

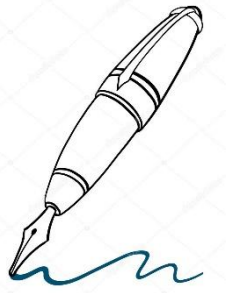
# Физика:

- изучает законы\* движения материи;
- служит фундаментом для изучения всех специальных дисциплин;
- формирует научное мировоззрение.

---

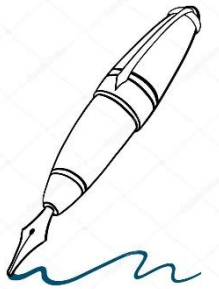
\*Законы – устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, существующие в природе

# Научный подход



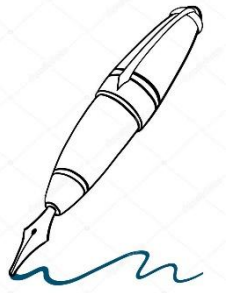
1. Постановка проблемы.
2. Формулирование одной или нескольких гипотез.
3. Предсказание естественных следствий из каждой гипотезы.
4. Проведение опытов, которые бы подтвердили или опровергли предсказанные ранее следствия.
5. Формулировка простейшего заключения, в котором согласовывались бы гипотеза, логические следствия и эксперимент.

# Разделы физики



- Механика - раздел физики, наука, изучающая движение материальных тел и взаимодействие между ними; при этом движением в механике называют изменение во времени взаимного положения тел или их частей в пространстве. Кинематикой называют раздел механики, в котором движение тел рассматривается без выяснения причин, его вызывающих. Динамика - раздел механики, изучающий законы движения тел в зависимости от действующих на них сил.
- Молекулярно-кинетическая теория - это раздел физики, изучающий свойства тел в зависимости от характера движения и взаимодействия атомов и молекул этих тел. Атомы и молекулы рассматриваются в молекулярной физике как наименьшие частицы химического вещества.
- Термодинамика - это раздел физики изучающий условия и количественные соотношения взаимопревращений теплоты, работы и других видов энергии без обращения к молекулярному строению тел.
- Электричество и магнетизм – раздел физики, электрические и магнитные явления.
- Оптика – раздел физики, изучающий природу света, его свойства, законы, связанные с его распространением.
- Атомная физика — это раздел физики, который изучает строение атомов и элементарные процессы на атомном уровне.

# Кинематика



**Кинематикой** называют раздел механики, в котором движение тел рассматривается без выяснения причин, его вызывающих.

**Материальная точка** – тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.



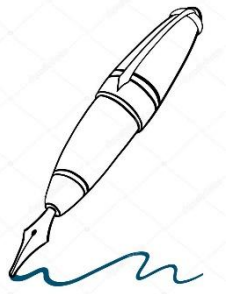
**Траектория** – линия, вдоль которой движется материальная точка.

**Путь** - это длина траектории.

**Перемещение** – это вектор, который соединяет начальное и конечное положение материальной точки.

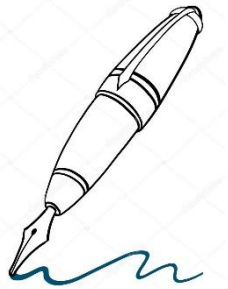






# Задача

Спасательный круг, брошенный из кормы судна, возвышающейся на 5 м над уровнем воды, упал в море на расстоянии 12 м от борта судна. Определите модуль перемещения спасательного круга, если траектория его движения лежит в диаметральной плоскости судна.





Дано:

$$a = 5 \text{ м}$$

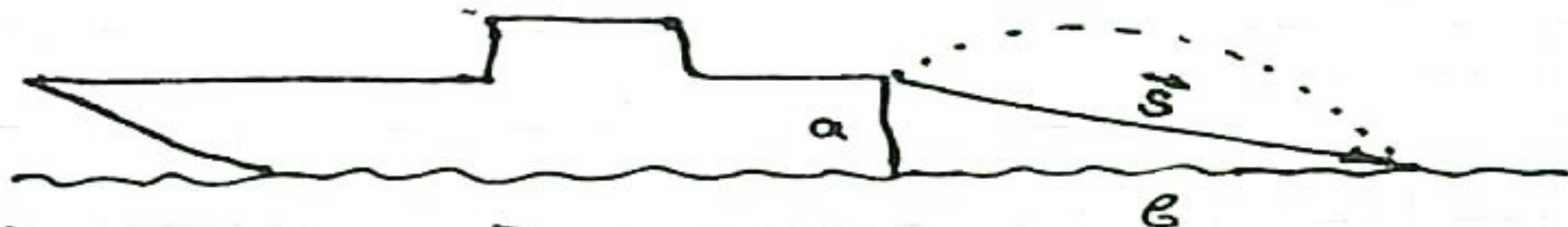
$$b = 12 \text{ м}$$

$s = ?$

И:

Решение.

Перемещение — это вектор, соединяющий начальное и конечное положение тела.



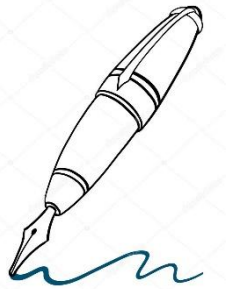
По теореме Пифагора:

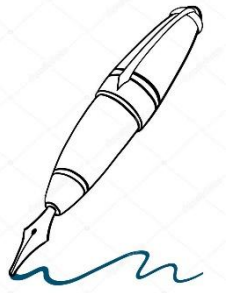
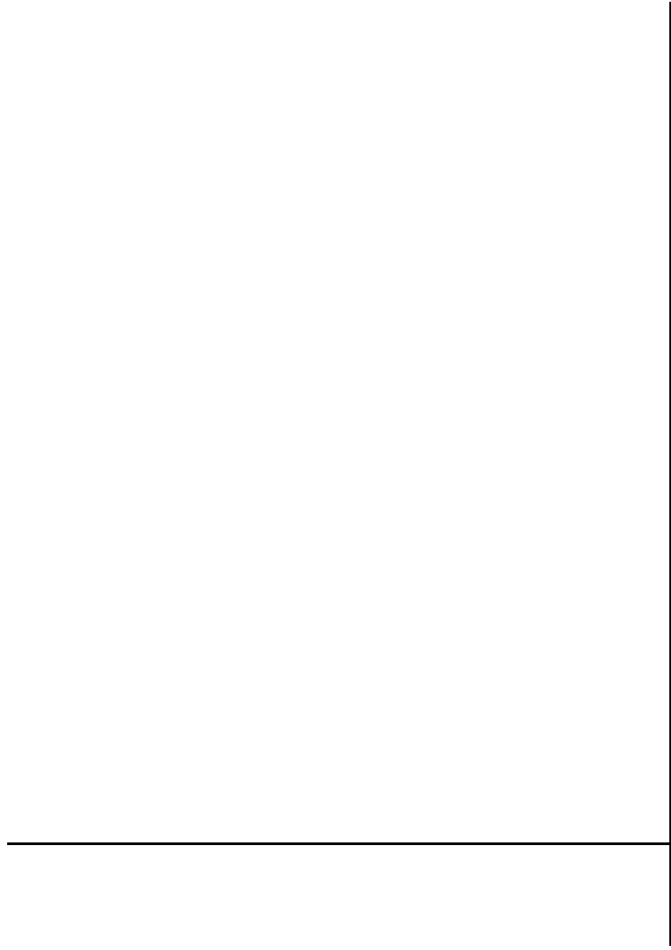
$$a^2 + b^2 = s^2 \Rightarrow s = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \\ = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ (м)}$$

Ответ: 13 м.

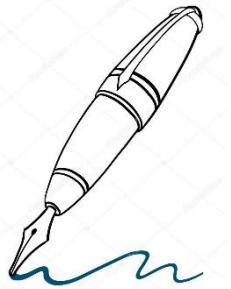
# Задача

Корабль прошел по прямому пути 8 км за 1,5 ч, а потом еще 2 ч двигался в том же направлении со скоростью 30 км/ч. После чего корабль изменил скорость и оставшиеся 10 км двигался со скоростью 20 км/ч. Определите среднюю скорость корабля за все время движения.





# Задача



Движение катера между двумя пристанями длится 2 ч, если катер движется по течению реки, и 4 ч, если он движется против течения. Определите время движения по течению между этими пристанями катера с выключенным двигателем.



Дано:

$$t_1 = 2\tau$$

$$t_2 = 4\tau$$

$$v_1 = v_k + v_p$$

$$v_2 = v_k - v_p$$

$$v_3 = v_p$$

$$t_3 = ?$$

Решение.

Примечание: данную задачу можно решить без перевода данных в СИ:

Во всех трех случаях будет пройдено одно и то же расстояние:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S$$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} S = v_1 \cdot t_1 \\ S = v_2 \cdot t_2 \\ S = v_3 \cdot t_3 \end{cases} \quad \begin{cases} S = (v_k + v_p) \cdot 2 \\ S = (v_k - v_p) \cdot 4 \\ S = v_p \cdot t_3 \end{cases} \quad \begin{cases} S = 2v_k + 2v_p \\ S = 4v_k - 4v_p \\ S = v_p \cdot t_3 \end{cases}$$

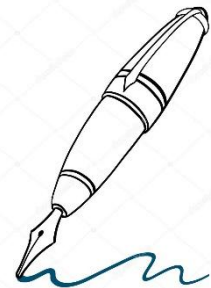
В полученной системе уравнений 3 уравнения и 4 неизвестные.

Однако количество неизвестных можно сократить, разделив все уравнения на  $S$ .

Тогда мы будем иметь 3 неизвестные:

$$\frac{v_k}{S}; \frac{v_p}{S}; t_3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = 2 \frac{v_k}{S} + 2 \frac{v_p}{S} \Rightarrow 2 \frac{v_k}{S} = 1 - 2 \frac{v_p}{S} \quad | \cdot 2 \Rightarrow 4 \frac{v_k}{S} = \left( 2 - \frac{4v_p}{S} \right) \\ 1 = 4 \frac{v_k}{S} - 4 \frac{v_p}{S} \\ 1 = \frac{v_p}{S} \cdot t_3 \end{array} \right.$$



$$1 = 2 - \frac{4v_p}{S} - \frac{4v_p}{S}$$

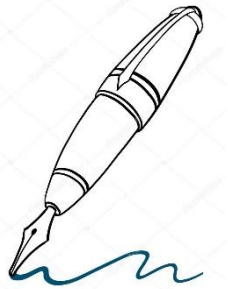
$$\frac{8v_p}{S} = 2 - 1$$

$$\frac{8v_p}{S} = 1 \Rightarrow \frac{v_p}{S} = \left( \frac{1}{8} \right), \text{ HO } 1 = \frac{v_p}{S} \cdot t_3$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \cdot t_3 \Rightarrow t_3 = 8 \text{ (2)}$$

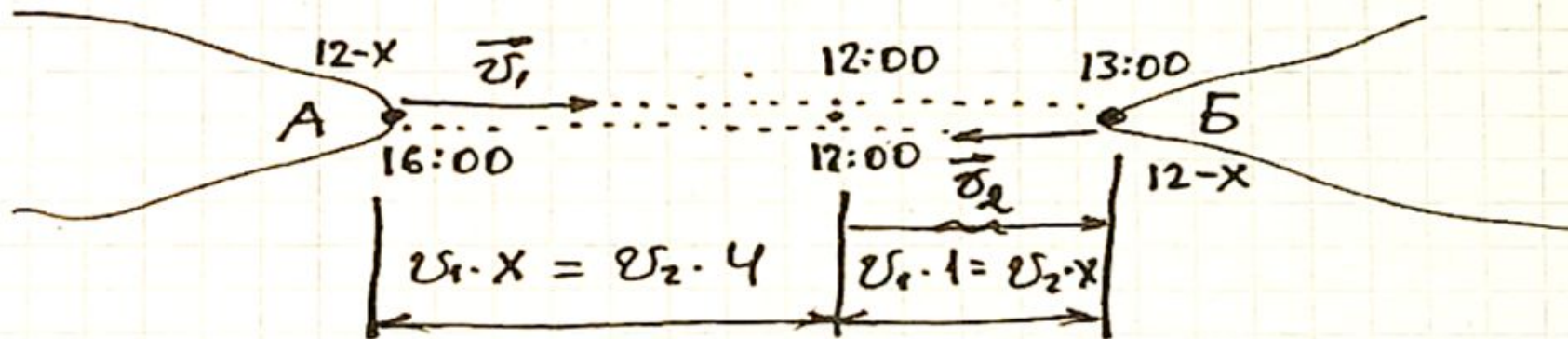
Отвечая: 8 разов.

# Задача



Два судна одновременно вышли из портов. Одно из них из порта А в порт Б, другое из порта Б в порт А. Скорости судов различны. В 12-00 этого же дня суда встретились, а в 13-00 одно из судов достигло своего пункта назначения. Второе судно достигло своего пункта назначения в 16-00. В какое время суда вышли из портов?

Т.к. оба судна вошли из портов одновременно, то до встречи в 12:00 они двигались одноч то же время  $x$ .



$$\begin{cases} v_1 \cdot x = v_2 \cdot 4 & (1) \\ v_1 \cdot 1 = v_2 \cdot x & (2) \end{cases}$$

Разделим (1) на (2)

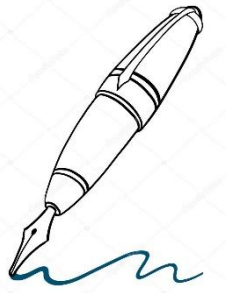
$$\frac{\cancel{v_1} \cdot x}{\cancel{v_1} \cdot 1} = \frac{\cancel{v_2} \cdot 4}{\cancel{v_2} \cdot x} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{4}{x} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$12 - x = 12 - 2 = 10$$

Ответ: 10 часов.



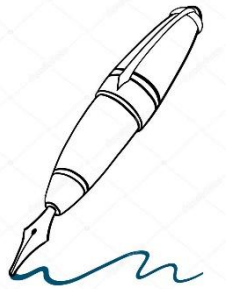
# Решение задач путем перехода в систему отсчета, связанную с одним из движущихся объектов



**Система отсчёта** – это система координат, тело отсчета, с которым связана система координат, и прибор для измерения времени.



# Задача

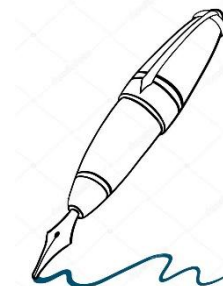


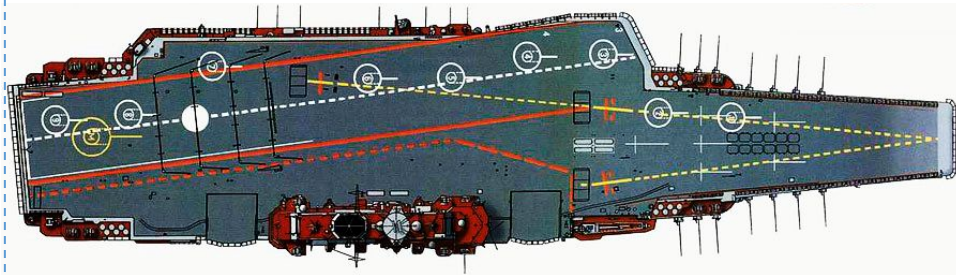
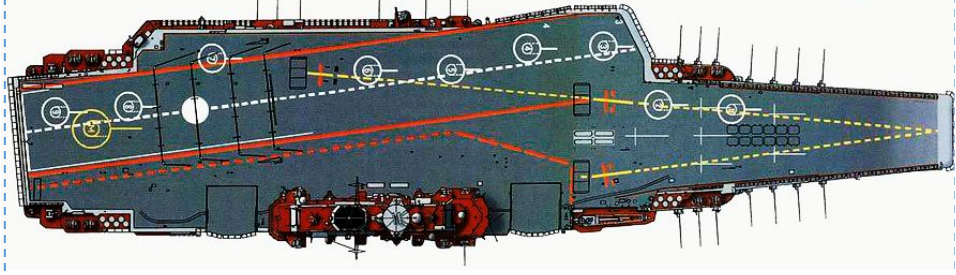
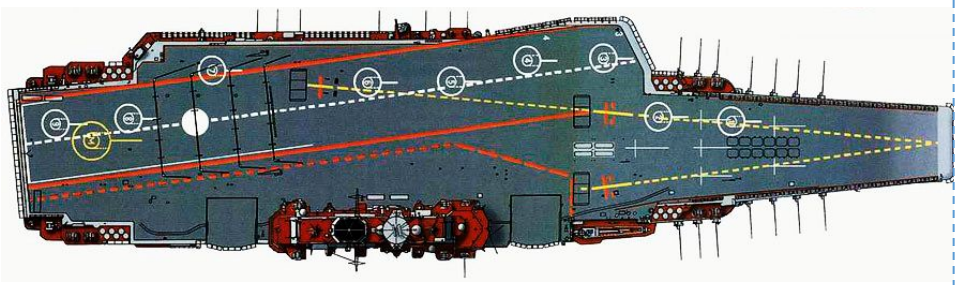
Авианосец «Адмирал Кузнецов» и крейсер «Петр Великий», двигаясь во встречных направлениях, проходят друг мимо друга в течение 25 с. Длина «Адмирала Кузнецова» равна 304,5 м, модуль скорости его движения – 29 узлов. Определите модуль скорости движения крейсера, если его длина составляет 251 м. (1 узел считать равным 0,5 м/с).

# Задача

Дано:

СИ







# Задача

Яхта отправилась из Севастополя в Ялту со скоростью 30 км/ч. Через пол часа в том же направлении отправился катер - со скоростью 10 м/с. Определите, через какое время катер нагонит яхту? Успеет ли катер нагнать яхту до ее прибытия в Ялту? Длину морского пути от Севастополя до Ялты считать равным 100 км



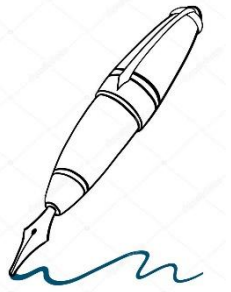
**Дано:**

**СИ**

1800 с

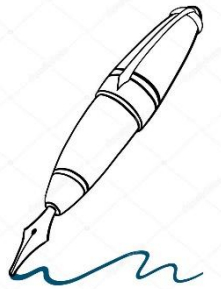
100000

М



# Задача\*

Танкер длиной 180 м движется со скоростью 7 узлов. Пограничный катер проходит от носа до кормы танкера и возвращается к носу танкера за 110 с, двигаясь в обе стороны с одинаковой по модулю скоростью. Определите скорость движения пограничного катера. (1 узел считать равным 0,5 м/с).



Дано:

$$L = 180 \text{ м}$$

$$v_T = 7 \text{ узлов}$$

$$t_{\text{ос}} = 110 \text{ с}$$

$$v_K - ?$$

СИ:

$$3,5 \text{ м/с}$$

Решение:

Перейдем в систему отсчета, связанную с танкером:

Танкер будет представлять неподвижный объект, а пограничный катер будет двигаться от носа танкера к корме со скоростью:

$$v_K + v_T$$

а затем от кормы к носу со скоростью:

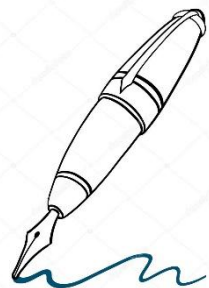
$$v_K - v_T.$$

Запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} (v_K + v_T) \cdot t_1 = L & (1) \\ (v_K - v_T) \cdot t_2 = L & (2) \\ t_1 + t_2 = t_{\text{ос}} & (3) \end{cases}$$

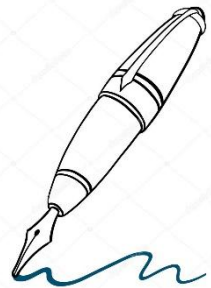
Подставим данные из условия:

$$\begin{cases} (v_K + 3,5) \cdot t_1 = 180 & (4) \\ (v_K - 3,5) \cdot t_2 = 180 & (5) \\ t_1 + t_2 = 110 & (6) \end{cases}$$





В данной системе 3 уравнения и 3 неизвестные.  
Решим систему методом подстановки.



$$(4) \Rightarrow t_1 = \frac{180}{2v_k + 3,5} \quad (7)$$

$$(5) \Rightarrow t_2 = \frac{180}{2v_k - 3,5} \quad (8)$$

$$(6), (7), (8) \Rightarrow \frac{180}{2v_k + 3,5} + \frac{180}{2v_k - 3,5} = 110$$

Мы получили одно уравнение с одной неизвестной.

Приведем к общему знаменателю:

$$\frac{180(2v_k - 3,5)}{(2v_k + 3,5)(2v_k - 3,5)} + \frac{180(2v_k + 3,5)}{(2v_k - 3,5)(2v_k + 3,5)} = 110.$$

$$\boxed{b(c \pm d) = b \cdot c \pm b \cdot d}$$

$$\frac{180(2v_k - 3,5) + 180(2v_k + 3,5)}{(2v_k + 3,5) \cdot (2v_k - 3,5)} = 110$$

$$\boxed{(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2}$$

$$\frac{180 \cdot v_k - \cancel{630} + 180 \cdot v_k + \cancel{630}}{v_k^2 - 12,25} = 110$$

$$\frac{360 \cdot v_k}{v_k^2 - 12,25} = 110$$

$$360 \cdot v_k = 110(v_k^2 - 12,25)$$

$$360 \cdot v_k = 110 \cdot v_k^2 - 1347,5$$

$$0 = 110 \cdot v_k^2 - 1347,5 - 360 v_k$$

или

$$110 \cdot v_k^2 - 360 \cdot v_k - 1347,5 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{d}$$
$$\frac{a}{1} = \frac{c}{1} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{1}$$



$$220 \cdot v_k^2 - 720 v_k - 2695 = 0$$

$$a = 220$$

$$b = -720$$

$$c = -2695$$

$$D = b^2 - 4ac = (-720)^2 - 4 \cdot 220 \cdot (-2695) = \\ = 518400 + 2371600 = 2890000$$

$$v_k = \frac{-(-720) \pm \sqrt{2890000}}{2 \cdot 220} = \frac{720 \pm 1700}{440}$$

$$v_{k1} = \frac{720 + 1700}{440} = 5,5 \text{ (м/с)} ;$$

$$v_{k2} = \frac{720 - 1700}{440} < 0$$

не удовлетворяет  
физическому смыслу.

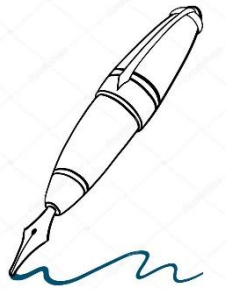
Ответ: 5,5 м/с.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \geq 0 (!)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

# Задача



Судно терпит бедствие на реке, скорость течения которой  $0,6$  м/с. Спасательная шлюпка получила пробоину, вода холодная, поэтому матрос хочет добраться до берега за кратчайшее время. Какое потребуется время, чтобы добраться до берега, если скорость шлюпки  $1$  м/с, а расстояние до берега  $60$  м. (Определите, на сколько течение снесет шлюпку во время переправы.)



Дано:

$$v_p = 0,6 \text{ м/с}$$

$$v_{ш} = 1 \text{ м/с}$$

$$S = 60 \text{ м}$$

$$t_{\min} - ?$$

$$l - ?$$

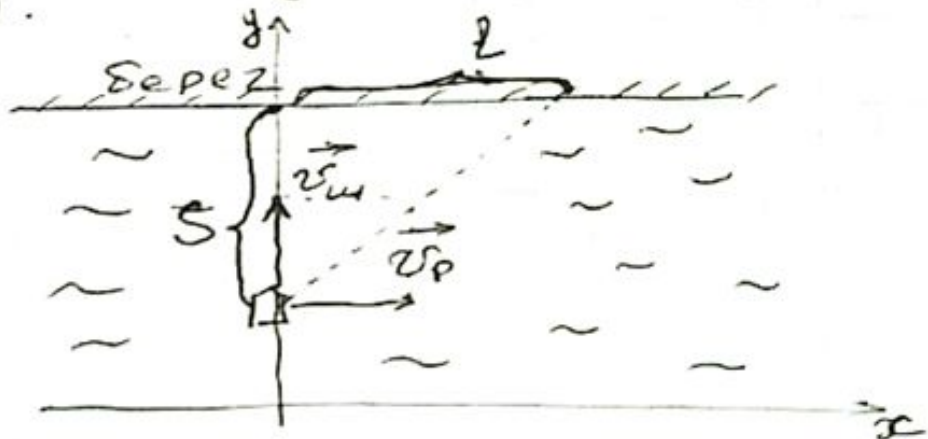
СИ:

Решение:

Если тело движется в двумерной системе координат, то можно рассматривать движение вдоль каждой оси по отдельности.

При этом движение вдоль каждой оси будет определяться проекциями скорости на данную ось.

Направим ось  $x$  вдоль реки, а ось  $y$  перпендикулярно берегу. Чем больше проекция вектора скорости шлюпки на ось  $y$ , тем быстрее шлюпка достигнет берега. Скорость реки перпендикулярна оси  $y$ , поэтому на время приближения к берегу не влияет.

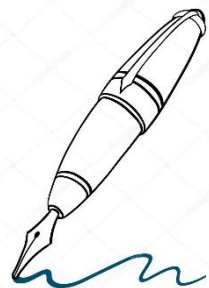


$$t_{\min} = \frac{S}{v_{ш}} = \frac{60}{1} = 60 \text{ (с)}$$

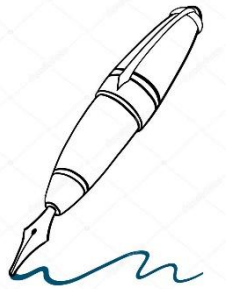
При этом течение снесет шлюпку на расстояние:

$$l = v_p \cdot t_{\min} = 0,6 \cdot 60 = 36 \text{ (м)}$$

Ответ: 60 секунд; 36 метров.



# Задача



Судно терпит бедствие на реке, скорость течения которой  $0,6$  м/с. Спасательная шлюпка получила пробоину, вода холодная, поэтому матрос хочет добраться до берега за кратчайшее время. Какое потребуется время чтобы добраться до берега, если скорость шлюпки  $1$  м/с, расстояние до берега  $60$  м, а единственное место, куда может причалить шлюпка, находится как раз напротив терпящего бедствие судна.

Дано:

$$v_p = 0,6 \text{ м/с}$$

$$v_{ш} = 1 \text{ м/с}$$

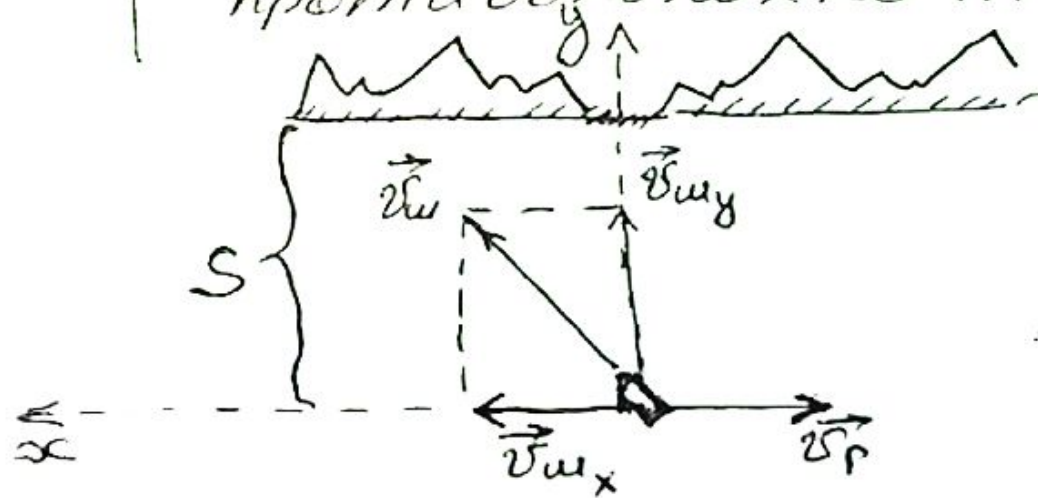
$$S = 60 \text{ м}$$

$$t = ?$$

СИ:

Решение:

В данной задаче в отличие от предыдущей необходимо, чтобы проекция вектора скорости шлюпки на ось  $x$  была равна скорости реки по модулю и противоположна по направлению. (Ось  $x$  направим противоположно течению реки.)



$$t = \frac{S}{v_{шы}}$$

По теореме Пифагора:

$$v_{ш}^2 = v_{шx}^2 + v_{шы}^2$$
$$\quad \quad \quad \parallel$$
$$\quad \quad \quad v_p^2$$

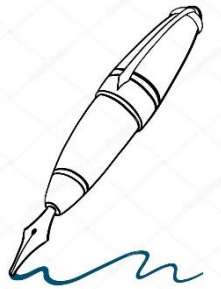
$$1^2 = 0,6^2 + v_{шы}^2$$

$$v_{шы} = \sqrt{1^2 - 0,6^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8 \text{ (м/с)}$$

$$t = \frac{S}{v_{шы}} = \frac{60}{0,8} = 75 \text{ (с)}$$

Ответ: 75 секунды.

# Задача



Механик на только купленном после первого рейса легковом автомобиле, совершает опережение попутного грузовика. Когда автомобиль механика опередил на несколько метров грузовик, двигавшийся со скоростью  $72 \text{ км/ч}$  по соседней полосе, механик решил перестроиться в его ряд под углом  $30$  градусов. Какую минимальную скорость должна показывать стрелка спидометра легкового автомобиля во время перестроения, чтобы сохранялась дистанция в направлении движения между грузовиком и легковым автомобилем? Косинус  $30$  градусов считайте равным  $0.8660$ .



Дано:

$$v_2 = 72 \text{ км/ч}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

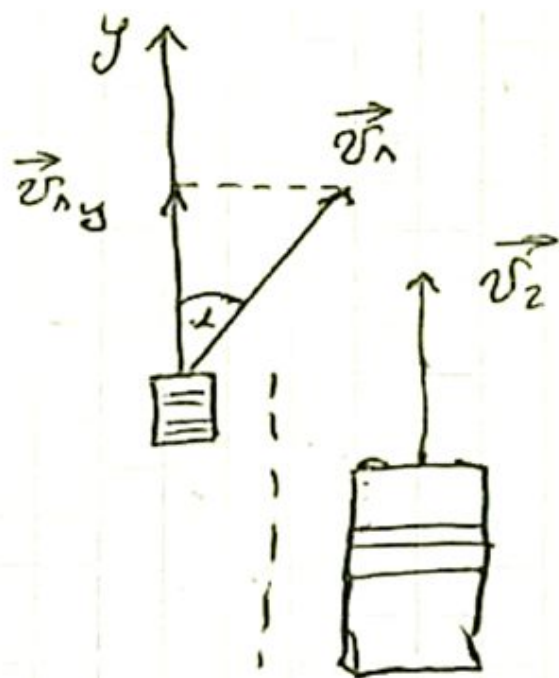
$$v_1 = ?$$

Решение.

Данную задачу можно решить без перевода в СИ.

Направим ось „у“ вдоль дороги. Тогда

проекция скорости легкового автомобиля на ось „у“ должна быть равна скорости грузовика.



$$v_{1y} = v_1 \cdot \cos \alpha = v_2$$

$$v_1 = \frac{v_2}{\cos \alpha} = \frac{72}{0,8660}$$

$$= 83,14 \text{ (км/ч)}$$

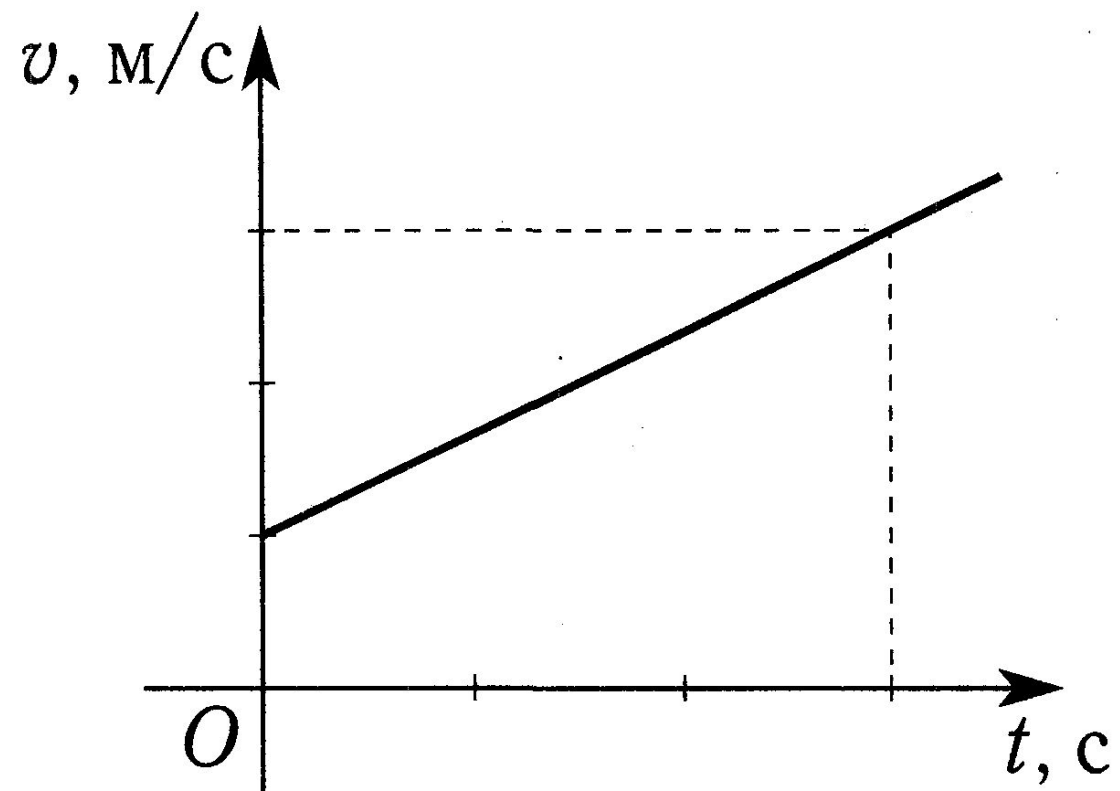
Ответ:  $\approx 83 \text{ км/ч}$ .



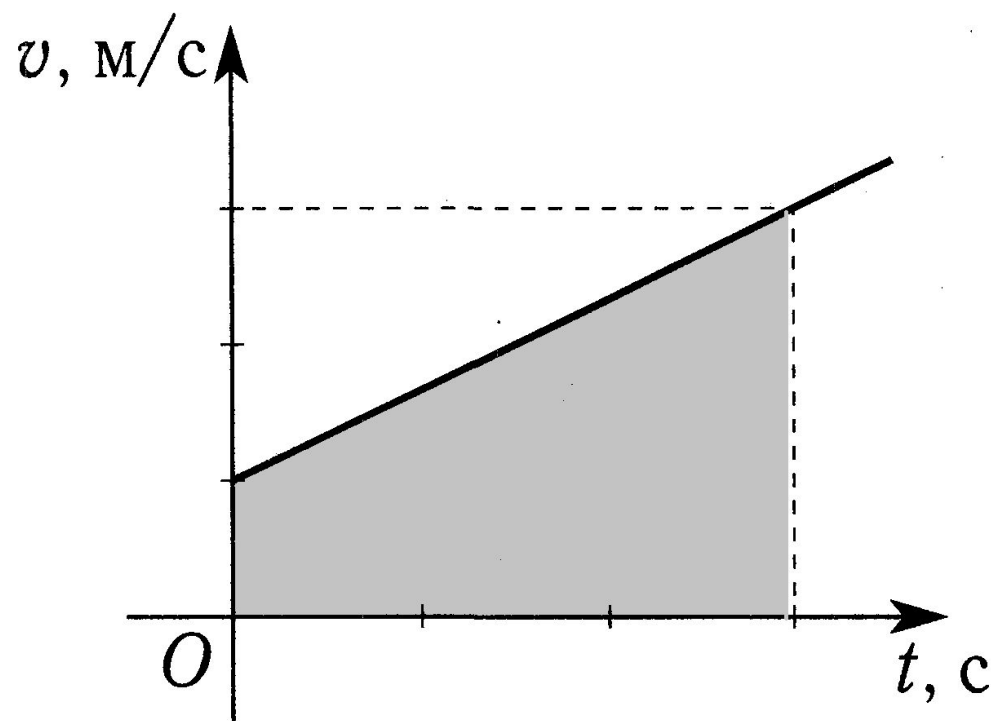
•

# Ускорение свободного падения

-







# Задача



.

Дано:

$$v_1 = 0$$
$$t = 4 \text{ c}$$

---

$$h = ?$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

И:

Решение

$$s = v_1 t + at^2/2 \Rightarrow$$

$$h = \underset{0}{v_1} t + \frac{g t^2}{2} \Rightarrow h = \frac{g t^2}{2} =$$

$$= \frac{10 \cdot 4^2}{2} = \frac{10 \cdot 16}{2} = 80 \text{ (м)}$$

Ответ: 80 м.



