightarrow b \perp c$

6)  $b \perp a, b \perp c, a \cap c = A$

и в силу  $\alpha \perp \beta$   $\Rightarrow b \perp \alpha$  (

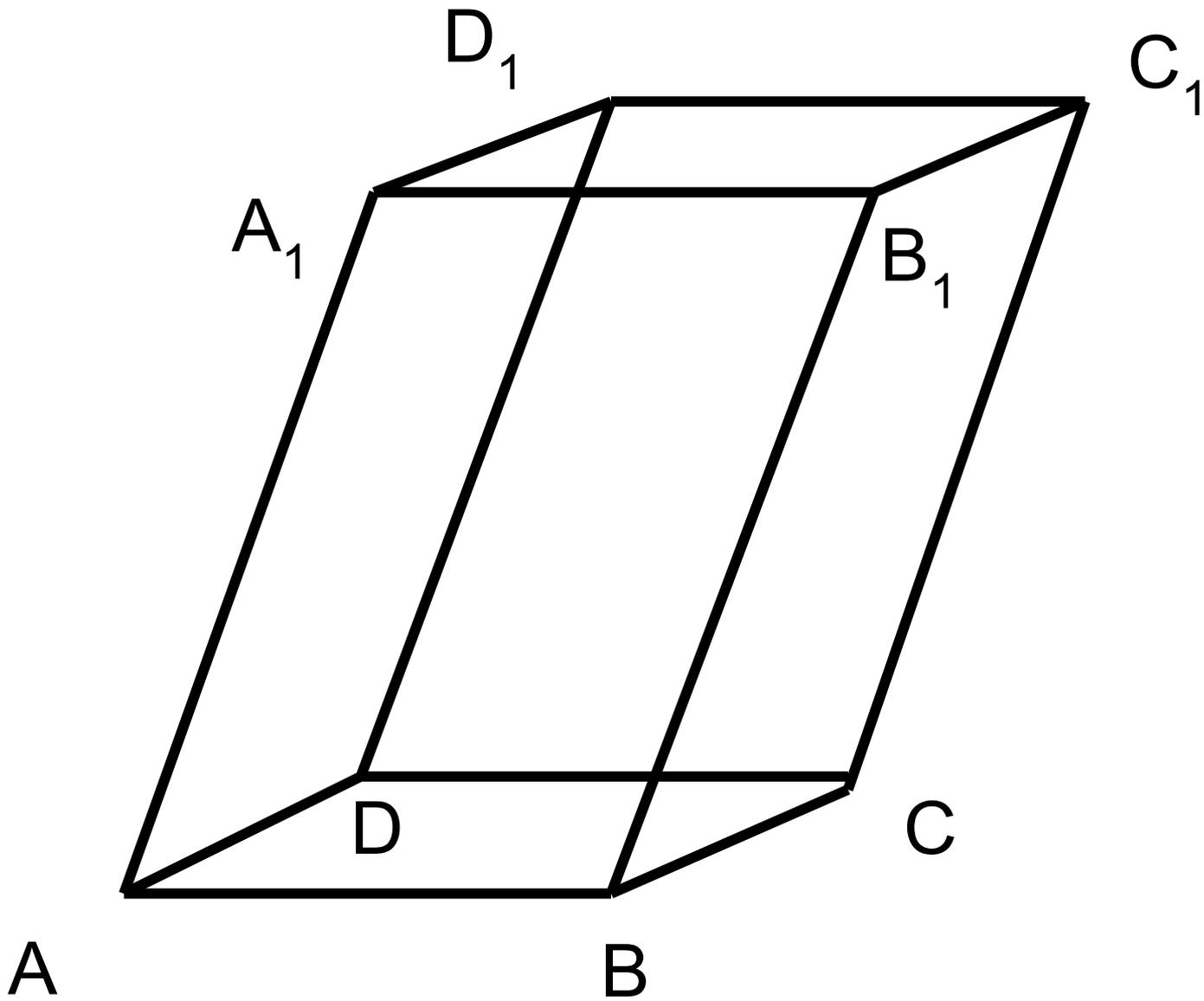
перпендикулярности прямой и плоскости)

