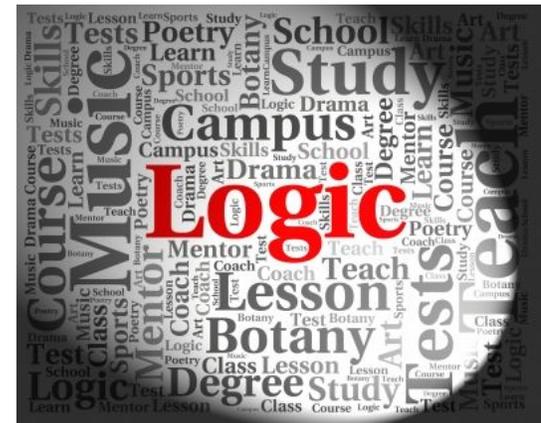




# Многозначные логики

## Лекция №5



# Структура лекции

- Проблема принципа двузначности
- Онтологические и эпистемологические предпосылки
- Общие принципы построения многозначных логик
- Трехзначная логика Я. Лукасевича.
- Четырехзначная логика Н.Белнапа



# Принцип двузначности

Логический принцип, фундаментальный для классической логики, согласно которому каждое высказывание может принимать только одно из двух истинностных значений – «ИСТИННО» или «ЛОЖНО».

# Пример

- Драконов не существует.
- 1 или 0

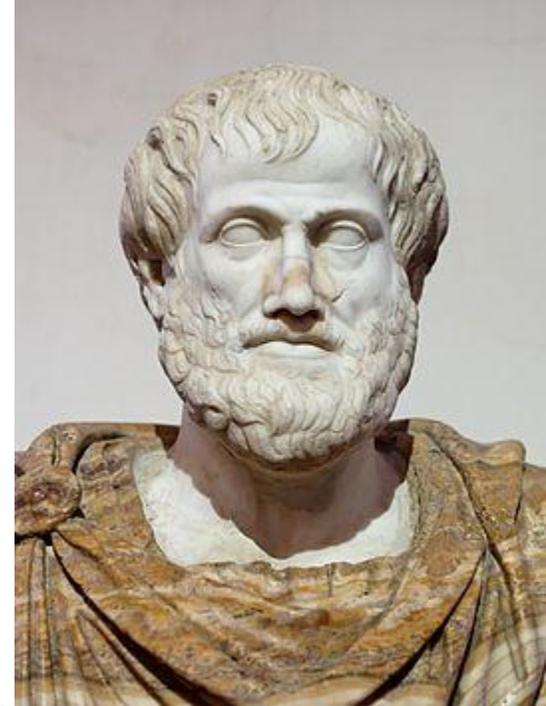


# Аристотель

- Неприменимость принципа двузначности к будущим случайным событиям.
- Истинность высказывания о будущем событии предполагает с необходимостью наступление этого события, а ложность высказывания о нем говорит о его невозможности.

# Пример

- Завтра будет морское сражение.
- Истинно – обязательно произойдет
- Ложно – обязательно не произойдет



(пусть **p** – высказывание «Завтра произойдет событие **s**», причем **s** – случайное событие):

1. (**p** истинно)  $\vee$  (**p** ложно)
2. **s** случайно
3. (**p** истинно)  $\supset$  (**s** неизбежно произойдет)
4. (**p** ложно)  $\supset$  (**s** неизбежно не произойдет)
5. (**s** неизбежно произойдет)  $\vee$  (**s** неизбежно не произойдет) – из 1, 3 и 4, сложная конструктивная дилемма
6.  $\neg$ (**s** случайно) – из 5
7.  $\neg$ ((**p** истинно)  $\vee$  (**p** ложно)) – из 2 и 6,  $\neg$ -в

# Принципы

- *Принцип необходимости*, утверждающий, что «если истинно, то необходимо» и который безоговорочно принимался во всех эллинистических философских школах.
- *Принцип двузначности*, который позволяет выбрать одну из этих двух альтернатив как верную.