**Вычисление перемещения по заданным начальной скорости, ускорению и конечной скорости материальной точки**

•



• **Вычисление перемещения по заданным начальной скорости, ускорению и конечной скорости материальной точки  
(второй способ вывода формулы)**



# Задача



Какую скорость у поверхности воды будет иметь матрос, прыгнувший в воду с высоты 5 м?  $g=10 \text{ м/с}^2$ , сопротивлением воздуха пренебречь. Начальную скорость матроса считать равной нулю.



Дано:

$$h = 5 \text{ м}$$

$$v_1 = 0$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_2 = ?$$

СИ:

Решение

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$

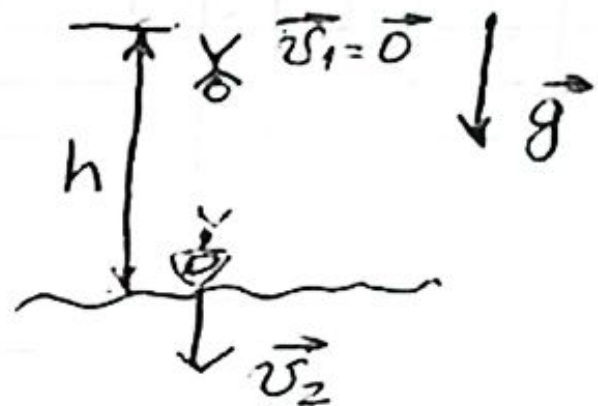
В нашем случае

$$h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$v_2^2 = 2gh + v_1^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh + v_1^2} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5 + 0^2} = 10 \text{ (м/с)}$$

Ответ: 10 м/с



# Задача\*

До какой максимальной высоты долетит сигнальная ракета, выпущенная вертикально вверх со скоростью 100 м/с? Сколько времени займет ее полет до этой высоты?  $g=10 \text{ м/с}^2$ .





# Задача\*

До какой максимальной высоты долетит сигнальная ракета, выпущенная вертикально вверх со скоростью 100 м/с? Сколько времени займет ее полет до этой высоты?  $g=10 \text{ м/с}^2$

**Ответ: 500м; с.**



# Задача



Легкомоторный самолет МЧС летит на высоте 100 м со скоростью 252 км/ч. Определите на каком расстоянии до спасательной шлюпки необходимо сбросить продуктовый набор для моряков? Сопротивлением воздуха пренебречь. Шлюпка неподвижна.  $g=10 \text{ м/с}^2$ .



Дано:

$$h = 100 \text{ м}$$

$$v_c = 252 \text{ км/ч}$$

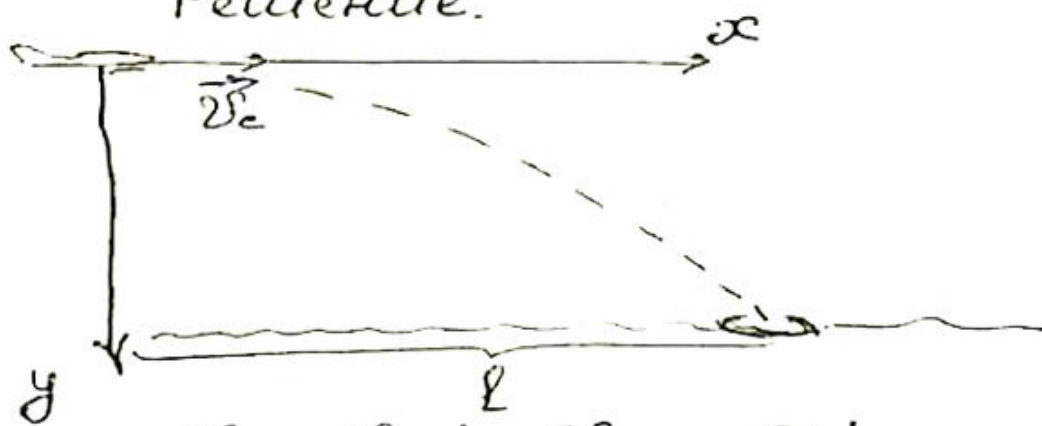
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$l$  - ?

СИ:

$$70 \text{ м/с}$$

Решение.



$$v_x = v_c ; v_{y0} = 0 ;$$

$$l = v_x \cdot t \quad (1)$$

Время полета найдем из уравнения:

$$\vec{s} = \vec{v}_i t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

$$h = 0 \cdot t + \frac{g t^2}{2} \quad (2)$$

$$h = \frac{g t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{10}} \approx 4,5 \text{ (с)} \quad (3)$$

(3)  $\rightarrow$  (1):

$$l = v_x \cdot t = v_c \cdot t = 70 \cdot 4,5 = 315 \text{ (м)}.$$

Ответ: 315 м.

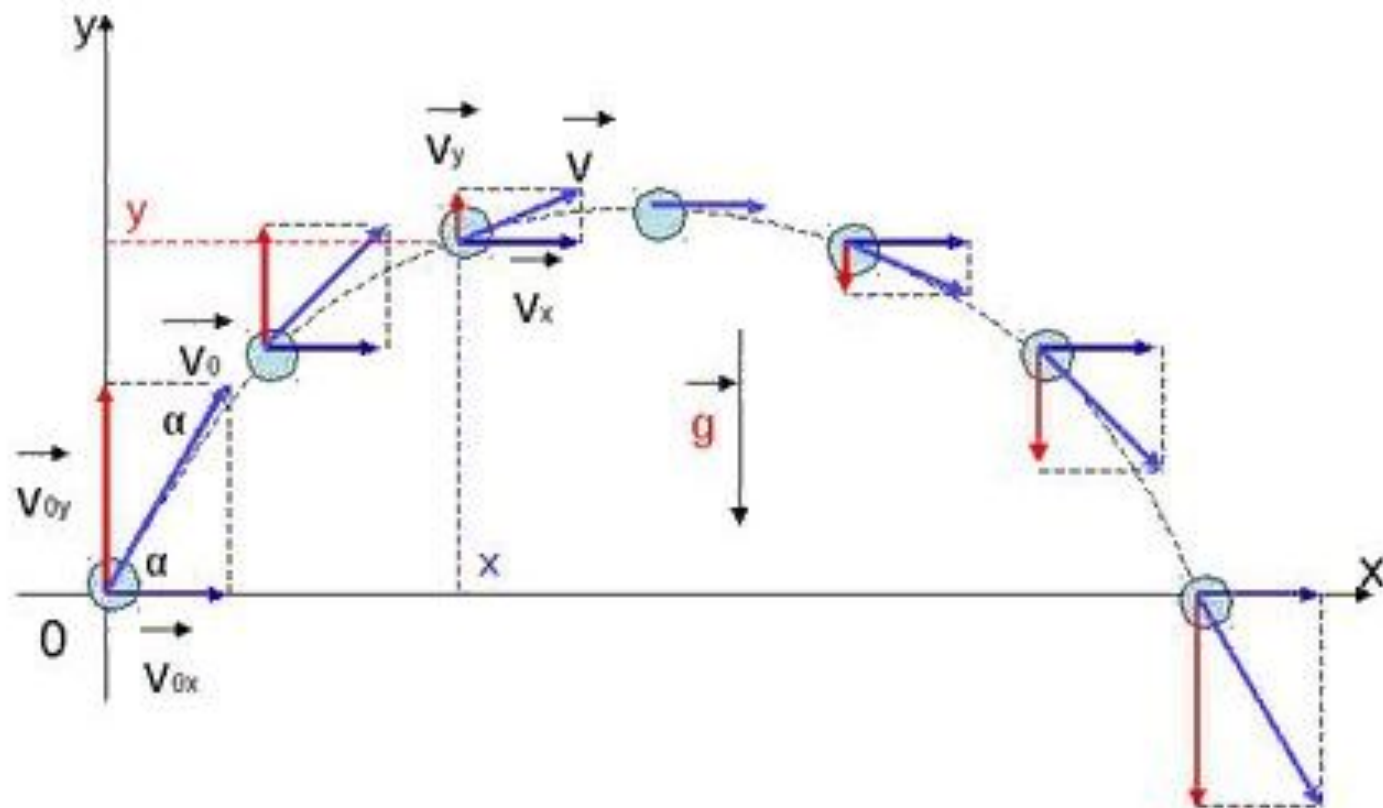


**Методика нахождения дальности полета тела, брошенного с заданной начальной скоростью под известным углом к горизонту.**



При нахождении дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту, необходимо:

1. Найти проекции скорости тела на вертикальную и горизонтальную оси;
2. Найти время полета тела до верхней точки траектории, учитывая, что в верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости тела равна нулю.
3. Найти общее время полета тела, умножив на 2 время полета до верхней точки траектории.
4. Найти дальность полета тела, умножив горизонтальную составляющую скорости на время полета.





# Задача

На каком расстоянии от орудия упадут снаряды, выпущенный под углами 30, 45 и 60 градусов к горизонту. Начальная скорость снарядов 853 м/с. Сопротивлением воздуха, возвышением орудия над морем и кривизной Земли пренебречь.



Дано:

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$\alpha_2 = 45^\circ$$

$$\alpha_3 = 60^\circ$$

$$v_1 = 853 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$L_1 - ?$$

$$L_2 - ?$$

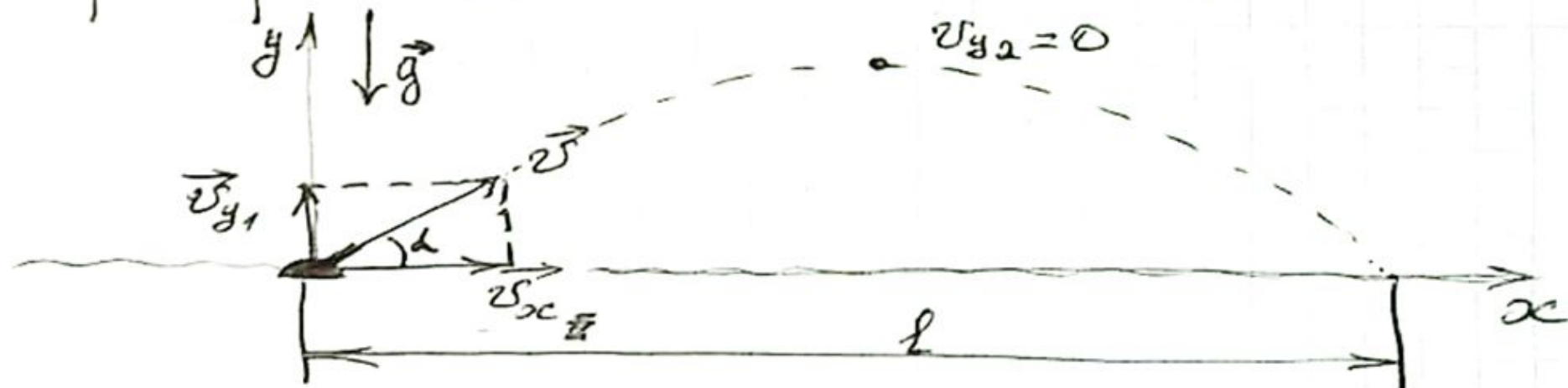
$$L_3 - ?$$

СИ:

Решение:

Время полета снаряда равно удвоенному времени полета до верхней точки траектории. Учитывая, что в верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости равна нулю, а при залпе

$$v_{y1} = v \cdot \sin \alpha \quad (1)$$



$$\boxed{\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a}t} \Rightarrow v_{y2} = v_{y1} - g t/2$$

$$0 = v \cdot \sin \alpha - g t/2$$

$$t = \frac{2v \sin \alpha}{g} \quad (2)$$



Горизонтальная составляющая скорости остается неизменной

$$l = v_x \cdot t = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{\sin 2\alpha \cdot v^2}{g}$$

$$\boxed{v_x = v \cdot \cos \alpha}$$

$$\boxed{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha}$$

$$l_1 = \frac{\sin(2 \cdot 30^\circ) \cdot 853^2}{10} = \frac{0,8660 \cdot 727609}{10} \approx 63011 \text{ (м)}$$

$$l_2 = \frac{\overset{1}{\sin}(2 \cdot 45^\circ) \cdot 853^2}{10} = \frac{1 \cdot 727609}{10} = 72761 \text{ (м)}$$

$$l_3 = \frac{\sin(2 \cdot 60^\circ) \cdot 853^2}{10} = \frac{0,8660 \cdot 727609}{10} \approx 63011 \text{ (м)}$$

Ответ: 63011 м; 72761 м; 63011 м.

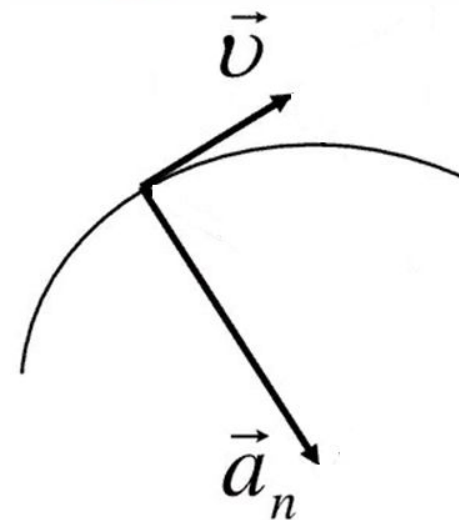
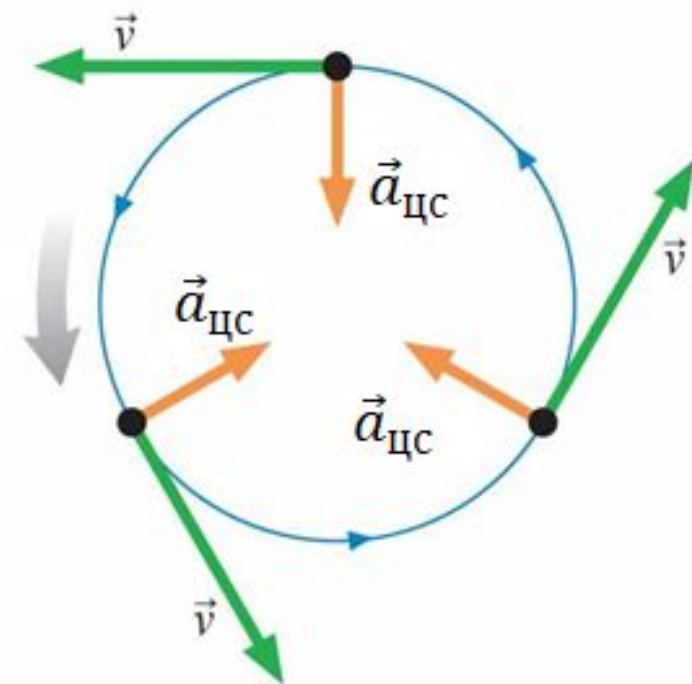


# Равномерное движение по окружности

При равномерном движении материальной точки по окружности заданного радиуса модуль вектора скорости точки не меняется, меняется только направление вектора скорости. А раз меняется направление, значит имеет место вектор ускорения. Такое ускорение называют нормальным (от слова «нормаль», что значит перпендикуляр) или центростремительным. Эти названия связаны с тем, что вектор ускорения направлен в любой момент времени к центру окружности, вдоль которой движется тело, перпендикулярно вектору скорости. (Если бы это ускорение было не перпендикулярно вектору скорости тела, то привело бы к изменению модуля вектора скорости!)

$$\text{Если } |\vec{v}| = \text{const} \Rightarrow \vec{a}_{\text{цс}} = \vec{a}_n = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Выведем формулу для нахождения модуля центростремительного ускорения в зависимости от модуля скорости движения материальной точки и радиуса окружности, по которой движется материальная точка.



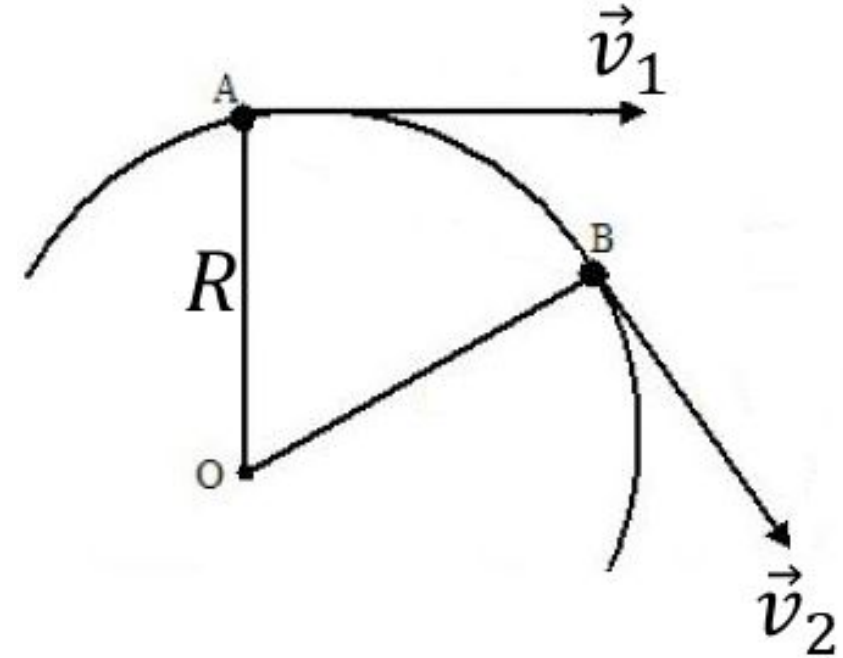
# Вывод формулы центростремительного (нормального) ускорения

Пусть тело равномерно движется по окружности радиусом  $R$ . За время  $\Delta t$  тело перейдет из точки  $A$  в точку  $B$  по дуге  $AB$ .

Скорость тела в точке  $A$ :  $\vec{v}_1$

Скорость тела в точке  $B$ :  $\vec{v}_2$

$\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  равны по модулю, но по разному направлены.

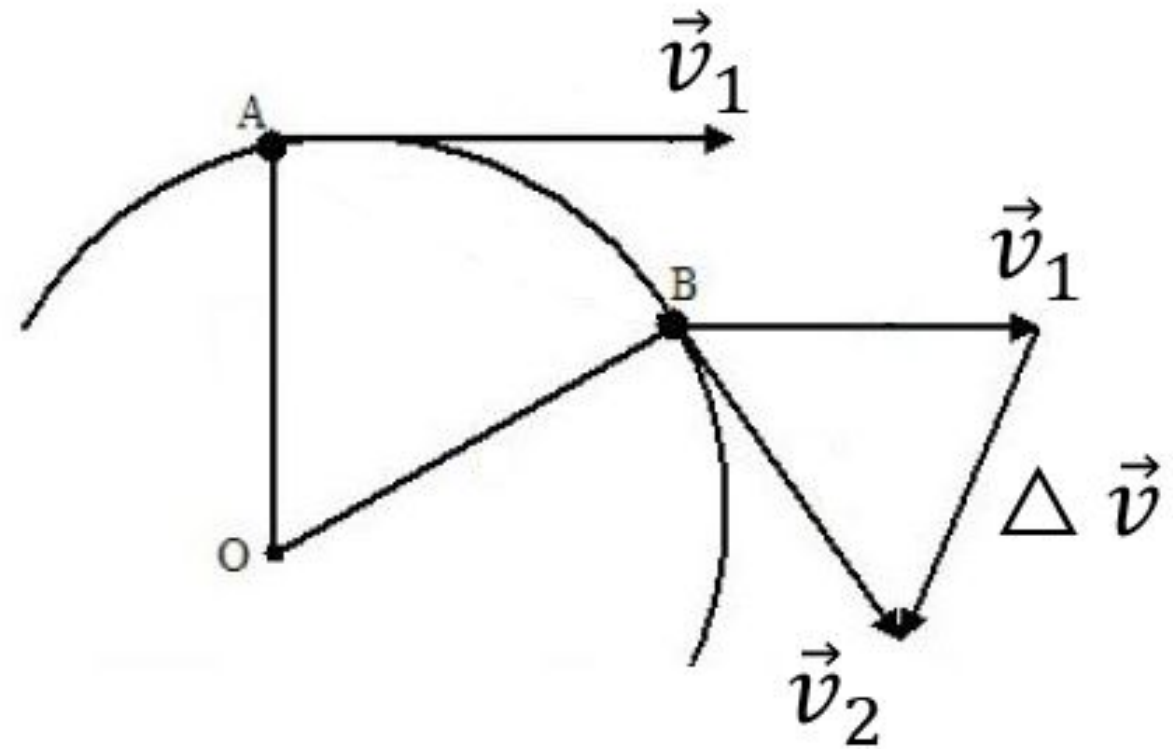


# Вывод формулы центростремительного (нормального) ускорения

Изменение скорости:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Чтобы построить вектор  $\Delta \vec{v}$   
перенесем вектор  $\vec{v}_1$  из точки  
 $A$  в точку  $B$  параллельным  
переносом:

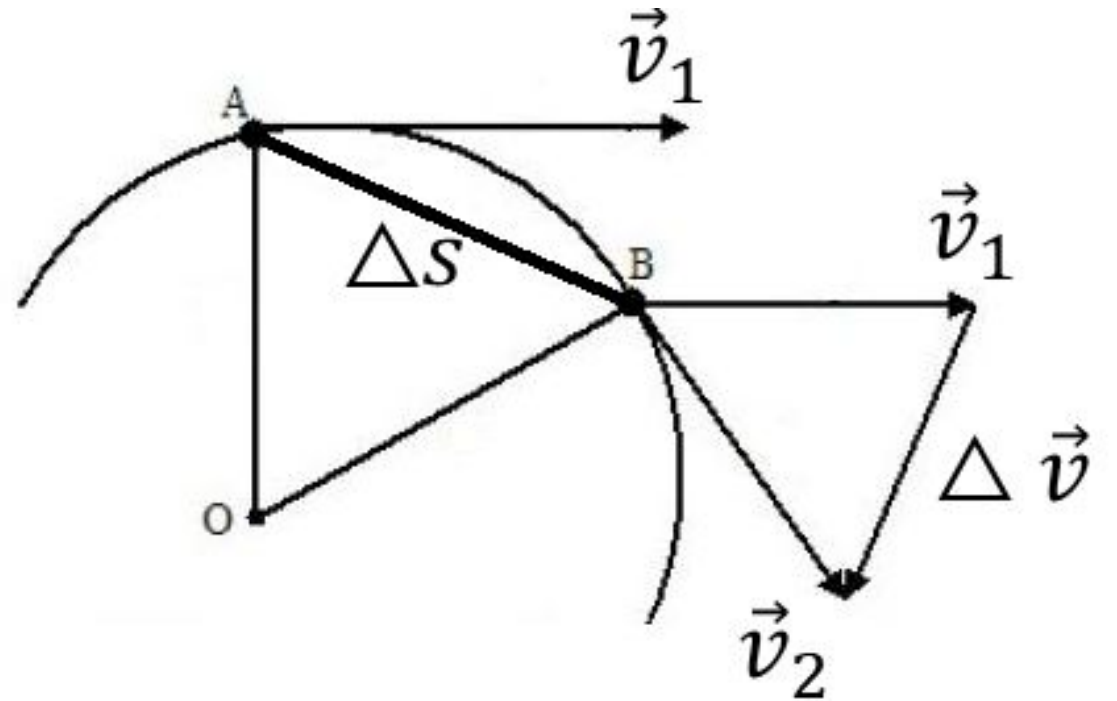


# Вывод формулы центробежного (нормального) ускорения

Путь  $\Delta s$ , пройденный телом за время  $\Delta t$ , равен длине дуги  $AB$ :

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Если  $\Delta t \rightarrow 0$ , то длина дуги примерно равна хорде  $AB$ .



# Вывод формулы центростремительного (нормального) ускорения

Т.к. вектор скорости перпендикулярен радиусу,  
то угол поворота тела равен углу поворота  
вектора скорости:

$$\angle AOB = \angle CBD$$

Учитывая, что

$$CB = BD = v$$

$$OA = OB = R$$

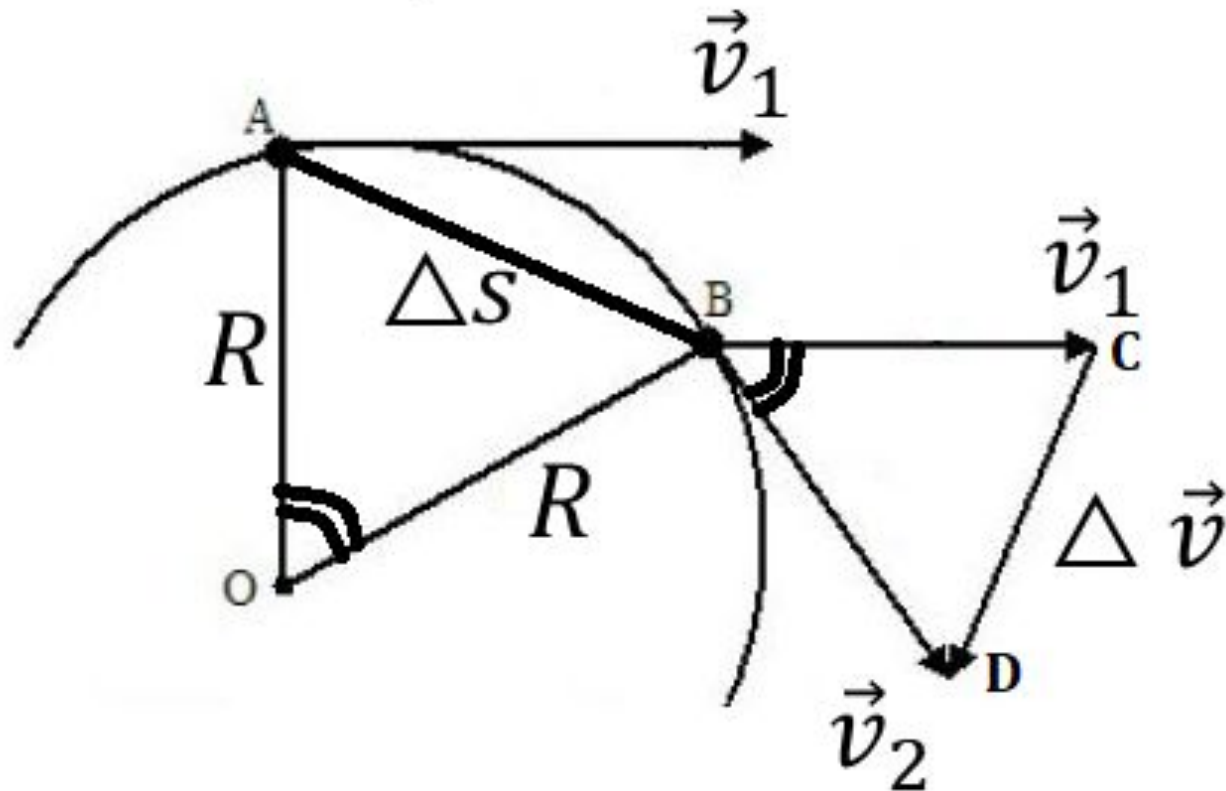
можно сделать вывод:

$$\triangle AOB \sim \triangle CBD \text{ (подобны по углам)} \Rightarrow$$

$$\frac{OA}{AB} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{R}{\Delta s} = \frac{v}{\Delta v}, \text{ но } \Delta s = v \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\frac{R}{v \cdot \Delta t} = \frac{v}{\Delta v} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}, \text{ но } \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{\text{ЦС}} \Rightarrow$$

$$a_{\text{ЦС}} = a_n = \frac{v^2}{R}$$



# Угловая скорость

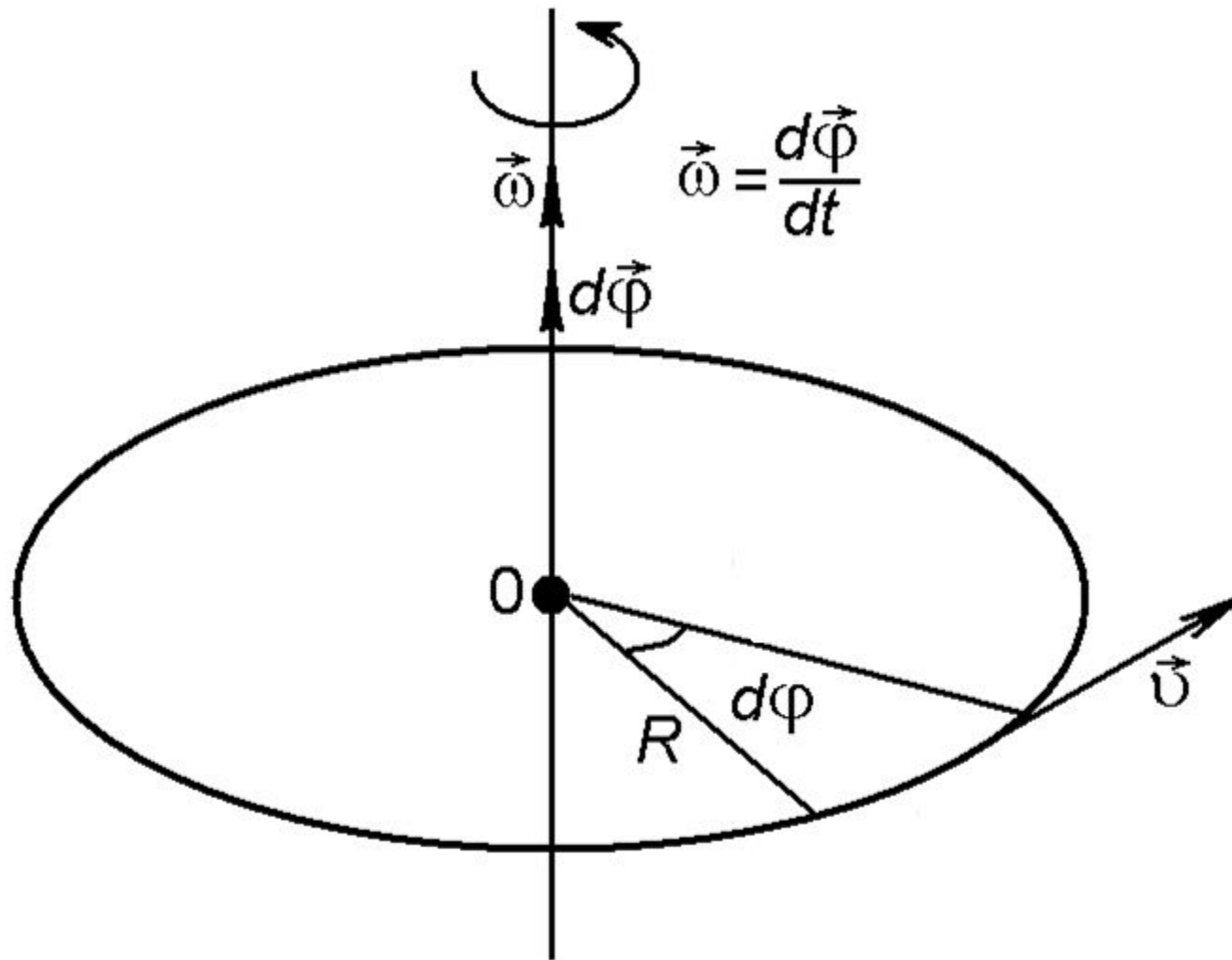
Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$\vec{\omega}$  - угловая скорость,  $\frac{\text{радиан}}{\text{с}}$ ;

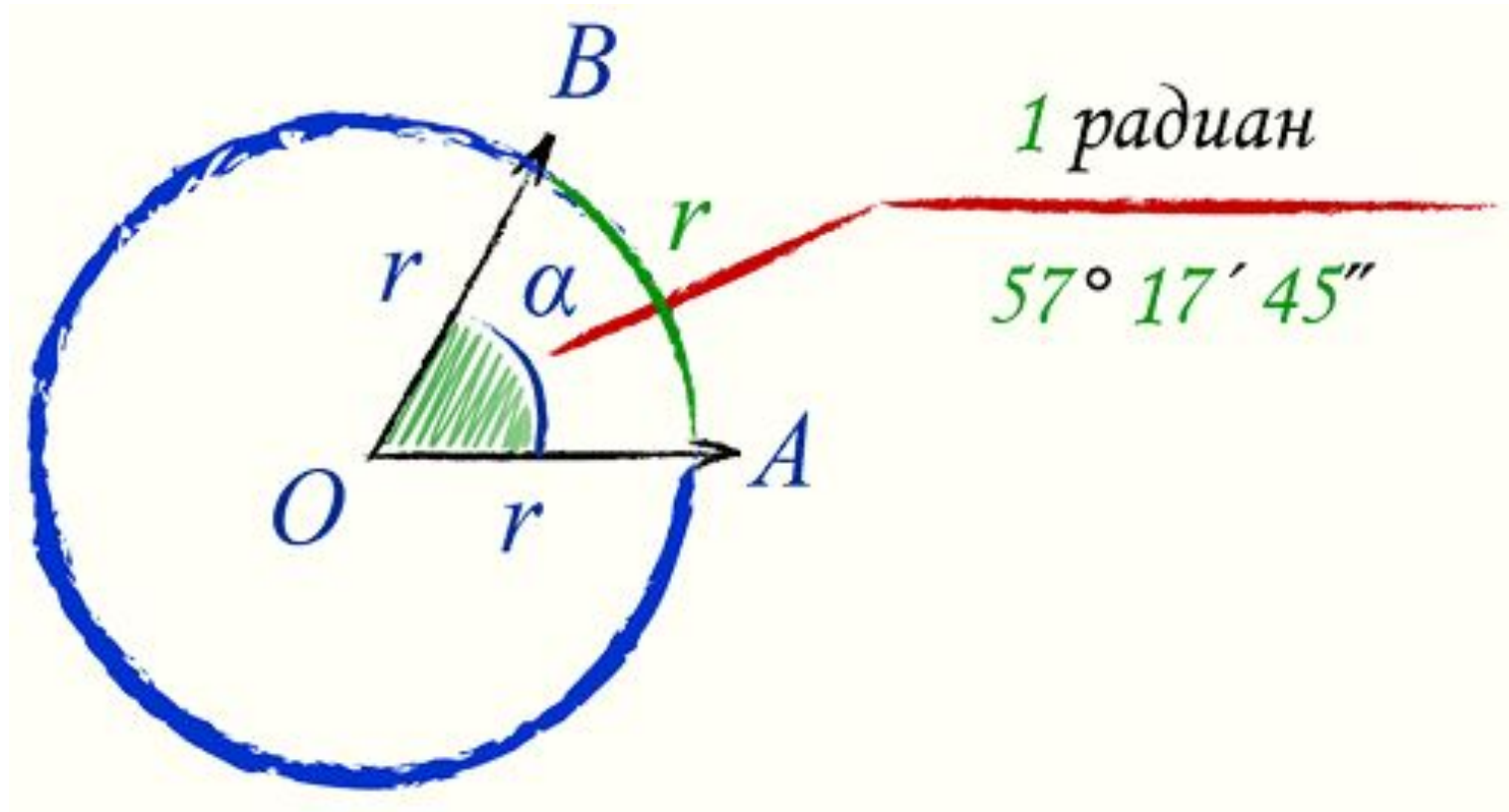
$\Delta \vec{\varphi}$ ,  $d\vec{\varphi}$  - угол поворота, радиан;

$\Delta t$ ,  $dt$  - время, за которое произошел поворот, с.





1 радиан – это угол, длина дуги которого равна радиусу окружности.

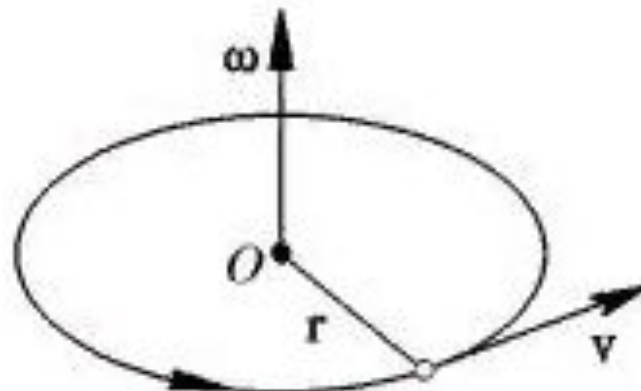


$$360^{\circ} = 2\pi \text{ радиан}$$

# Направление вектора угловой скорости

Открутить = 0 — ↻

Закрутить = 3 — ↻



# Задача

Рассчитайте средние угловые скорости секундной, минутной и часовой стрелок часов.



Дано:

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_3 = 2\pi \text{ рад}$$

$$\Delta t_1 = 60 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = 1 \text{ час}$$

$$\Delta t_3 = 12 \text{ часов}$$

$$\omega_1 - ?$$

$$\omega_2 - ?$$

$$\omega_3 - ?$$

СИ:

$$3600 \text{ с}$$

$$43200 \text{ с}$$

Решение

Угловая скорость:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Угловая скорость секундной стрелки:

$$\omega_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta t_1} = \frac{2\pi}{60} \approx 0,1 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

Угловая скорость минутной стрелки:

$$\omega_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t_2} = \frac{2\pi}{3600} = \frac{2 \cdot 3,14}{3600} \approx 1,74 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

Угловая скорость часовой стрелки:

$$\omega_3 = \frac{\Delta\varphi_3}{\Delta t_3} = \frac{2\pi}{43200} = \frac{2 \cdot 3,14}{43200} \approx 1,45 \cdot 10^{-4} \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

Ответ:  $0,1 \text{ рад/с}$ ;  $1,74 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$ ;  $1,45 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$ .