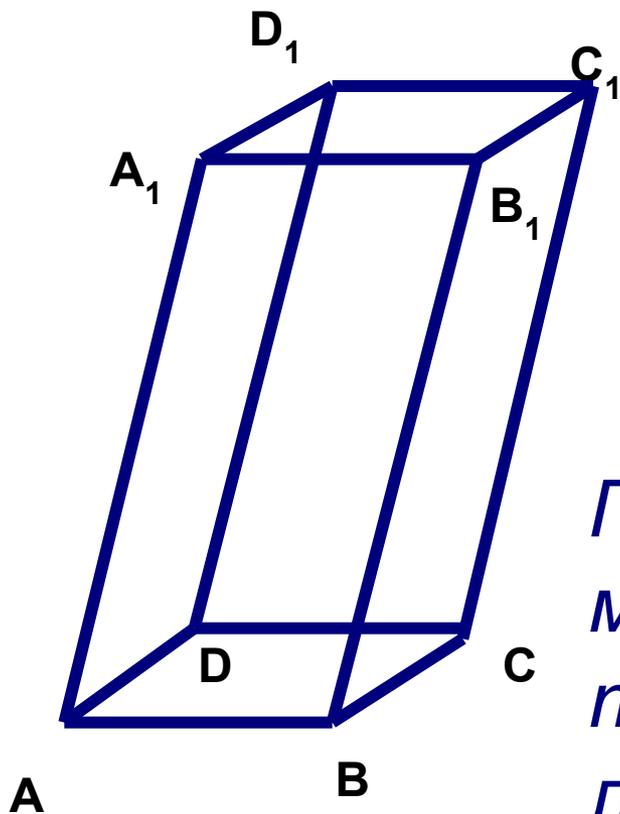




У

ПРЯМОУГОЛЬНИК ПАРALLEлельный



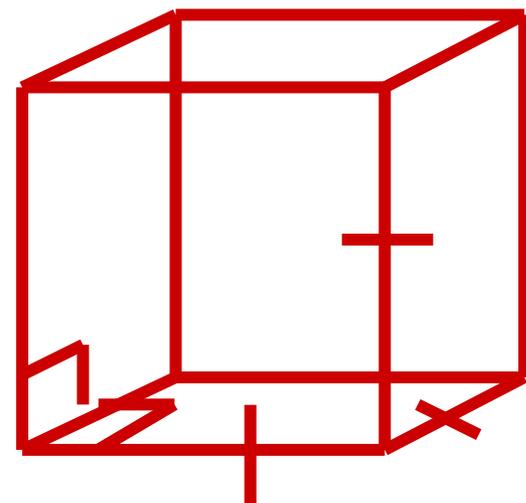
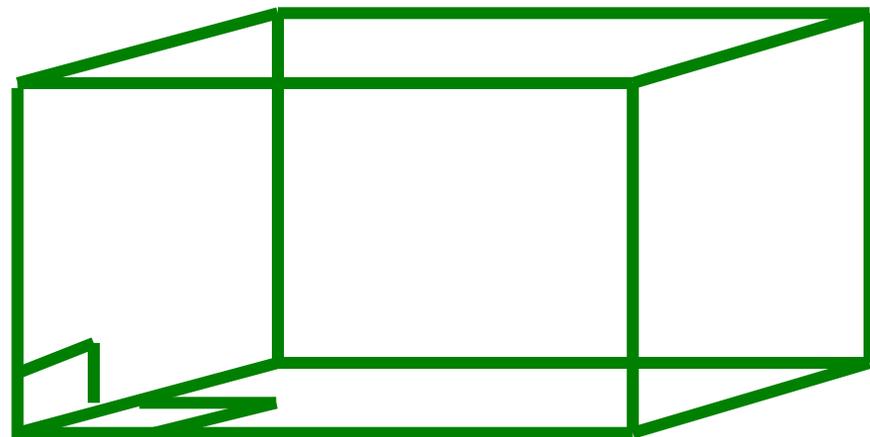
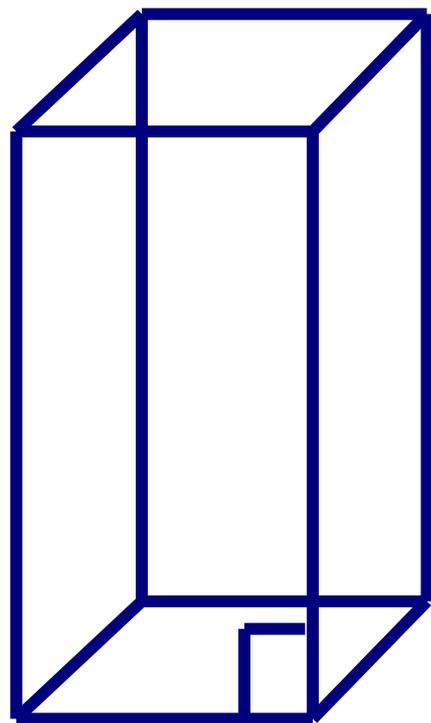
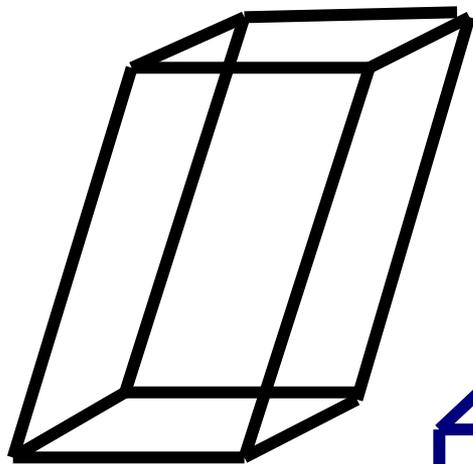


