

Логические уравнения и системы повышенной трудности

Учитель информатики

МОУ «Лицей №1» г.Всеволожска

Метлицкая М.В.

Задача 1

$$(x_1 \rightarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_3)(x_3 \rightarrow x_4)(x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

Задача 2

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_8, y_1, y_2, \dots, y_8$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (y_1 \rightarrow y_2) = 1$$

$$(x_2 \rightarrow x_3) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1$$

...

$$(x_7 \rightarrow x_8) \wedge (y_7 \rightarrow y_8) = 1$$

Задача 3

- Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_5 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_1) = 1$$

$$x_3 \wedge y_3 = 1$$

Зад.71 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) = 1$$

$$(x_1 \rightarrow y_1) \wedge (x_2 \rightarrow y_2) = 1$$

Задача 4

а) $((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4 = 0 \quad (Z_n)$

б) $((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4 = 1 \quad (K_n)$

Зад.76 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система уравнений?

$$(((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4) = 0$$

$$(((y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3) \rightarrow y_4) = 1$$

$$(((z_1 \rightarrow z_2) \rightarrow z_3) \rightarrow z_4) = 0$$

Замена переменных

Задача 5

- Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$, которые удовлетворяют указанному ниже условию?

$$((x_1 \equiv x_2) \rightarrow (x_3 \equiv x_4)) \wedge ((x_3 \equiv x_4) \rightarrow (x_5 \equiv x_6)) \wedge ((x_5 \equiv x_6) \rightarrow (x_7 \equiv x_8)) = 1$$

Зад.201 (Поляков)(самост.)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \equiv y_1) \rightarrow (x_2 \equiv y_2) = 1$$

$$(x_2 \equiv y_2) \rightarrow (x_3 \equiv y_3) = 1$$

...

$$(x_6 \equiv y_6) \rightarrow (x_7 \equiv y_7) = 1$$

Зад.52 (Поляков) (самоуст.)

Сколько различных решений имеет система уравнений

$$((X_1 \equiv X_2) \wedge (X_3 \equiv X_4)) \vee (\neg(X_1 \equiv X_2) \wedge \neg(X_3 \equiv X_4)) = 0$$

$$((X_3 \equiv X_4) \wedge (X_5 \equiv X_6)) \vee (\neg(X_3 \equiv X_4) \wedge \neg(X_5 \equiv X_6)) = 0$$

$$((X_5 \equiv X_6) \wedge (X_7 \equiv X_8)) \vee (\neg(X_5 \equiv X_6) \wedge \neg(X_7 \equiv X_8)) = 0$$

$$((X_7 \equiv X_8) \wedge (X_9 \equiv X_{10})) \vee (\neg(X_7 \equiv X_8) \wedge \neg(X_9 \equiv X_{10})) = 0$$

Табличный метод

Для нескольких переменных строится таблица истинности и находится закономерность

Зад.193 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$((x_1 \equiv x_2) \rightarrow (x_2 \equiv x_3)) \wedge ((y_1 \equiv y_2) \rightarrow (y_2 \equiv y_3)) = 1$$

$$((x_2 \equiv x_3) \rightarrow (x_3 \equiv x_4)) \wedge ((y_2 \equiv y_3) \rightarrow (y_3 \equiv y_4)) = 1$$

...

$$((x_5 \equiv x_6) \rightarrow (x_6 \equiv x_7)) \wedge ((y_5 \equiv y_6) \rightarrow (y_6 \equiv y_7)) = 1$$

Зад.199 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \vee y_1) \rightarrow (x_2 \wedge y_2) = 1$$

$$(x_2 \vee y_2) \rightarrow (x_3 \wedge y_3) = 1$$

...

$$(x_6 \vee y_6) \rightarrow (x_7 \wedge y_7) = 1$$

Зад.200 (Поляков) (самост.)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(\neg x_1 \vee y_1) \rightarrow (\neg x_2 \wedge y_2) = 1$$

$$(\neg x_2 \vee y_2) \rightarrow (\neg x_3 \wedge y_3) = 1$$

...

$$(\neg x_5 \vee y_5) \rightarrow (\neg x_6 \wedge y_6) = 1$$

Зад.220 (Поляков)(Доср.ЕГЭ)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee y_1) = 1$$

$$(x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee y_2) = 1$$

...

$$(x_6 \vee x_7) \wedge (\neg x_6 \vee \neg x_7) \wedge (\neg x_6 \vee y_6) = 1$$

$$(\neg x_7 \vee y_7) = 1$$

Зад.223 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \vee y_1) \equiv (\neg x_2 \wedge \neg y_2) = 1$$

$$(x_2 \vee y_2) \equiv (\neg x_3 \wedge \neg y_3) = 1$$

...

$$(x_7 \vee y_7) \equiv (\neg x_8 \wedge \neg y_8) = 1$$

Битовые цепочки

Вспомогательные формулы:

$$(A \rightarrow B \wedge C) = (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$$

$$(A \rightarrow (B \vee C)) = (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$$

Зад.219 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg y_1) = 1$$

$$(\neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg y_2) = 1$$

...

$$(\neg x_7 \vee x_8) \wedge (x_7 \vee \neg y_7) = 1$$

$$(x_8 \vee \neg y_8) = 1$$

Зад.227 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \rightarrow (x_2 \wedge y_1)) \wedge (y_1 \rightarrow y_2) = 1$$

$$(x_2 \rightarrow (x_3 \wedge y_2)) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1$$

...

$$(x_8 \rightarrow (x_9 \wedge y_8)) \wedge (y_8 \rightarrow y_9) = 1$$

$$(x_9 \rightarrow y_9) = 1$$

Зад.164 (Поляков)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \rightarrow (x_2 \vee y_2)) \wedge (y_1 \rightarrow y_2) = 1$$

$$(x_2 \rightarrow (x_3 \vee y_3)) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1$$

...

$$(x_7 \rightarrow (x_8 \vee y_8)) \wedge (y_7 \rightarrow y_8) = 1$$

$$x_8 \rightarrow y_8 = 1$$