# Ограничение принципа двузначности

- Затрудняет анализ высказываний не только о будущих событиях, но и о ненаблюдаемых или несуществующих объектах
- Не дает возможности анализировать высказывания о переходных состояниях

# Пример

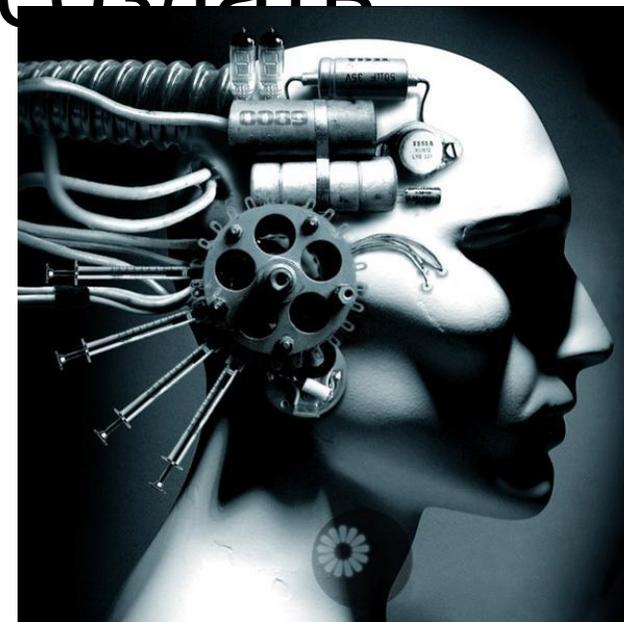
- «Мысль либо зеленая, либо не является зеленой»,
- «Пегас имеет крылья либо не имеет их»
- «Утро уже наступило либо еще не наступило»

# Ограничение истинности

- Не всегда возможно точно указать, является ли данное суждение ложным или истинным на сто процентов.
- Переход от логического формализма к оценке суждений, релевантных некоторому положению дел.

# Пример

- Вселенная будет расширяться бесконечно.
- Развитие технологий позволит создать постчеловека.



# Неуниверсальность принципа двузначности

- Принцип двузначности выглядит самоочевидным.
- Современная логика за счет символических средств делает возможным формализацию многозначных логических моделей.



# Проблема детерминизма

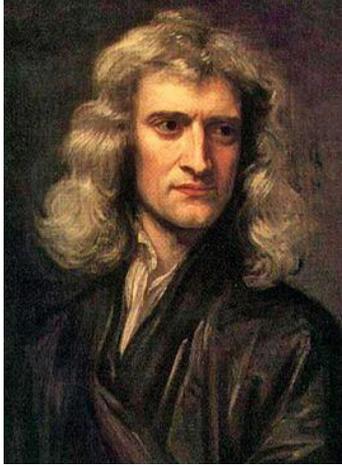
- Необходимость приписывания одного из двух истинностных значений суждениям о будущем, заставляет придерживаться онтологического принципа жесткого детерминизма.

# Детерминизм

- Онтологическая концепция, согласно которой все явления взаимосвязаны и взаимообусловлены.
- Анализ и раскрытие условий, причин и закономерностей.

# Пример

Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.



# Жесткий детерминизм

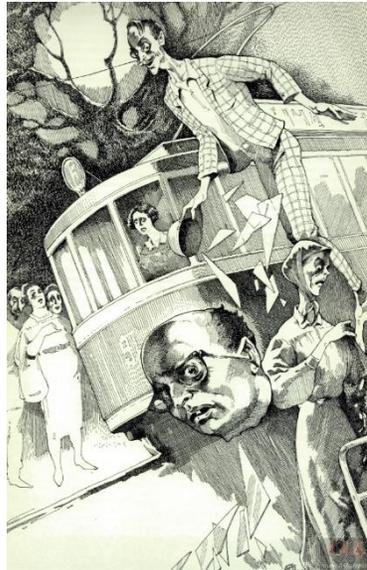
- Строго однозначный характер причинно-следственных взаимосвязей.
- Не учитывает многофакторности событий и явления.
- Противоречит принципу свободы воли.
- Фатализм.

# Принципы

- Причиной становятся внешние воздействия на объект, в результате чего происходит событие-следствие.
- Причина вызывает одно следствие, каждое событие-следствие имеет свою причину, строго одну. А то событие-причина также имеет свою собственную причину. Причины и следствия выстраиваются в линии, или цепочки, которые либо бесконечны, либо имеют начало – первопричину.
- Причина с необходимостью порождает следствие, которое просто не может не наступить, если причина наличествует.

# Пример

- «Аннушка уже купила подсолнечное масло, и не только купила, но даже и разлила. Так что заседание не состоится» (М.Булгаков).
- Вечером того же дня Берлиоз поскользнется на трамвайных путях, на которые Аннушка пролила масло, и попадет под трамвай.