# Период обращения тела, частота вращения и угловая скорость

Период вращения тела – время одного оборота.

$$T = \frac{\text{Время}}{\text{Количество оборотов}} \text{ (секунда)}$$

Частота вращения – это количество оборотов, совершаемое телом за одну секунду.

$$\nu = \frac{\text{Количество оборотов}}{\text{Время}} = \frac{1}{T} \left( \frac{1}{\text{секунда}} = \text{Герц} \right)$$

1 оборот соответствует углу поворота  $2\pi$  радиан, следовательно:

$$\omega = \frac{\text{Угол поворота}}{\text{время}} = \frac{\text{Количество оборотов} \cdot 2\pi}{\text{время}} = \nu \cdot 2\pi = 2\pi\nu$$
$$\omega = 2\pi\nu$$

# Задача

Винт судна вращается с частотой 720 оборотов в минуту.  
Какова угловая скорость вращения винта?



Дано:

$$D = 720 \text{ об/мин}$$

$\omega$  - ?

СИ:

$$12 \frac{1}{2}$$

Решение:

$$\omega = 2\pi D = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 = 75,36 \text{ рад/с}$$

Ответ: 75,36 рад/с.

## Связь линейной и угловой скоростей

Пусть тело совершило полный оборот за время  $\Delta t$ , тогда его угловая скорость:

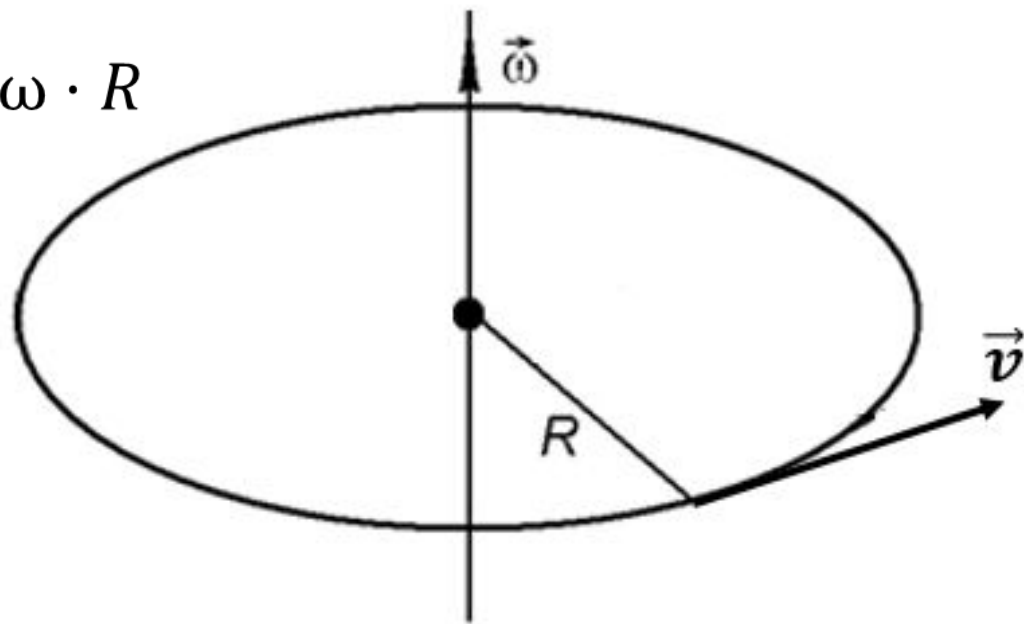
$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\Delta t}$$

За время полного оборота, точка, находящаяся на расстоянии  $R$  от оси вращения пройдет путь, равный длине окружности:

$$l = 2\pi R$$

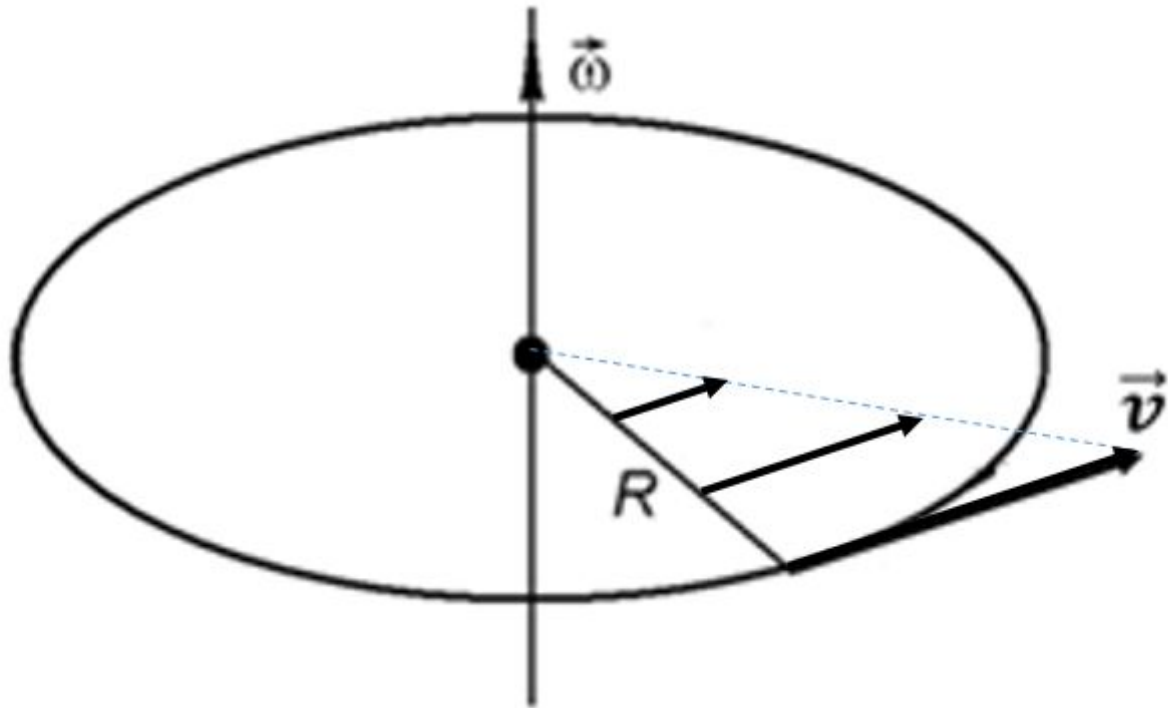
Линейная скорость этой точки  $v$ :

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\Delta t} \cdot R = \omega \cdot R$$



Возрастание скорости поступательного движения точек с увеличением расстояния до оси вращения

$$v = \omega \cdot R$$



## Угловое ускорение.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$\vec{\varepsilon}$  – угловое ускорение,  $\frac{\text{радиан}}{\text{с}^2}$ ;

$\vec{\omega}_1$  - начальная угловая скорость,  $\frac{\text{радиан}}{\text{с}}$ ;

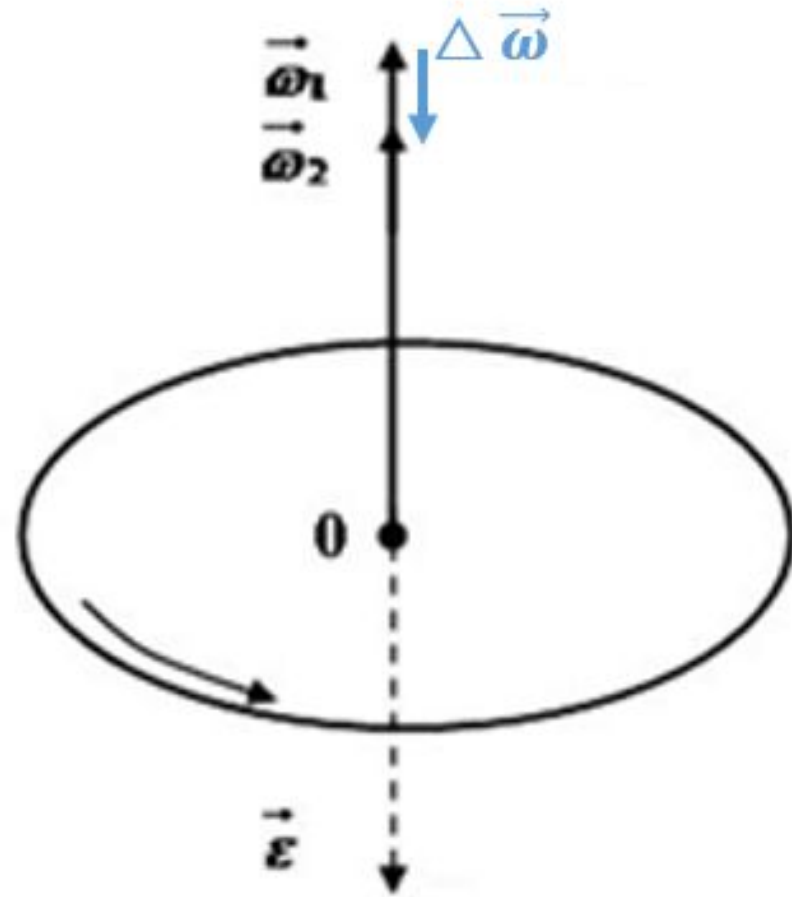
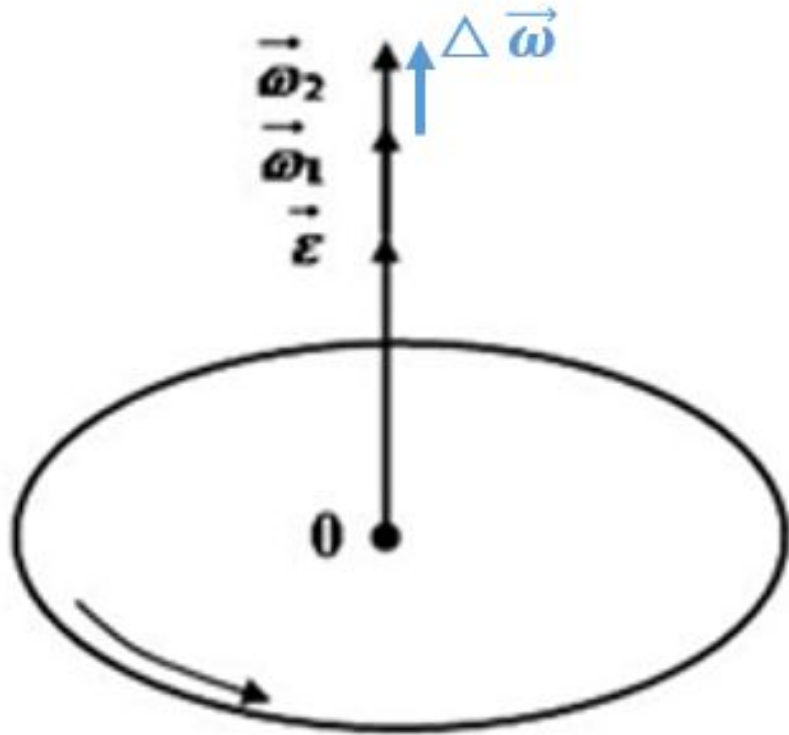
$\vec{\omega}_2$  - конечная угловая скорость (измеренная через промежуток времени  $\Delta t$  после измерения  $\vec{\omega}_1$ )

$\Delta \vec{\omega}, d\vec{\omega}$  – изменение угловой скорости,  $\frac{\text{радиан}}{\text{с}}$ ;

$\Delta t, dt$  – время, за которое произошло изменение угловой скорости, с.

# Направление вектора углового ускорения

$$\vec{\epsilon} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$$



# Задача

Двигатель раскрутил корабельный винт за 20 секунд до 720 оборотов в минуту. Рассчитайте угловое ускорение винта.



Дано:

$$\nu_1 = 0$$

$$t = 20 \text{ c}$$

$$\nu_2 = 720 \text{ об/мин}$$

$$12 \frac{1}{\text{c}}$$

$\epsilon - ?$

сш:

Решение:

Угловое ускорение:

$$\epsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t}$$

Связь угловой скорости и частоты вращения:

$$\omega = 2\pi\nu$$

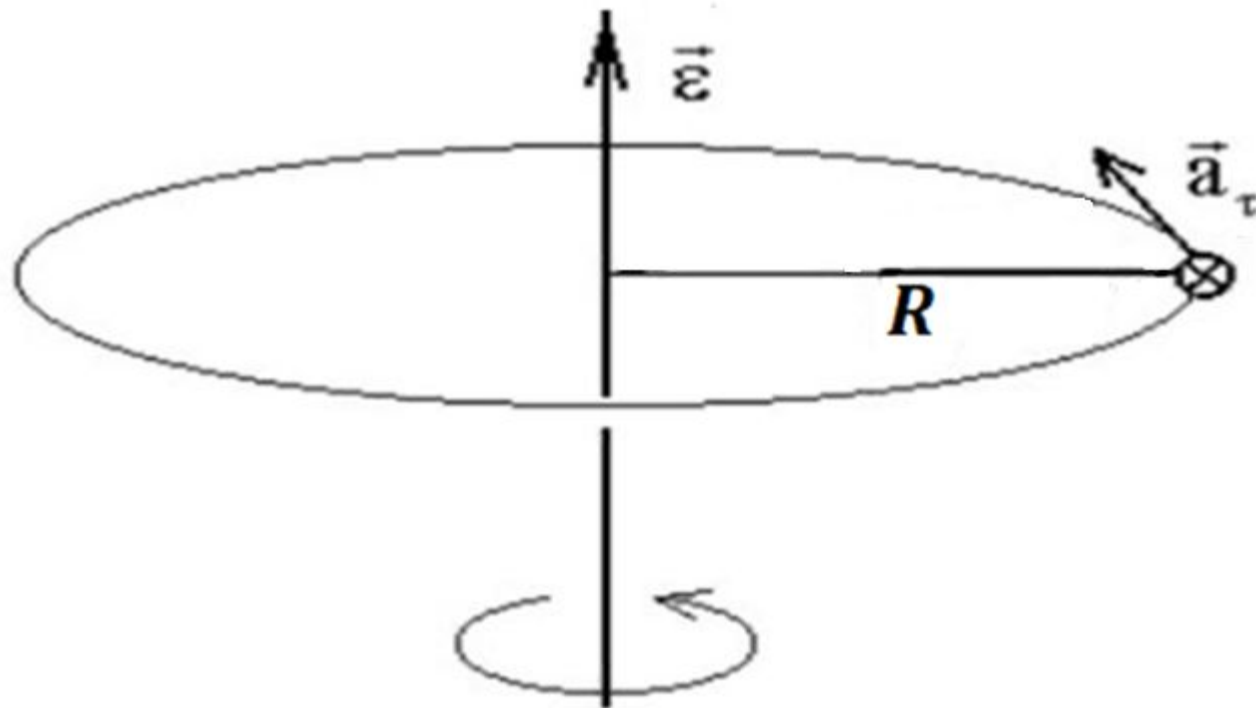
$$\epsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{2\pi\nu_2 - 2\pi\nu_1}{\Delta t} \approx 3,8 \left( \frac{\text{рад}}{\text{c}^2} \right)$$

Ответ:  $3,8 \text{ рад/с}^2$ .

Если тело вращается с угловым ускорением, то модуль скорости точки, расположенной на некотором расстоянии от оси вращения, будет возрастать.

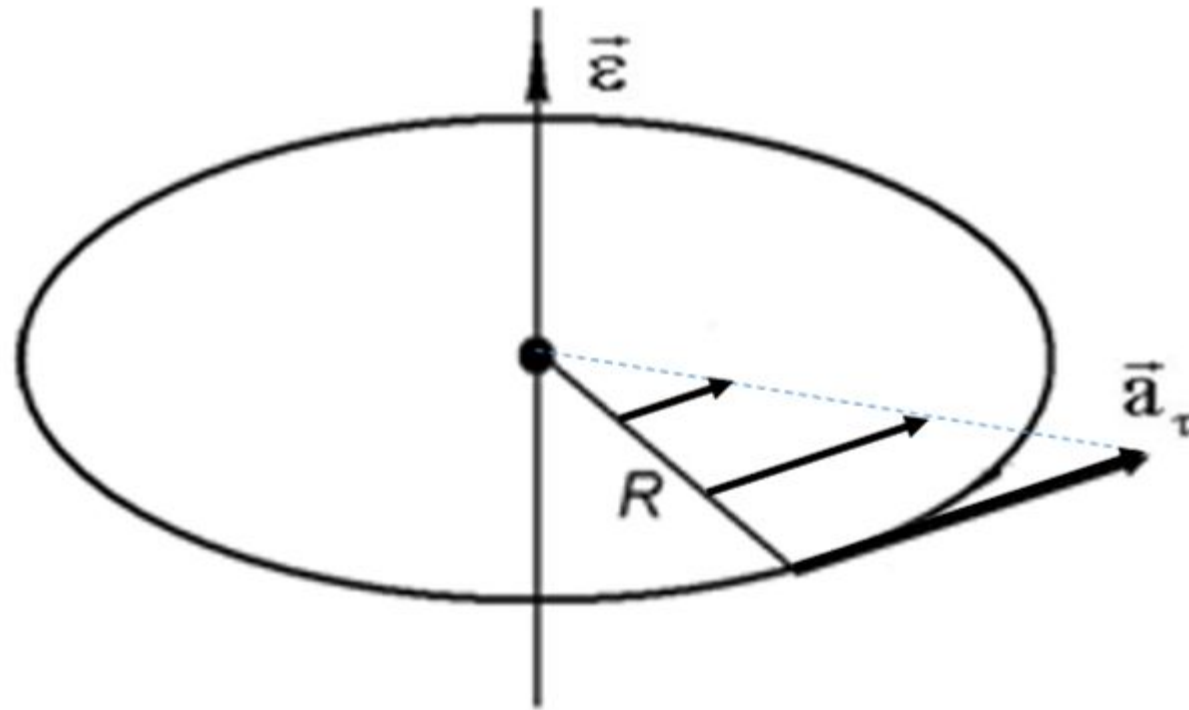
**Тангенциальное ускорение**,  $a_\tau$  — это компонента ускорения, направленная по касательной к траектории движения. Характеризует изменение только модуля скорости в отличие от нормальной компоненты (центростремительного ускорения), характеризующей изменение только направления скорости.

$$a_\tau = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$



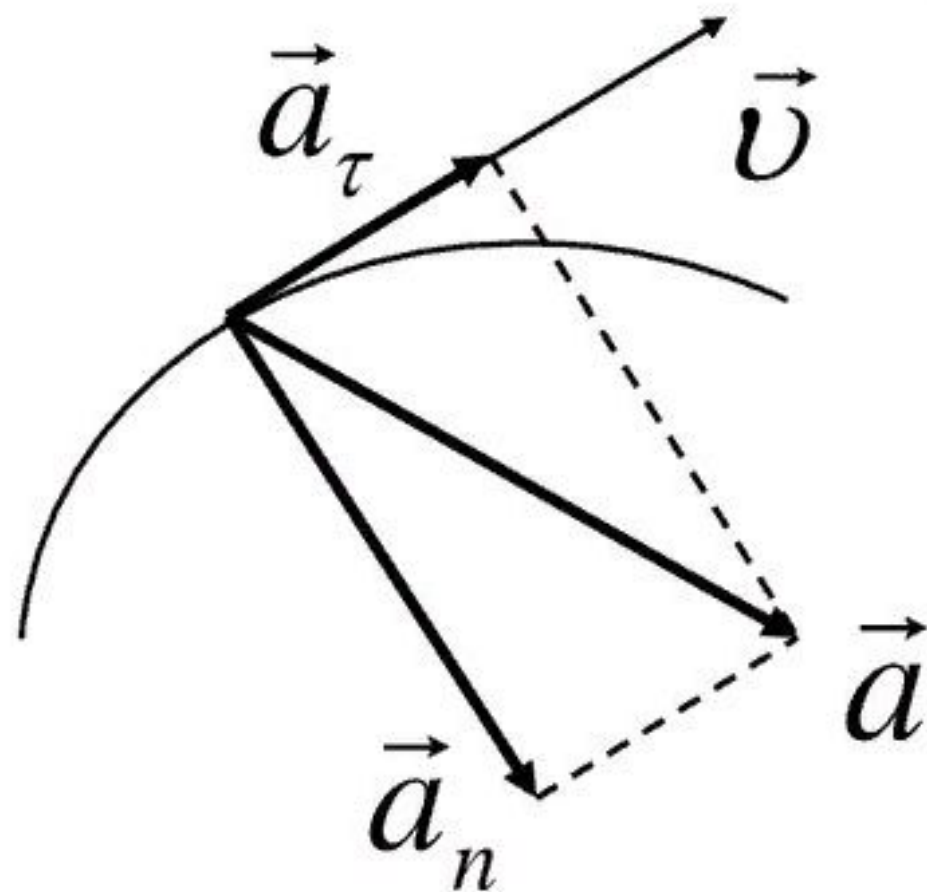
- **Связь тангенциального и углового ускорения.**

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R \cdot \varepsilon$$



**Полное ускорение** при криволинейном движении складывается из тангенциального и нормального (центростремительного) ускорений по правилу сложения векторов:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$



- **Дина́мика** (греч. δύναμις «сила, мощь») — раздел механики, в котором изучаются причины возникновения механического движения.
- Динамика поступательного движения оперирует такими **понятиями**, как масса, сила, импульс, потенциальная энергия, кинетическая энергия поступательного движения. Динамика вращательного движения дополнительно оперирует понятиями: момент инерции, момент силы, момент импульса, кинетическая энергия вращательного движения.
- **Основная задача динамики** заключается в выяснении того, как изменяется механическое движение тел под влиянием приложенных к ним сил.

**Сила** – это векторная величина, являющаяся мерой действия на данное тело других тел или полей.

**Единица измерения силы в СИ– Ньютон**

**Сила характеризуется**

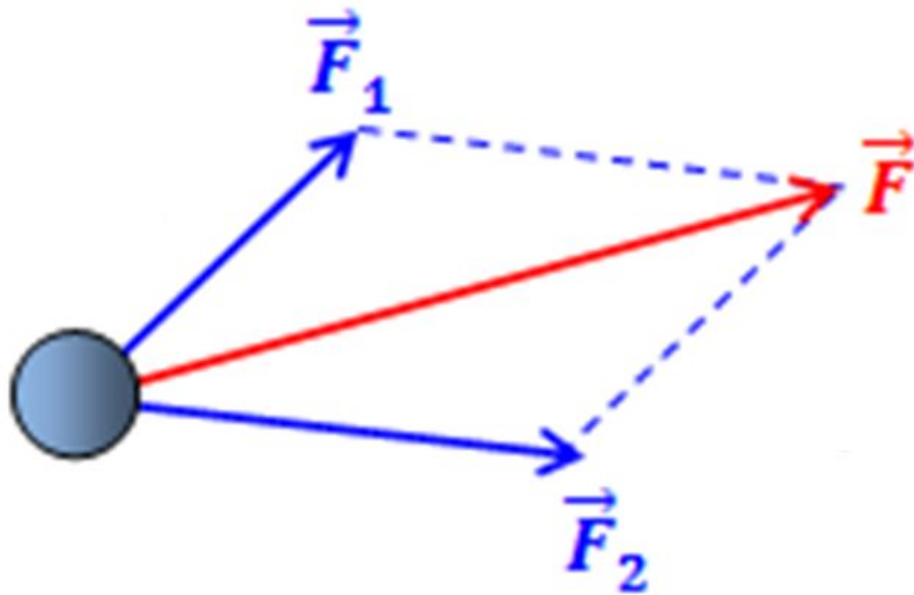
- модулем;
- направлением;
- точкой приложения.





**Сложение сил** осуществляется по правилу сложения векторов (правило параллелограмма, правило треугольника).

**Равнодействующая сила** – это сила, действие которой заменяет действие всех сил, приложенных к телу. Или, другими словами, равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна векторной сумме этих сил.



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

**Первый закон Ньютона** самим Ньютоном был сформулирован следующим образом: «Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние».

Системы отсчета, в которых соблюдается первый закон Ньютона называют **инерциальными**.

**Инерция** (от лат. бездеятельность)—явление сохранения состояния покоя или равномерного прямолинейного движения в отсутствие внешних воздействий, а также препятствования изменению скорости (как по модулю, так и по направлению) при наличии внешних воздействий.

**Инертность** - свойство тела сохранять состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, когда действующие на него силы отсутствуют или взаимно уравновешены (в механике).

# II закон Ньютона

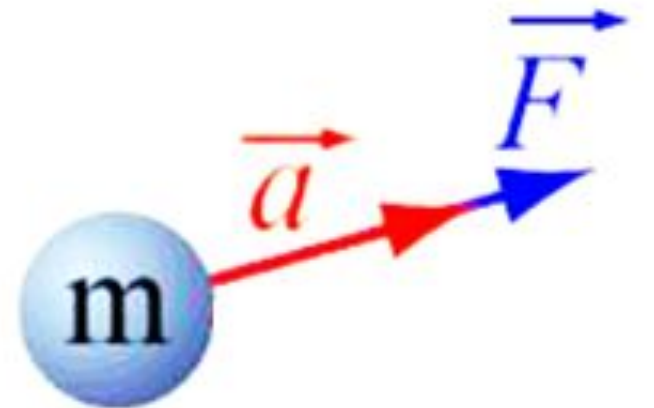
Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально его массе.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$\vec{a}$  - ускорение тела,  $\frac{м}{с^2}$ ;

$\vec{F}$  - равнодействующая всех сил, приложенных к

$m$  – масса тела, кг.



**Масса** — физическая величина, отвечающая способности физических тел сохранять своё поступательное движение (инертности) , а также характеризующая количество вещества.

# Задача

Автомобиль массой 3 тонны, двигаясь прямолинейно равноускорено, за 20с уменьшил скорость своего движения от 39 до 21 км/ч. Определите модуль равнодействующей силы, вызвавшей это изменение скорости.



Дано:

$$m = 3 \text{ т}$$

$$t = 20 \text{ с}$$

$$v_1 = 39 \text{ км/ч} \quad 10,83 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 21 \text{ км/ч} \quad 5,83 \text{ м/с}$$

$F = ?$

СИ

$$3000 \text{ кг}$$

Решение

$$39 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 39 \frac{1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = 10,83 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

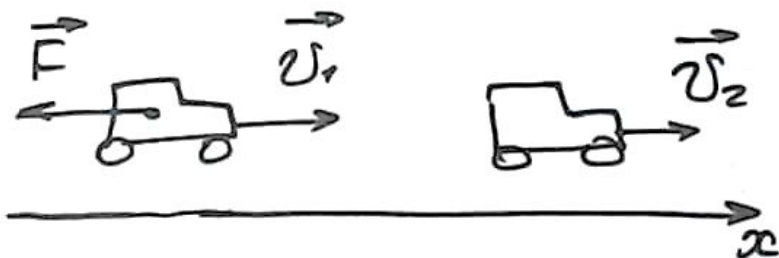
По II закону Ньютона:

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{a} = \frac{v_2 - v_1}{t} \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow (1)$$

$$\vec{F} = m \frac{v_2 - v_1}{t}$$



Введем ось  $x$  чтобы избавиться от знаков векторов

(перейти к скалярной записи):

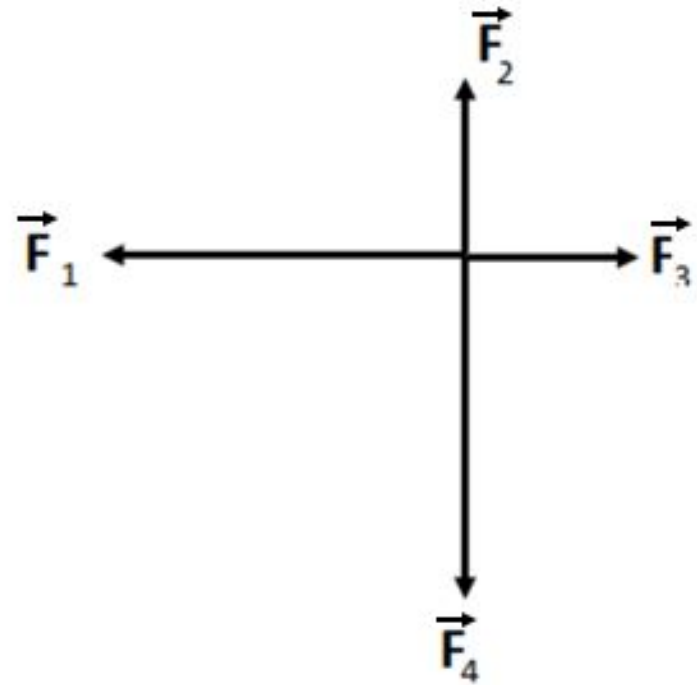
$$-F = m \frac{v_2 - v_1}{t} \quad | \cdot (-1)$$

$$F = -m \frac{v_2 - v_1}{t} = -3000 \frac{5,83 - 10,83}{20} = 750 \text{ (Н)}$$

Ответ: 750 Н.

# Задача

Определите модуль ускорения движения тела массой 2 кг, на которое действуют представленные на рисунке силы. Модули сил:  $F_1=10$  Н;  $F_2=F_3=4$  Н;  $F_4=12$  Н.

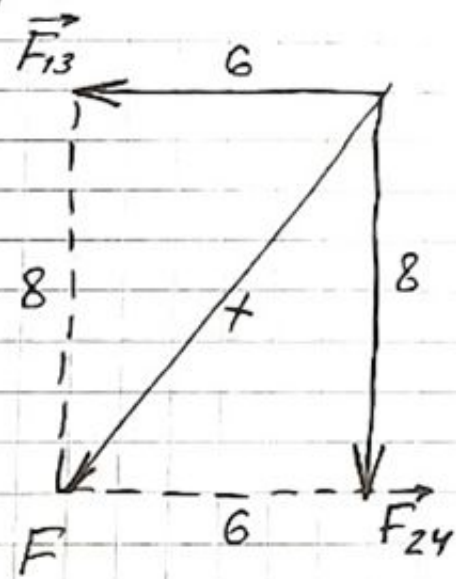


Решение:

Сначала сложим вектора  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_3$ . В результате получим вектор  $\vec{F}_{13}$ , равный 6 Ньютона и направленный горизонтально влево.

Затем сложим вектора  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_4$ .  $\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{F}_{24}$ .

$\vec{F}_{24}$  будет направлен вертикально вниз и по модулю равен  $12 - 4 = 8$  Ньютона.  $\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{24}$



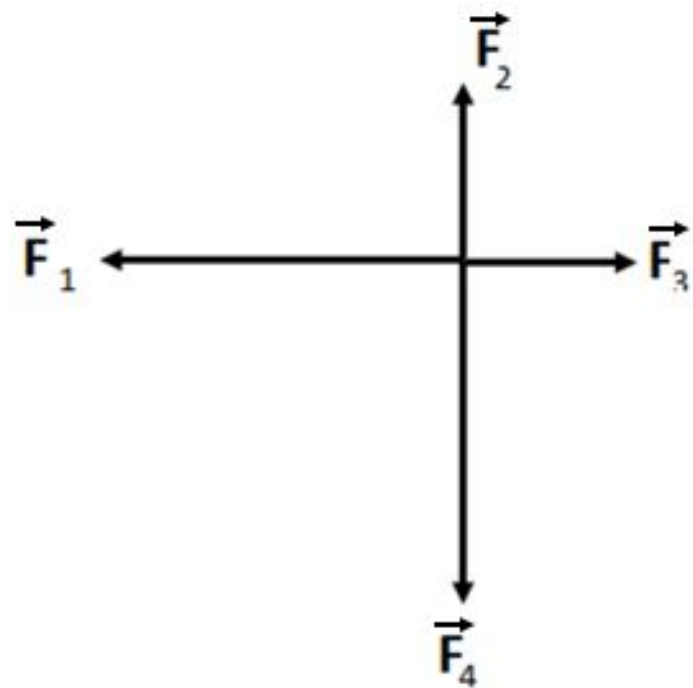
Далее воспользуемся теоремой

Пифагора:

$$x = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \\ = \sqrt{100} = 10(\text{H})$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2} = 5 \left( \frac{\text{M}}{\text{c}^2} \right)$$

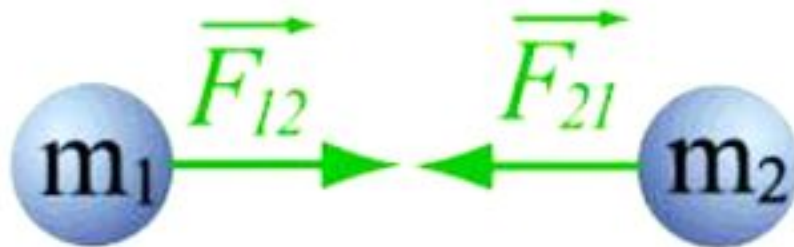
Ответ:  $5 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$



# III закон Ньютона

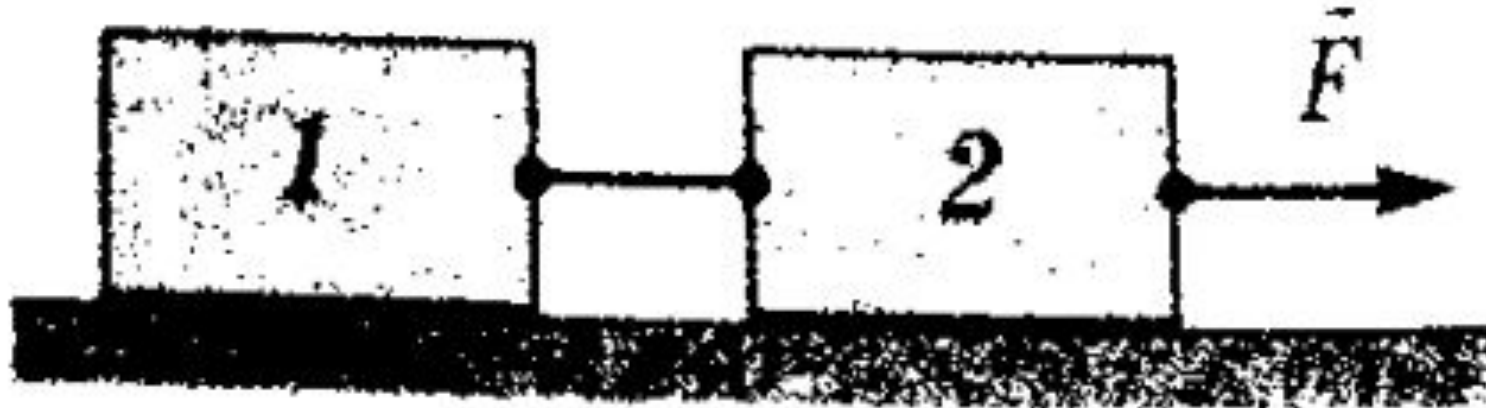
Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и направленными в противоположные стороны.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



# Задача

Два бруска массами  $m_1$  и  $m_2$  связаны нитью. Под действием силы  $F=12$  Н бруски скользят по столу без трения. Определите при каком соотношении масс брусков сила натяжения нити равна 3 Н





Дано:

$m_1$

$m_2$

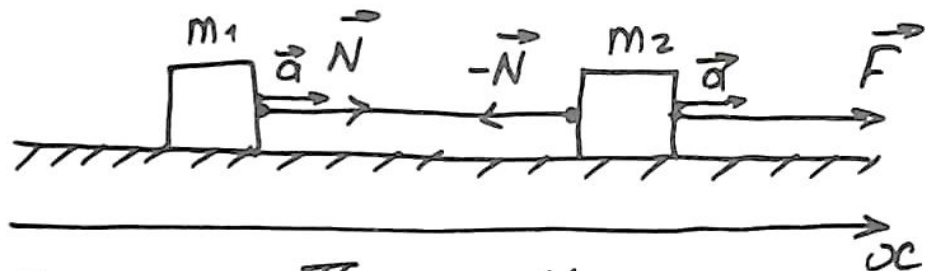
$F = 12 \text{ Н}$

$N = 3 \text{ Н}$

$\frac{m_1}{m_2} = ?$

СИ

Решение. Силы тяжести и силы реакции опоры не обозначаем, т.к. они уравновешивают друг друга.



Согласно III з-ну Ньютона. нить, связывающая грузы  $m_1$  и  $m_2$ , действует на них с силами равными по модулю и противоположными по направлению. В момент, когда нить перестанет растягиваться тела  $m_1$  и  $m_2$  будут двигаться с одинаковым ускорением  $\vec{a}$ .