## ОПРЕДЕЛЕНИЕ.

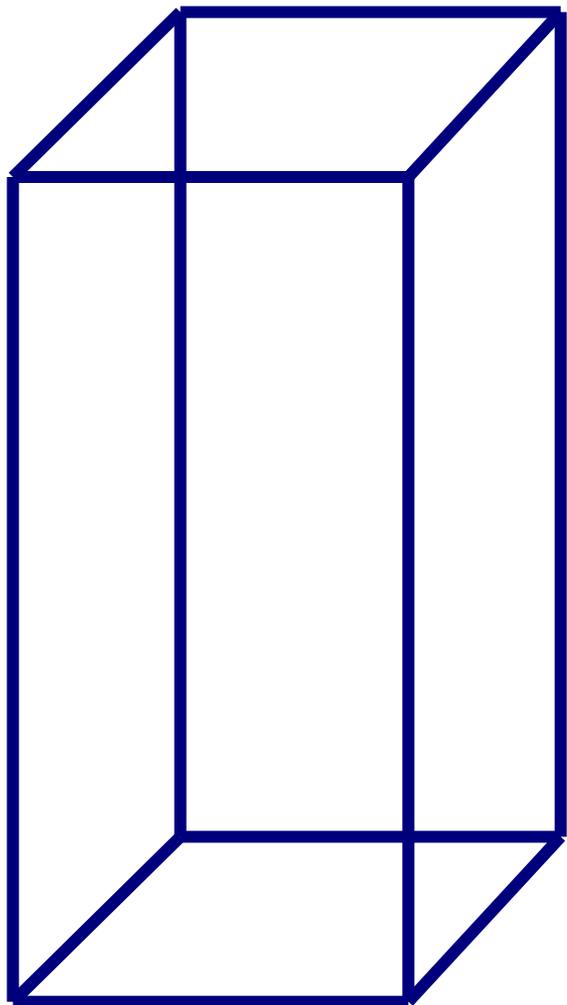
*Геометрическое тело или многогранник, состоящий из трёх пар равных параллелограммов лежащих в параллельных плоскостях, называется параллелепипедом*

