ЗАДАЧИ,
ПРИВОДЯЩИЕ К ЗЛП

ЗАДАЧИ, ПРИВОДЯЩИЕ К ЗАДАЧЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ (ЗЛП)

- Задача о смесях
- Задача о наилучшем распределении ресурсов
- Задача о выборе оптимальной технологии
- Задача о назначениях
- Задача сменно-суточного планирования автобусного парка
- Транспортная задача

Исходные данные:

m – число необходимых питательных веществ

n – число продуктов питания

a_{ij} – количество единиц *i*-го питательного вещества, содержащееся в единице *j*-го вида продукта питания

b_i – норма потребления *i*-го питательного вещества

c_j – цена j-го продукта питания

x_j – количество единиц *j*-го продукта, используемого в рационе, подлежащее определению

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \quad (i = \overline{1, m})$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n})$$

- ***Исходные данные:***

n – количество видов выпускаемой продукции

m – количество необходимых для производства ресурсов

a_{ij} – технологические коэффициенты, т.е. количество единиц i-го ресурса, необходимого для производства единицы j-го вида продукции

b_i – полные объемы имеющихся ресурсов

c_j – прибыль, получаемая при реализации единицы j-го вида продукта.

$x = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)$ – план выпуска продукции

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \ (i = \overline{1, m})$$

$$x_j \ge 0 \ (j = \overline{1, n})$$

Исходные данные:

n – количество технологий

m – количество ресурсов

$b_i \ (i = \overline{1, m})$ – объём ресурсов i-го вида

$c_j \ (j = \overline{1, n})$ – эффективность технологий, т.е. количество конечной продукции (в денежном эквиваленте), производимой в единицу времени по j-й технологии

a_{ij} – расход i-го ресурса в единицу времени по j-й технологии

x_j – время, в течение которого продукция производится по j-й технологии

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \ (i = \overline{1, m})$$

$$x_j \ge 0 \ (j = \overline{1, n})$$

Задача о назначениях

- ***Исходные данные:***

n – число видов работ

n – число специалистов, выполняющих все виды работ

c_{ij} – эффективность выполнения i-ым специалистом j-ой работы

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, \ i-\text{ый человек выполняет } j-\text{ую работу} \\ 0, \ i-\text{ый человек не выполняет } j-\text{ую работу} \end{cases}$$

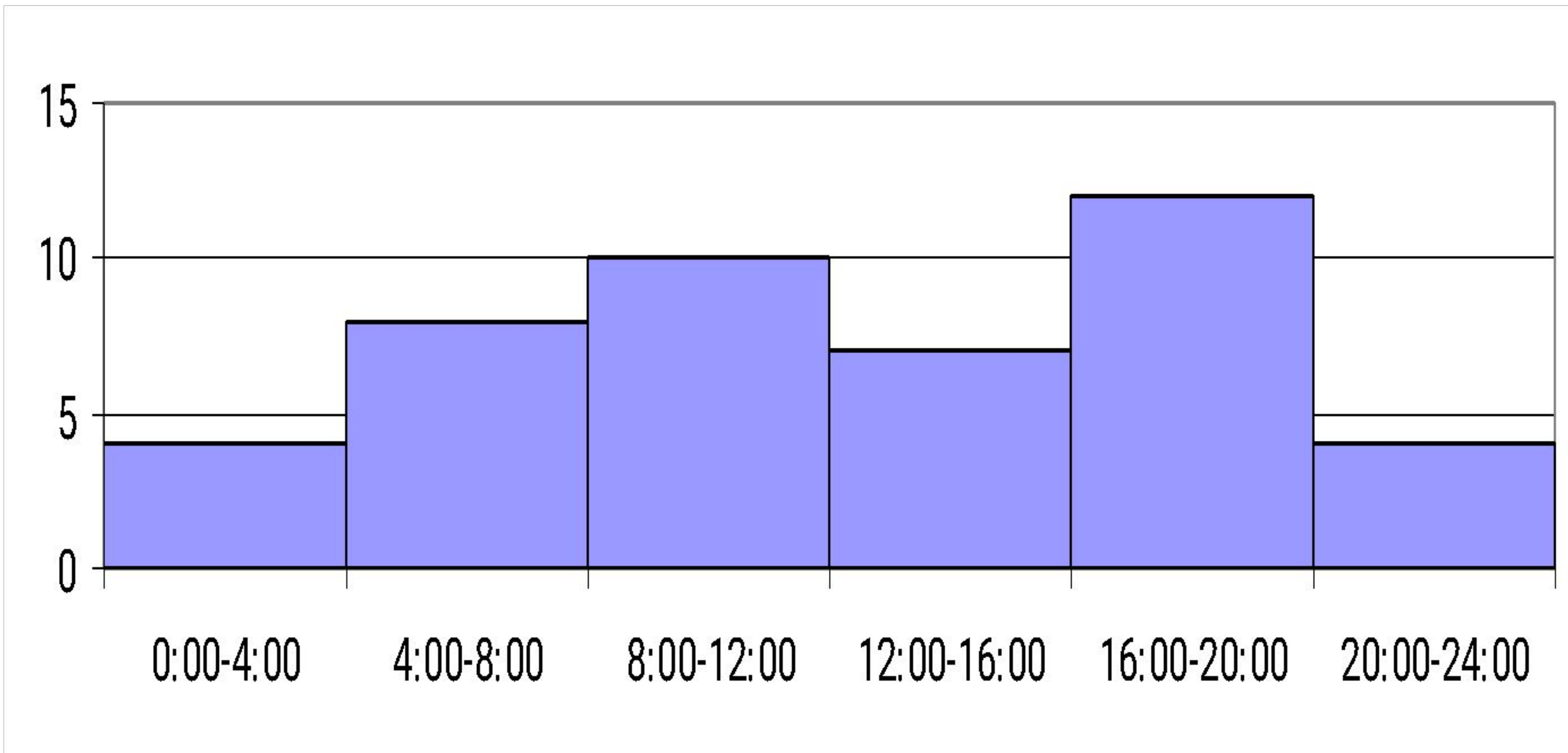
$$\sum \sum c_{i,j} x_{i,j} \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} = 1 \ (i = \overline{1,n})$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1 \ (j = \overline{1,n})$$