Запишем II з-н Ньютона:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{N} \\ m_2 \vec{a} = \vec{F} + (-\vec{N}) = \vec{F} - \vec{N} \end{cases}$$

Издавимся от знаков векторов:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 a = N \Rightarrow a = N/m_1 \\ m_2 a = F - N \Rightarrow a = (F - N)/m_2 \end{array} \right\} \frac{N}{m_1} = \frac{F - N}{m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{N}{F - N} = \frac{3}{12 - 3} = \frac{1}{3}$$

Ответ: 1/3



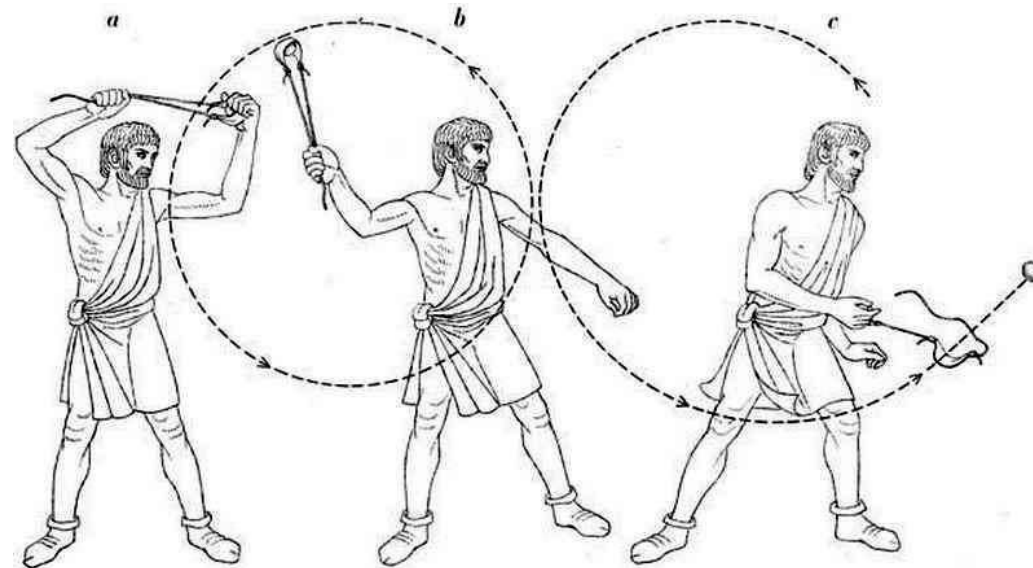
# Основные виды сил:

- Центробежная сила
- Гравитационная сила
- Сила тяжести
- Вес тела
- Сила реакции опоры
- Сила упругости
- Сила трения

# Центробежная сила

Согласно I закону Ньютона, любому физическому телу свойственно сохранять свое состояние покоя либо равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока на него не будет произведено какое-либо воздействие извне.

Центробежная сила – это воздействие, которое оказывает движущееся тело на то, что сковывает свободу его перемещения и заставляет двигаться криволинейно.



Как было сказано ранее в разделе «Кинематика», если тело движется равномерно по окружности, то изменение направления его скорости описывается центростремительным ускорением:

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R}$$

По II закону Ньютона произведение массы тела на ускорение численно равно силе. Значит на тело, движущееся по окружности действует сила, которая заставляет тело менять направление движения:

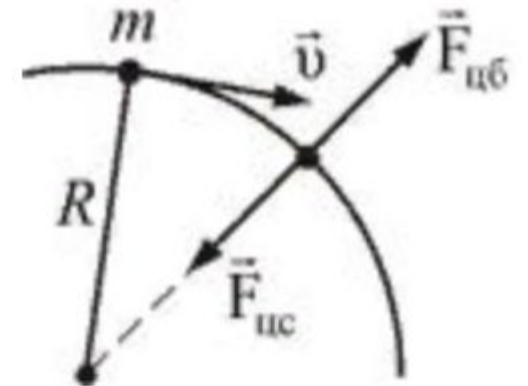
$$F_{\text{цс}} = m \cdot a_{\text{цс}}$$

По III закону Ньютона сила действия равна силе противодействия. Значит центростремительная сила противодействует силе инерции – центробежной силе:

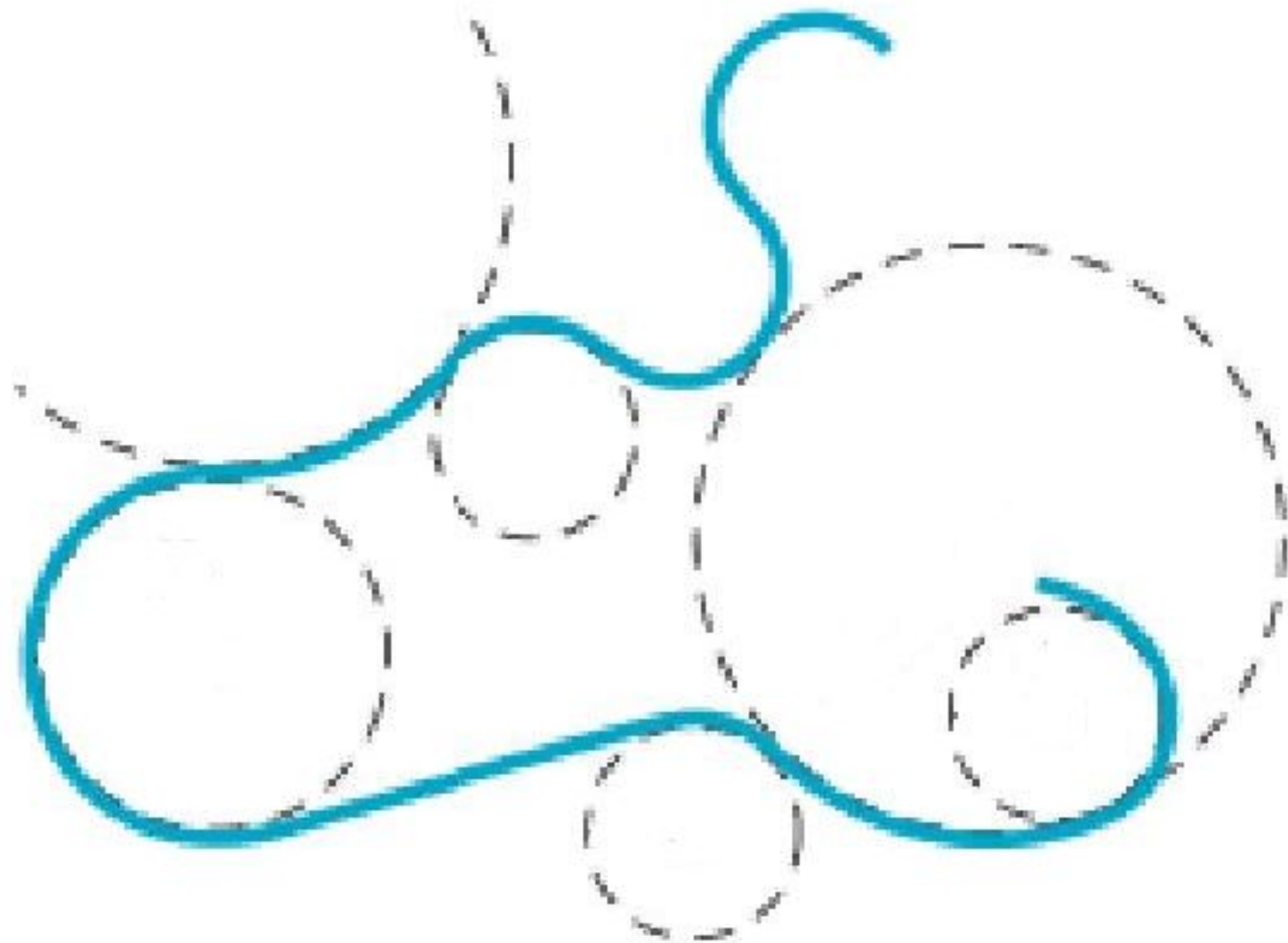
$$\vec{F}_{\text{цс}} = -\vec{F}_{\text{цб}}$$

Значит центробежная сила по модулю равна:

$$F_{\text{цб}} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

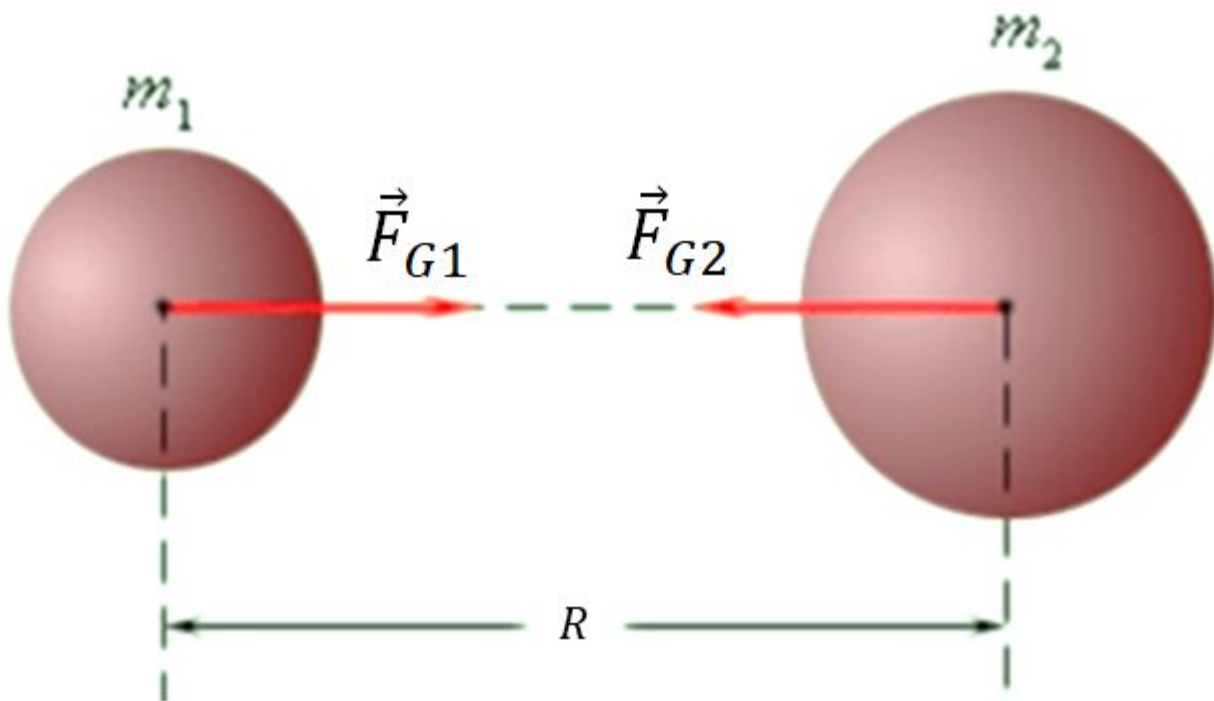


Любое криволинейное движение можно представить как совокупность движений по окружности, следовательно на такое тело будут действовать центробежные силы.



## Закон всемирного тяготения.

Любые две материальные частицы притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.  
(Исаак Ньютон в 1687 г.)



$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

$F_G$  – сила гравитационного взаимодействия, Н;

$m_1$  и  $m_2$  – массы тел, кг;

$R$  – расстояние между телами (центрами тел), м;

$G$  – гравитационная постоянная =  $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$

**Первая космическая скорость** — минимальная скорость, которую необходимо придать объекту, чтобы он начал совершать движение по круговой орбите вокруг планеты.

$$F_G = F_{цб}$$

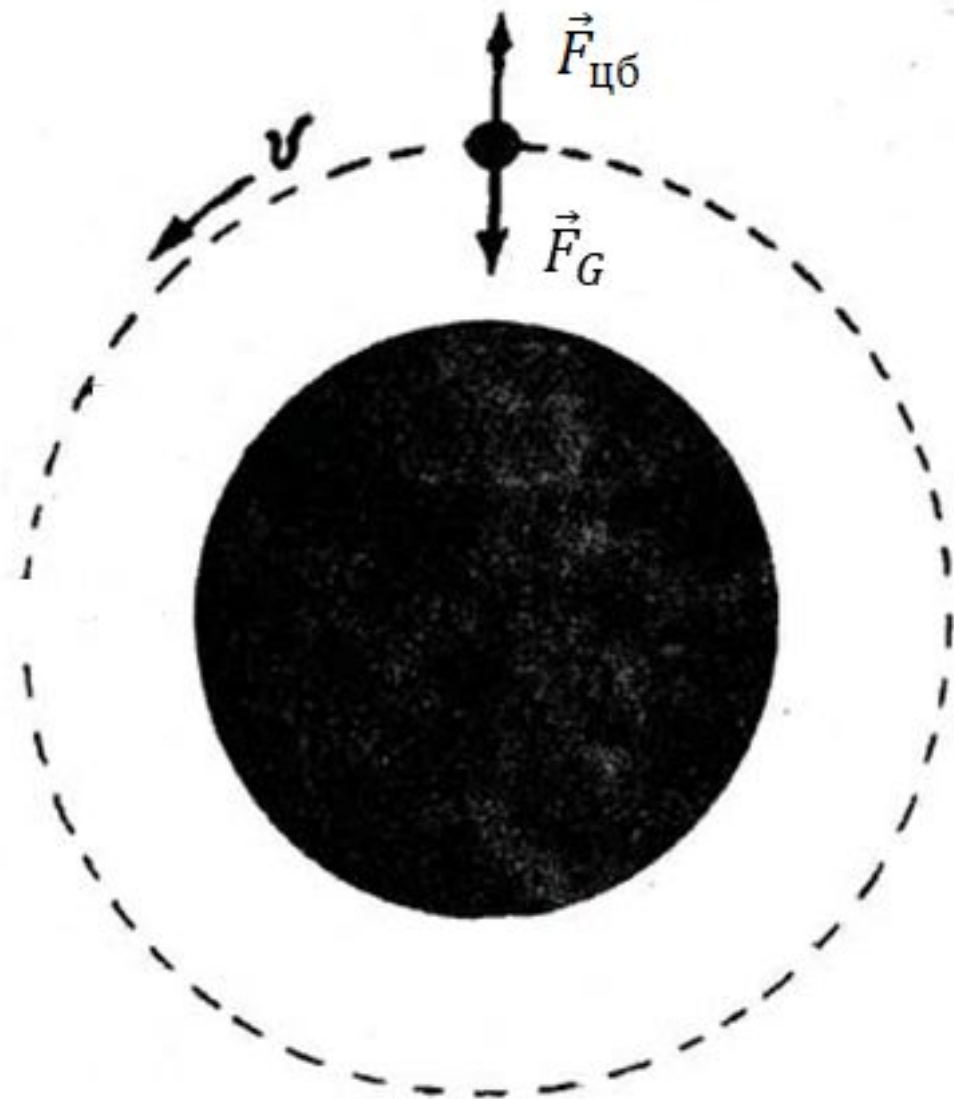
$$G \cdot \frac{M_3 \cdot m}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_3}{R_3}} \approx 7.91 \left( \frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$M_3 = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$R_3 \approx 6.37 \cdot 10^6 \text{ м (в среднем)}$$

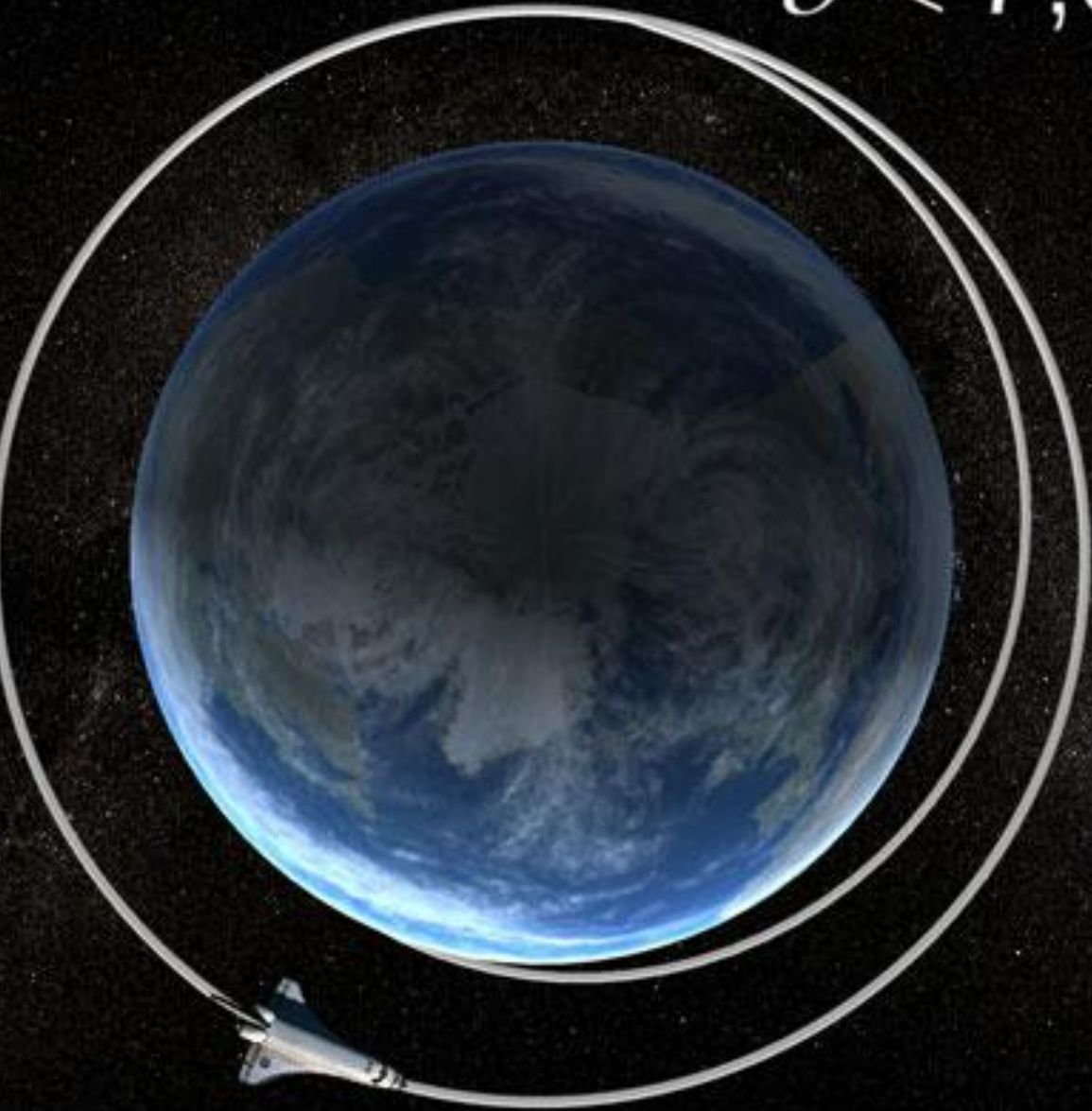




$$v < 7,9 \text{ Км/с}$$

Вращаясь со скоростью  $7.91 \frac{\text{км}}{\text{с}}$  у поверхности Земли объект будет делать один оборот за время равное:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_3}{v} \approx 88 \text{ (МИН)}$$



# ГЛОНАСС и GPS

Спутник излучает сигнал с указанием точного времени его передачи. Навигатор принимает этот сигнал и, исходя из факта, что тот двигался со скоростью 300 тысяч километров в секунду (скорость света), рассчитывает время его движения, а значит, и расстояние до радиопередатчика.

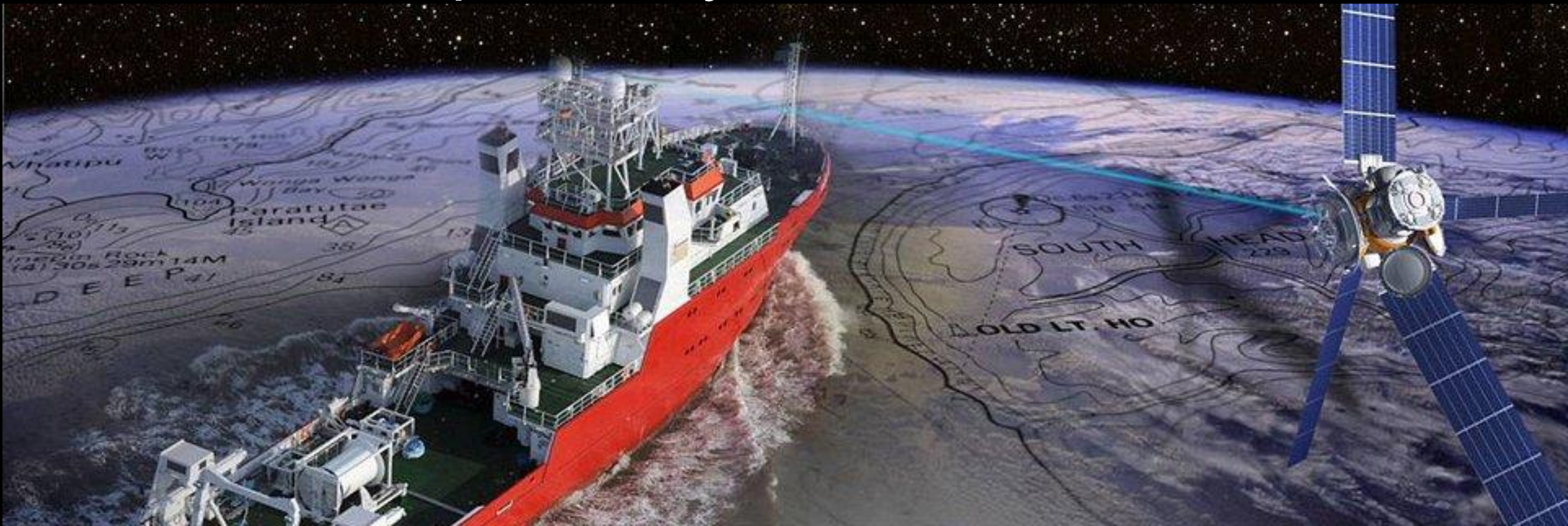




# Задача

Высота орбиты спутника ГЛОНАСС 19100 км,  
период обращения 11 часов 15 минут 44  
секунды.

Найдите скорость спутника.



Дано:

$$T = 112\ 15\ 44\ \text{с}$$

$$h = 19100\ \text{км}$$

$$R_3 = 6,37 \cdot 10^6\ \text{м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$v = ?$

И:

$$40544\ \text{с}$$

$$19100 \cdot 10^3\ \text{м}$$

Решение:

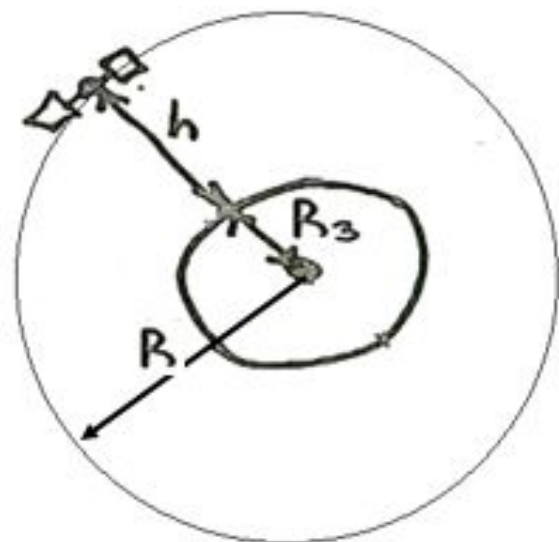
$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3,14 (R_3 + h)}{T} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3,14 (6,37 \cdot 10^6 + 19,1 \cdot 10^6)}{40544} =$$

$$= 3945\ (\text{м/с})$$

Ответ: 3945 м/с или 3,9 км/с.





# Задача

Масса Луны  $7,35 \cdot 10^{22}$  кг,  
радиус Луны 1737 км.  
Вычислите первую  
космическую скорость  
для Луны.



Дано:

$$m_{\Lambda} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

$$R_{\Lambda} = 1737 \text{ км}$$

$v = ?$

CU

$$1737 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Решение.

$$F_{\tau} = G \frac{m_{\Lambda} \cdot m}{R_{\Lambda}^2} = m \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_{\Lambda}}{R_{\Lambda}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{1737 \cdot 10^3}} =$$

$$\approx 1680 \text{ м/с}$$

Ответ: 1680 м/с



Скорость, которую нужно сообщить телу при запуске с поверхности Земли, чтобы оно вышло из сферы земного притяжения, называется **второй космической скоростью**.

$$V_2 = 11,2 \text{ км/с.}$$





Скорость, которую нужно сообщить телу при запуске с поверхности Земли, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, называется **третьей космической скоростью**.

При запуске в направлении

# Задача

Расстояние между двумя банками с водой массой по 1 кг составляет несколько метров. Из одной банки перелили в другую 0,5 кг воды и поставили банки на те же места. Определите, во сколько раз изменилась сила гравитационного взаимодействия между банками.



# Задача

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$
$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$m_1' = 0,5 \text{ кг}$$
$$m_2' = 1,5 \text{ кг}$$

$$R = R'$$

$$\frac{F'}{F} = ?$$

СИ

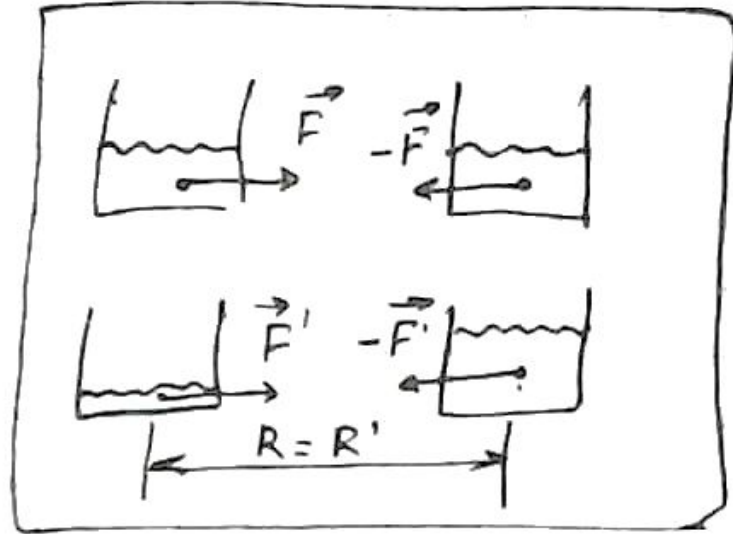
Решение:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

$$F' = G \frac{m_1' \cdot m_2'}{(R')^2}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{G \frac{m_1' \cdot m_2'}{R'^2}}{G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}} = \frac{m_1' \cdot m_2'}{m_1 \cdot m_2} = \frac{0,5 \cdot 1,5}{1 \cdot 1} =$$

$$= 0,75$$



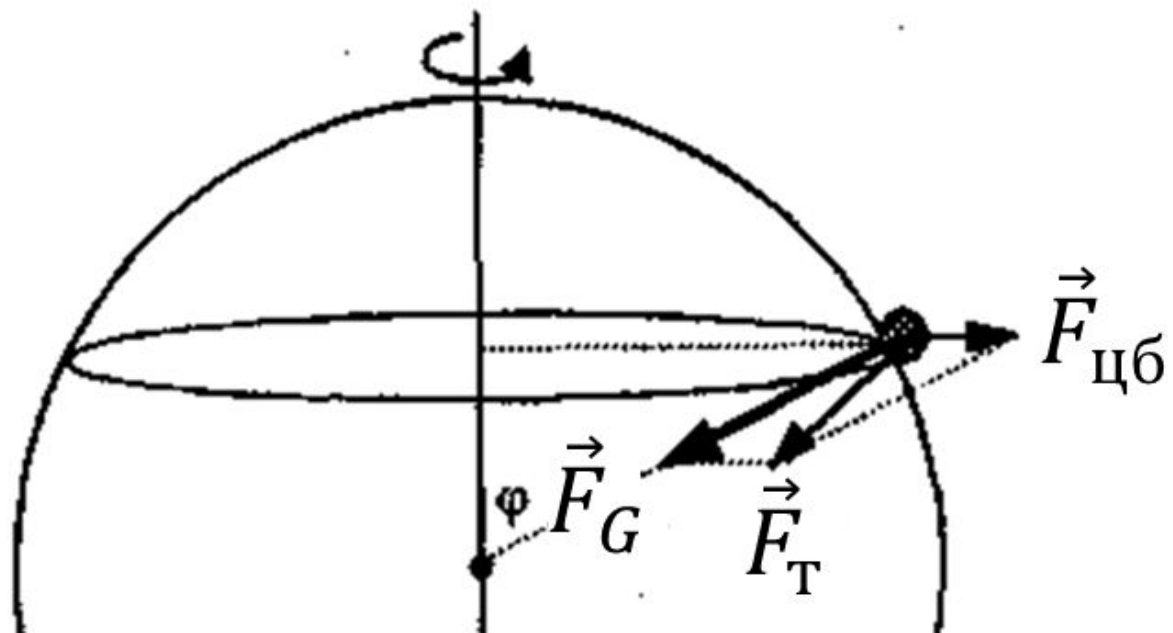
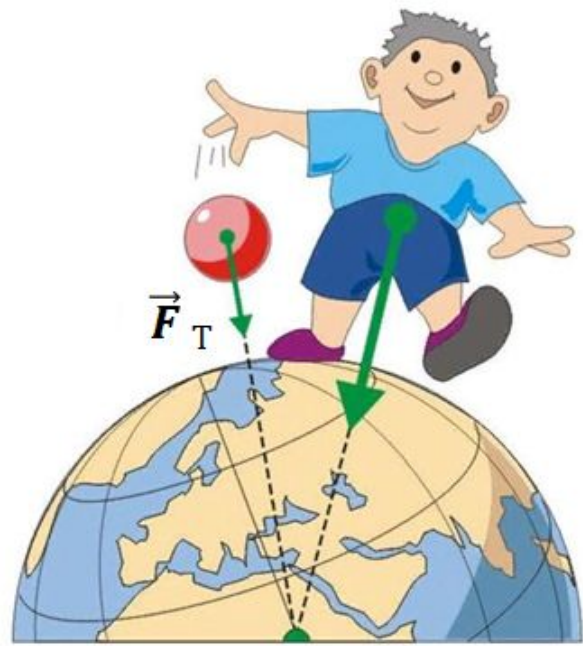
Ответ: сила притяжения уменьшится на 25%.

# Сила тяжести

**Сила тяжести** — сила, действующая на любое физическое тело, находящееся вблизи поверхности Земли или другого астрономического тела.

По определению, сила тяжести на поверхности планеты складывается из гравитационного притяжения планеты и центробежной силы инерции, вызванной суточным вращением планеты т.к. в связи наличие сил трения заставляет тела вращаться вместе с планетой. Для планеты Земля центробежная сила инерции пренебрежимо мала.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_G + \vec{F}_{цб}$$



$$F_G = G \cdot \frac{M_3 \cdot m}{R_3^2}$$

$$F_{\text{цб max}} = m \cdot a_{\text{цб max}} = m \cdot \frac{v_{\text{max}}^2}{R_{\text{max}}} = m \cdot \frac{(\omega R_{\text{max}})^2}{R_{\text{max}}} = m \cdot \omega^2 R_{\text{max}}$$

$$F_{\text{T min}} = F_G - F_{\text{цб max}} = G \cdot \frac{M_3}{R_3^2} \cdot m - m \cdot \omega^2 R_3 = m \cdot \left( G \cdot \frac{M_3}{R_3^2} - \omega^2 R_3 \right) =$$

$$= m \cdot \left( 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} - (7,3 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \right) = m \cdot (9,8 - 5,3 \cdot 10^{-9}) \approx m \cdot 9,8$$

**Примечание:**

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$M_3 = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$R_3 \approx 6,37 \cdot 10^6 \text{ м (в среднем)}$$

Угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси:

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ радиан}}{24 \text{ часа}} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ радиан}}{24 \cdot 3600 \text{ секунд}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{радиан}}{\text{с}}$$



# Ускорение свободного падения

- $$F_T \approx G \cdot \frac{M_3 \cdot m}{R_3^2}$$

По второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_T = m \cdot \vec{a}$$

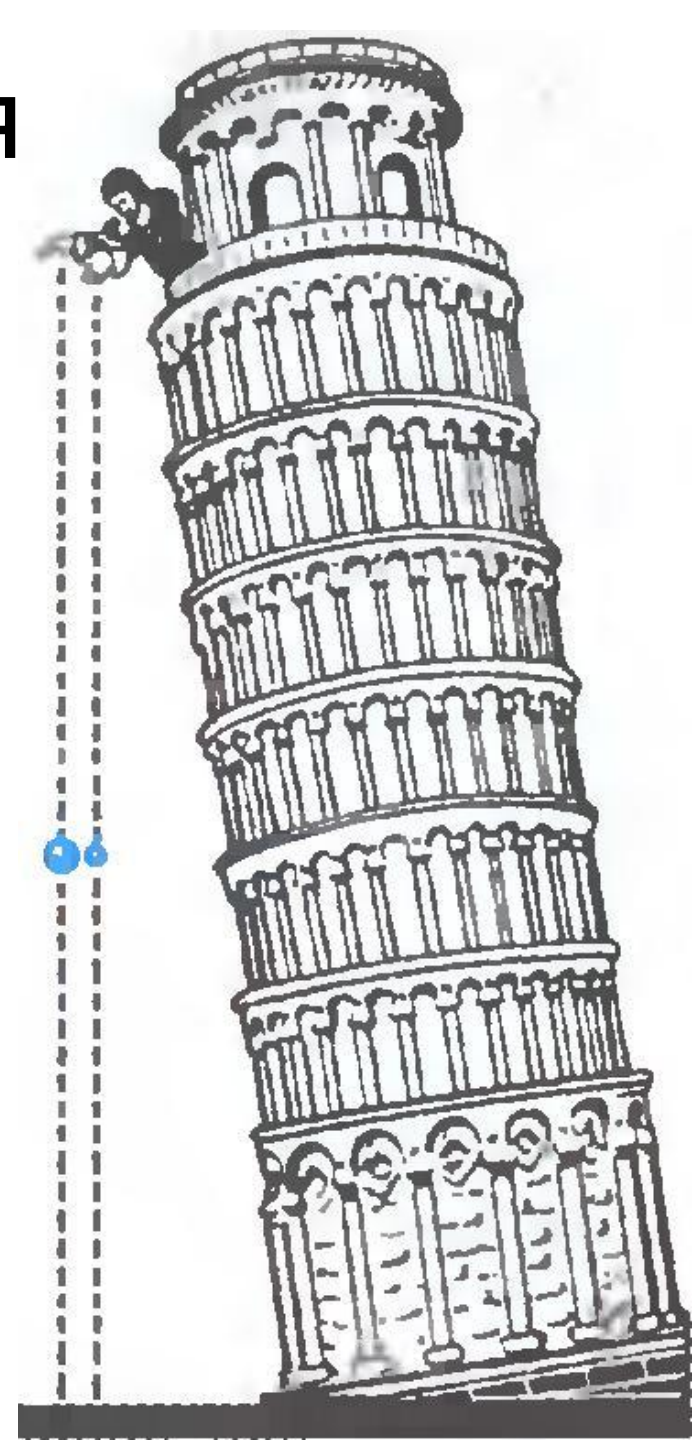
Следовательно:

$$a = G \cdot \frac{M_3}{R_3^2} = g \approx 9.8 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) - \text{ускорение свободного падения у поверхности Земли.}$$

**Свободное падение** – движение тела под действием силы тяжести. В 1589 году Галилео Галилей экспериментально показал, что все тела при свободном падении движутся с одинаковым ускорением.

**Сила тяжести в соответствии со вторым законом Ньютона:**

$$\vec{F}_T = m \cdot \vec{g}$$



# Задача

Определите ускорение свободного падения на поверхности Луны. Масса Луны  $7,35 \cdot 10^{22}$  кг, радиус Луны 1737 км. Что покажут земные пружинные весы, на которые встанет человек массой 80 кг?





Дано:	СЧ
$m_{\Lambda} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$	
$R_{\Lambda} = 1737 \text{ км}$	$1737 \cdot 10^3 \text{ м}$
$g_{\Lambda} = ?$	

$$F = G \frac{m_{\Lambda} \cdot m}{R_{\Lambda}^2} = g_{\Lambda}$$

$$g_{\Lambda} = G \frac{m_{\Lambda}}{R_{\Lambda}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{(1737 \cdot 10^3)^2} =$$

$$= 16,2 \cdot 10^{-1} \approx 1,6 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

$$\frac{g_{\Lambda}}{g} = \frac{1,6}{9,8} \approx 0,16$$

Показание земных  
весов  
на Луне составляет  
16% от их показаний  
на земле

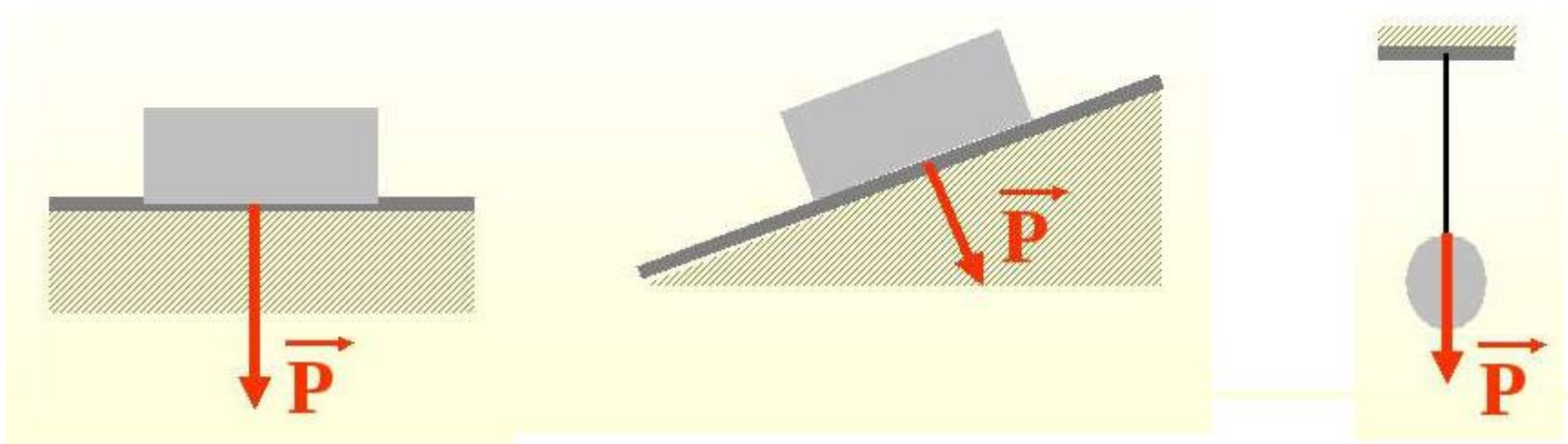
$$80 \text{ кг} \cdot 0,16 = \underline{12,8 \text{ кг}}$$

# Вес тела, $\vec{P}$

Вес тела –это сила, с которой тело действует на опору или подвес.