*(Назвать вершины, рёбра, грани и их количество.)*

# ***ВИДЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА***

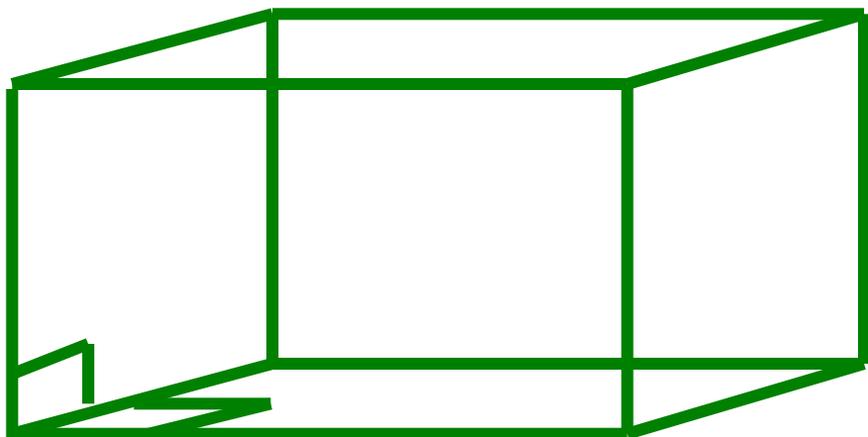


# ***ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД***



***Параллелепипед,  
у которого боковые  
стороны перпендику-  
лярны основанию,  
называется прямым.***

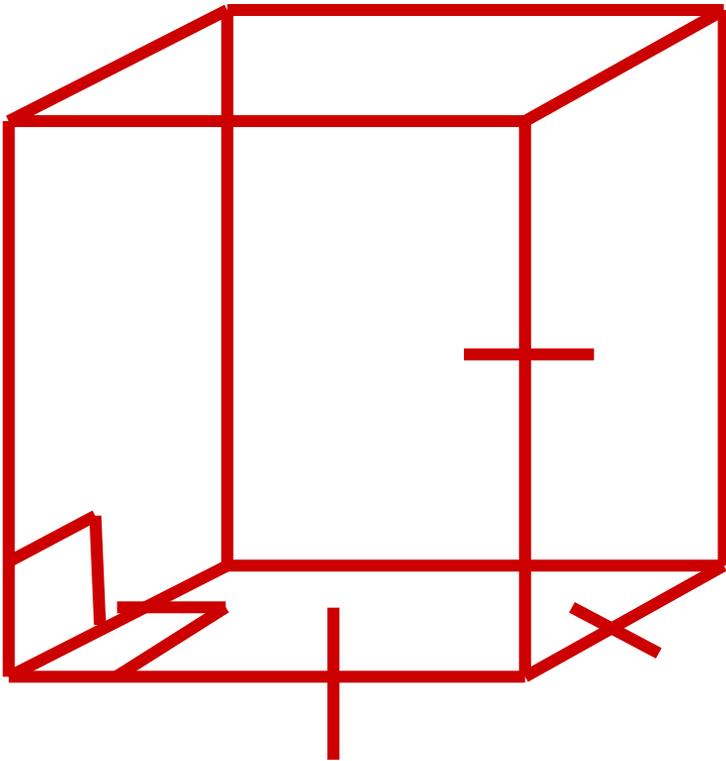
# **ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД**



***Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые рёбра перпендикулярны к основанию, а основания являются прямоугольниками.***

