ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Курс читает: к.т.н., доцент
Журавлев Илья Александрович

План курса

1.Комплексные числа (напоминание) (стр. 120-124)

2.Общие понятия линейных электрических цепей

2.1. Определение линейной электрической цепи (стр.13-23)

2.2. Пассивные элементы электрической цепи (стр. 36-42)

2.3. Активные элементы электрической цепи (стр. 42-44)

3. Методы анализа линейных электрических цепей

3.1. Параллельное включение элементов(делители токов) (стр.49-52, 58)

3.2. Последовательное включение элементов (делители напряжения) (стр. 52-54, 59)

3.3. Расчет цепей при смешанном соединении нагрузок (стр. 61-63)

4. Гармонические колебания в линейных электрических цепях

4.1. Основные определения (стр. 104-106)

4.2.Энергетические характеристики гармонических колебаний (стр.109-113)

План курса

5. Частотные характеристики линейных электрических цепей (стр.160 -166)

    5.1. Комплексная частотная характеристика (стр. 158-160)

    5.2. Виды комплексных частотных характеристик (стр. 160-162)

6. Основы теории линейных четырехполюсников

    6.1. Определение и классификация четырехполюсников (стр. 303 -307)

    6.2. Уравнение передачи четырехполюсника (стр. 307-310)

    6.3. Системы собственных параметров (стр.310-318, 322-327)

    6.4. Соединения четырехполюсников (стр. 331-337)

    6.5. Внешние характеристики четырехполюсников (стр. 338-349)

7. Цепи с распределенными параметрами (длинные линии)

    7.1. Понятие длинной линии. Классификация (стр. 353-358)

    7.2. Первичные параметры длинной линии (стр. 362-366)

    7.3. Уравнение передачи длинной линии. Падающие и отраженные волны (стр. 362-366 ,370-374)

    7.4. Вторичные (волновые) параметры длинной линии (стр. 370-374)

Комплексные числа

$$z = x + i \cdot y$$

$$z = x + i \cdot y$$

$$z = x + i \cdot y$$

$$z = x + i \cdot y$$

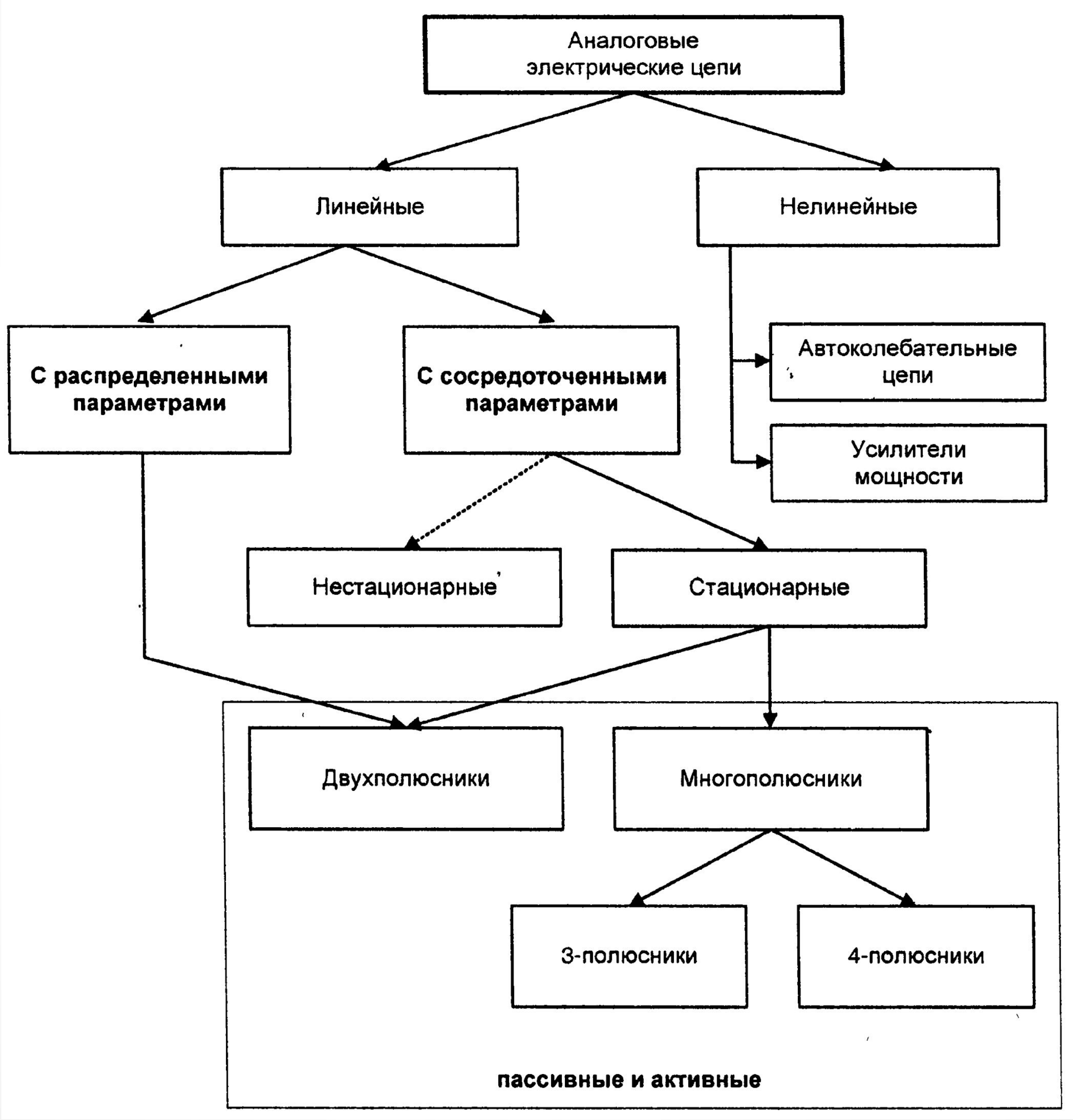
$$z = x + i \cdot y$$

$$z = x + i \cdot y$$

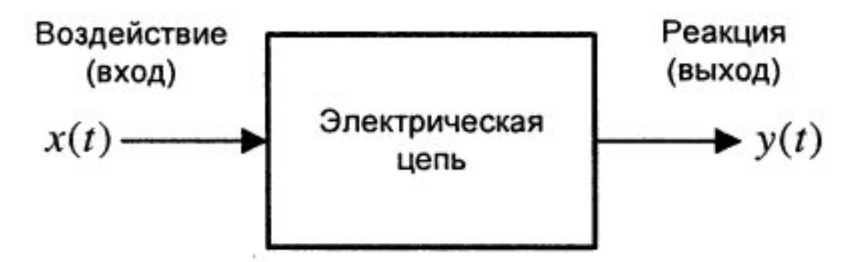
Общие понятия линейных электрических цепей

Электрической цепью называют любую совокупность радиотехнических (электротехнических) устройств, соединенных электрическими проводниками.