# Критика и следствия для логики

- Вероятностный характер событий.
- Может существовать неопределенность истины.
- Больше двух возможных значений истинности.

# Корреспондентная теория истины

- Истинным является такое суждение, которое описывает существующее в реальности положение дел.
- Определенное положение дел может иметь место или не иметь места, следовательно, только два значения – «ИСТИННО» и «ЛОЖНО».

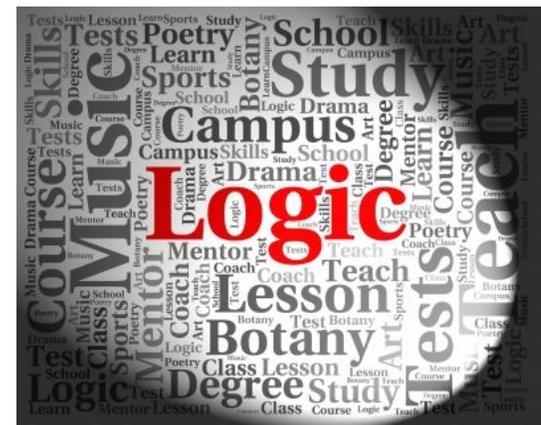
# Критика и следствия для ЛОГИКИ

- Невозможно установить точное соответствие суждения и реальности «извне».
- Условия определения истинности могут быть неопределенными.
- Следовательно, истинность имеет шкалу градаций и множественность значений.
- Изменяется представление об истинности и ложности

# Проблемы

- Что означают промежуточные между истиной и ложью значения?
- Существуют ли высказывания, не являющиеся ни соответствующими действительности, ни несоответствующими ей?

# Общие принципы построения многозначных ЛОГИК



# Многозначная логика

- Совокупность логических систем неклассической логики, опирающихся на принцип многозначности.
- Один из наиболее разработанных разделов неклассической логики.

# Принцип многозначности

- Положение неклассической логики, в соответствии с которым всякое высказывание имеет одно (и только одно) из трёх или более истинностных значений.

# Пример

- Завтра пойдет дождь.
- Истинно
- Ложно
- Недетерминировано

# Возможные истинностные значения

- «Истинно» и «Ложно»
- Множество градаций между истинностью и ложностью

# Пример

- Завтра пойдет дождь
- Вероятность: 0,8, то есть, скорее истинно

# Число истинностных значений

- Конечно – конечнозначные логики.
- Бесконечно – бесконечнозначные логики.

# Пример

- Конечнoзначные: «Истинно», «Ложно», «Скорее истинно, чем ложно», «Скорее ложно, чем истинно».
- Бесконечнoзначные: градация от 0 до 1

# Построение многозначных ЛОГИК

- Осуществляется по аналогии с классической двузначной логикой высказываний ( $C_2$ ).
- Добавляются логические константы, соответствующие значениям истинности.

# Закон исключенного третьего

- $A \vee \sim A$
- *В многозначной логике не соблюдается!*

# Основные системы многозначных логик

- Трехзначная логика Лукасевича
- Трехзначная логика Д.Бочвара
- К-значная логика Поста
- Четырехзначные логики
- Нечеткие логики

# Альтернативный вариант обоснования многозначности

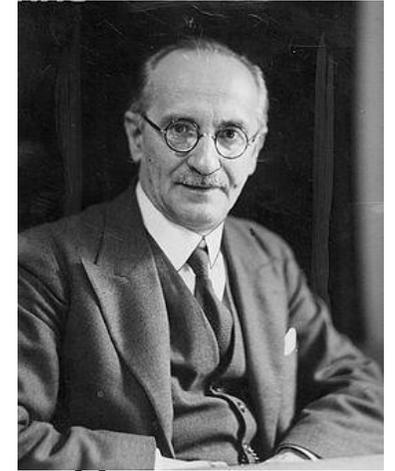
- Между истиной и ложью нет никаких промежуточных значений.
- Дополнительные характеристики высказываний, отличные от их истинностных значений.