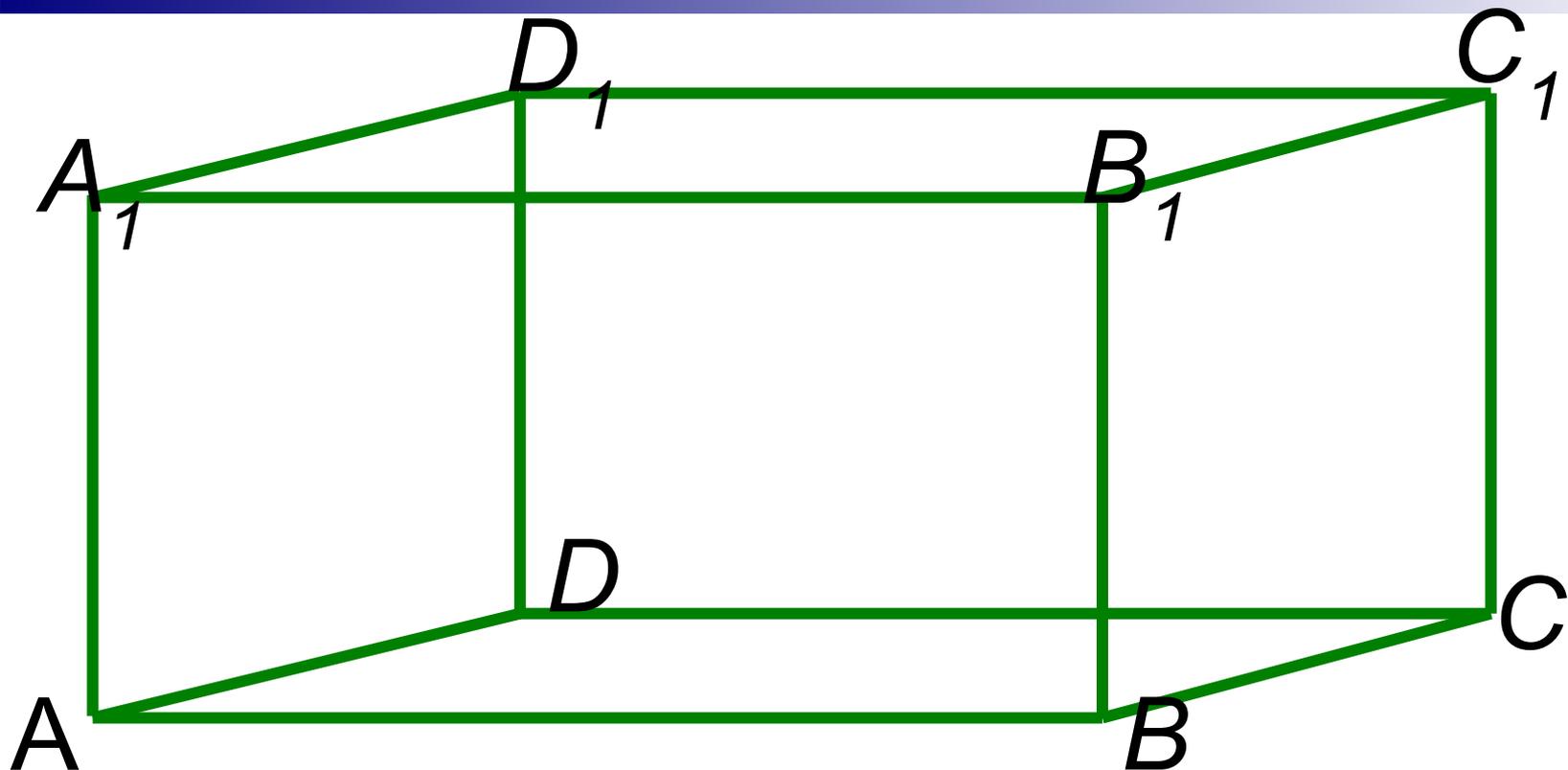
**ПРАВИЛЬНЫЙ**

**ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД**

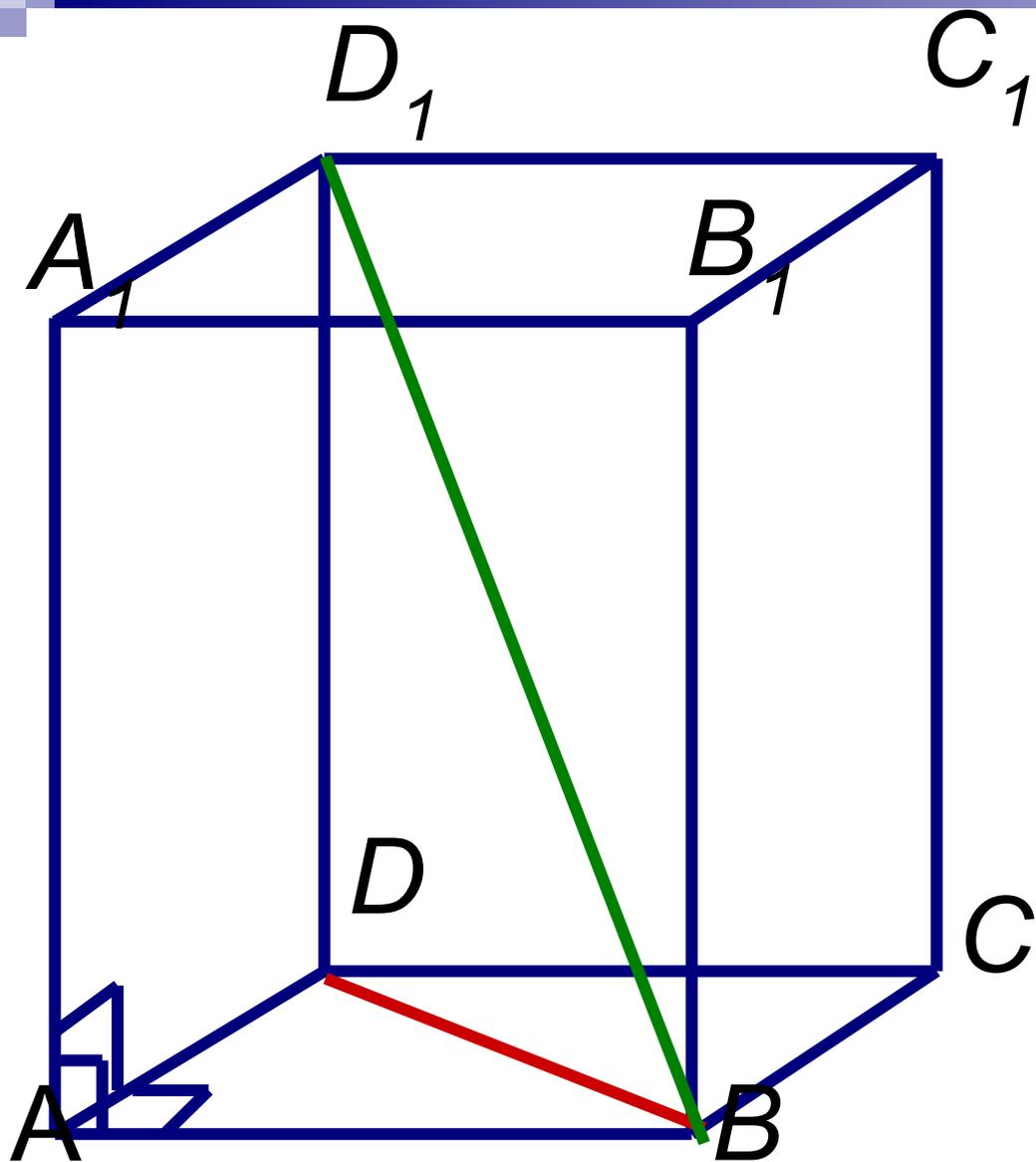


**куб**

**( Дать определение куба )**



- 1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.*
- 2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.*