Задача сменно суточного планирования автобусного парка

<u>Цель</u>: определение минимального количества автобусов для удовлетворения потребностей пассажирских перевозок. Будем считать, что каждые четыре часа количество автобусов постоянно.



Постановка задачи

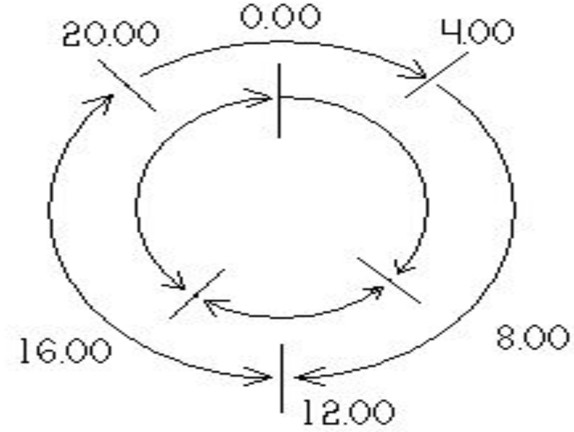
Считается, что автобус может находиться на линии только восемь часов, и рабочий день водителя равен восьми часам. Требуется определить количество автобусов в каждой из рабочих смен так, чтобы оно было не меньше минимальной потребности в них, при этом общее количество автобусов, выходящих на линию в течение суток должно быть минимальным.

$$\text{I} \quad 8:01 \div 16:00 \quad x_1 \geq 10$$

$$\text{II} \quad 16:01 \div 24:00 \quad x_2 \geq 12$$

$$\text{III} \quad 0:01 \div 8:00 \quad x_3 \geq 8$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 30$$



Решение:

$$\sum_{j=1}^{6} x_j \to \min$$

$$x_j \geq 0$$

$$x_1 + x_6 \geq 4 \quad x_1 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 8 \quad x_2 \geq 0$$

$$x_2 + x_3 \geq 10 \quad x_3 \geq 0 \qquad \Rightarrow x_1 = x_3 = x_5 = 0; \quad x_2 = 10; \quad x_4 = 12; \quad x_6 = 4.$$

$$x_3 + x_4 \geq 7 \quad x_4 \geq 0$$

$$x_4 + x_5 \geq 12 \quad x_5 \geq 0$$

$$x_5 + x_6 \geq 4 \quad x_6 \geq 0$$

Транспортная задача

- ***Исходные данные:***

m – число пунктов отправления (A_i – пункт отправления)

n – число пунктов назначения (B_j – пункт назначения)

$a_i \, (i = \overline{1, m})$ – объем продукта в пункте отправления

$b_j \, (j = \overline{1, n})$ – потребность в пункте назначения

c_{ij} – затраты на перевозку единицы продукта из i-го пункта отправления в j-ый пункт назначения

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = (\leq \geq) \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \quad (*)$$

Если выполняется условие (*), то перед нами транспортная задача *закрытого типа*. В противном случае это – задача *открытого типа*.

Составить такой план перевозок, чтобы общая стоимость перевозок была минимальной.

	B_1	B_2	…	Bn
A_1	X_{11}, C_{11}	X_{12}, C_{12}	…	X_{1n}, C_{1n}
A_2	X_{21}, C_{21}	X_{22}, C_{22}	…	X_{2n}, C_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	X_{m1}, C_{m1}	X_{m2} C_{m2}	…	X_{mn}, C_{mn}

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, (i = \overline{1,m}) \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j, (j = \overline{1,n}) \\ x_{ij} \ge 0 \end{cases}$$