Определение линейной электрической цепи



Определение линейной электрической цепи



Отношение вход/выход математически описывается оператором *F*

$$F\{x(t)\} = y(t)$$

Цепь (система) называется *линейной*, если описывающий ее оператор *F линеен*, т.е. обладает следующими свойствами:

-*однородности* , или пропорциональности (наложения):

$$F\{ax(t)\} = aF\{x(t)\};$$

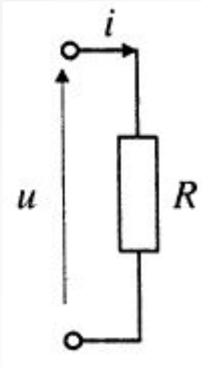
(если воздействие получило усиление в *a* раз, то и реакция получит такое же усиление);

-*аддитивности*, или суперпозиции:

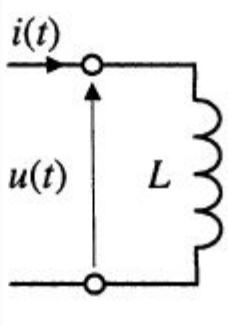
$$F\{x_1(t) + x_2(t)\} = F\{x_1(t)\} + F\{x_2(t)\};$$

-(если воздействие представляет собой сумму колебаний, то реакция будет представлять собой сумму реакций на каждое из воздействий в отдельности)

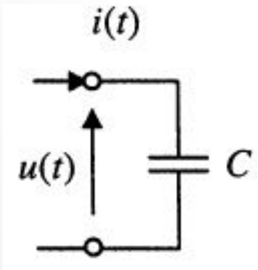
Пассивные элементы электрических цепей



Резистивное сопротивление обладает только свойством необратимого рассеивания энергии

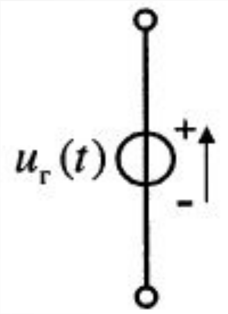


Индуктивность обладает только свойством накопления энергии магнитного поля



Емкость обладает только свойством накопления энергии электрического поля

Активные элементы электрических цепей



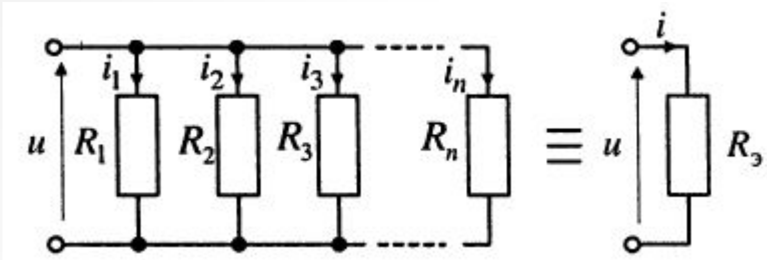
Источником напряжения (независимым) называют двухполюсный идеализированный элемент напряжение на зажимах которого не зависит от свойств цепи являющейся внешней по отношению к нему.

Источником тока (независимым) называют двухполюсный идеализированный элемент, электрический ток которого не зависит от напряжения на его зажимах.

Зависимый источник представляет собой четырёхполюсный элемент с двумя парами зажимов: входных и выходных; при этом входные токи и напряжения являются управляющими

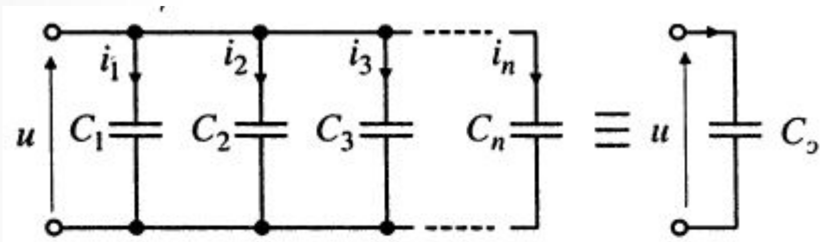
Методы анализа линейных электрических цепей

Параллельное соединение элементов



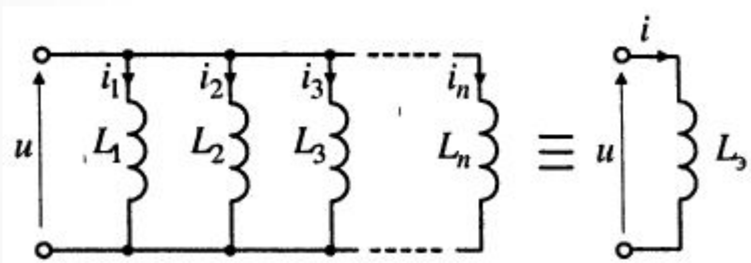
Резистивные элементы

$$R_э = \frac{1}{G_э} = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}.$$



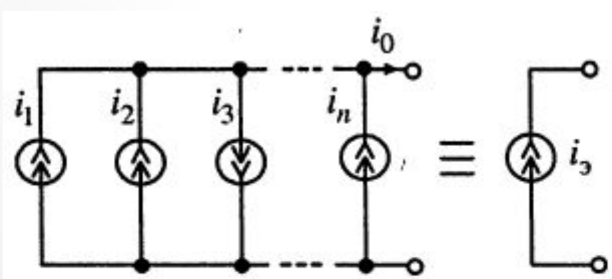
Емкости

$$C_э = \sum_{k=1}^{n} C_k.$$



Индуктивности

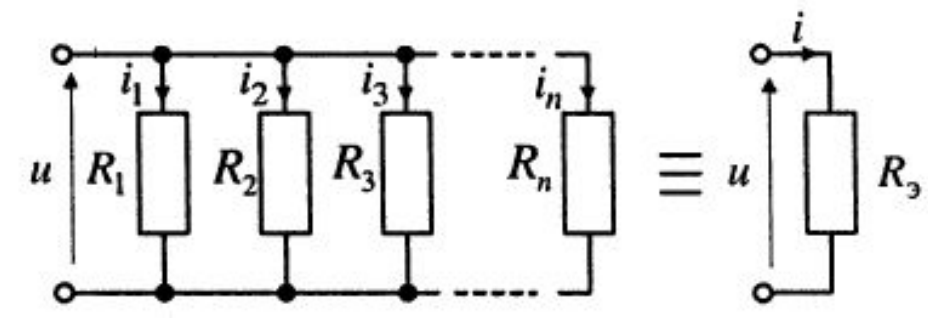
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k} = \frac{1}{L_э}.$$