**С<sub>1</sub> Доказать:**

$$AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

**Доказательство:**

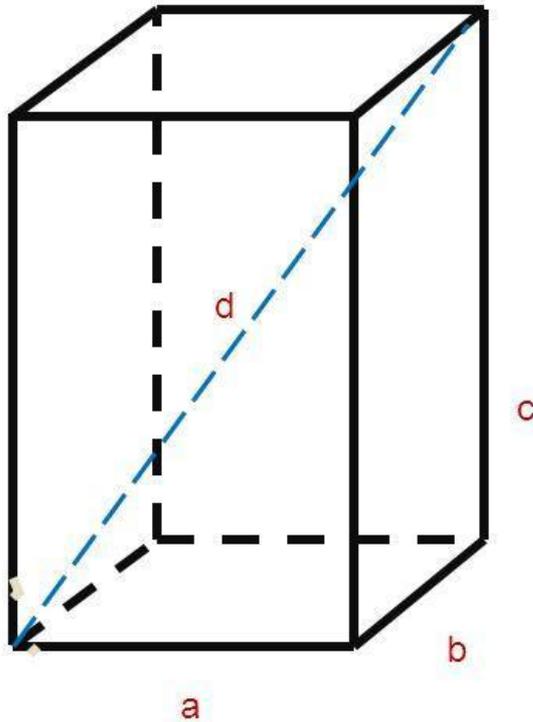
1.  $\triangle ABD$  –  
прямоугольный  
По т. Пифагора  
 $DB^2 = AB^2 + AD^2$

2.  $\triangle BDD_1$  –  
прямоугольный  
По т. Пифагора  
 $BD_1^2 = BD^2 + DD_1^2$