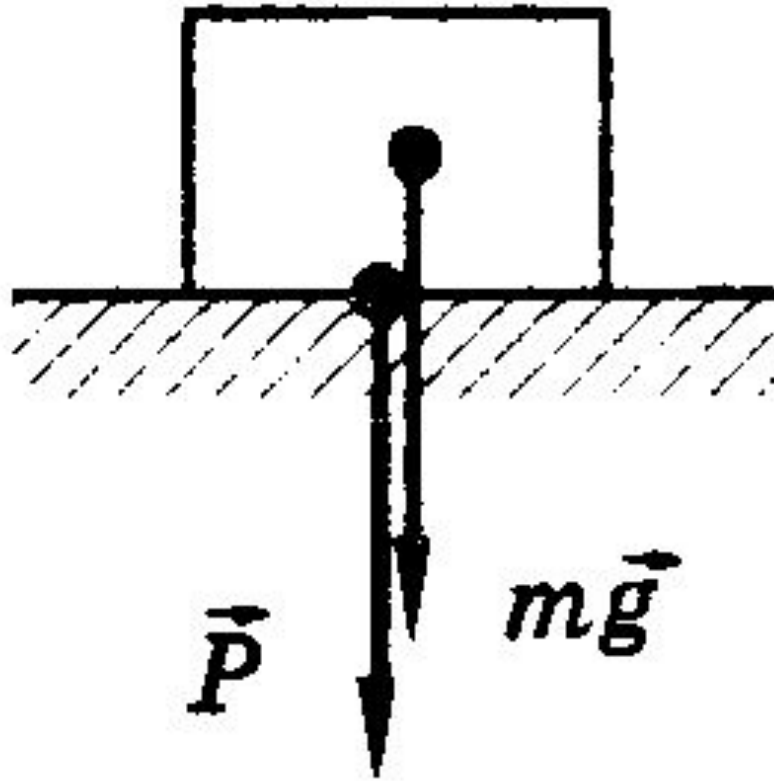
$$[P] = \text{ньютон, Н}$$

Вес всегда направлен перпендикулярно опоре или подвесу. Точка приложения вектора веса рисуется на линии соприкосновения тела и опоры или в месте крепления тела к подвесу.



Если тело и опора неподвижны относительно земли, то вес покоящегося на опоре тела равен силе тяжести:

$$\vec{P} = \vec{F}_T = m \cdot \vec{g}$$



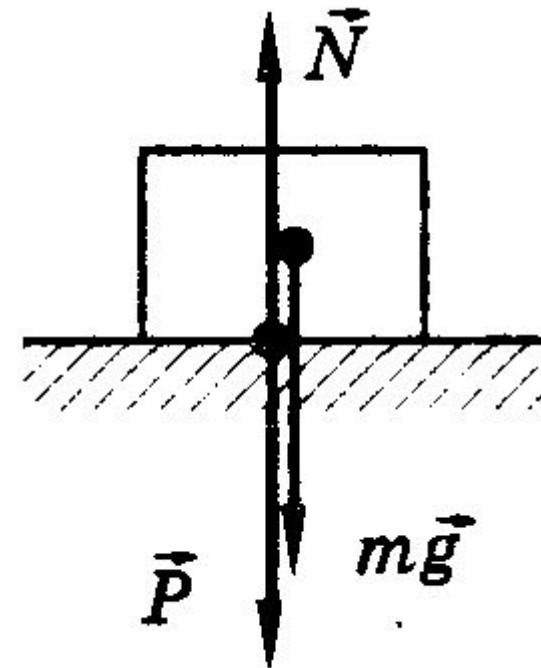
# Сила реакции опоры, $\vec{N}$

По III закону Ньютона сила действия равна силе противодействия. Силу противодействия весу называют силой реакции опоры.

$$\vec{N} = -\vec{P}$$

$$[N] = \text{Ньютон}$$

Сила реакции опоры всегда направлен перпендикулярно опоре или подвесу. Точка приложения вектора силы реакции опоры рисуется на линии соприкосновения тела и опоры или в месте крепления тела к подвесу.





# Задача

Автомобиль движется со скоростью 54 км/ч по выпуклому мосту с радиусом кривизны 100 м. Определите вес автомобиля в верхней точке. Масса автомобиля 800 кг.

Дано:

ЛУ

$$v = 54 \text{ км/ч}$$

$$15 \text{ м/с}$$

$$R = 100 \text{ м}$$

$$m = 800 \text{ кг}$$

$$P = ?$$

Решение:

$$\vec{N} + \vec{F}_{ц.б} + m\vec{g} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{P} = -\vec{N} \quad (2)$$

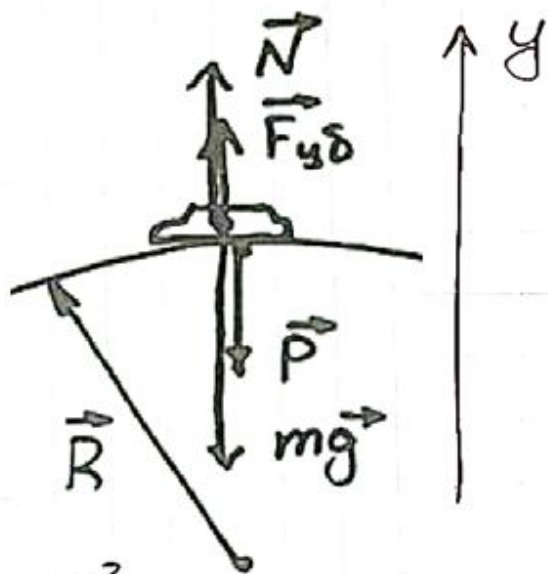
Запишем проекцию на ось  $y$ :

$$\begin{cases} N + F_{ц.б} - mg = 0 \\ -P = -N \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = mg - F_{ц.б} = mg - m \cdot a_{ц.б} = mg - m \frac{v^2}{R} \\ P = N \end{cases}$$

$$P = m \left( g - \frac{v^2}{R} \right) = 800 \left( 10 - \frac{15^2}{100} \right) = 6200 \text{ (Н)}$$

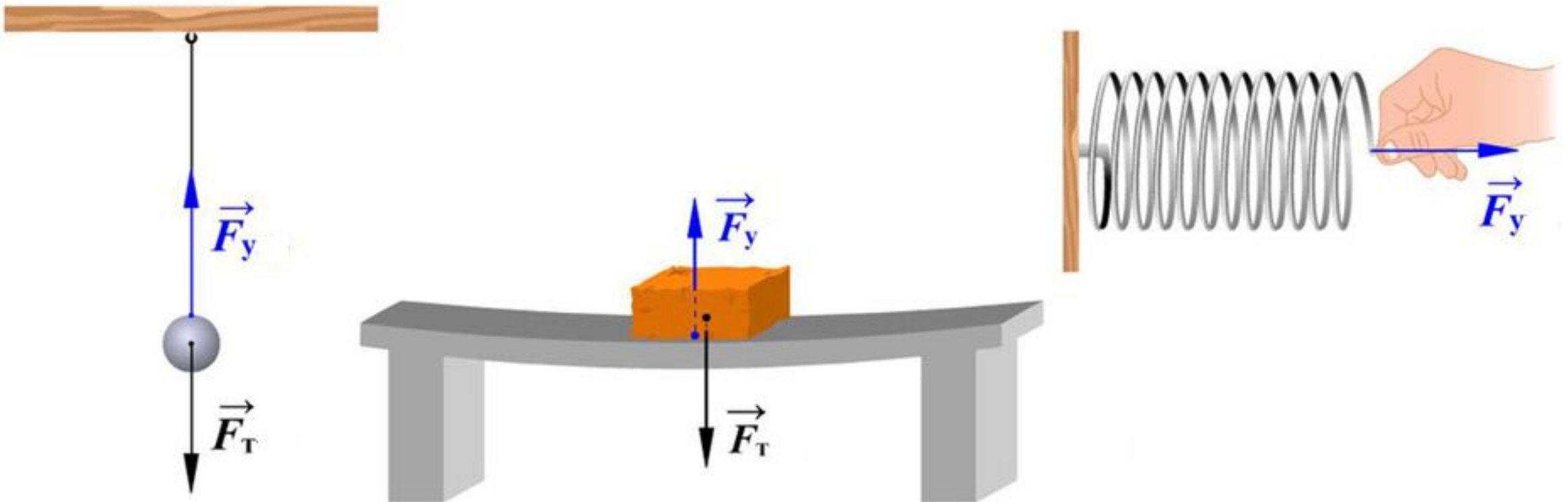
Ответ: 6200 Н.



# Сила упругости

Силы реакции опоры (и силы натяжения нитей) по своей природе являются силами упругости.

Силы упругости – это силы, возникающие при упругой деформации тел. Эти силы стремятся вернуть тело в первоначальное состояние.



# Закон Гука для силы упругости

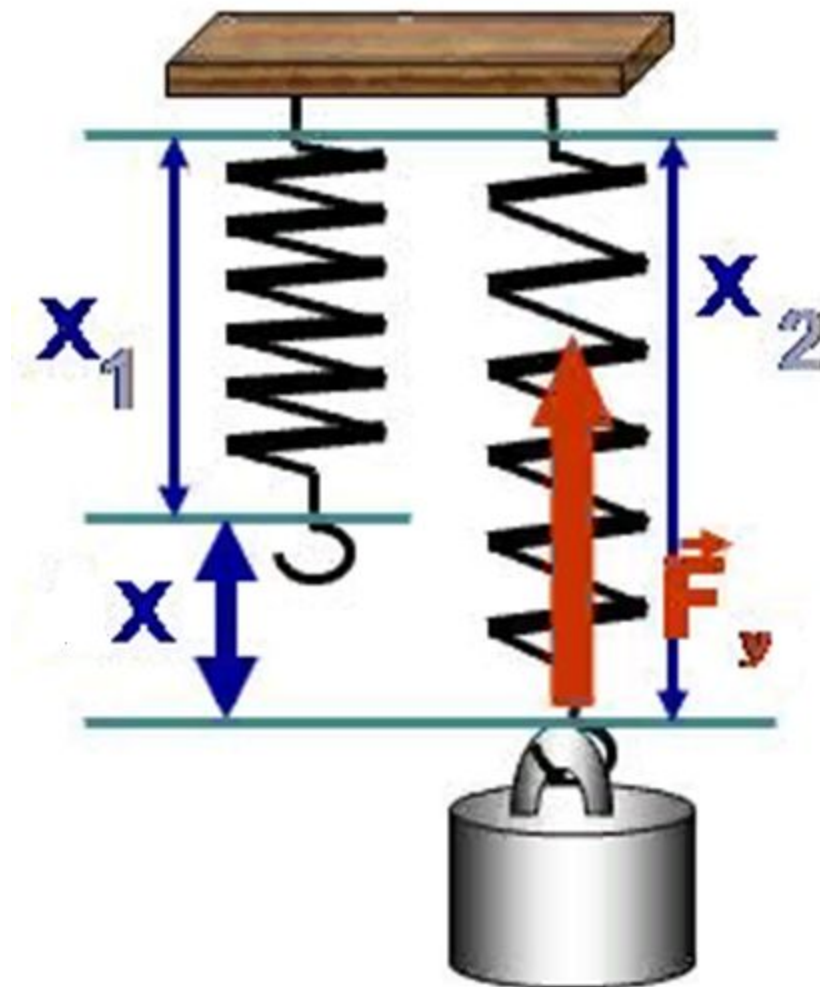
По модулю эти силы пропорциональны изменению длины тела (деформации).

$$F_y = -k \cdot x$$

$F_y$  - сила упругости, Ньютон (Н);

$k$  - жесткость пружины,  $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ;

$x$  - удлинение пружины, м.



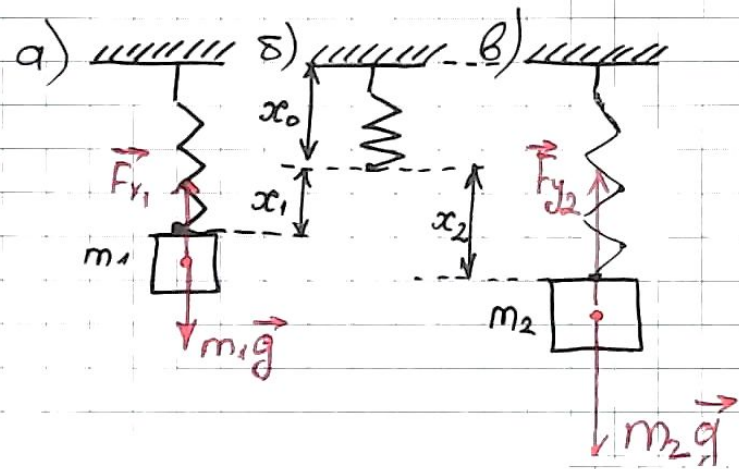
# Задача

Когда масса подвешенных к пружине грузов равна 150 г, длина пружины составляет 7 см. Определите длину пружины после увеличения общей массы грузов до 350 г, если жесткость пружины 50 Н/м.

# Задача 9.

Дано:	ЕЦ
$m_1 = 150 \text{ г}$	$0,150 \text{ кг}$
$x_0 + x_1 = 7 \text{ см}$	$0,07 \text{ м}$
$m_2 = 350 \text{ г}$	$0,350 \text{ кг}$
$K = 50 \text{ Н/м}$	
$x_0 + x_2 = ?$	

Решение.



Для положения а):

$$F_{y1} = K x_1$$

$$F_{y1} = m_1 g$$

$$x_1 + x_0 = 0,07 \Rightarrow x_1 = 0,07 - x_0$$

$$m_1 g = K(x_0 + x_1) \Rightarrow$$

$$x_0 = 0,07 - \frac{m_1 g}{K}$$

$$= 0,07 - \frac{0,15 \cdot 10}{50} = 0,04 \text{ (м)}$$

Для положения б):

$$F_{y2} = K x_2$$

$$m_2 g = F_{y2}$$

$$m_2 g = K x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{m_2 g}{K} = \frac{0,35 \cdot 10}{50} = 0,07$$

$$x_0 + x_2 = 0,04 + 0,07 = 0,11 \text{ (м)}$$

Ответ: 11 см.



# Вес тела, размещенного на опоре, движущейся с ускорением.

Пусть лифт начал двигаться вверх или вниз с некоторым ускорением  $\vec{a}$ . Тогда тело вместе с лифтом будет двигаться с ускорением  $\vec{a}$ . По второму закону Ньютона:

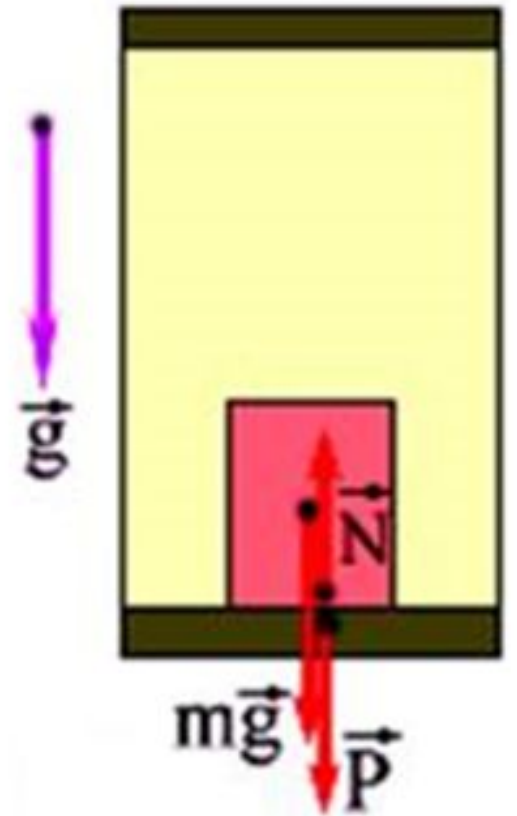
$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$$

По III закону Ньютона  $\vec{N} = -\vec{P}$ , тогда:

$$m\vec{a} = m\vec{g} - \vec{P}$$

Выразим вес тела:

$$\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a})$$



$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$$

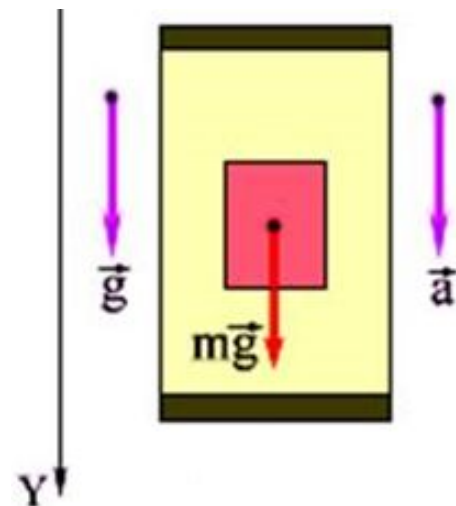
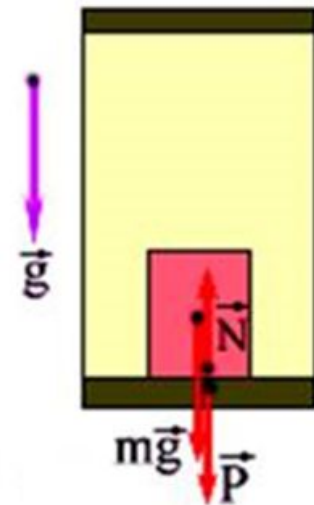
Ведем ось  $Y$ , направленную вниз, чтобы записать данное выражение в скалярном виде.

Если  $a = 0$  :

$$P = m(g - 0) = mg$$

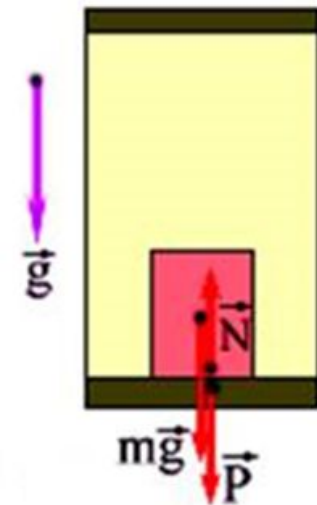
Если лифт движется вниз с ускорением  $a = g$ , то вес будет равен нулю:

$$P = m(g - a) = m(g - g) = m \cdot 0 = 0$$



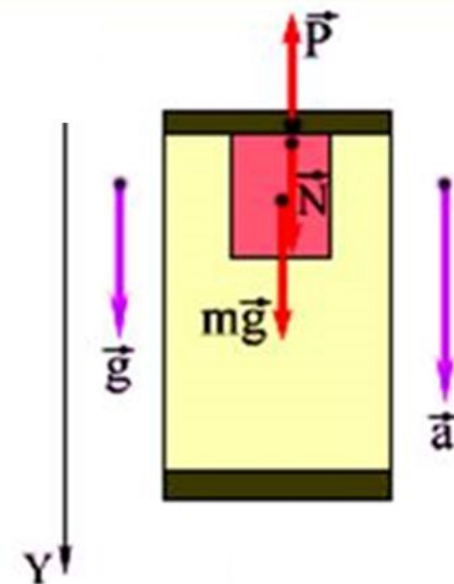
Если лифт движется вниз с ускорением  $a < g$ , то вес будет равен:

$$P = m(g - a)$$
$$0 < P < mg$$



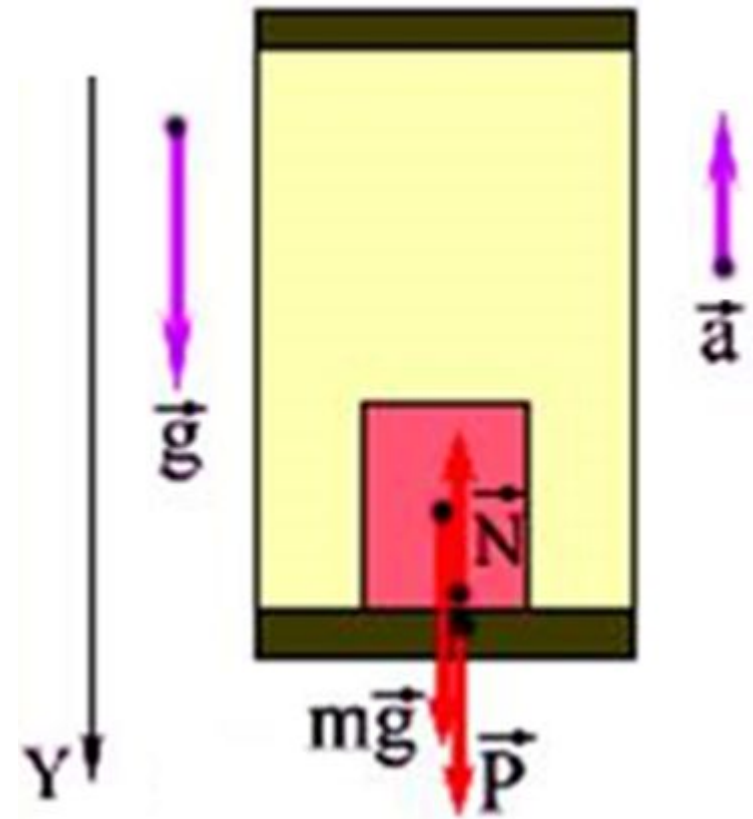
Если лифт движется вниз с ускорением  $a > g$ , то вес будет равен:

$$P = m(g - a) < 0$$



Если лифт движется вверх с ускорением  $a$ , то вес будет равен:

$$P = m(g - (-a)) = m(g + a) > mg$$



# Задача

Ракета поднимается вертикально вверх, модуль ускорения ее движения равен  $3g$ . Определите вес тела массой  $m$ , находящегося в ракете.

Дано:

СИ

Решение

$$a = 3g$$

$m$

$$p = ?$$

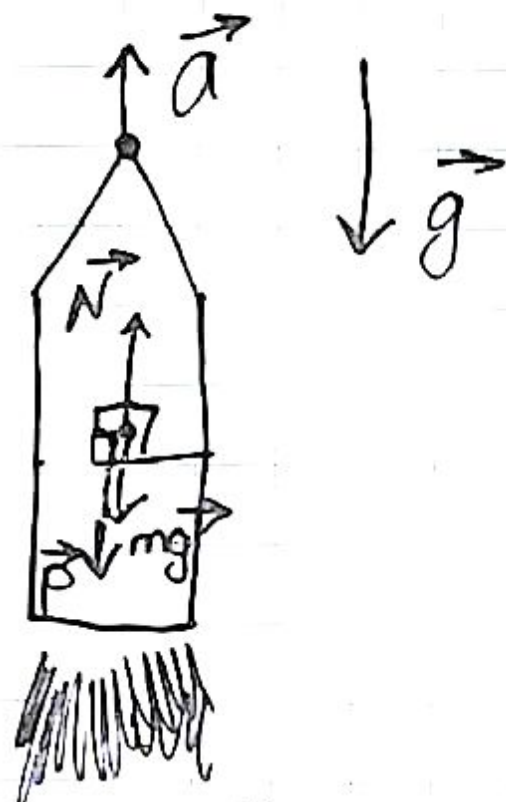
По II закону

Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} \quad (1)$$

$$\vec{p} = -\vec{N} \quad (2)$$

$y$



Запишем проекции на ось  $y$ :

$$ma = N - mg \Rightarrow N = ma + mg = m(g + a)$$

$$-p = -N \Rightarrow p = N$$

$$p = m(g + a) = m(g + 3g) = 4mg$$



# Задача

Определите вес человека массой 50 кг, взвешивающегося в лифте, опускающемся вертикально вниз с ускорением  $3 \text{ м/с}^2$

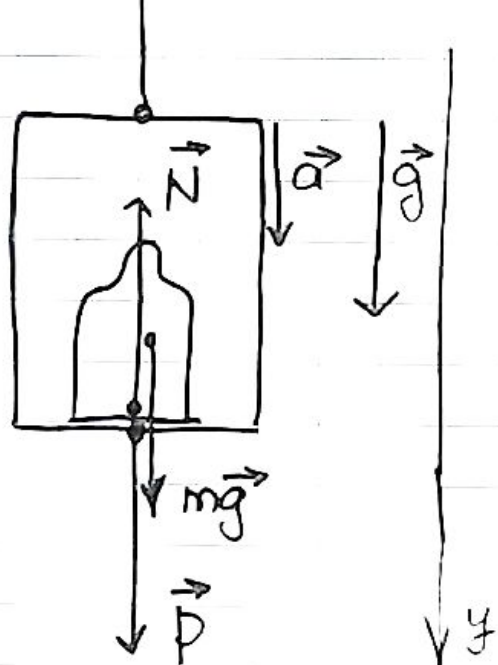
Дано:  
 $\vec{a} \parallel \vec{g}$

$$m = 50 \text{ кг}$$

$$a = 3 \text{ м/с}^2$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$P = ?$



По II закону Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} \quad (1)$$

По III закону Ньютона:

$$\vec{P} = -\vec{N} \quad (2)$$

Введем ось, направленную вниз и запишем уравнения (1) и (2) в скалярном виде:

$$ma = mg - N \quad (3) \Rightarrow N = mg - ma = m(g - a)$$

$$P = -(-N) = N \quad (4) \Rightarrow P = m(g - a)$$

$$P = 50(10 - 3) = 350 \text{ (Н)}$$

Т.к. весы отградуированы в килограммах, они покажут 35 кг.

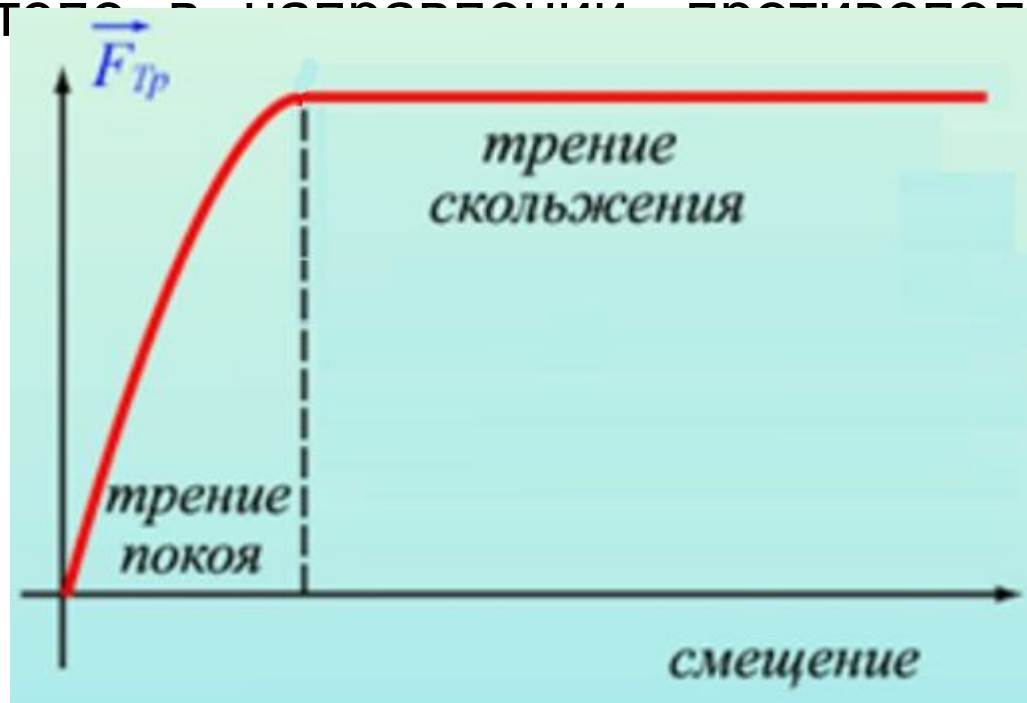
# Сила трения

**Трение** — процесс механического взаимодействия соприкасающихся тел при их относительном смещении в плоскости касания

**Сила трения** — это сила, возникающая при соприкосновении двух тел и препятствующая их относительному движению. Причиной возникновения трения является шероховатость трущихся поверхностей и взаимодействие молекул этих поверхностей.

**Трение покоя** — сила, возникающая между двумя контактирующими телами и препятствующая возникновению относительного движения. Эту силу необходимо преодолеть для того, чтобы привести два контактирующих тела в движение друг относительно друга. Возникает при микросмещениях (например, при деформации) контактирующих тел. Она действует в направлении, противоположном направлению возможного относительного движения.

**Трение скольжения** — сила, возникающая при поступательном перемещении одного из контактирующих/взаимодействующих тел относительно другого и действующая на это тело в направлении, противоположном направлению скольжения.



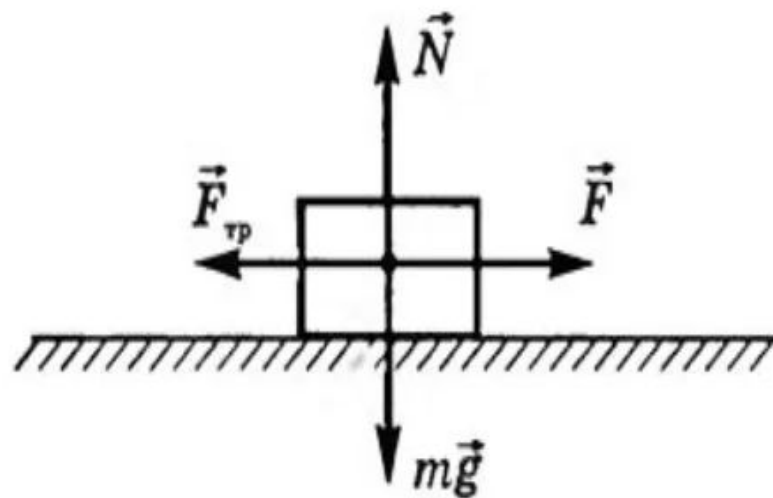
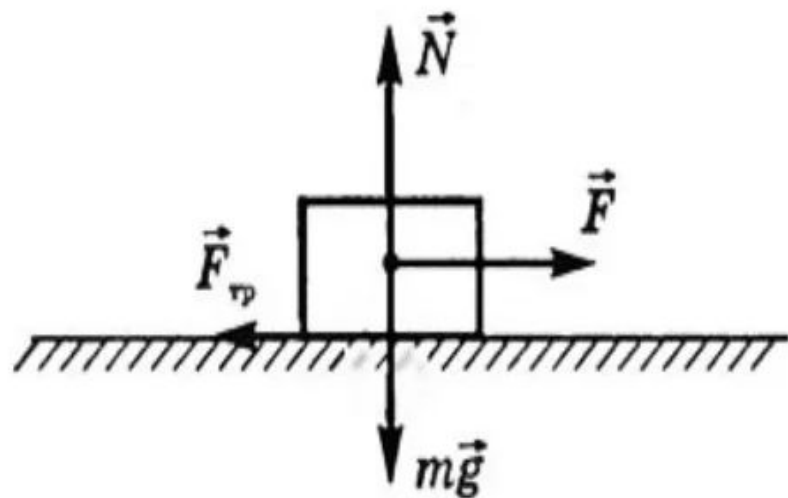
# Сила трения скольжения

- $$|\vec{F}_{\text{тр}}| = \mu \cdot |\vec{N}|$$

$\vec{F}_{\text{тр}}$  - сила трения скольжения, Ньютон (Н);

$\mu$  – коэффициент трения, безразмерная величина;

$\vec{N}$  - сила реакции опоры, Ньютон.



# Задача

Чтобы сдвинуть с места пустой ящик массой 14 кг, необходимо приложить к нему горизонтальную силу 24 Н. Определите, какая горизонтальная сила сдвинет с места этот ящик, когда в нем будут находиться вещи массой 28 кг.



Dano:

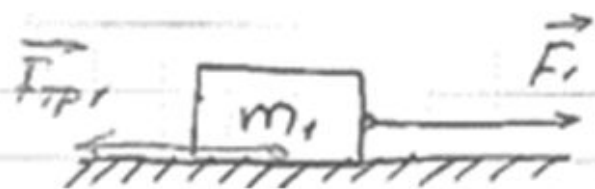
$$m_1 = 14 \text{ k2}$$

$$F_1 = 24 \text{ H}$$

$$\Delta m = 28 \text{ k2}$$

$$F_2 = ?$$

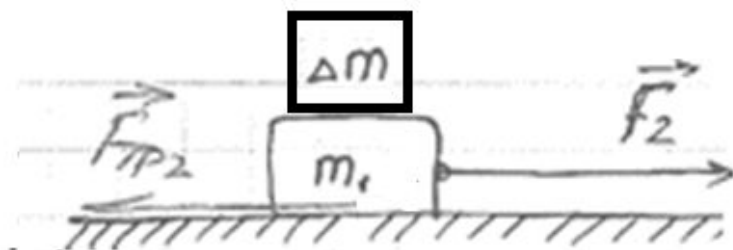
CU



$$F_1 = F_{\text{тр}1}$$

$$F_1 = \mu m_1 g$$

$$\mu = \frac{F_1}{m_1 g}$$



$$F_2 = F_{\text{тр}2}$$

$$F_2 = \mu (m_1 + \Delta m) g$$

$$F_2 = \frac{F_1}{m_1 g} (m_1 + \Delta m) g =$$

$$= F_1 \frac{m_1 + \Delta m}{m_1} =$$

$$= 24 \cdot \frac{14 + 28}{14} = 72 \text{ (H)}$$

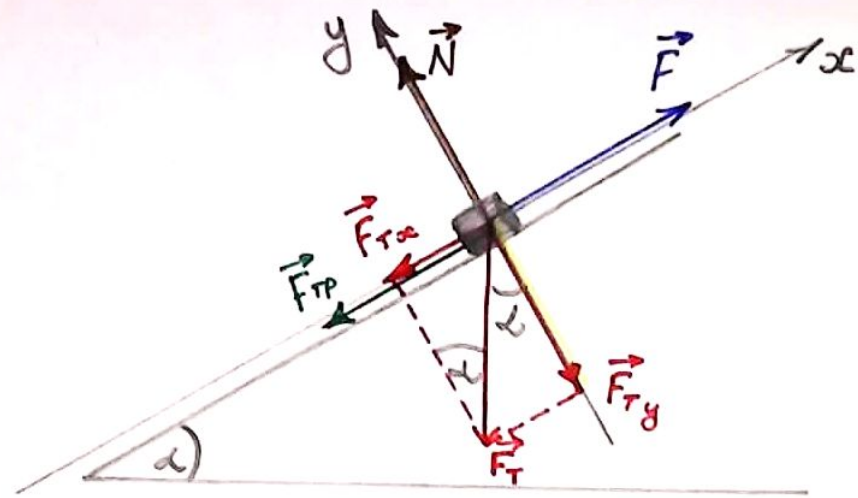
Ответ: 72 H.

# Задача

Груз массой 20 кг поднимают по наклонной плоскости с углом наклона  $30^\circ$ , прикладывая силу в направлении движения. Определите модуль этой силы, если груз движется равномерно, а коэффициент трения равен  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

# Задача

Дано:	СИ
$m = 20 \text{ кг}$	
$\alpha = 30^\circ$	
$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$	
$v = \text{const}$	
$F = ?$	



Условие равномерного движения -  
- это равенство нулю суммы  
всех векторов, приложенных к телу:

$$\vec{F}_{Tp} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F} = 0 \quad (1)$$

Проекция данного уравнения на ось  $x$ :

$$-F_{Tp} - F_{Tx} + F = 0 \quad (1)$$

$$F_{Tp} = \mu \cdot F_{Ty} \quad (3)$$

$$F_{Tx} = F_T \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

$$F_{Ty} = F_T \cdot \cos \alpha \quad (5)$$

$$\Rightarrow -\mu \cdot F_T \cdot \cos \alpha - F_T \cdot \sin \alpha + F = 0$$

$$\begin{aligned} F &= \mu F_T \cdot \cos \alpha + F_T \cdot \sin \alpha = F_T (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) = \\ &= mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 20 \cdot 10 \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \\ &= 200 \text{ (Н)} \end{aligned}$$

Ответ: 200 Н.