Источники тока

$$i_э = i_1 + i_2 - i_3 + \ldots + i_n = \sum_{k=1}^{n} \pm i_k$$

Принцип деления тока

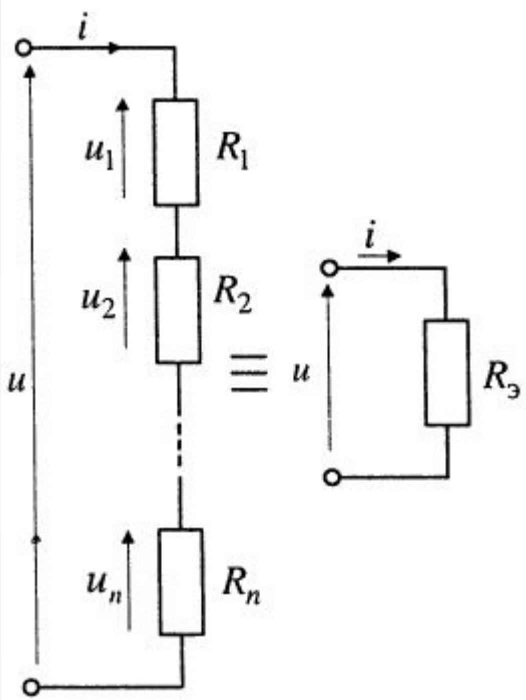


Находим эквивалентное сопротивление

$$R_э = \frac{1}{G_э} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}.$$

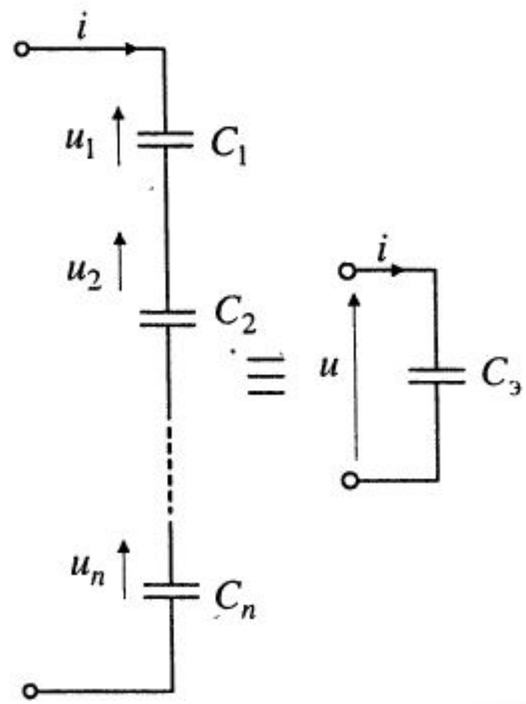
$$z = x + i \cdot y$$

Последовательное включение элементов



Резистивные элементы

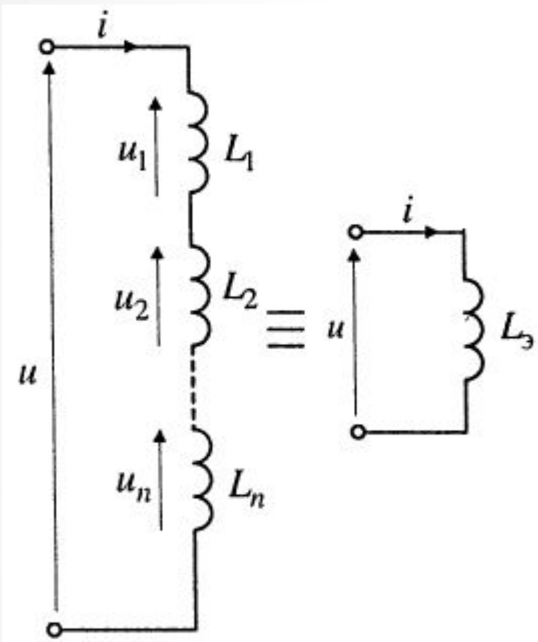
$$R_э = \sum_{k=1}^{n} R_k \; ;$$



Емкостные элементы

$$C_э = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}}$$

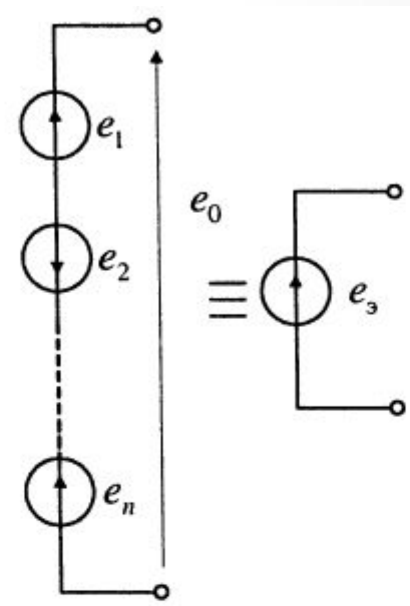
Последовательное включение элементов



Индуктивных элементов

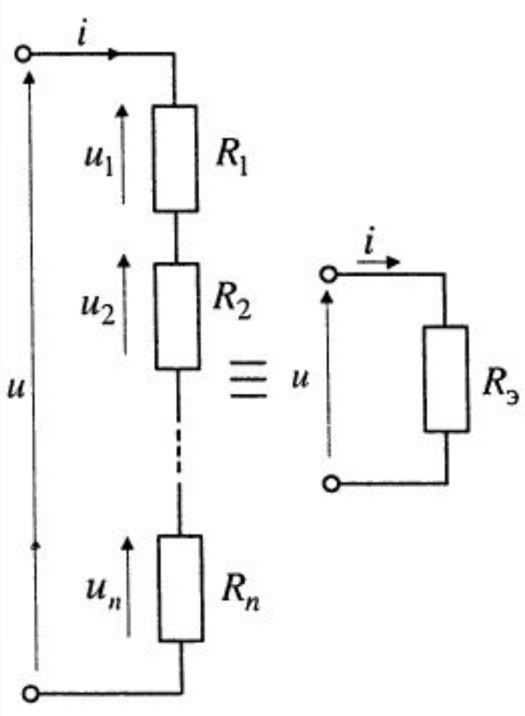
$$L_э = \sum_{k=1}^{n} L_k;$$

Источников напряжения



$$e_э = e_1 + e_2 - e_3 + \ldots + e_n = \sum_{k=1}^{n} \pm e_k,$$

Принцип деления напряжения

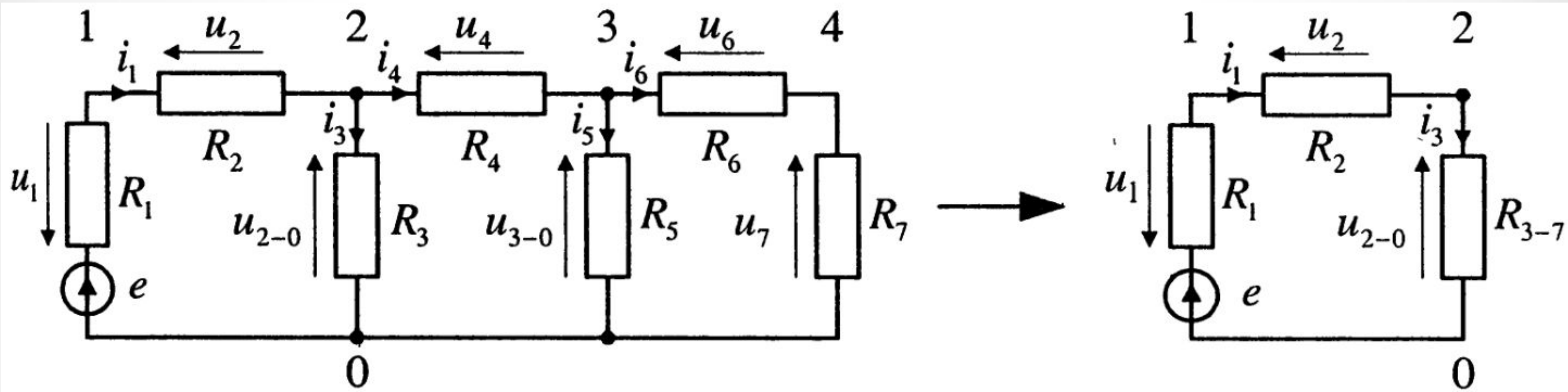


Находим эквивалентное сопротивление

$$R_э = \sum_{k=1}^{n} R_k \;;$$

$$z = x + i \cdot y$$

Расчет цепей при смешанном соединении нагрузок

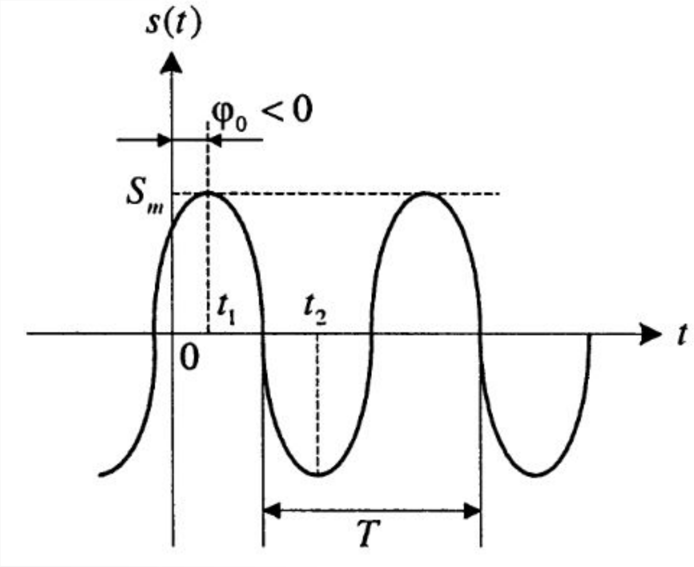


Гармонические колебания в линейных электрических цепях

Основные определения

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi_0) = S_m \cos\theta(t)$$

$$z = x + i \cdot y$$



Пусть

$s_1(t) = S_{1m} \cos(\omega t + \varphi_{01});$

$s_2(t) = S_{2m} \cos(\omega t + \varphi_{02})$

тогда

$\Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02}$

$$z = x + i \cdot y$$

Частотные характеристики линейных электрических цепей

Комплексная частотная характеристика

$$z = x + i \cdot y$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{X}_m}$$

Виды комплексных частотных характеристик

Выход \ Вход	Напряжение $\dot{U}_1$	Ток $\dot{I}_1$
Напряжение $\dot{U}_2$	$H_1(j\omega)=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ (КЧХ по напряжению; безразмерная величина)	$H_4(j\omega)=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}=Z(j\omega)$ (размерность сопротивления)
Ток $\dot{I}_2$	$H_3(j\omega)=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}=G(j\omega)$ (размерность проводимости)	$H_2(j\omega)=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$ (КЧХ по току; безразмерная величина)