3. Из 1 и 2 следует:  $AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$

## Задача.

Найти недостающие элементы прямоугольного параллелепипеда:



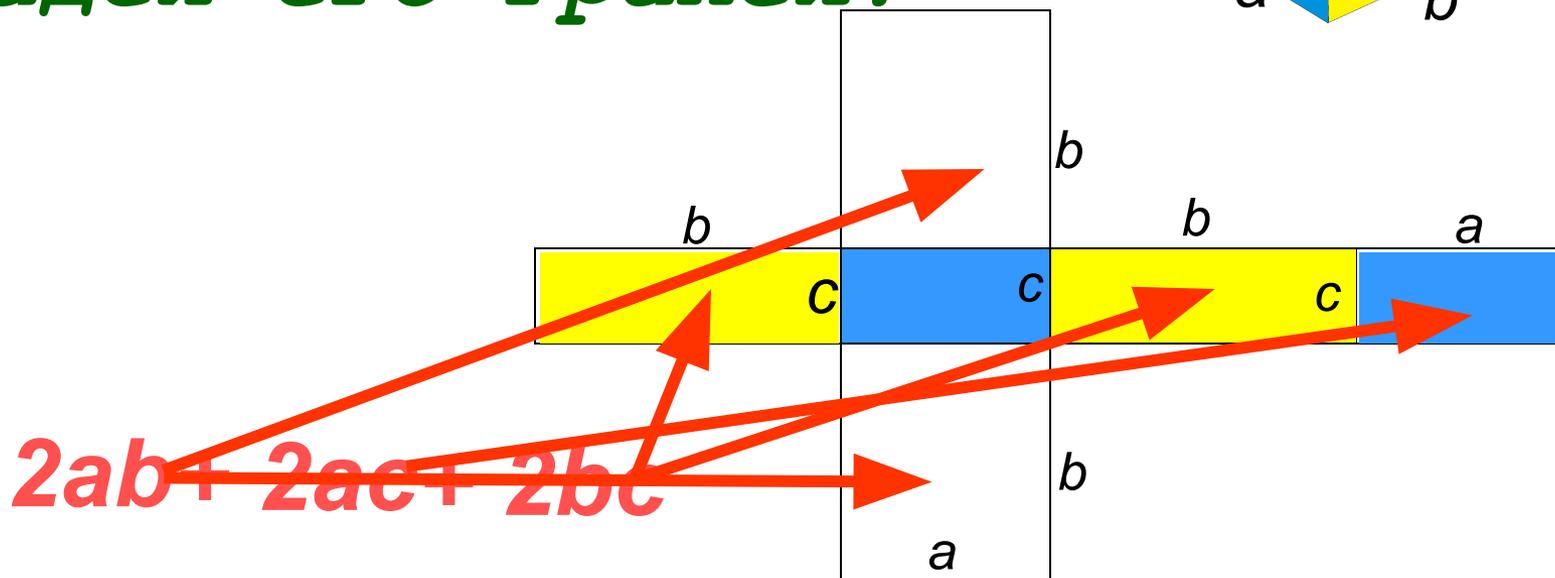
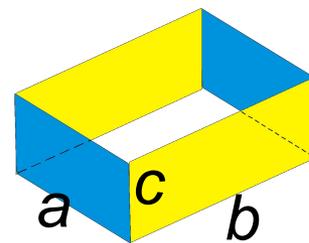
1.  $a=2, b=4, c=4, d=?$

2.  $a=?, b=6, c=5, d=10$

3.  $a=3, b=7, c=?, d=\sqrt{74}$

# Площадь поверхности

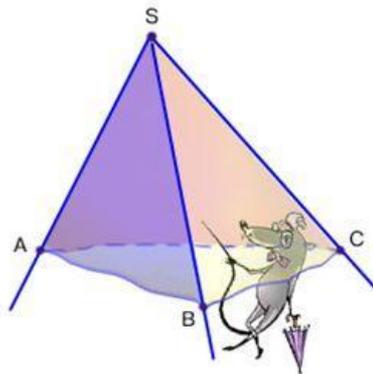
прямоугольного  
параллелепипеда - это сумма  
площадей его граней.