# Задача.

Велосипедист движется на повороте горизонтальной дороги по дуге окружности радиусом 10 м. Определите максимально возможную скорость движения велосипедиста, если коэффициент трения между шинами и дорогой 0,49.  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .



Дано:

CU

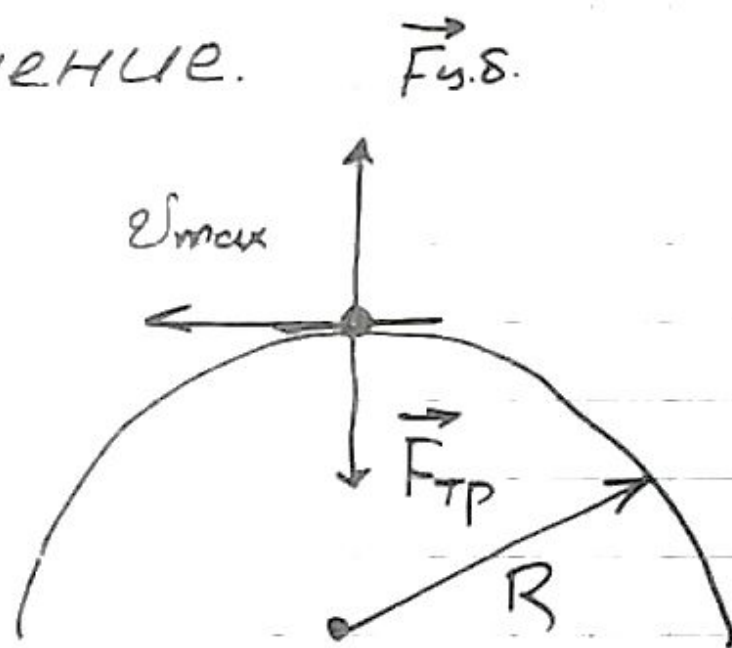
$$R = 10 \text{ м}$$

$$\mu = 0,49$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_{\text{max}} - ?$$

Решение.



$$F_{\text{y.с.}} = F_{\text{TP}}$$

$$\mu \frac{v_{\text{max}}^2}{R} = \mu mg$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\mu g R} = \sqrt{0,49 \cdot 10 \cdot 10} = 7 \text{ (м/с)}$$

Ответ: 7 м/с.



# ДАВЛЕНИЕ

Действие силы на поверхность тела характеризуется давлением.

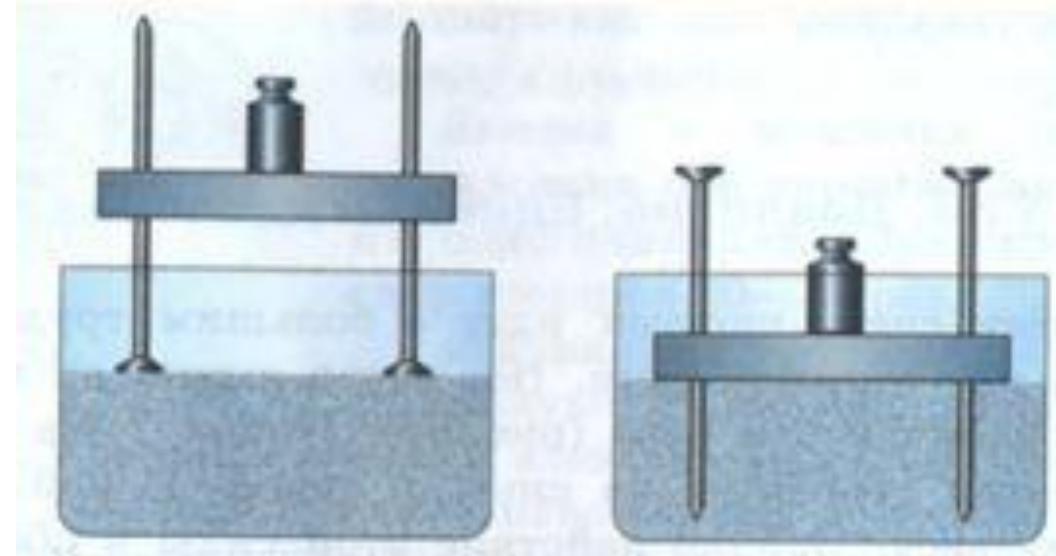
Давление – это отношение действующей перпендикулярно поверхности силы, к площади этой поверхности.

$$P = \frac{F}{S}$$

$P$  – давление, Паскаль (Па);

$F$  – сила, действующая перпендикулярно поверхности, Н;

$S$  – площадь поверхности к которой приложена сила, м<sup>2</sup>.





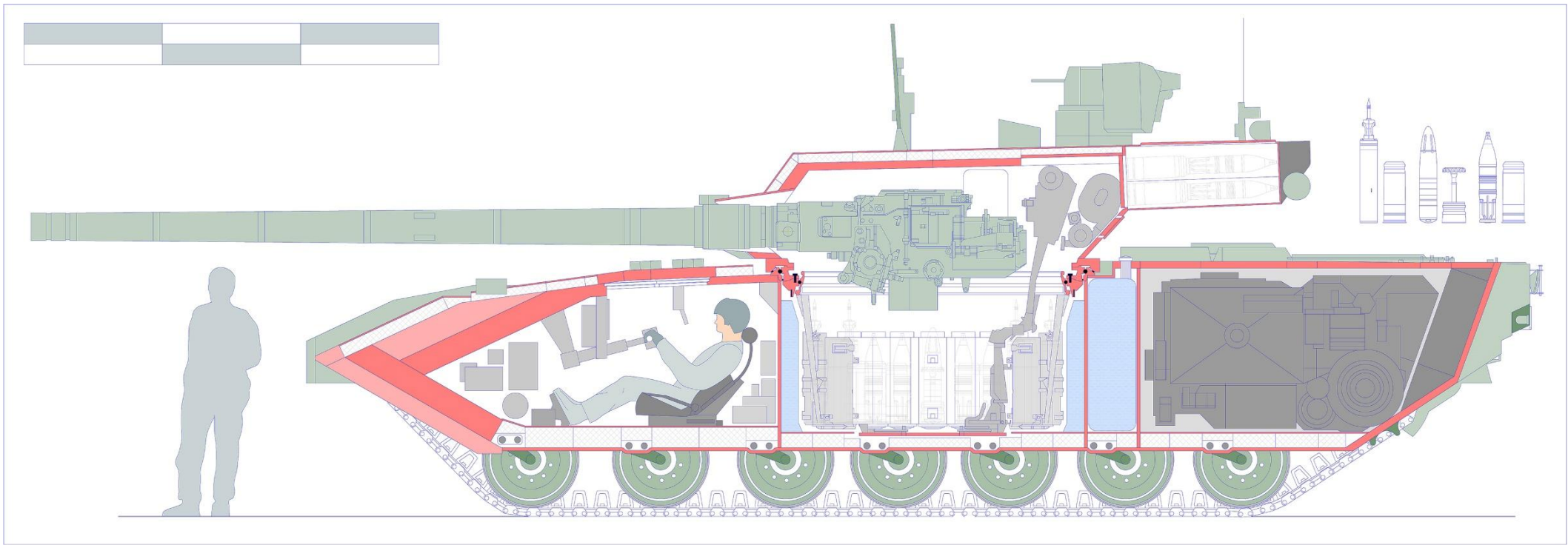
1 Паскаль – это такое давление, при котором на 1 квадратный метр поверхности воздействует сила 1 Ньютон, направленная перпендикулярно данной поверхности.

Выделяют давление твердого тела, давление жидкости и давление газа.

Сегодня мы рассматриваем давление твердого тела. Давление жидкостей и газов будет рассмотрено нами в следующих темах.

# Задача

Определите давление, которое оказывает танк Т-14 на гусеничной платформе армата на грунт. Масса танка 48 тонн. Ускорение свободного падения  $10 \text{ м/с}^2$ . Ширина гусеницы 56,4 см, длина части гусеницы, соприкасающейся с грунтом 5,491 м.



Дано:

$$m = 48 \text{ т}$$
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$a = 56,4 \text{ см}$$
$$b = 5,49 \text{ м}$$

$P = ?$

Сл

$$48000 \text{ кг}$$

$$0,564 \text{ м}$$

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{2 \cdot a \cdot b} = \frac{48000 \cdot 10}{2 \cdot 0,564 \cdot 5,49} \approx 77500 \text{ (Па)}$$

Ответ: 77500 Па

# РАБОТА ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Работа силы – это физическая величина, характеризующая влияние силы на перемещение тела, к которому она приложена.

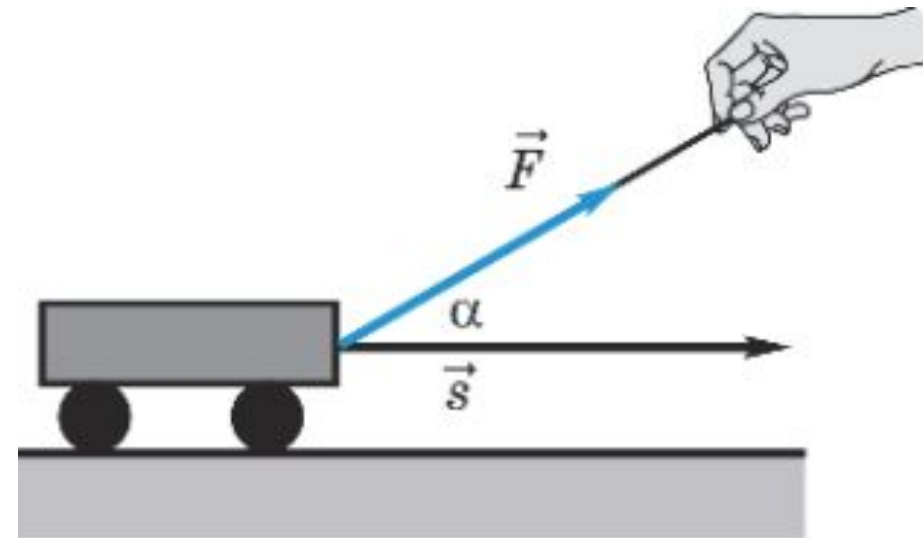
$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

$A$  – работа силы, Джоуль (Дж);

$F$  – сила, Ньютон (Н);

$s$  – перемещение тела, метр (м);

$\alpha$  – угол между вектором силы и вектором перемещения.



# Задача

Какую работу совершает сила трения, действующая на ящик при его перемещении на 40 см, если она постоянна и равна 5 Н?

# Задача

Какую работу совершает сила трения, действующая на ящик при его перемещении на 40 см, если она постоянна и равна 5 Н

Дано:	СИ
$F_{\text{тр}} = 5 \text{ Н}$	0,40 м
$s = 40 \text{ см}$	
$A = ?$	

Решение:

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$



Работа отрицательна т.к. направление силы трения противоположно направлению движения

$$A = 5 \cdot 0,40 \cdot (-1) = -2 \text{ Дж}$$

Ответ: -2 Дж



# КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Пусть тело разгоняется под действием постоянной равнодействующей силы  $\vec{F}$ .



За время  $t$  тело совершит перемещение  $\vec{s}$ . Значит сила  $\vec{F}$  совершит работу:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \alpha = F \cdot s \quad (1)$$

Перемещение выразим через среднюю скорость:  $s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t \quad (2)$

Силу выразим из второго закона Ньютона:  $F = m \cdot a \quad (3)$

Ускорение по определению равно:  $a = \frac{v_2 - v_1}{t} \quad (4)$

$$(2), (3), (4) \rightarrow (1): A = m \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t = m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

# КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Кинетическая энергия поступательного движения – это энергия, которая определяется скоростью центра масс тела.

$$E_{\text{к}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$E_{\text{к}}$  - кинетическая энергия поступательного движения тела, Дж;

$m$  – масса тела ,кг;

$v$  – скорость тела,  $\frac{\text{м}}{\text{с}}$



# Задача

Найдите тормозной путь автомобиля, движущегося со скоростью 40 км/ч; 60 км/ч; 90 км/ч. Коэффициент трения шин об асфальт считайте равным 0.9.

Дано:	Сл:
$v_1 = 40 \text{ км/ч}$	$11,1 \text{ м/с}$
$v_2 = 60 \text{ км/ч}$	$16,7 \text{ м/с}$
$v_3 = 90 \text{ км/ч}$	$25 \text{ м/с}$
$\mu = 0,9$	
<hr/>	
$S_1 - ?$	
$S_2 - ?$	
$S_3 - ?$	

Решение

$$\frac{mv^2}{2} = \underbrace{F_{\text{тр}} \cdot S}_{\text{работа сил трения}} \quad (1)$$

$$|F_{\text{тр}}| = |\mu N| = |\mu mg| \quad (2)$$

(2)  $\rightarrow$  (1):

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mg S$$

$$S = \frac{v^2}{2\mu g}$$

$$S_1 = \frac{11,1^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 10} \approx 6,8 \text{ м}$$

$$S_2 = \frac{16,7^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 10} \approx 15,5 \text{ м}$$

$$S_3 = \frac{25^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 10} = 34,7 \text{ м}$$

Ответ: 6,8 м; 15,5 м; 34,7 м.

# Потенциальная энергия силы тяжести

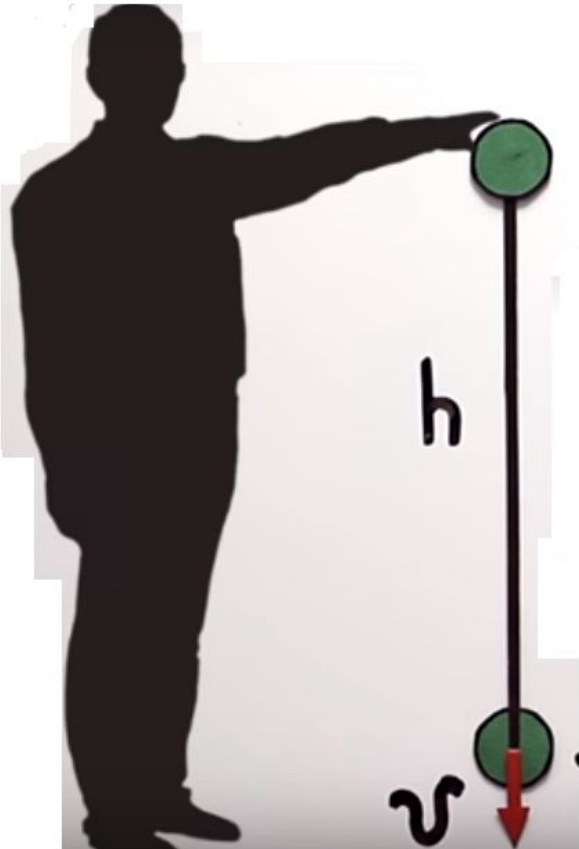
Из кинематики известна формула:

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot a}$$

Применим эту формулу для тела, отпущенного с некоторой высоты с нулевой начальной скоростью.

Падая с высоты  $h$  ускорением свободного падения  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  тело перед приземлением разгонится до скорости  $v$ :

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad | \cdot mg$$
$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$



# ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Потенциальная энергия – энергия, которая определяется взаимным расположением взаимодействующих тел.

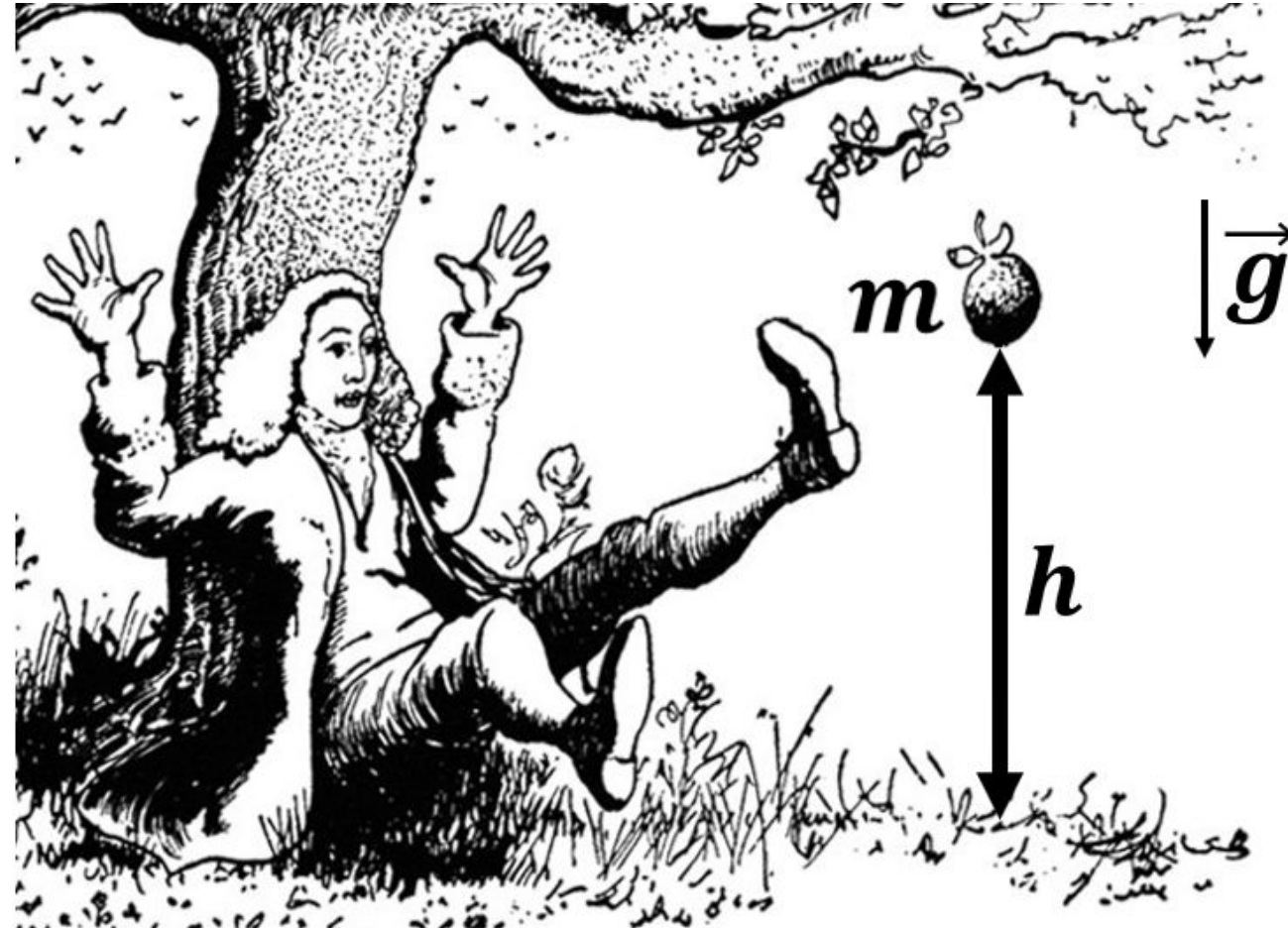
$$E_{\text{П}} = m \cdot g \cdot h$$

$E_{\text{П}}$  – потенциальная энергия, Дж;

$m$  – масса тела, кг;

$g$  – ускорение свободного падения,  $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ;

$h$  – высота, м.





# Закон сохранения механической энергии

Если в замкнутой системе не действуют силы трения и силы сопротивления, то сумма кинетической и потенциальной **энергии** всех тел системы остается величиной постоянной.

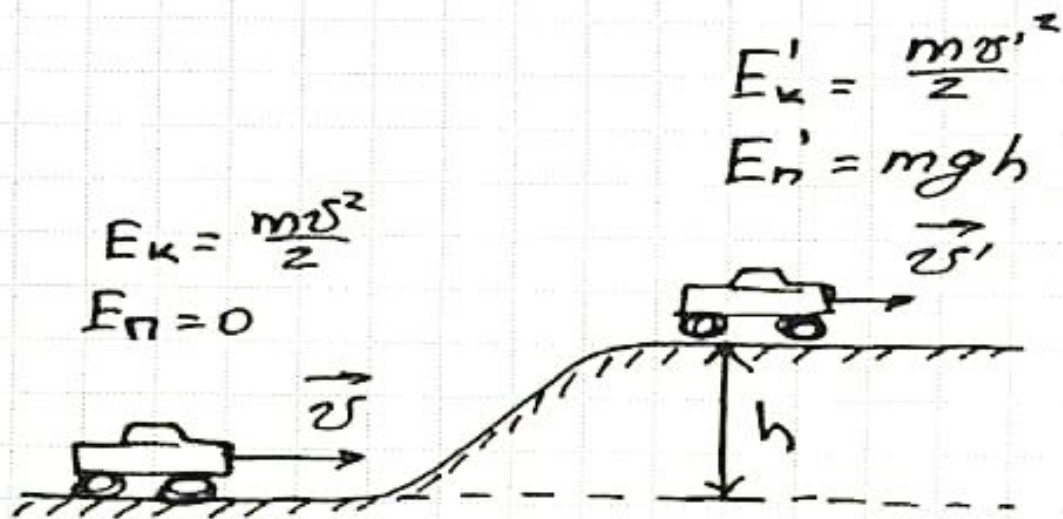
$$\sum E_{Ki} + \sum E_{Pi} = const$$

# Задача

Водитель жигулей приближается к десяти метровому подъему со скоростью 72 км/ч, а водитель Aurus со скоростью 144 км/ч. Оба водителя въезжают на горку на нейтральной передаче (накатом). Какие скорости будут показывать спидометры автомобилей в верхней точке подъема?



Дано:	СИ:
$v_1 = 72 \text{ км/ч}$	$20 \text{ м/с}$
$v_2 = 144 \text{ км/ч}$	$40 \text{ м/с}$
$h = 10 \text{ м}$	
$v_1' - ?$	
$v_2' - ?$	



По закону сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{mv'^2}{2} \quad | \cdot 2 \quad (1)$$

$$v^2 = 2gh + v'^2 \Rightarrow v' = \sqrt{v^2 - 2gh} \quad (2)$$

$$v_1' = \sqrt{v_1^2 - 2gh} = \sqrt{20^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10} = \sqrt{400 - 200} = \sqrt{200} \approx 14 \text{ (м/с)}$$

$$14 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 14 \frac{\frac{1}{1000} \text{ км}}{\frac{1}{3600} \text{ ч}} = 14 \cdot \frac{3600}{1000} \frac{\text{ км}}{\text{ч}} \approx 50 \text{ км/ч}$$

$$v_2' = \sqrt{v_2^2 - 2gh} = \sqrt{40^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10} = 37 \text{ (м/с)} \text{ или } 133 \text{ км/ч}$$

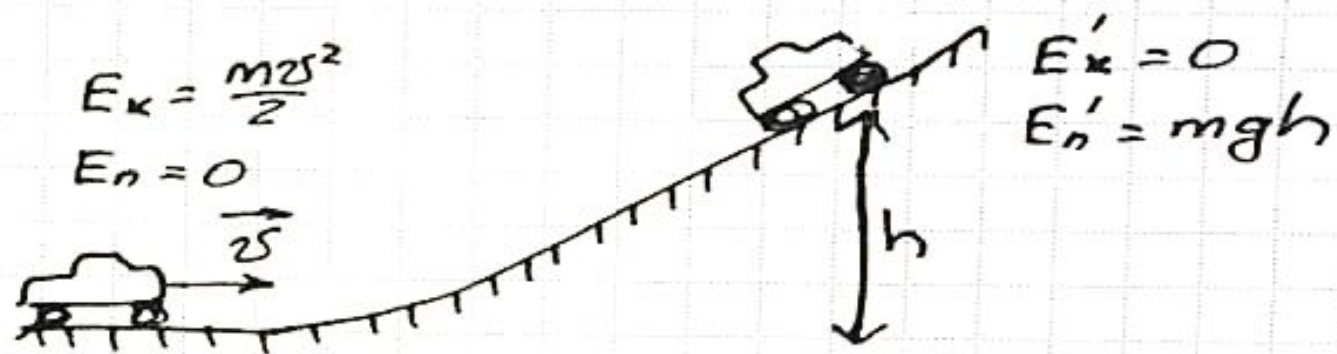
Ответ: 50 км/ч ; 133 км/ч.

# Задача

В условиях предыдущей задачи найдите высоты, на которых остановится каждый из автомобилей на тормозном тупике.







$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

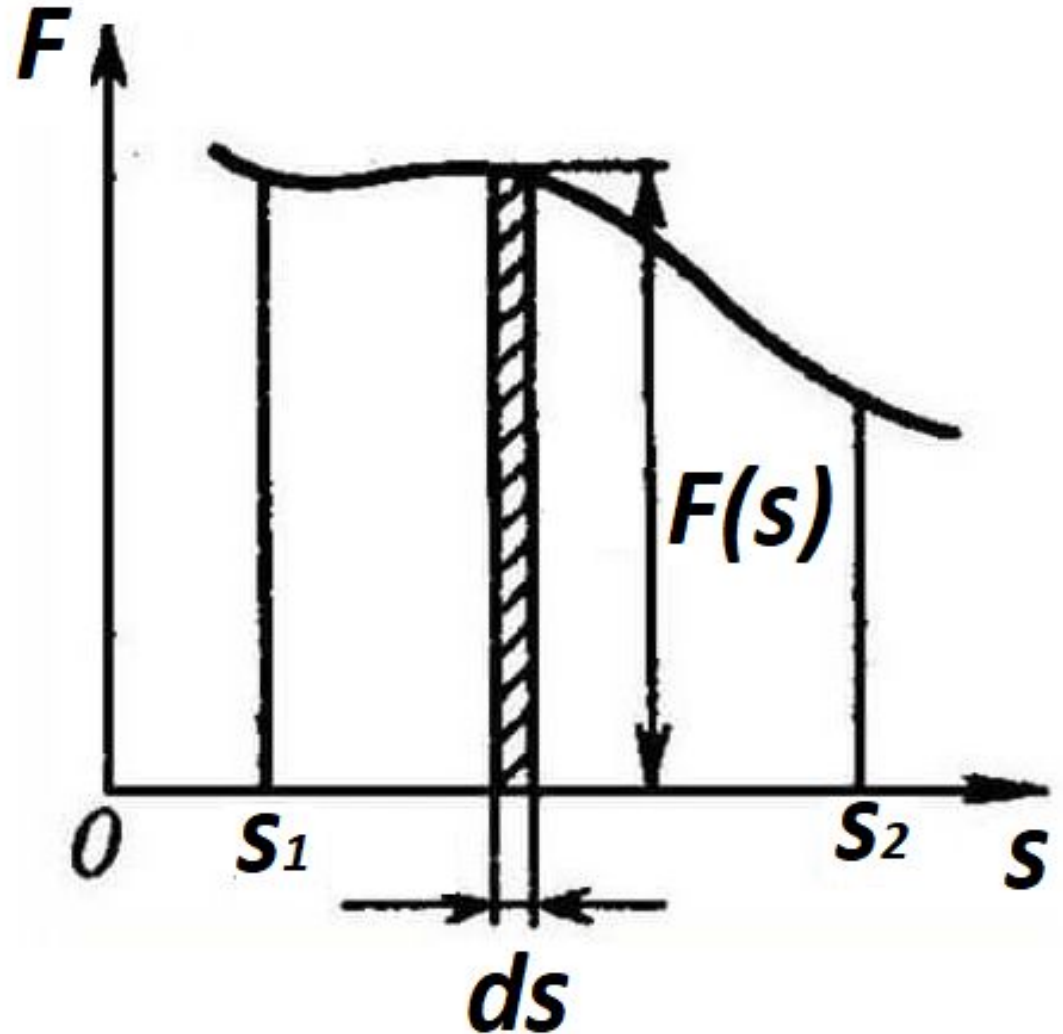
$$h_1 = \frac{20^2}{2 \cdot 10} = 20 \text{ (m)}$$

$$h_2 = \frac{40^2}{2 \cdot 10} = \frac{1600}{20} = 80 \text{ (m)}$$

Ombem: 20 m ; 80 m.

Работа силы, значение которой меняется  
в зависимости от перемещения (для случая  
 $\alpha=0$ )

$$A = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cdot ds$$





# Задача

Какую работу надо совершить, чтобы сжать пружину игрушечного пистолета на 3 см, если жесткость пружины 667 Н/м? Запишите решение с использованием интегральной формулы для работы.



Дано:

$$x_{\max} = 3 \text{ см}$$

$$K = 667 \text{ Н/м}$$

A - ?

СИ:

$$0,03 \text{ м}$$

Решение:

$$A = \int_0^{x_{\max}} F(x) dx$$

$$F(x) = Kx$$

$$A = \int_0^{x_{\max}} Kx \cdot dx = K \int_0^{x_{\max}} x dx = \left. \frac{Kx^2}{2} \right|_0^{x_{\max}} =$$

$$= \frac{K \cdot x_{\max}^2}{2} - \frac{K \cdot 0^2}{2} = K \cdot x_{\max}^2 / 2 = \frac{667 \cdot 0,03^2}{2} = 0,3 \text{ Дж}$$

Ответ: 0,3 Дж

# ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ СЖАТОЙ ПРУЖИНЫ

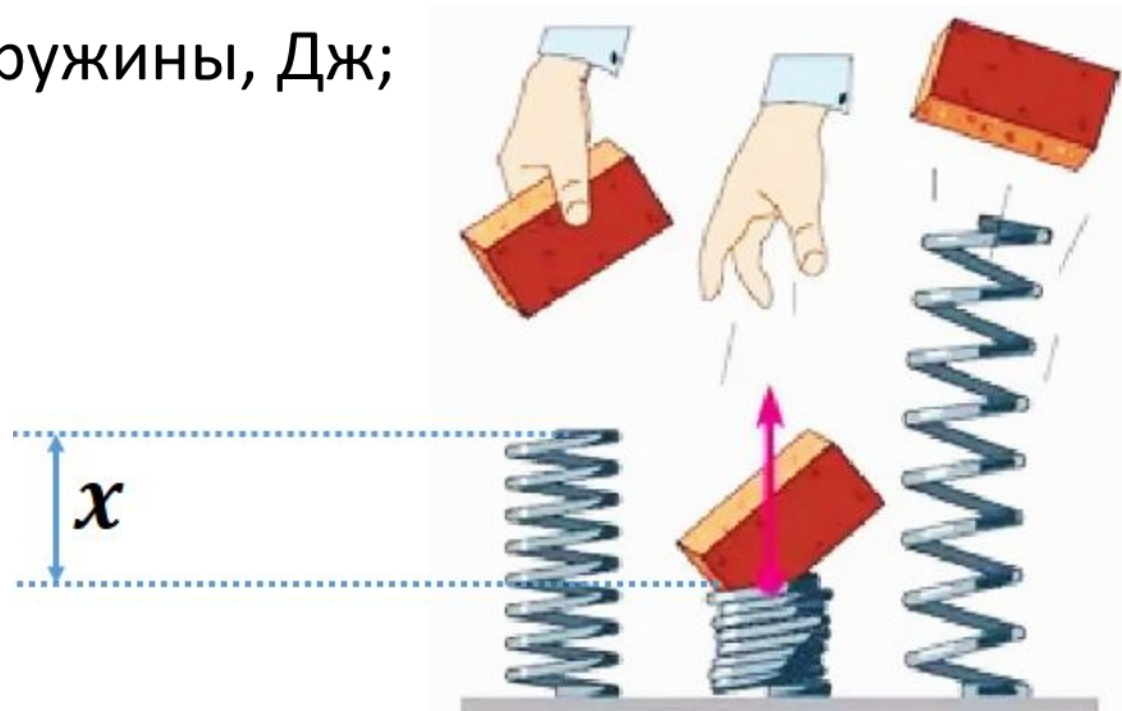
Потенциальная энергия деформированного тела – потенциальная энергия обусловленная взаимным расположением частей тела.

$$E_{\text{пр}} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$E_{\text{пр}}$  – потенциальная энергия сжатой пружины, Дж;

$k$  – жесткость пружины,  $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ;

$x$  – удлинение пружины, м.



# Задача\*

К концу сжатия пружины детского пружинного пистолета на 3 см приложенная к ней сила была равна 20 Н. Найти потенциальную энергию сжатой пружины. До какой максимальной высоты долетит присоска, если ее масса 4 грамма. Сопротивлением воздуха пренебречь.

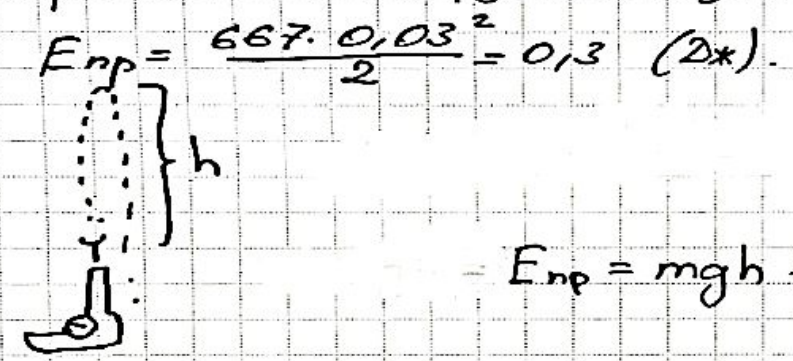


Дано:  $x = 3 \text{ см}$   
 $F = 20 \text{ Н}$   
 $m = 4 \text{ г}$   
 $E_{\text{пр}} - ?$   
 $h - ?$

СИ:  
 $0,03 \text{ м}$   
 $0,004 \text{ кг}$

Решение:  
 $E_{\text{пр}} = \frac{Kx^2}{2} \quad (1)$

К найдем из закона Гука:  $F = Kx \Rightarrow K = \frac{F}{x} = \frac{20}{0,03} \approx 667 \text{ (Н/м)} \quad (2)$   
 Энергия сжатой пружины будет равна:



В верхней точке траектории вертикального полёта энергия сжатой пружины переходит полностью в потенциальную энергию  $mgh$ :

$E_{\text{пр}} = mgh \Rightarrow h = \frac{E_{\text{пр}}}{mg} = \frac{0,3}{0,04 \cdot 10} = 7,5 \text{ (м)}$

Ответ:  $0,3 \text{ Дж}$ ;  $7,5 \text{ м}$ .



# КПД

**Коэффициент полезного действия (КПД)** – отношение полезной работы к затраченной работе.

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%$$

$\eta$  – КПД, %;

$A_{\text{пол}}$  - полезная работа, Дж;

$A_{\text{затр}}$  - затраченная работа, Дж.



# Задача

Определите КПД наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м, если для равномерного подъема по ней ящика массой 50 кг нужно прикладывать силу 200 Н



Дано:

$$m = 50 \text{ кг}$$

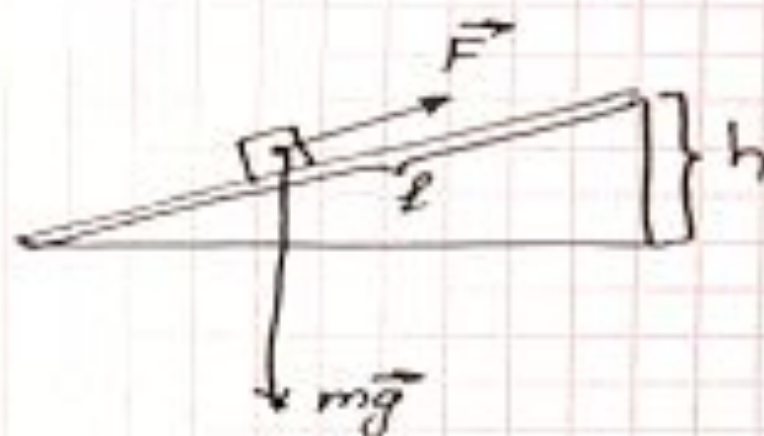
$$l = 10 \text{ м}$$

$$h = 3 \text{ м}$$

$$F = 200 \text{ Н}$$

$\eta = ?$

ЦМ:



$$\eta = \frac{A_{\text{пол.}}}{A_{\text{зат}}} = \frac{mg \cdot h}{F \cdot l} = \frac{50 \cdot 10 \cdot 3}{200 \cdot 10} = \frac{1500}{2000} = 0,75$$

Ответ: 75%

# МОЩНОСТЬ

Мощность – физическая величина, равная работе совершаемой в единицу времени.

$$N = \frac{A}{t}$$

$N$  – мощность, Ватт (Вт);

$A$  – работа, Дж;

$t$  – время, с.

Двигатель имеет мощность 1 Вт если он совершает работу 1 Дж за 1 секунду.

# Задача

Какова мощность насоса способного поднять 4,5 куб. м. воды на высоту 5 м за 5 секунд. Найдите также его мощность в лошадиных силах (1 лошадиная сила = 735,5 Вт).

Дано:

$$V = 4,5 \text{ м}^3$$

$$h = 5 \text{ м}$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$N = ?$

Сл:

Решение

$$N = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho \cdot V \cdot gh}{t} = \frac{1000 \cdot 4,5 \cdot 10 \cdot 5}{5} = 45000 \text{ (Вт)}$$

$$\frac{45000}{735,5} \approx 61 \text{ (л.с.)}$$

Ответ: 45000 Вт (61 л.с.)