Виды комплексных частотных характеристик

$$H(j\omega)=\frac{\dot{Y}_m}{\dot{X}_m}=\frac{Y_m(\omega)e^{j\varphi_y(\omega)}}{X_m(\omega)e^{j\varphi_x(\omega)}}=\frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)}e^{j[\varphi_y(\omega)-\varphi_x(\omega)]}=|H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) - *A(w)*, частотная зависимость отношения амплитуды гармонической реакции к амплитуде гармонического воздействия в установившемся режиме:

$$A(\omega)=\frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)}=|H(j\omega)| \Rightarrow \sqrt{\mathrm{Re}^2\{H(j\omega)\}+\mathrm{Im}^2\{H(j\omega)\}}$$

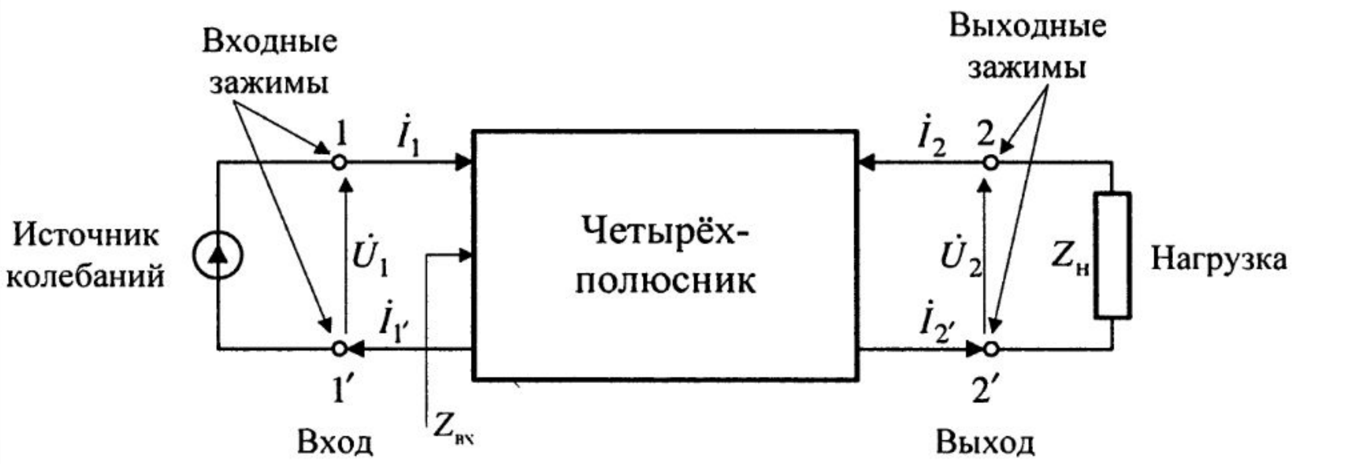
Фазочастотная характеристика (АЧХ) - *φ(w)*, частотная зависимость разности начальных фаз гармонической реакции и гармонического воздействия в установившемся режиме:

$$\varphi(\omega)=\varphi_y(\omega)-\varphi_x(\omega) \Rightarrow \varphi(\omega)=\mathrm{arctg}\frac{\mathrm{Im}\{H(j\omega)\}}{\mathrm{Re}\{H(j\omega)\}}$$

Основы теории линейных четырехполюсников

Определение и классификация четырехполюсников

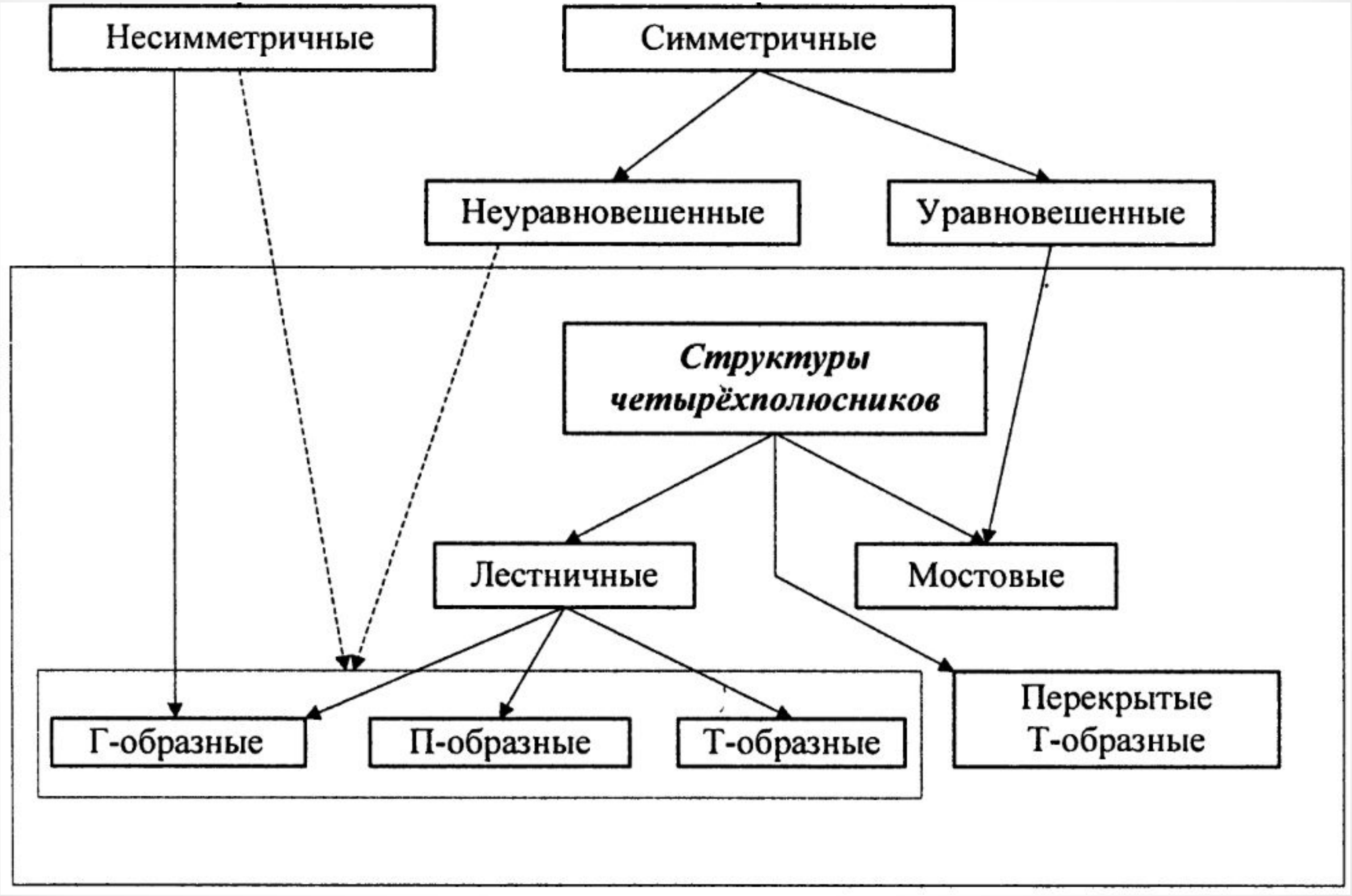
Четырехполюсником называется электрическая цепь произвольной сложности, которая может быть соединена с внешними по отношению к ней цепями через две пары зажимов (полюсов)



Теория четырехполюсников позволяет проанализировать свойства той или иной цепи и получить схему ее замещения даже в случае, когда внутренняя структура исследуемого устройства неизвестна, т.е. когда четырехполюсник представляет собой так называемый «черный ящик»

Определение и классификация четырехполюсников

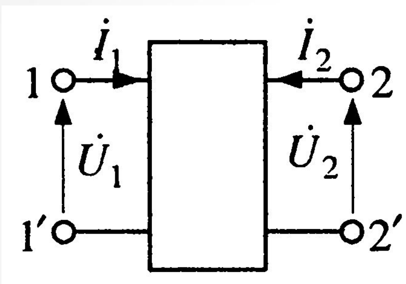
Определение и классификация четырехполюсников



Уравнение передачи четырехполюсника

Соотношения, которые связывают комплексные амплитуды токов и напряжений на двух парах зажимов, называются *уравнениями передачи четырехполюсника.*

Пусть дан четырехполюсник со следующими направлениями отсчета токов:



Согласно свойству аддитивности (принципу наложения) токи $\dot I_1$ и $\dot I_2$ можно записать в следующем виде:

Воздействия

$$\begin{array}{lcc} & \dot U_1 & \dot U_2 \\ \dot I_1 = & \dot I_1' & + \dot I_1'' \\ \dot I_2 = & \dot I_2' & + \dot I_2'' \end{array}$$

Реакции на воздействия

Т.к. четырехполюсник линейный, следовательно реакции связаны с воздействиями по линейному закону: $\dot I_1' = Y_{11}\dot U_1$; $\dot I_2' = Y_{21}\dot U_1$; $\dot I_1'' = Y_{12}\dot U_2$; $\dot I_2'' = Y_{22}\dot U_2$.