# Многозначная логика А. Роуза

- 1 — «истинно в геометриях Евклида, Римана и Лобачевского»,
- 2 — «истинно в геометриях Евклида и Римана, но ложно в геометрии Лобачевского»
- 3 — «истинно в геометриях Евклида и Лобачевского, но ложно в геометрии Римана»



# Ян Лукасевич ( 1878–1956)



- Польский логик и философ
- Представитель Львовско-Варшавской школы
- Основные работы: *«О принципе противоречия у Аристотеля»*, *«Элементы математической логики»*, *«Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики»*

# Истинностные значения

- Истинно – 1
- Ложно – 0
- Случайно (недетерминированно) –  $1/2$

# Пример

- Завтра будет морское сражение =  $\frac{1}{2}$

# Отрицание

<b>A</b>	<b><math>\neg A</math></b>
<b>1</b>	<b>0</b>
<b><math>\frac{1}{2}</math></b>	<b><math>\frac{1}{2}</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>

# КОНЪЮНКЦИЯ

<b>A &amp; B</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>
<b>1/2</b>	<b>1/2</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

# ДИЗЪЮНКЦИЯ

<b>A ∨ B</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1/2</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>1/2</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>

# Импликация

$A \supset B$	1	$\frac{1}{2}$	0
1	1	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
0	1	1	1

# Эквиваленция

<b>A ≡ B</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>	<b>0</b>
<b>1/2</b>	<b>1/2</b>	<b>1</b>	<b>1/2</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1/2</b>	<b>1</b>

# Законы классической логики

$p$	$p \vee \neg p$	$\neg(p \& \neg p)$	$p \supset p$
<b>1</b>	<b>1 0</b>	<b>1 0 0</b>	<b>1</b>
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1 1</b>	<b>1 0 1</b>	<b>1</b>

# Закон (общезначимая формула)

**Формула  $A$  общезначима** в трехзначной логике Лукасевича тогда и только тогда, когда  $A$  принимает значение «1» при любых наборах значений из множества  $\{1, \frac{1}{2}, 0\}$  пропозициональных переменных, входящих в  $A$ .

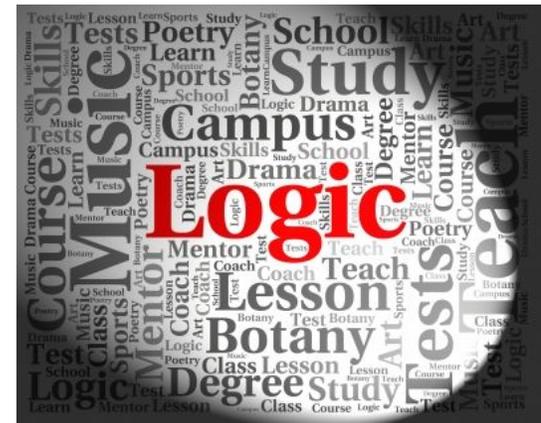
# Логическое следование

**Из множества формул  $\Gamma$  в трехзначной логике Лукасевича логически следует формула  $B$  тогда и только тогда, когда  $B$  принимает значение «1» на всех наборах значений (из множества  $\{1, 1/2, 0\}$ ) пропозициональных переменных, входящих в  $\Gamma$  или в  $B$ , на которых каждая формула из  $\Gamma$  принимает значение «1».**

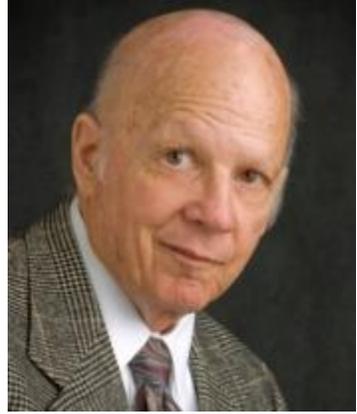
# Пример

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \supset q</math></b>	<b><math>p \supset \neg q</math></b>	<b><math>\neg p</math></b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
$\frac{1}{2}$	<b>1</b>	<b>1</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	<b>1</b>	<b>1</b>	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	<b>0</b>	$\frac{1}{2}$	<b>1</b>	$\frac{1}{2}$
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	$\frac{1}{2}$	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Четырехзначная логика Н. Белнапа



# Нуэл Белнап (р.1930)



- Американский логик и философ.
- Философия логики, темпоральная логика, релевантная логика.

# Истинностные значения

- $V = \{T, F, B, N\}$
- T – "только истина",
- F – "только ложь",
- B – "как истина, так и ложь"
- N – "ни истина, ни ложь"

# КОНЪЮНКЦИЯ И ДИЗЪЮНКЦИЯ

- $T \wedge F = F,$
- $N \wedge T = N,$
- $N \wedge B = F,$
- $N \vee B = T,$

# Отрицание

- $\sim T = F,$
- $\sim F = T,$
- $\sim N = N,$
- $\sim B = B.$