# МОЩНОСТЬ

- $$N = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v$$

$$N = F \cdot v$$

$N$  – мощность, Ватт (Вт);

$F$  – сила, Н;

$v$  – скорость,  $\frac{\text{м}}{\text{с}}$ .



# Задача

Какова мощность электродвигателя подъемного крана, если он способен поднимать груз массой 1 тонна со скоростью 0,5 м/с?

Дано:	СЦ:
$m = 1\text{ т}$	$1000\text{ кг}$
$v = 0,5\text{ м/с}$	
<hr/>	
$N = ?$	

Решение.

$$N = F \cdot v = mg \cdot v =$$

$$= 1000 \cdot 10 \cdot 0,5 = 5000 \text{ (Вт)}$$

Ответ: 5000 Вт.

# Калория

**Калория** – количество энергии, необходимое для нагрева 1 грамма воды на 1 градус.

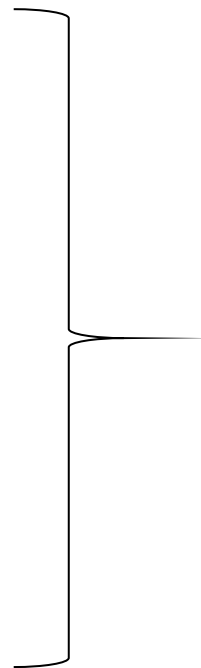
1 Калория  $\approx$  4,2 Дж

1 ккал = 1000 калорий  $\approx$  4200 Дж

1 Дж = 1 калория/4,2  $\approx$  0,24 калории = 0,00024 ккал

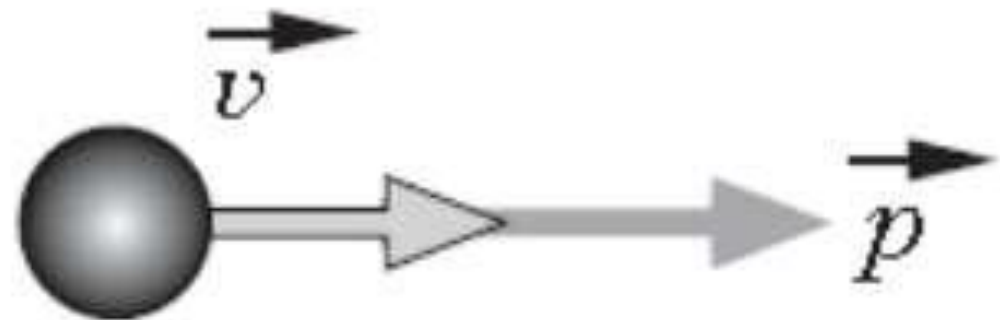
# ИМПУЛЬС ТЕЛА

- 



# ИМПУЛЬС ТЕЛА

•



# Задача

Тело массой 5 кг движется со скоростью 10 м/с. Найдите импульс данного тела.



Дано:

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

---

$p = ?$

СИ

Решение.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$p = mv = 5 \cdot 10 = 50 \left( \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: 50 кг·м/с

# ИМПУЛЬС СИЛЫ

-

# ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ ИМПУЛЬСА

-

# Задача

Тело массой 5 кг двигалось со скоростью 10 м/с. В течении 3 с на данное тело действовала сила 8 Н в направлении движения. Найдите изменение импульса тела и его скорость.

Дано:

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$v_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$F = 8 \text{ Н}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$\Delta p - ?$$

$$v_2 - ?$$

СИ

Решение

По теореме об изменении импульса:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t ; \Delta p = 8 \cdot 3 = 24 \left( \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \Rightarrow p_2 = \Delta p + p_1 = \Delta p + m v_1$$

$$p_2 = m \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{p_2}{m}$$

$$v_2 = \frac{\Delta p + m v_1}{m} = \frac{24 + 5 \cdot 10}{5} = 14,8 \text{ (м/с)}$$

Ответ: изменение импульса  $24 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

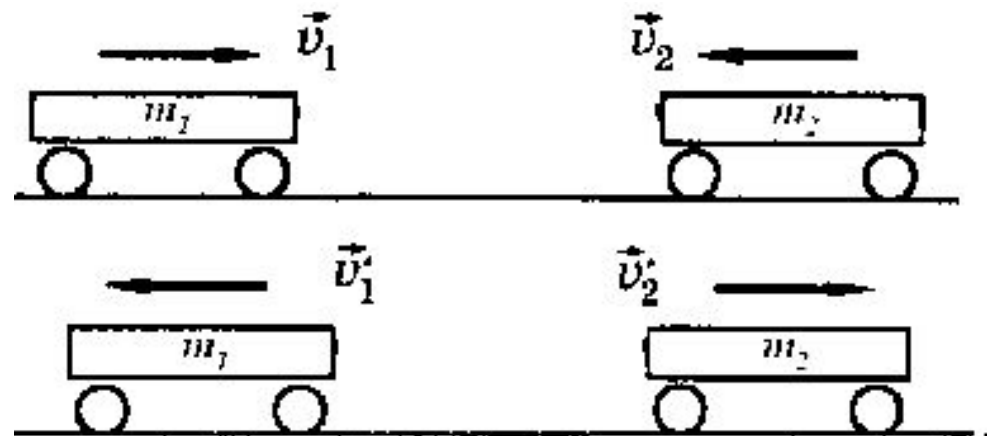
конечная скорость  $14,8 \text{ м/с}$ .

# **ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА**

-

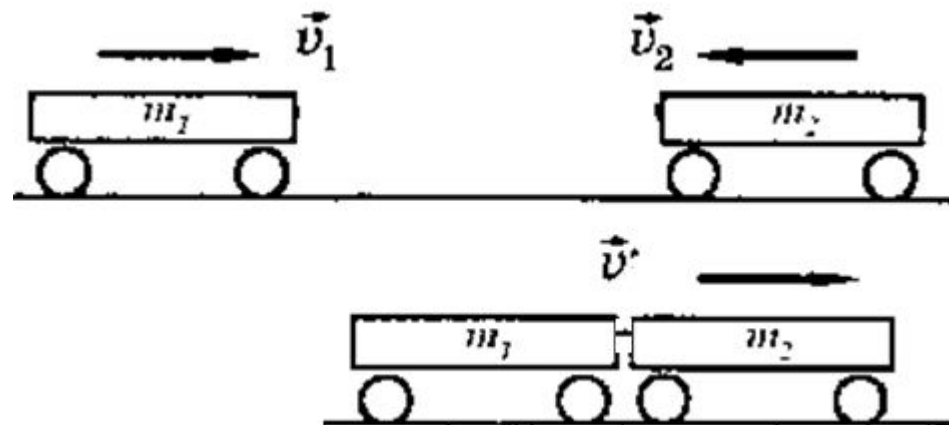


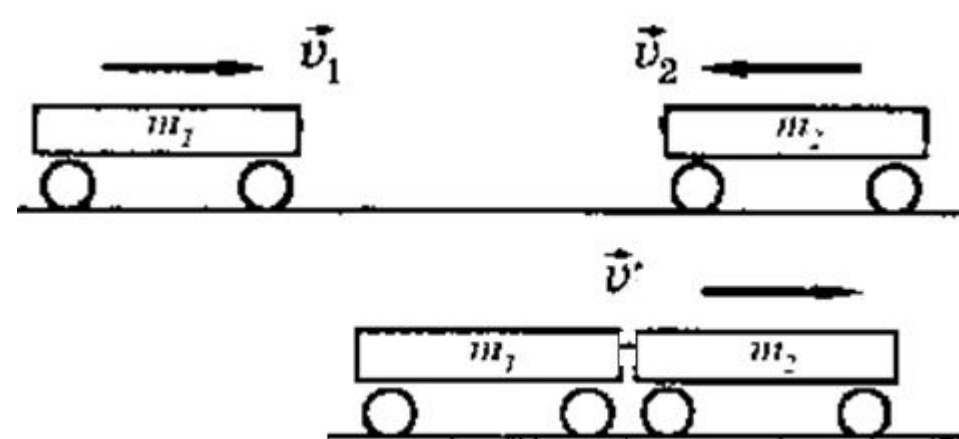
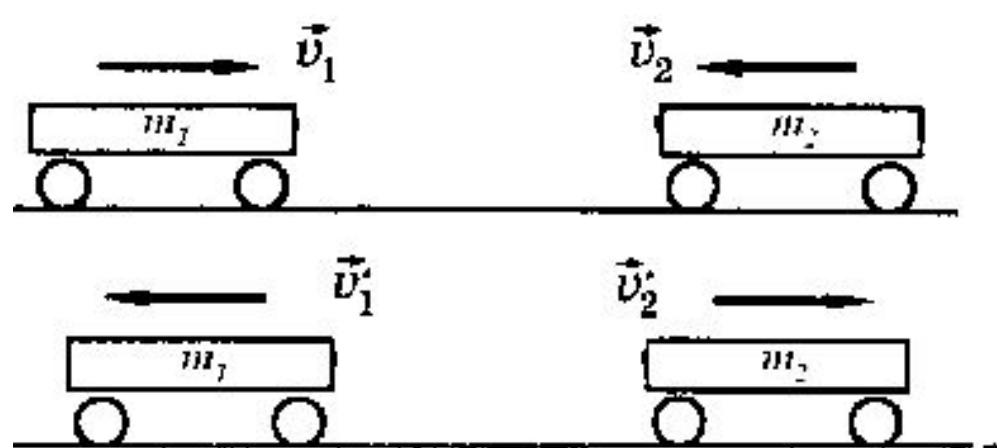
# Закон сохранения импульса при абсолютно упругом соударении



# Закон сохранения импульса при абсолютно неупругом соударении

•

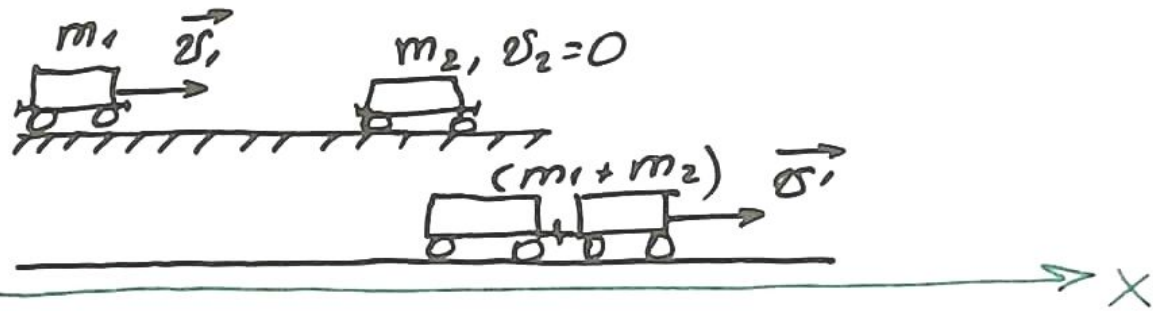




# Задача

Вагон массой 80 тонн, движущийся со скоростью 0,7 м/с, сцепился с неподвижным вагоном массой 60 тонн. Определите общую скорость движения вагонов после сцепки.

Дано:	СИ
$m_1 = 80 \text{ т}$	$8 \cdot 10^4 \text{ кг}$
$v_1 = 0,7 \text{ м/с}$	
$m_2 = 60 \text{ т}$	$6 \cdot 10^4 \text{ кг}$
$v_2 = 0 \text{ м/с}$	
$v' = ?$	



По закону сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}'$$

Введем ось  $x$ , чтобы записать выражение в скалярном виде:\*

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 = \frac{8 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^4} \cdot 0,7 = 0,4 \text{ (м/с)}$$

Ответ:  $0,4 \text{ м/с}$ .

# Задача

В условиях предыдущей задачи найти выделившееся во время сцепки тепло.



Дано:

$$m_1 = 80 \text{ т}$$

$$v_1 = 0,7 \text{ м/с}$$

$$m_2 = 60 \text{ т}$$

$$v_2 = 0 \text{ м/с}$$

$$v' = 0,4 \text{ м/с}$$

$Q = ?$

СИ

$$80 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$60 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

Решение

$$\begin{aligned} Q &= E_{k1} - E_{k2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \cdot v'^2}{2} = \\ &= \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 0,7^2}{2} + \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 0^2}{2} - \frac{(80 \cdot 10^3 + 60 \cdot 10^3) \cdot 0,4^2}{2} = \\ &= 19600 + 0 - 11200 = 8400 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

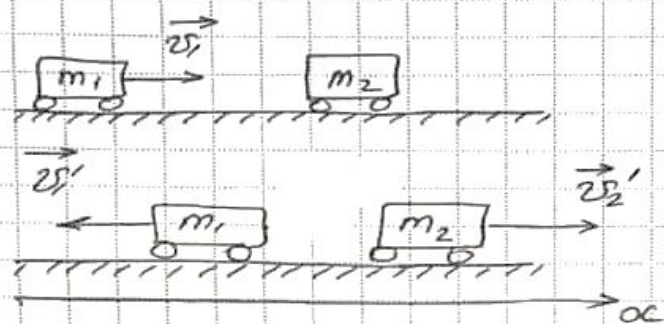
Ответ: 8400 Дж.

# Задача

Вагон массой 80 тонн, движущийся со скоростью 0,7 м/с, совершил абсолютно упругое соударение с неподвижным вагоном массой 60 тонн. Определите скорости движения вагонов после упругого соударения.

Дано:	СИ
$m_1 = 80 \text{ тонн}$	$80000 \text{ кг}$
$v_1 = 0,7 \text{ м/с}$	
$m_2 = 60 \text{ тонн}$	$60000 \text{ кг}$
$v_2 = 0 \text{ м/с}$	
$v_1' = ?$	
$v_2' = ?$	

Решение



Запишем 3-й закон сохранения импульса!

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \quad (1)$$

Перепишем его в скалярном виде (в проекции на ось  $ox$ ):

$$m_1 v_1 + 0 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (2)$$

Мы имеем одно уравнение и две неизвестные. Чтобы решить задачу на потребуются второе уравнение - закон сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + 0 = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} m_1 v_1 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \end{cases} \begin{cases} 80000 \cdot 0,7 = -80000 \cdot v_1' + 60000 \cdot v_2' \quad | : 2000 \\ \frac{80000 \cdot 0,7^2}{2} = \frac{80000 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{60000 \cdot v_2'^2}{2} \quad | : 100 \end{cases} \begin{cases} 28 = -40 v_1' + 30 v_2' \quad (4) \\ 196 = 400 v_1'^2 + 300 v_2'^2 \quad (5) \end{cases}$$

Из уравнения (4):  $v_1' = \frac{30 v_2' - 28}{40} \quad (6)$ ; Уравнение (6)  $\rightarrow$  (5):  $196 = 400 \left( \frac{30 v_2' - 28}{40} \right)^2 + 300 v_2'^2$

Отсюда:  $196 = \frac{400}{40^2} \left( (30 v_2')^2 - 2 \cdot 30 v_2' \cdot 28 + 28^2 \right) + 300 v_2'^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$196 = \frac{225}{900} v_2'^2 - 60 v_2' \cdot \frac{7}{28} + \frac{7}{28} \cdot 28 + 300 \cdot v_2'^2$$

$$196 = \frac{225}{900} v_2'^2 - 420 v_2' + 196 + 300 \cdot v_2'^2$$



$$525 v_2'^2 - 420 v_2' = 0 \quad | : 5$$

$$105 v_2'^2 - 84 v_2' = 0$$

$$v_2' (105 v_2' - 84) = 0 \quad (7)$$

Ситуация №1

$$v_2' = 0$$

тогда из уравнения (6):

$$v_1' = \frac{30 \cdot v_2' - 28}{40} = \frac{30 \cdot 0 - 28}{40} = -0,7$$

Знак "-" означает, что первый вагон будет двигаться противоположно тому направлению, которое мы предположили на рисунке.

Но первый вагон не может двигаться вправо если второй вагон будет стоять на месте после соударения.

Ситуация №1 не удовлетворяет физическому смыслу.

Ответ: 0,1 м/с ; 0,8 м/с. После соударения вагоны будут двигаться в том же направлении, в котором до соударения двигался первый вагон.

Ситуация №2.

$$105 \cdot v_2' - 84 = 0$$

$$v_2' = \frac{84}{105} = 0,8 \quad \Rightarrow$$

$$v_1' = \frac{30 \cdot v_2' - 28}{40} = \frac{30 \cdot 0,8 - 28}{40} = -0,1 \text{ (м/с)}$$

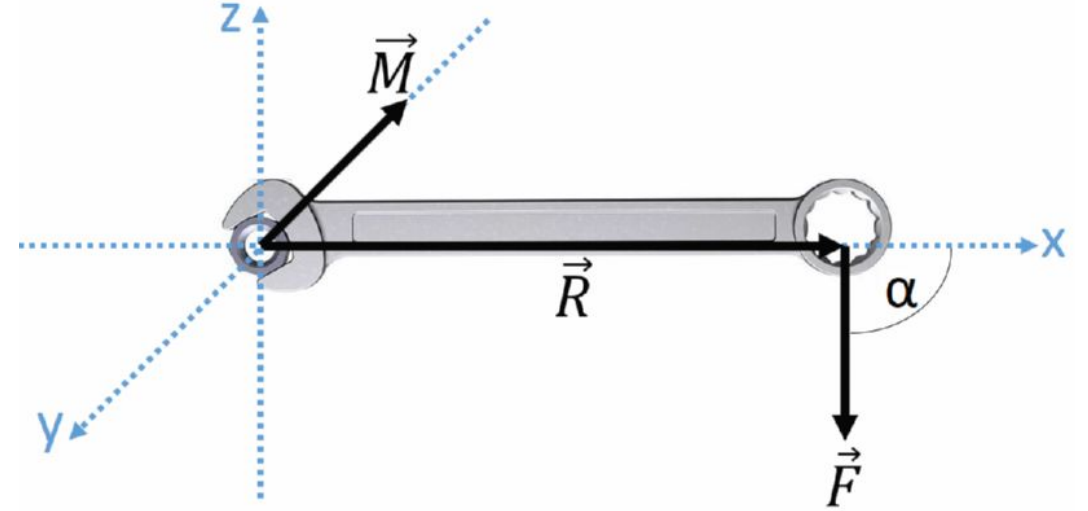
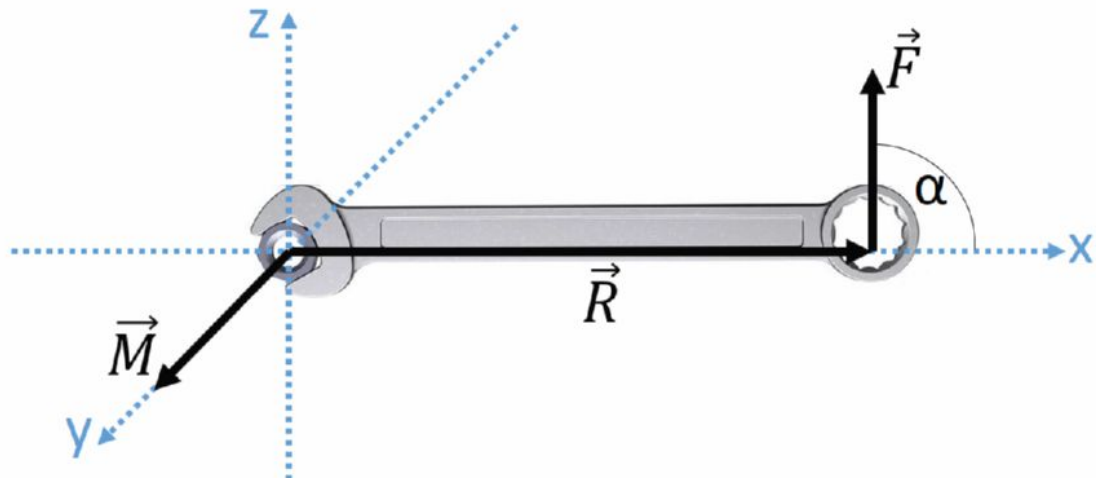
В этой ситуации оба вагона будут двигаться вправо после соударения. Второй вагон быстрее, первый - медленней.

Эта ситуация удовлетворяет физическому смыслу.

# Момент силы (вращающий момент)



– векторное произведение силы на плечо силы.



•



# Задача

•



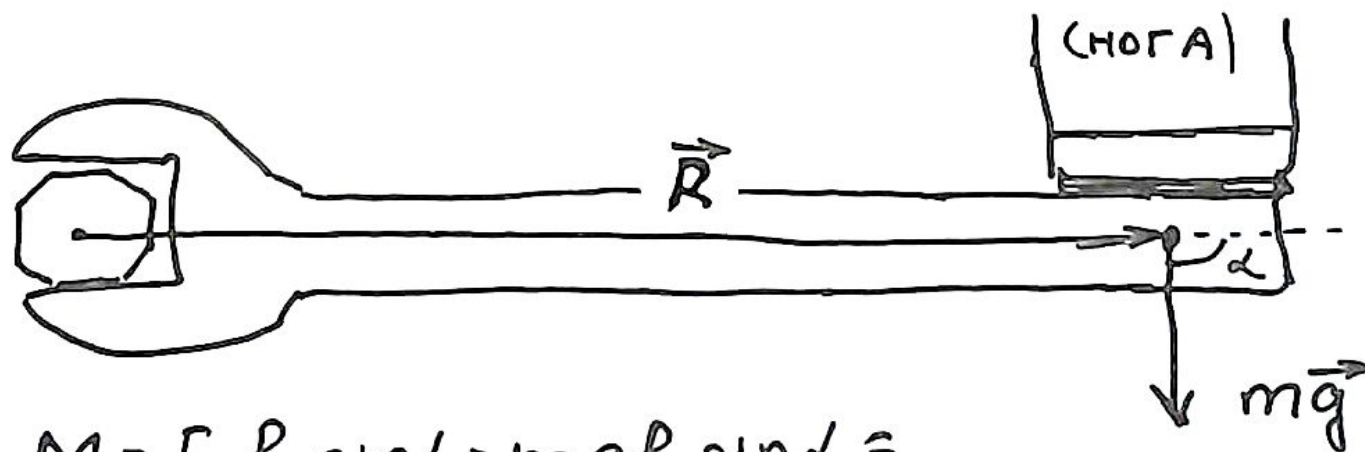
# Задача



Дано:

$m = 75 \text{ кг}$	СИ
$g = 10 \text{ Н/кг}$	
$R = 50 \text{ см}$	$0,5 \text{ м}$
$\alpha = 90^\circ$	
$M = ?$	

Решение.



$$M = F \cdot R \cdot \sin \alpha = mgR \sin \alpha =$$
$$= 75 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 1 = 375 \text{ (Н} \cdot \text{м)}.$$

Ответ:  $375 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

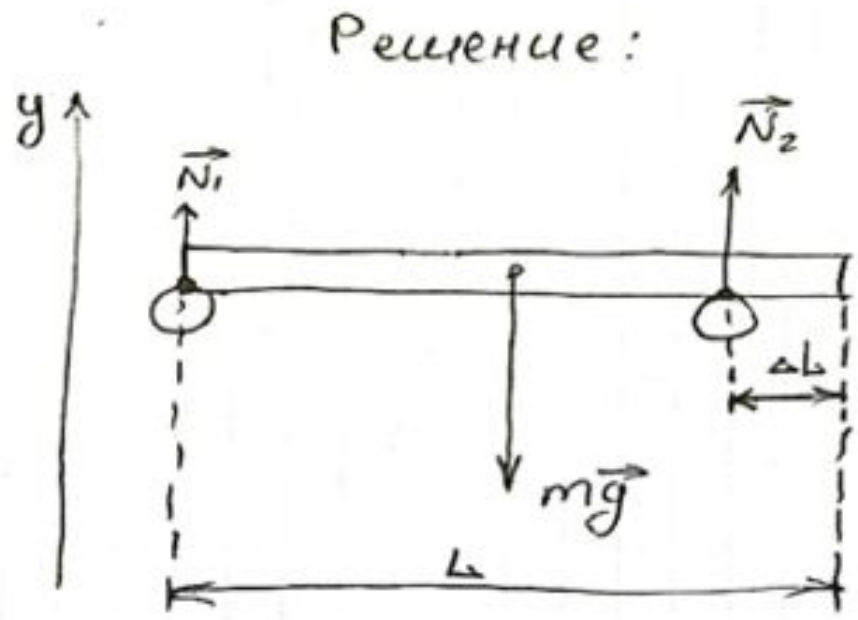


# Задача

Труба длиной 6 м и массой 100 кг размещена горизонтально на двух опорах. Одна опора находится у левого края трубы, вторая - на расстоянии 1 м от правого края трубы. Найдите силы реакции опор.



Дано:	СИ:
$m = 100 \text{ кг}$	
$L = 6 \text{ м}$	
$\Delta L = 1 \text{ м}$	
$N_1 - ?$	
$N_2 - ?$	



Труба покоится, поэтому сумма всех сил, приложенных к трубе равна нулю:

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + m\vec{g} = \vec{0} \quad (1)$$

Перепишем это уравнение в скалярном виде. Для этого введем ось  $y$ , направленную вверх:

$$N_1 + N_2 - mg = 0 \quad (2)$$

Рассмотрим возможность вращения трубы относительно первой опоры. Труба не вращается  $\Rightarrow$  моменты сил, способных привести к вращению «по» и «против» часовой стрелки уравновешивают друг друга:

$$mg \frac{L}{2} = N_2 (L - \Delta L) \quad (3)$$

Перепишем уравнения (2) и (3), подставив данные из условия.

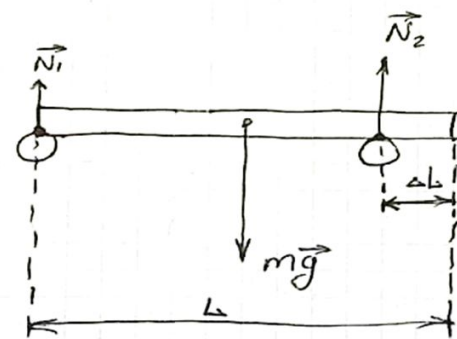
$$\left\{ \begin{array}{l} N_1 + N_2 - 1000 = 0 \quad (4) \\ 3000 = N_2 \cdot 5 \quad (5) \end{array} \right.$$

$$\text{из (5)} \Rightarrow N_2 = 3000/5 = 600 \text{ (Н)} \quad (6)$$

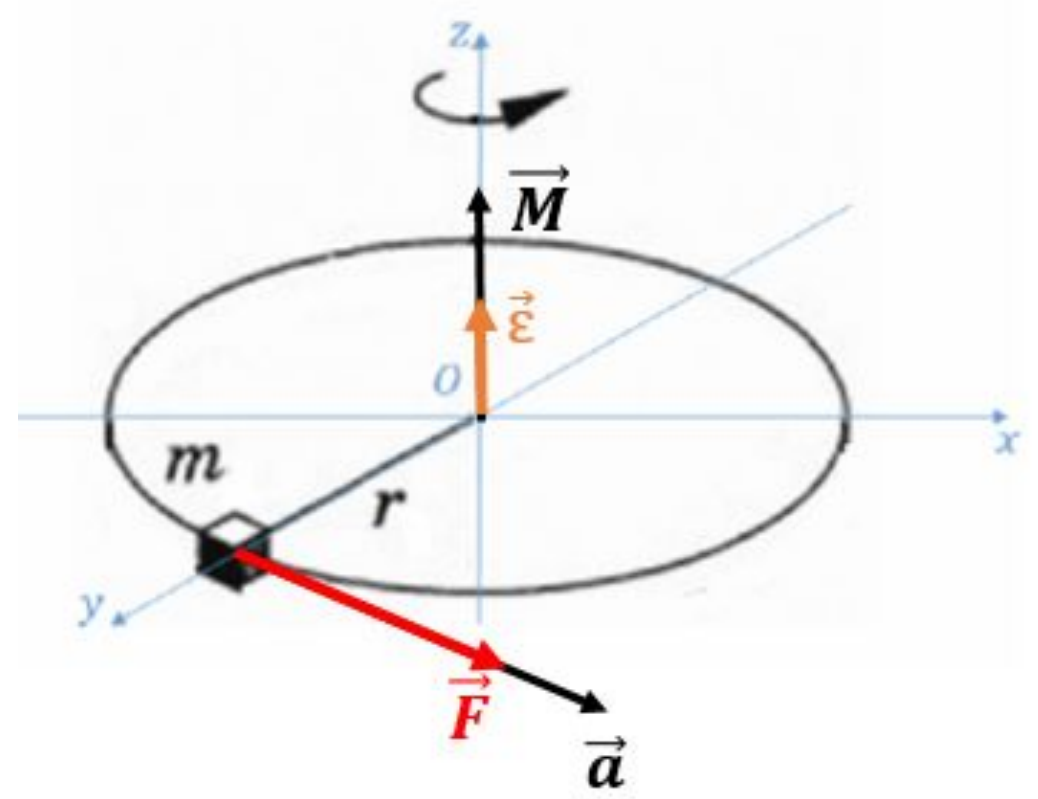
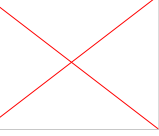
(6)  $\rightarrow$  (4):

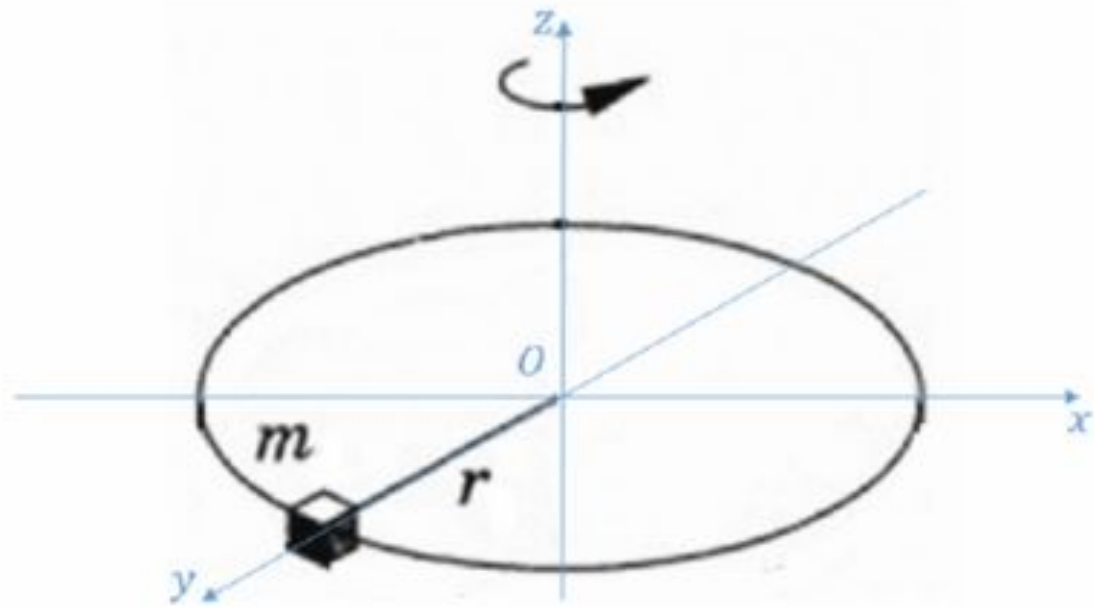
$$N_1 + 600 - 1000 = 0 \Rightarrow N_1 = 400 \text{ (Н)} \quad (7)$$

Ответ: 400 Н; 600 Н.



# II Закон Ньютона для вращательного движения





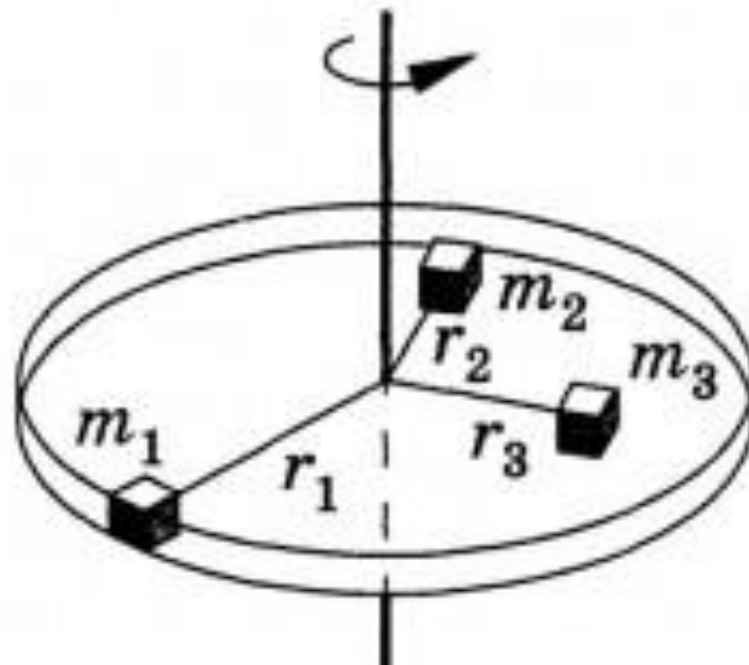


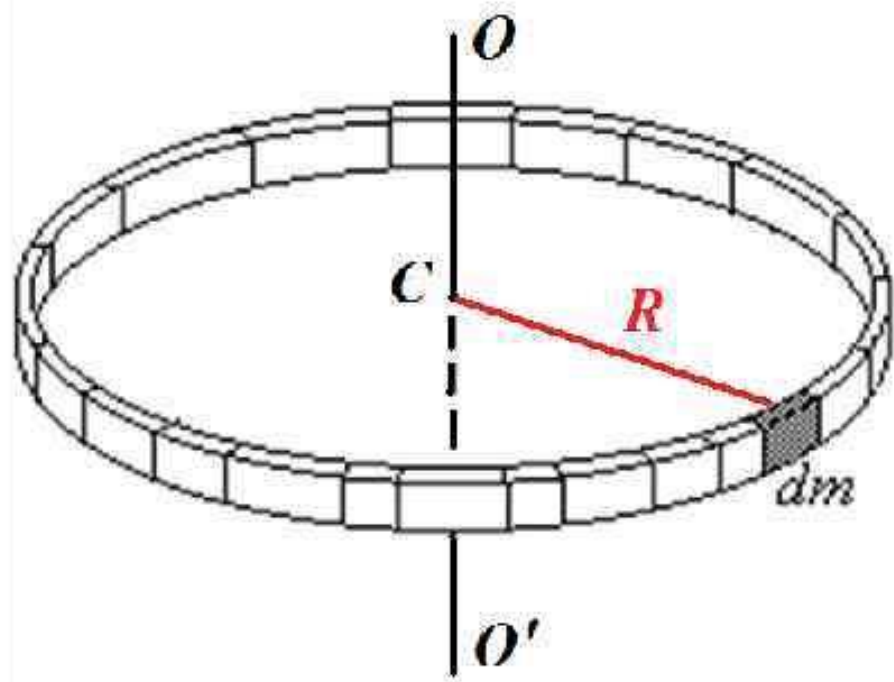


# II Закон Ньютона для поступательного и вращательного движения

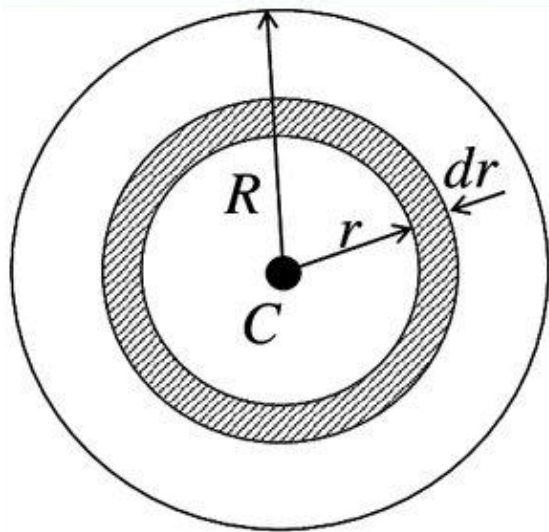
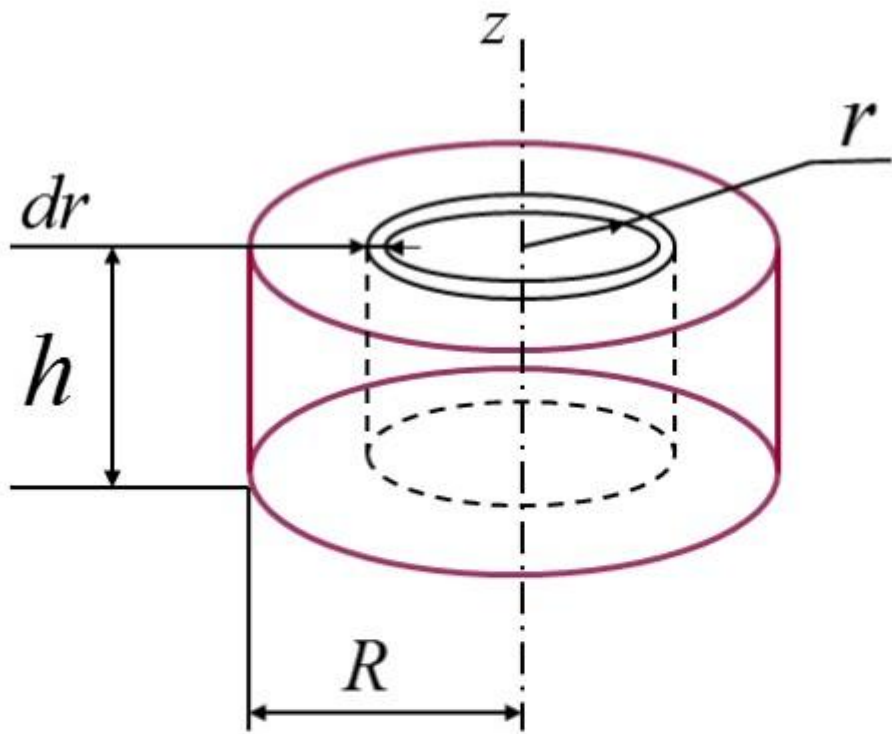
•