В итоге можем получить систему:
$$\begin{cases} \dot I_1 = Y_{11}\dot U_1 + Y_{12}\dot U_2; \\ \dot I_2 = Y_{21}\dot U_1 + Y_{22}\dot U_2. \end{cases}$$

Или в матричной форме:
$$\begin{bmatrix} \dot I_1 \\ \dot I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot U_1 \\ \dot U_2 \end{bmatrix}$$

Уравнение передачи четырехполюсника

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = F_{11}\dot{U}_1 + F_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = F_{21}\dot{U}_1 + F_{22}\dot{I}_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1; \\ \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1. \end{cases}$$

Системы собственных параметров

Коэффициенты, входящие в системы уравнений, называются параметрами четырехполюсника. Они не зависят от внешних цепей, между которыми включен четырехполюсник, и характеризуют собственно четырехполюсник поэтому они и называются *собственными*.

Все собственные параметры четырехполюсников имеют физический смысл какой-либо комплексной частотной характеристики, которая определяется в режиме короткого замыкания (КЗ) или холостого хода (ХХ).

Найдем физический смысл обобщенных **А**-параметров.

В режиме ХХ:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2, \end{cases}$$

В режиме КЗ:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = A_{22}\dot{I}_2. \end{cases}$$

$$A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\bigg|_{\dot{I}_2=0}; \quad A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\bigg|_{\dot{U}_2=0};$$

$$A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\bigg|_{\dot{I}_2=0}; \quad A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}\bigg|_{\dot{U}_2=0}.$$

Системы собственных параметров

Взаимосвязь между параметрами четырехполюсника

Исходные параметры	Связь с другими параметрами				
	Y	Z	A	H	F
Y_{11}		$\frac{Z_{22}}{\lvert Z \rvert}$	$\frac{A_{22}}{A_{12}}$	$\frac{1}{H_{11}}$	$\frac{\lvert F \rvert}{F_{22}}$
Y_{12}		$-\frac{Z_{12}}{\lvert Z \rvert}$	$-\frac{\lvert A \rvert}{A_{12}}$	$-\frac{H_{12}}{H_{11}}$	$\frac{F_{12}}{F_{22}}$
Y_{21}		$-\frac{Z_{21}}{\lvert Z \rvert}$	$-\frac{1}{A_{12}}$	$\frac{H_{21}}{H_{11}}$	$-\frac{F_{21}}{F_{22}}$
Y_{22}		$\frac{Z_{11}}{\lvert Z \rvert}$	$\frac{A_{11}}{A_{12}}$	$\frac{\lvert H \rvert}{H_{11}}$	$\frac{1}{F_{22}}$
Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{\lvert Y \rvert}$		$\frac{A_{11}}{A_{21}}$	$\frac{\lvert H \rvert}{H_{22}}$	$\frac{1}{F_{11}}$
Z_{12}	$-\frac{Y_{12}}{\lvert Y \rvert}$		$\frac{\lvert A \rvert}{A_{21}}$	$\frac{H_{12}}{H_{22}}$	$-\frac{F_{12}}{F_{11}}$
Z_{21}	$-\frac{Y_{21}}{\lvert Y \rvert}$		$\frac{1}{A_{21}}$	$-\frac{H_{21}}{H_{22}}$	$\frac{F_{21}}{F_{11}}$
Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{\lvert Y \rvert}$		$\frac{A_{22}}{A_{21}}$	$\frac{1}{H_{22}}$	$\frac{\lvert F \rvert}{F_{11}}$

Системы собственных параметров

Взаимосвязь между параметрами четырехполюсника

Исходные параметры	Связь с другими параметрами				
	Y	Z	A	H	F
A_{11}	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$		$-\frac{\lvert H\rvert}{H_{21}}$	$\frac{1}{F_{21}}$
A_{12}	$-\frac{1}{Y_{21}}$	$\frac{\lvert Z\rvert}{Z_{21}}$		$-\frac{H_{11}}{H_{21}}$	$\frac{F_{22}}{F_{21}}$
A_{21}	$-\frac{\lvert Y\rvert}{Y_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$		$-\frac{H_{22}}{H_{21}}$	$\frac{F_{11}}{F_{21}}$
A_{22}	$-\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$		$-\frac{1}{H_{21}}$	$\frac{\lvert F\rvert}{F_{21}}$
H_{11}	$\frac{1}{Y_{11}}$	$\frac{\lvert Z\rvert}{Z_{22}}$	$\frac{A_{12}}{A_{22}}$		$\frac{F_{22}}{\lvert F\rvert}$
H_{12}	$-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{\lvert A\rvert}{A_{22}}$		$-\frac{F_{12}}{\lvert F\rvert}$
H_{21}	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$	$-\frac{Z_{21}}{Z_{22}}$	$-\frac{1}{A_{22}}$		$-\frac{F_{21}}{\lvert F\rvert}$
H_{22}	$\frac{\lvert Y\rvert}{Y_{11}}$	$\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{A_{21}}{A_{22}}$		$\frac{F_{21}}{\lvert F\rvert}$

Системы собственных параметров

Взаимосвязь между параметрами четырехполюсника

Исходные параметры	**Связь с другими параметрами**				
	Y	Z	A	H	F
F_{11}	$\dfrac{\lvert Y\rvert}{Y_{22}}$	$\dfrac{1}{Z_{11}}$	$\dfrac{A_{21}}{A_{11}}$	$\dfrac{H_{22}}{\lvert H\rvert}$	
F_{12}	$\dfrac{Y_{12}}{Y_{22}}$	$-\dfrac{Z_{12}}{Z_{11}}$	$\dfrac{\lvert A\rvert}{A_{11}}$	$-\dfrac{H_{12}}{\lvert H\rvert}$	
F_{21}	$-\dfrac{Y_{21}}{Y_{22}}$	$\dfrac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\dfrac{1}{A_{11}}$	$-\dfrac{H_{21}}{\lvert H\rvert}$	
F_{22}	$\dfrac{1}{Y_{22}}$	$\dfrac{\lvert Z\rvert}{Z_{11}}$	$\dfrac{A_{12}}{A_{11}}$	$\dfrac{H_{11}}{\lvert H\rvert}$	

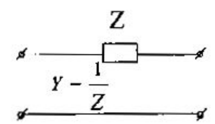
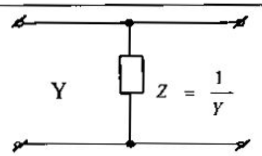
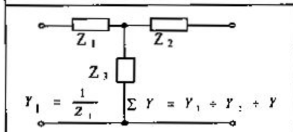
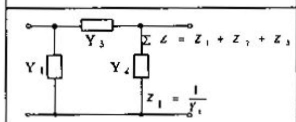
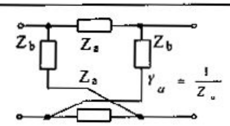
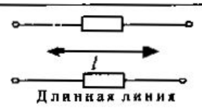
Системы собственных параметров