Развертка прямоугольного параллелепипеда

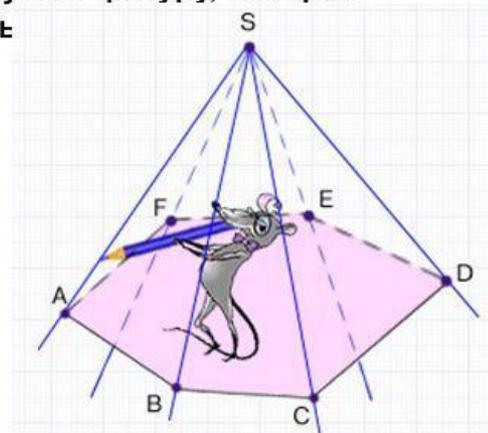
# Трёхгранные и многогранные углы:

**Трёхгранным углом** называется фигура образованная тремя плоскостями, ограниченными тремя лучами, исходящими из одной точки и не лежащей в одной плоскости.



Трёхгранный угол

Рассмотрим какой-нибудь плоский многоугольник и точку лежащую вне плоскости этого многоугольника. Проведём из этой точки лучи, проходящие через вершины многоугольника. Мы получим фигуру, которая назъ



**Трёхгранный угол** — это часть пространства, ограниченная тремя плоскими углами с общей вершиной и попарно общими сторонами, не лежащими в одной плоскости. Общая вершина  $O$  этих углов называется вершиной трёхгранного угла. Стороны углов называются рёбрами, плоские углы при вершине трёхгранного угла называются его гранями. Каждая из трёх пар граней трёхгранного угла образует двугранный угол

## Основные свойства трехгранного угла

1. Каждый плоский угол трёхгранного угла меньше суммы двух других его плоских углов.

$$\alpha + \beta > \gamma; \alpha + \gamma > \beta; \beta + \gamma > \alpha$$

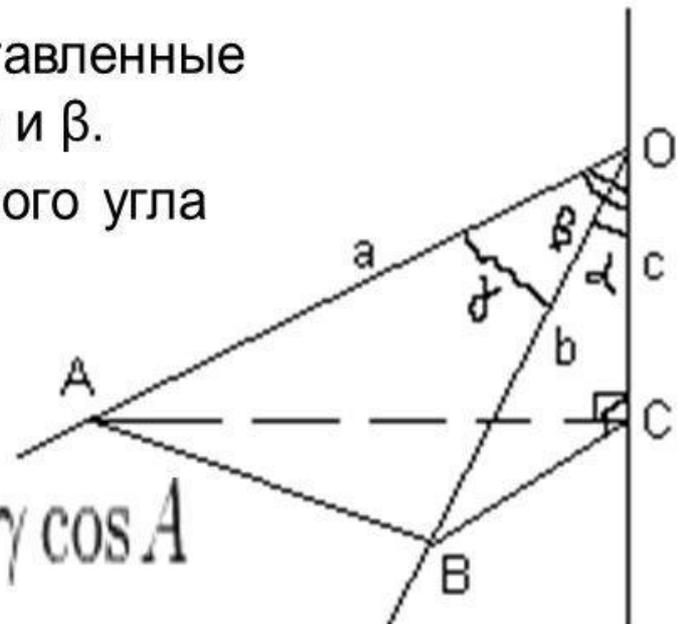
$\alpha, \beta, \gamma$  — плоские углы,

$A, B, C$  — двугранные углы, составленные плоскостями углов  $\beta$  и  $\gamma$ ,  $\alpha$  и  $\gamma$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ .

2. Сумма плоских углов трёхгранного угла меньше 360 градусов

3. Первая теорема косинусов для трёхгранного угла

$$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos A$$



4. Вторая теорема косинусов для трёхгранного угла

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos \alpha$$

## 5. Теорема синусов

$$\frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin \beta}{\sin B} = \frac{\sin \gamma}{\sin C}$$

Многогранный угол, внутренняя область которого расположена по одну сторону от плоскости каждой из его граней, называется **выпуклым многогранным углом**. В противном случае многогранный угол называется **невыпуклым**.

Домашнее задание:

п. 24, №188, 195