Взаимосвязь между параметрами четырехполюсника

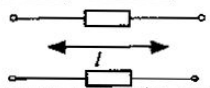
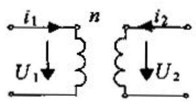
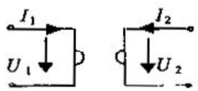
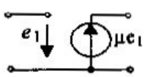
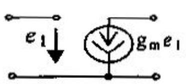
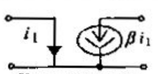
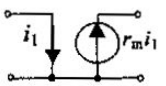
Исходные параметры	**Связь с другими параметрами**				
	Y	Z	A	H	F
F_{11}	$\frac{\lvert Y\rvert}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Z_{11}}$	$\frac{A_{21}}{A_{11}}$	$\frac{H_{22}}{\lvert H\rvert}$	
F_{12}	$\frac{Y_{12}}{Y_{22}}$	$-\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{\lvert A\rvert}{A_{11}}$	$-\frac{H_{12}}{\lvert H\rvert}$	
F_{21}	$-\frac{Y_{21}}{Y_{22}}$	$\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\frac{1}{A_{11}}$	$-\frac{H_{21}}{\lvert H\rvert}$	
F_{22}	$\frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{\lvert Z\rvert}{Z_{11}}$	$\frac{A_{12}}{A_{11}}$	$\frac{H_{11}}{\lvert H\rvert}$	

Системы собственных параметров

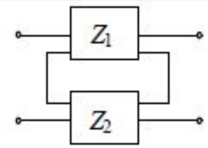
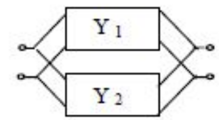
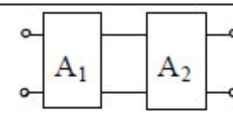
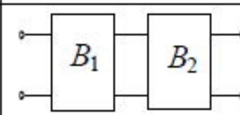
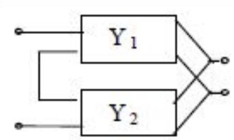
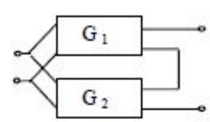
Приложение 2

Вид схемы	Матрицы параметров					
	Z	Y	A	B	H	G
	Не существует	$\begin{matrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & -1 \\ 1 & Z \end{matrix}$
	$\begin{matrix} Z & -Z \\ -Z & Z \end{matrix}$	Не существует	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & Y \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y & -1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} Z_1+Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & Z_2+Z_3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_1(Y_2+Y_3)}{\Sigma Y} & \frac{-Y_1Y_2}{\Sigma Y} \\ \frac{-Y_1Y_2}{\Sigma Y} & \frac{Y_2(Y_1+Y_3)}{\Sigma Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1+\frac{Z_1}{Z_3} & Z_1+Z_2+\frac{Z_1Z_3}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1+\frac{Z_2}{Z_3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1+\frac{Z_2}{Z_3} & Z_1+Z_2+\frac{Z_1Z_2}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1+\frac{Z_1}{Z_3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_1+\frac{1}{Y_2+Y_3} & \frac{Z_3}{Z_2+Z_3} \\ \frac{-Z_3}{Z_2+Z_3} & \frac{1}{Z_2+Z_3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_1+Z_2} & \frac{Z_3}{Z_1+Z_3} \\ \frac{-Z_3}{Z_1+Z_3} & \frac{\sum Y}{Y_2(Y_1+Y_3)} \end{matrix}$
	$\begin{matrix} \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{\Sigma Z} & \frac{Z_1Z_2}{\Sigma Z} \\ \frac{Z_1Z_2}{\Sigma Z} & \frac{Z_2(Z_1+Z_3)}{\Sigma Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_1+Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_2+Y_3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1+\frac{Y_2}{Y_3} & \frac{1}{Y_3} \\ Y_1+Y_2+\frac{Y_1Y_2}{Y_3} & 1+\frac{Y_1}{Y_3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1+\frac{Y_1}{Y_3} & \frac{1}{Y_3} \\ Y_1+Y_2+\frac{Y_1Y_2}{Y_3} & 1+\frac{Y_2}{Y_3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_1+Y_3} & \frac{Y_3}{Y_1+Y_3} \\ \frac{-Y_3}{Y_1+Y_3}Y_2 & +\frac{1}{Z_1+Z_3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_1+\frac{1}{Z_2+Z_3} & \frac{-Y_3}{Y_2+Y_3} \\ \frac{Y_3}{Y_2+Y_3} & \frac{1}{Y_2+Y_3} \end{matrix}$
	$\begin{matrix} \frac{Z_a+Z_b}{2} & \frac{Z_b-Z_a}{2} \\ \frac{Z_b-Z_a}{1} & \frac{Z_a+Z_b}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_a+Y_b}{2} & \frac{Z_b-Y_a}{2} \\ \frac{Y_b-Y_a}{2} & \frac{Y_a+Y_b}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Z_a+Z_b}{Z_b-Z_a} & \frac{2Z_aZ_b}{Z_b-Z_a} \\ \frac{2}{Z_b-Z_a} & \frac{Z_a+Z_b}{Z_b-Z_a} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Z_a+Z_b}{Z_b-Z_a} & \frac{2Z_aZ_b}{Z_b-Z_a} \\ \frac{2}{Z_a+Z_b} & \frac{Z_a+Z_b}{Z_b-Z_a} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Z_aZ_b}{Z_a+Z_b} & \frac{Z_b-Z_a}{Z_a+Z_b} \\ \frac{Z_b-Z_a}{Z_a+Z_b} & \frac{Z_a+Z_b}{Z_a-Z_b} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{2}{Z_a+Z_b} & \frac{Z_a \cdot Z_b}{Z_a+Z_b} \\ \frac{Z_b-Z_a}{Z_a+Z_b} & \frac{2Z_aZ_b}{Z_a+Z_b} \end{matrix}$
	$\begin{matrix} Z_0\mathrm{cth}\gamma l & Z_0\mathrm{csch}\gamma l \\ Z_0\mathrm{csch}\gamma l & Z_0\mathrm{cth}\gamma l \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\mathrm{cth}\gamma l}{Z_0} & \frac{-\mathrm{csch}\gamma l}{Z_0} \\ \frac{-\mathrm{csch}\gamma l}{Z_0} & \frac{\mathrm{cth}\gamma l}{Z_0} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathrm{ch}\gamma l & Z_0\mathrm{sh}\gamma l \\ \frac{\mathrm{sh}\gamma l}{Z_0} & \mathrm{sh}\gamma l \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathrm{ch}cl & Z_0 s\gamma\lambda l \\ \frac{\mathrm{sh}\lambda l}{Z_0} & \mathrm{ch}\gamma l \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_0\mathrm{th}\gamma l & \mathrm{sech}\gamma l \\ -\mathrm{sech}\gamma l & \frac{\mathrm{th}\gamma l}{Z_0} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathrm{th}\gamma l & -\mathrm{sech}\gamma l \\ \mathrm{sech}\gamma l & Z_0\mathrm{th}\gamma l \end{matrix}$

Системы собственных параметров

Вид схемы	Матрицы параметров					
	Z	Y	A	B	H	G
 Длинная линия без потерь	$\begin{matrix} -jZ_0\text{ctg}\beta l & -jZ_0\text{csc}\beta l \\ -jZ_0\text{csc}\beta l & -jZ_0\text{ctg}\beta l \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-j\text{ctg}\beta l}{Z_0} & \frac{j\text{csc}\beta l}{Z_0} \\ \frac{j\text{csc}\,\beta l}{Z_0} & \frac{-j\text{ctg}\beta l}{Z_0} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \cos\beta l & jZ_0\sin\beta l \\ \frac{j\sin\beta l}{Z_0} & \cos\beta l \end{matrix}$	$\begin{matrix} \cos\beta l & jZ_0\sin\beta l \\ \frac{j\sin\beta l}{Z_0} & \cos\beta l \end{matrix}$	$\begin{matrix} jZ_0\text{tg}\beta l & \sec\beta l \\ -\sec\beta l & \frac{j\text{tg}\beta l}{Z_0} \end{matrix}$	$\begin{matrix} j\text{tg}\beta l & -\sec\beta l \\ \sec\beta l & jZ_0\text{tg}\beta l \end{matrix}$
	Не существует	Не существует	$\begin{matrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1/n & 0 \\ 0 & n \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & -1/n \\ 1/n & 0 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1/a \\ -1/a & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & a \\ 1/a & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & a \\ 1/a & 0 \end{matrix}$	Не существует	Не существует
	Не существует	Не существует	$\begin{matrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$	Не существует	То же	$\begin{matrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{matrix}$
	То же	$\begin{matrix} 0 & 0 \\ g_m & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & -1/g_m \\ 0 & 0 \end{matrix}$	То же		Не существует
 Источник тока, управляемый током	Не существует	Не существует	$\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/\beta \end{matrix}$	Не существует	$\begin{matrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{matrix}$	Не существует
 Источник э.д.с., управляемый током	$\begin{matrix} 0 & 0 \\ r_m & 0 \end{matrix}$	То же	$\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1/r_m & 0 \end{matrix}$	То же	Не существует	То же

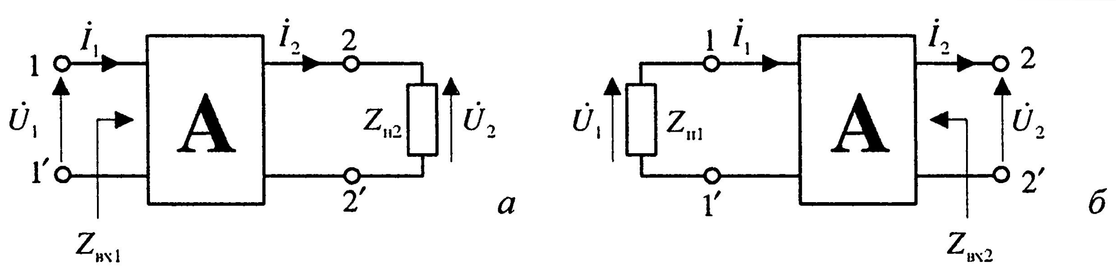
Соединения четырехполюсников

Вид параметра	Система уравнений четырехполюсника	Схема соединения четырехполюсника	Результирующее соотношение
1	2	3	4
Z-параметры	$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$		$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2$
Y-параметры	$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$		$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2$
A-параметры	$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$		$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 \times \boldsymbol{A}_2$
A^{-1}-параметры	$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$		$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_2 \times \boldsymbol{B}_2$
1	2	3	4
H-параметры	$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$		$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2$
G-параметры	$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [G] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$		$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{G}_1 + \boldsymbol{G}_2$

* Часто матрицу А записывают в виде коэффициентов А = $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$.

Внешние характеристики четырехполюсников

Под *рабочими* или *внешними характеристиками* четырехполюсника понимаются его комплексные частотные характеристики при условии подключения к нему генератора и двухполюсной нагрузки



Найдем комплексный входной коэффициент:

$$Z_{вх1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2}$$

Найдем напряжение на выходе:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{н2}.$$

Подставляем и получаем:

$$Z_{вх1} = \frac{A_{11}\dot{I}_2 Z_{н2} + A_{12}\dot{I}_2}{A_{21}\dot{I}_2 Z_{н2} + A_{22}\dot{I}_2} = \frac{A_{11}Z_{н2} + \dot{I}_2}{A_{21}Z_{н2} + \dot{I}_2}.$$

Цепи с распределенными параметрами

Понятие длинной линии

Для более четкого определения длинной линии вводят количественный критерий – этот критерий часто называют *электрической длинной.*

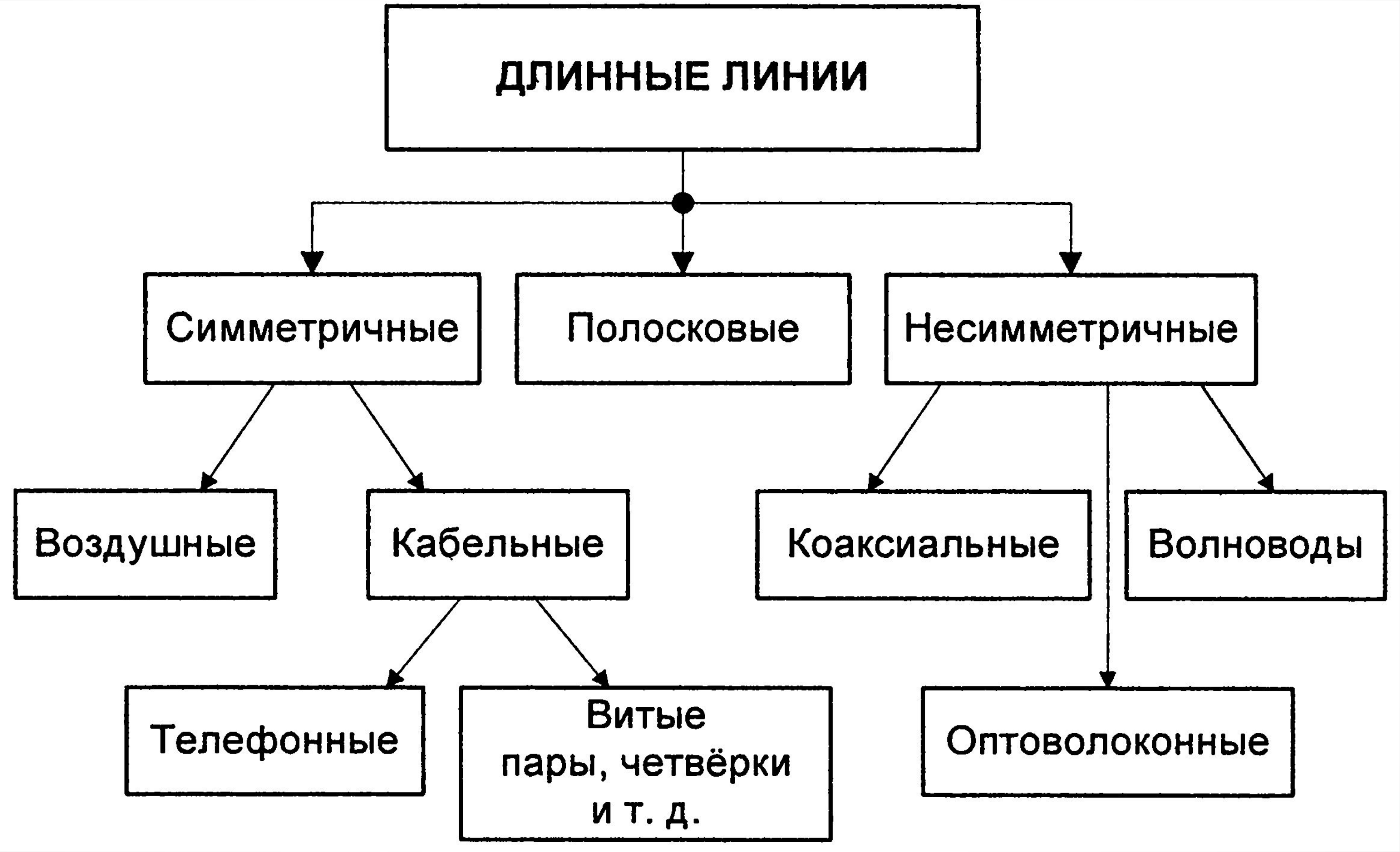
Пусть l – линяя к которой приложено воздействие с максимальной частотой f_{max} тогда минимальная длина волны λ_{min} определяется как:

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}}$$

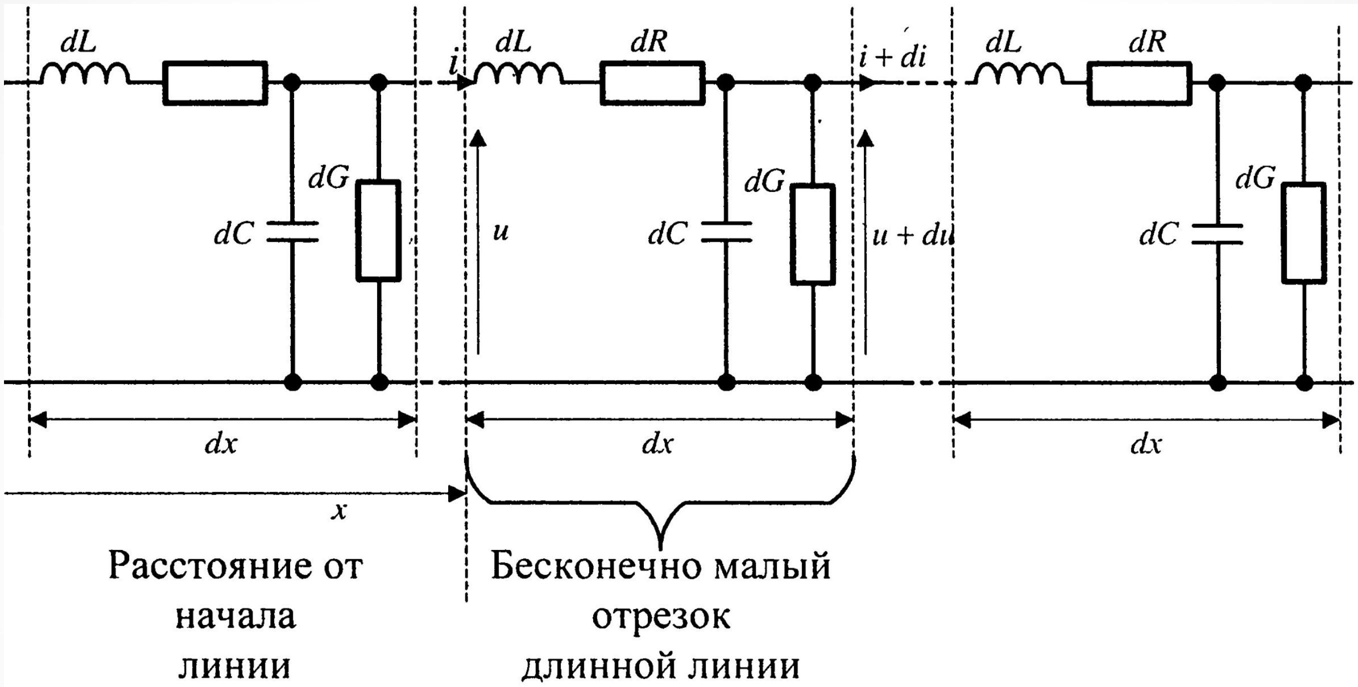
где *c*- скорость света

Смысл критерия электрической длины линии: одна и та же цепи представляет собой систему с распределенными или сосредоточенными параметрами в зависимости от частоты приложенного к ней воздействия

Классификация длинных линий



Первичные параметры длинной линии



Первичные (погонные) параметры линии характеризуют ее физическую природу и выражаются через сопротивление R, индуктивность L, емкость C и проводимость G, отнесенные к единице длины линии.

Уравнение передачи длинной линии. Падающие и отраженные волны

Уравнение передачи длинной линии показывает закон изменения тока и напряжения вдоль однородной линии:

$$\begin{cases} u(t,x) = |A_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1) + |A_2| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2); \\ i(t,x) = \dfrac{|A_1|}{z_в} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1 - \varphi_в) - \dfrac{|A_2|}{z_в} e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2 - \varphi_в), \end{cases}$$

Совокупность волн и напряжений $u_{пад}(t,x)$ и тока $i_{пад}(t,x)$ называется *падающей волной.*

$$\begin{cases} u_{пад}(t,x) = |A_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1); \\ i_{пад}(t,x) = \dfrac{|A_1|}{z_в} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1 - \varphi_в). \end{cases}$$

Волна напряжения $u_{пад}(t,x)$ и тока $i_{пад}(t,x)$, распространяющаяся от конца к началу линии, называется *отраженной волной.*

$$\begin{cases} u_{отр}(t,x) = |A_2| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2); \\ i_{отр}(t,x) = -\dfrac{|A_2|}{z_в} e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2 - \varphi_в). \end{cases}$$

Вторичные параметры длинной линии

Коэффициент распространения характеризует изменения модуля и аргумента действующего значения бегущей гармонической волны:

$$\gamma = \sqrt{(G + j\omega C)(R + j\omega L)} = \alpha + j\beta$$

где: α – коэффициент затухания показывает степень затухания амплитуды тока или напряжения по линии, измеряется в неперах (Нп) или децибелах (Дб):

$$\alpha = \ln\left|U^{н}_{пр} / U^{к}_{пр}\right| \text{ Нп/км},$$

$$\alpha = 20\lg\left|U^{н}_{пр} / U^{к}_{пр}\right| \text{ дБ/км}$$

β – коэффициент фазы.

Волновое (характеристическое) сопротивление характеризует отношение комплексных действующих значений напряжения и тока.

$$Z_{в} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = |Z_{в}| e^{j\varphi_{в}}$$

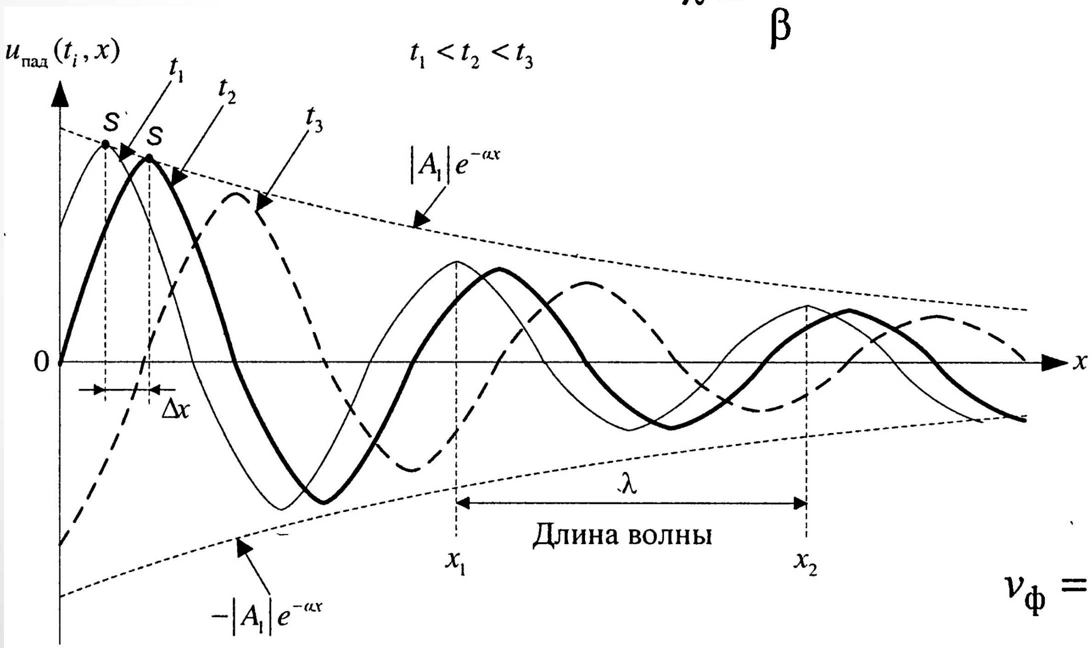
Вторичные параметры длинной линии

Фазовая скорость – скорость перемещения какой-либо фазы напряжения или тока синусоидальной электромагнитной волны, бегущей вдоль линии.

$$v = dx/dt = \omega/\beta.$$

Под *длиной волны* расстояние между смежными сечениями линии фаза колебаний волны на которых отличается на 2π.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$



Для вторичных параметров возможны приближения.

При $\omega L >> R$ и $\omega C >> G$

$$\gamma \approx \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} + j\omega\sqrt{LC}$$

$$\alpha \approx \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}; \quad \beta \approx \omega\sqrt{LC}$$

$$v_ф = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad Z_в = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$