**Момент инерции** – сумма произведений элементарных масс, из которых состоит тело, умноженных на квадраты расстояний от них до оси вращения

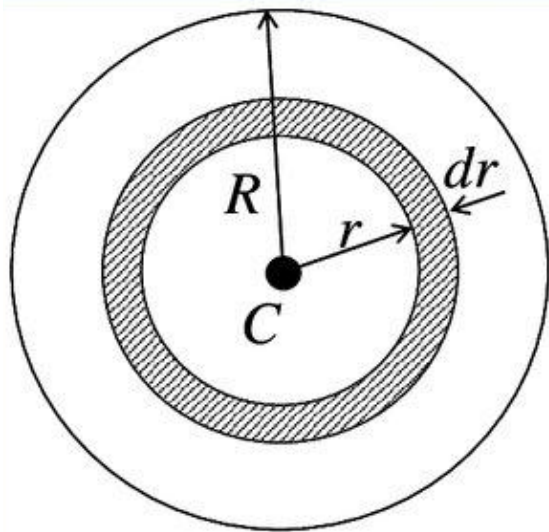
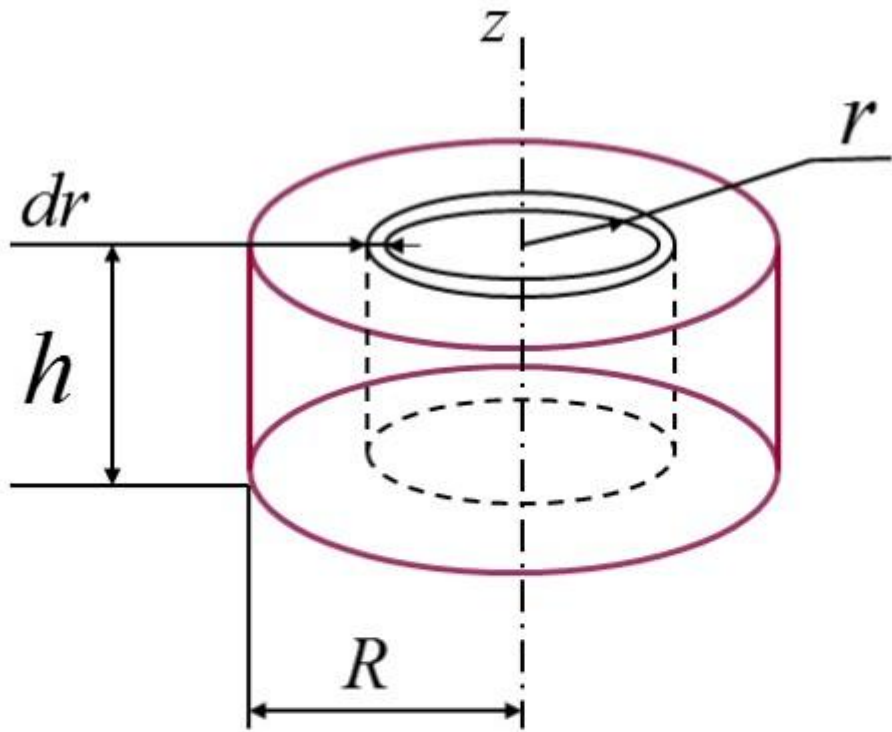




Момент инерции однородного сплошного цилиндра (диска) массой  $M$  и радиусом  $R$  относительно оси симметрии цилиндра



Момент инерции однородного сплошного цилиндра (диска) массой  $M$  и радиусом  $R$  относительно оси симметрии цилиндра

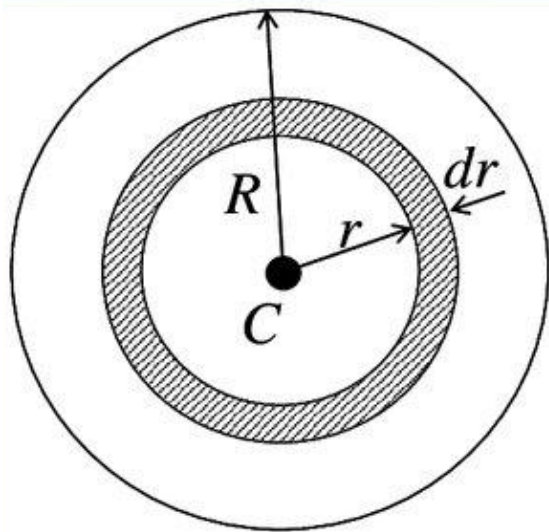
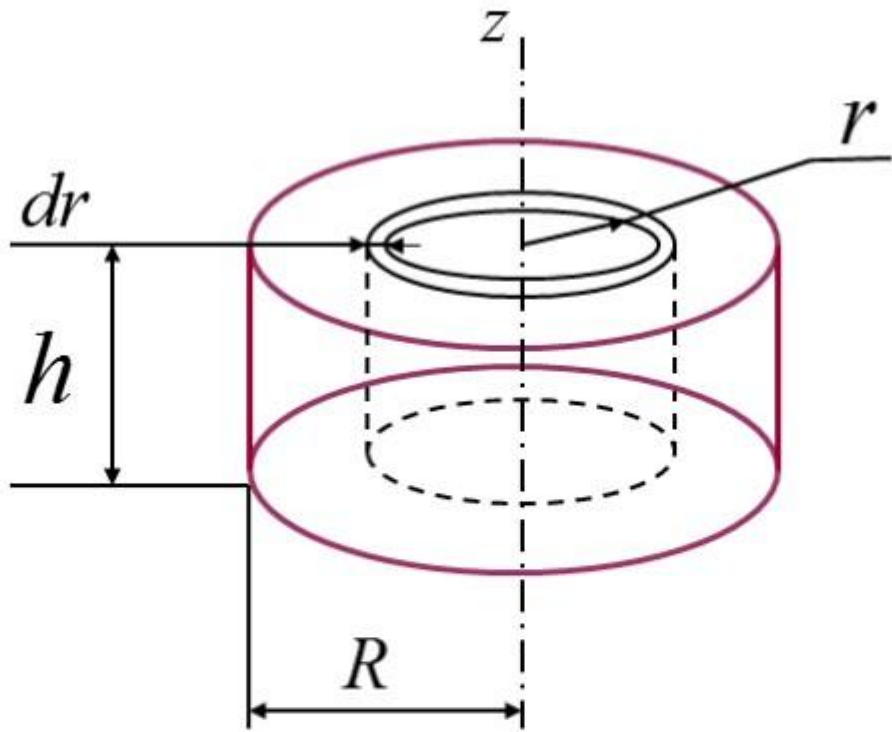


## Таблица основных интегралов

1.	$\int x^p dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C, (p \neq -1)$		$\int dx = x + C \quad (p = 0)$
2.	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$		
3.	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	5.	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x  + C$
4.	$\int \cos x dx = \sin x + C$	6.	$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x  + C$
7.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$		
8.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$		
9.	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$		$\int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arctg} x + C$
10.	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$		$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$
11.	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$		$\int e^x dx = e^x + C$
12.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2}  + C$		
13.	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$		$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C$



Момент инерции однородного сплошного цилиндра (диска) массой  $M$  и радиусом  $R$  относительно оси симметрии цилиндра





# Задача

Рассчитать момент инерции сплошного диска массой 5 кг и радиусом 20 см относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр.

Дано:

$$M = 5 \text{ кг}$$

$$R = 20 \text{ см}$$

$I = ?$

СИ:

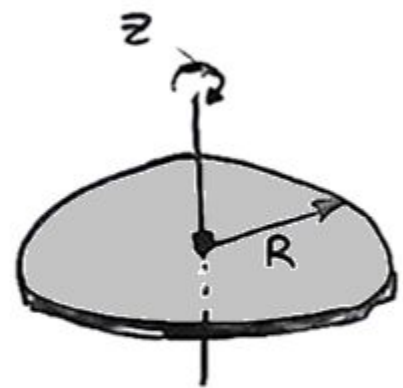
$$0,2 \text{ м}$$

Решение:

Момент инерции сплошного диска (цилиндра) относительно оси вращения, являющейся его осью симметрии:

$$J = \frac{MR^2}{2} = \frac{5 \cdot 0,2^2}{2} = 0,1 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2)$$

Ответ:  $0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .





# Задача

Двигатель раскрутил корабельный винт с моментом инерции  $0.2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  за 20 секунд до 720 оборотов в минуту. Рассчитайте вращающий момент двигателя. Винт не был погружен в воду. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$$I = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$t = 20 \text{ с}$$

$$\omega_2 = 720 \text{ об/мин}$$

$$\omega_1 = 0 \text{ об/мин}$$

$M = ?$

СИ

$12 \frac{\text{об}}{\text{с}} (\text{Гц})$

Решение:

По II закону Ньютона для вращательного движения:

$$M = I \cdot \varepsilon$$

вращающий момент      момент инерции

угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

врем

$$M = I \cdot \frac{2\pi\omega_2 - 2\pi\omega_1}{t} =$$

$$= 0,2 \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 12}{20} = 0,7536 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

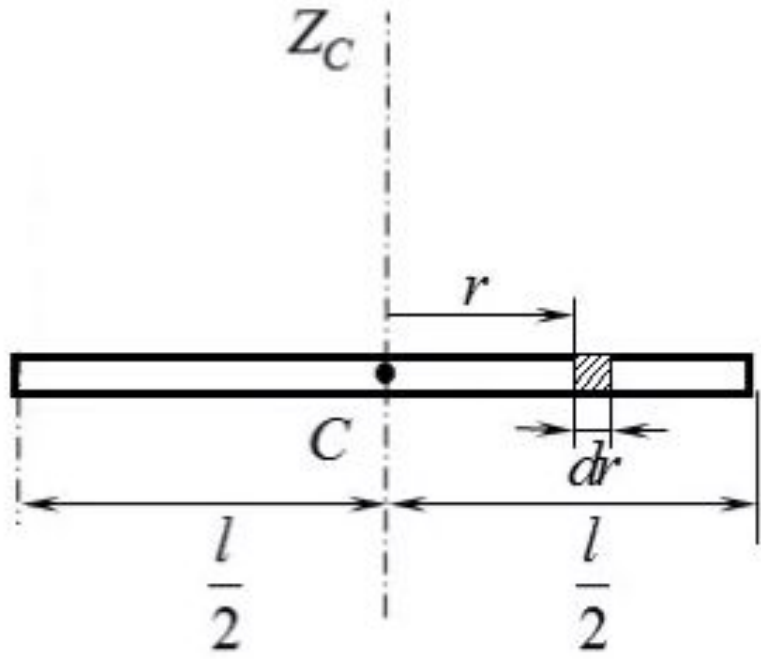
Ответ:  $0,7536 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

угловая скорость

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t} = 2\pi\nu$$



•

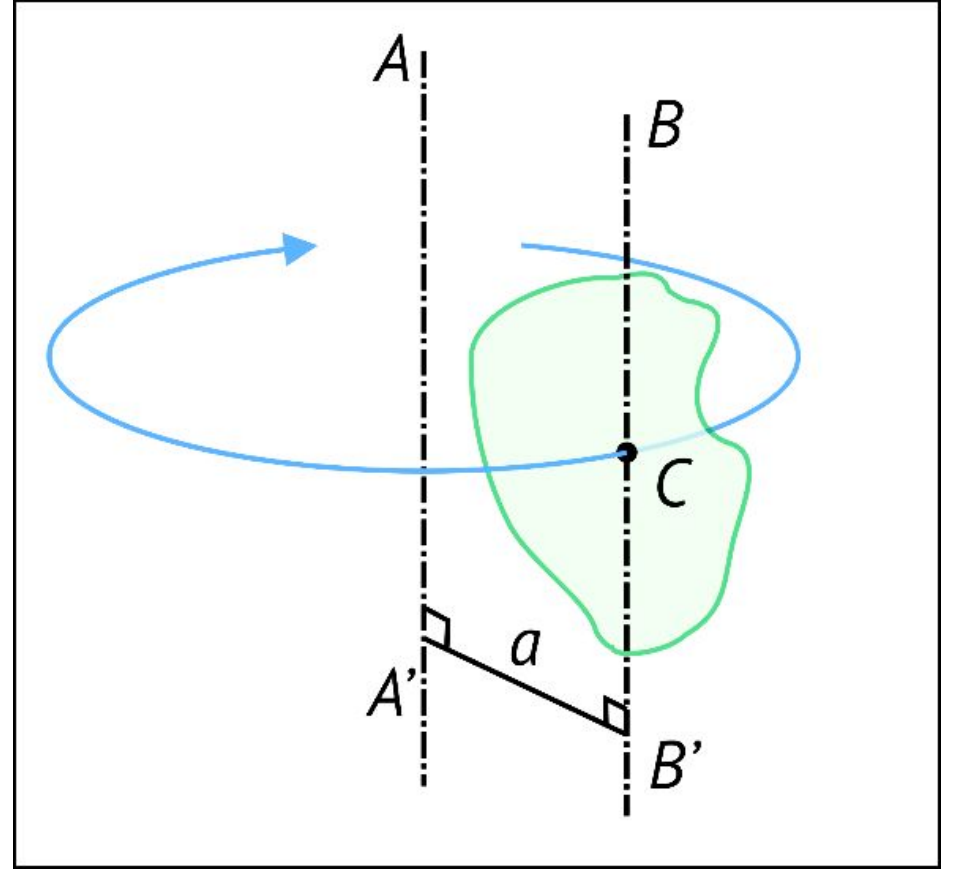






# Теорема Штейнера

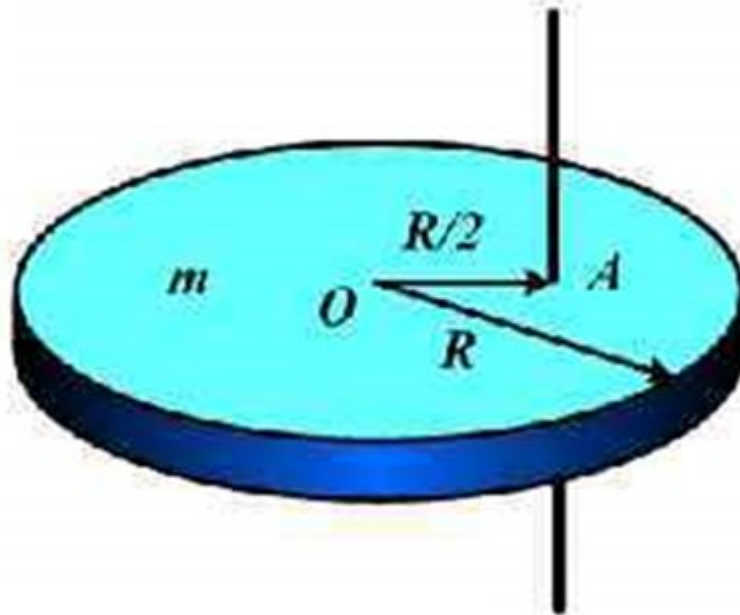
- 

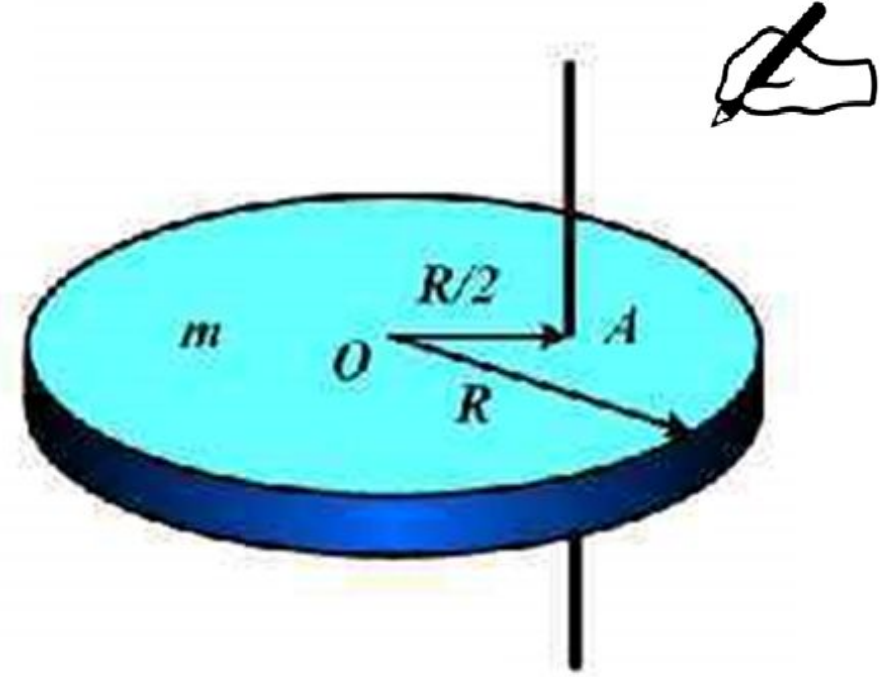
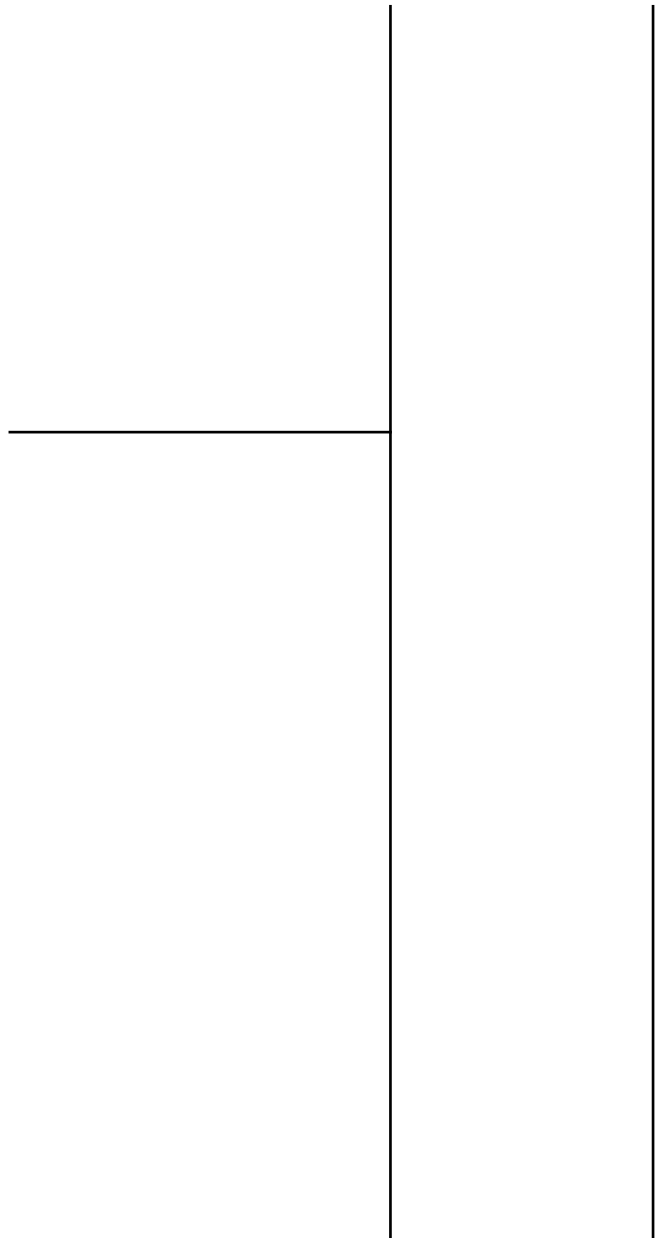




# Задача

Найти момент инерции сплошного диска массой 5 кг и радиусом 20 см относительно оси, параллельной оси симметрии диска и смещенной на расстояние 10 см относительно нее

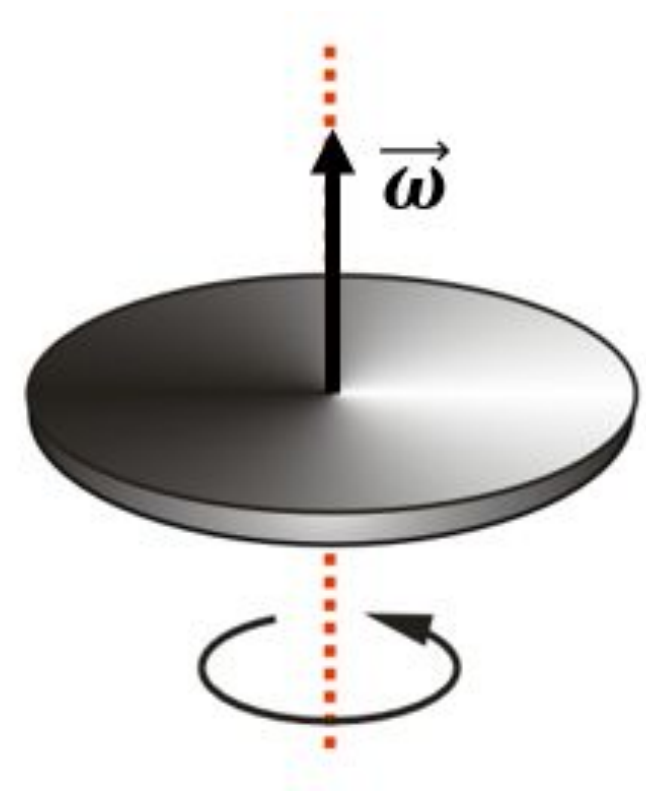






# КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

•

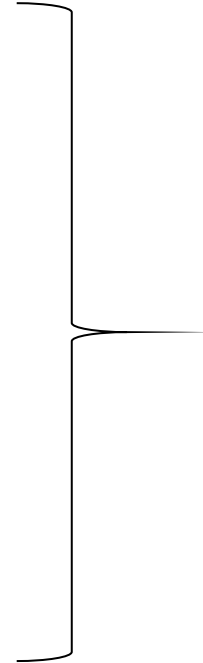


Момент импульса,  
Закон сохранения момента  
импульса



# МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ТЕЛА

- 

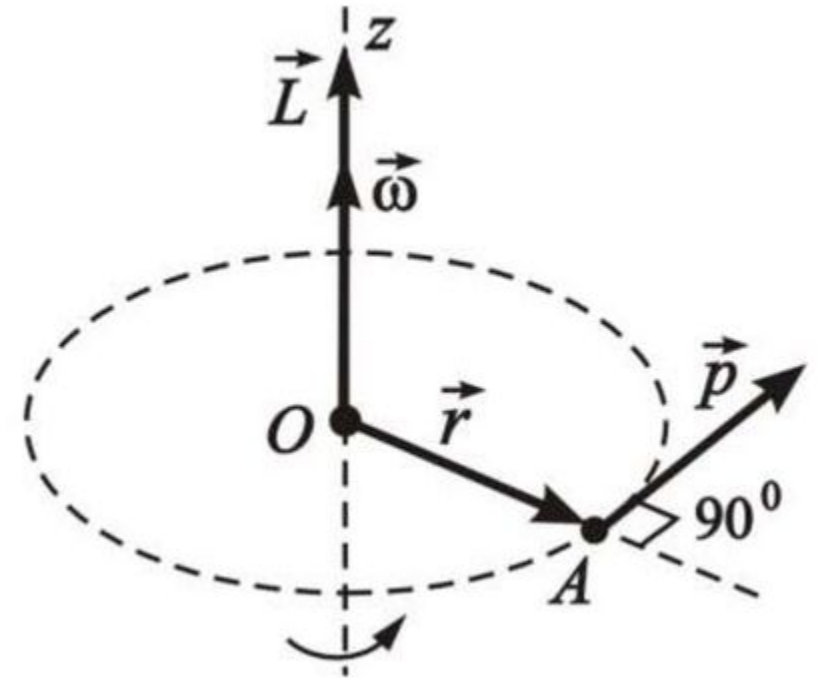




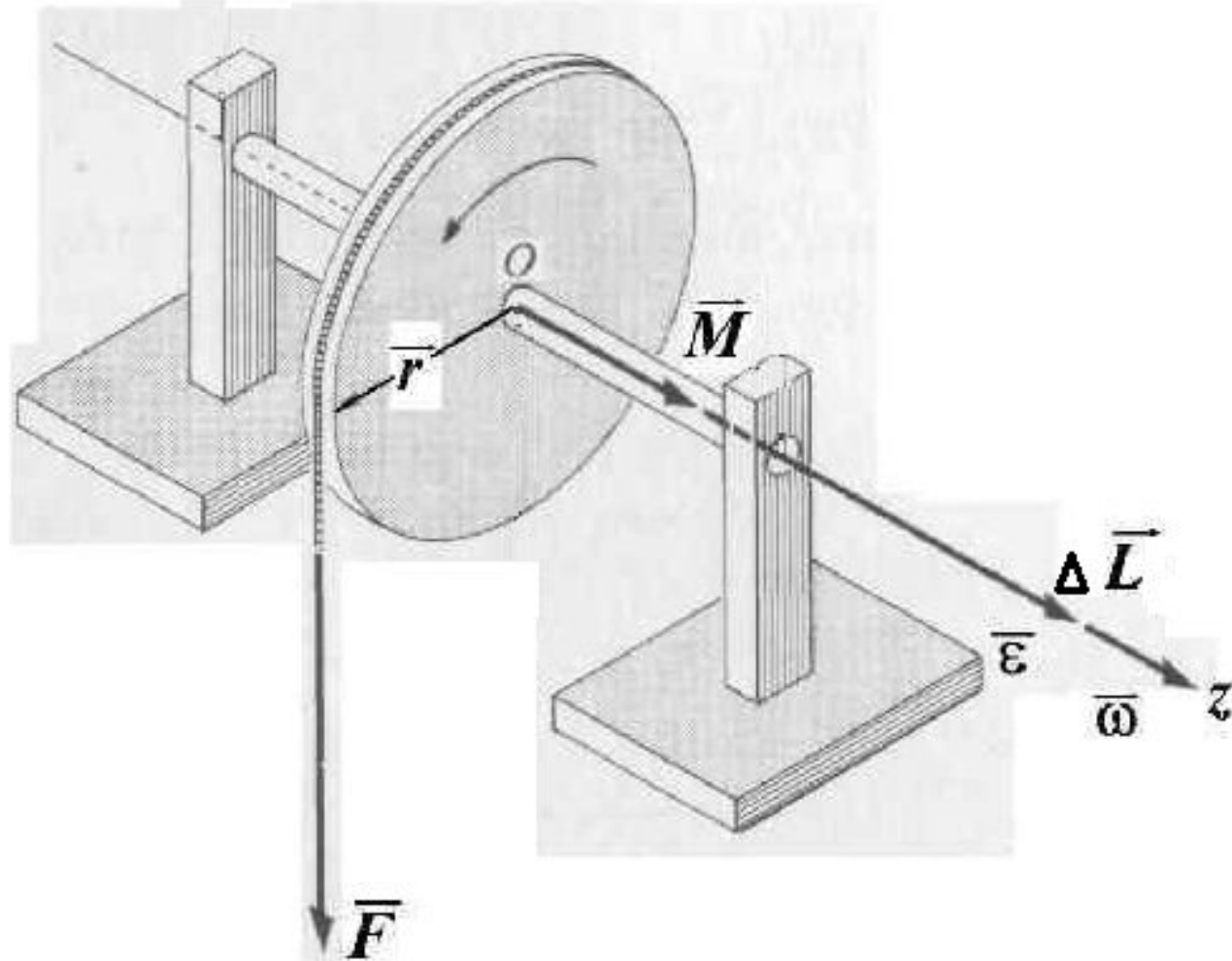


# МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ТЕЛА

•



# ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА



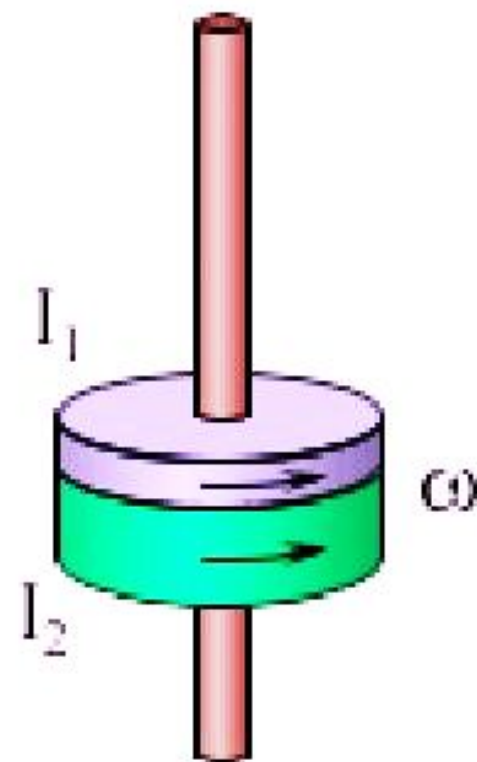
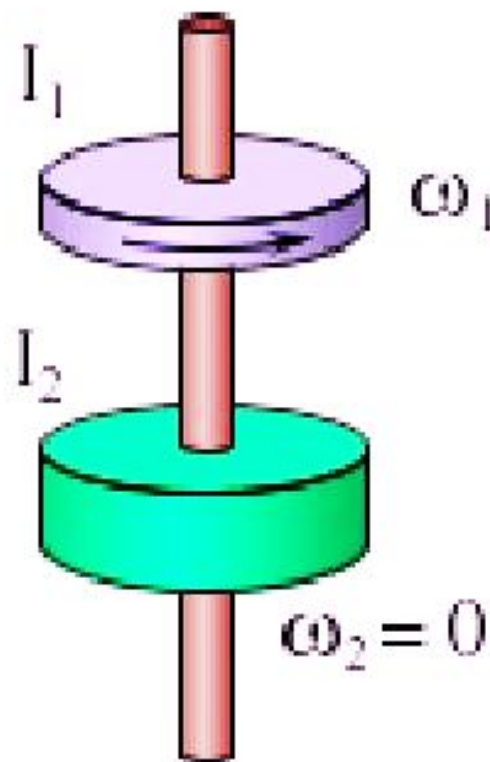
# ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА



•

# Задача

•



Дано:

$$I_1 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\omega_1 = 10 \text{ рад/с}$$

$$I_2 = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\omega_2 = 0$$

$$\omega' = ?$$

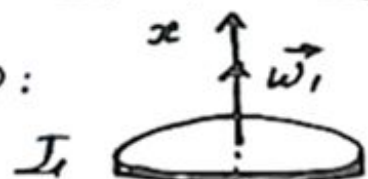
СИ:

Решение

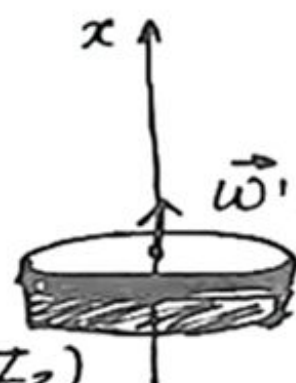
По 3-му сохранению момента импульса:

$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = I_{\text{об}} \cdot \vec{\omega}' \quad (1)$$

до:



после:



Запишем в скалярном виде:

$$I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2 = I_{\text{об}} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2}{I_{\text{об}}}$$

Момент инерции величина аддитивная:

$$I_{\text{об}} = I_1 + I_2$$

$$\omega' = \frac{1 \cdot 10 + 2 \cdot 0}{1 + 2} \approx 3,3 \text{ (рад/с)}$$

Ответ: 3,3 рад/с.

$$\omega' = \frac{I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2}{I_1 + I_2}$$



Раскинув руки в стороны и заводя свободную ногу, фигуристка увеличивает момент инерции и замедляет вращение вокруг вертикальной оси.



Резко «сгруппировавшись», она уменьшает момент инерции и получает приращение угловой скорости

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$$

$$J_1 > J_2$$

$$\omega_1 < \omega_2$$

# ГИРОСКОП

**Гироскоп** – массивное симметричное тело, вращающееся вокруг своей оси симметрии.

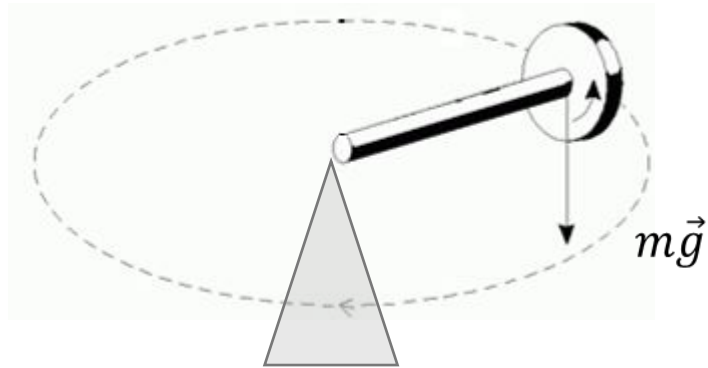
**Основное свойство вращающегося тела** – стремление сохранить положение оси вращения



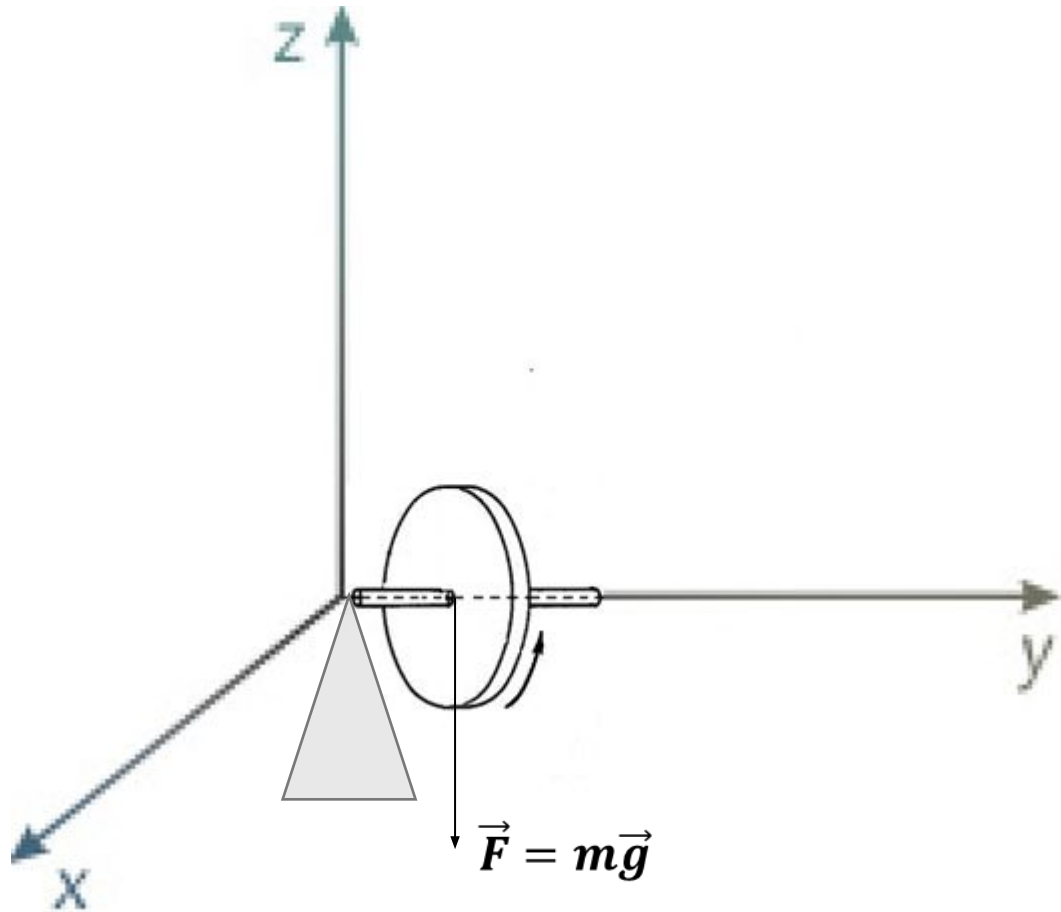


# ПРЕЦЕССИЯ ГИРОСКОПА

**Прецессия гироскопа** – отклонение оси вращения гироскопа в направлении перпендикулярном направлению воздействия на ось.



# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ



1)  $\vec{\omega}$

2)  $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$

3)  $\vec{r}$

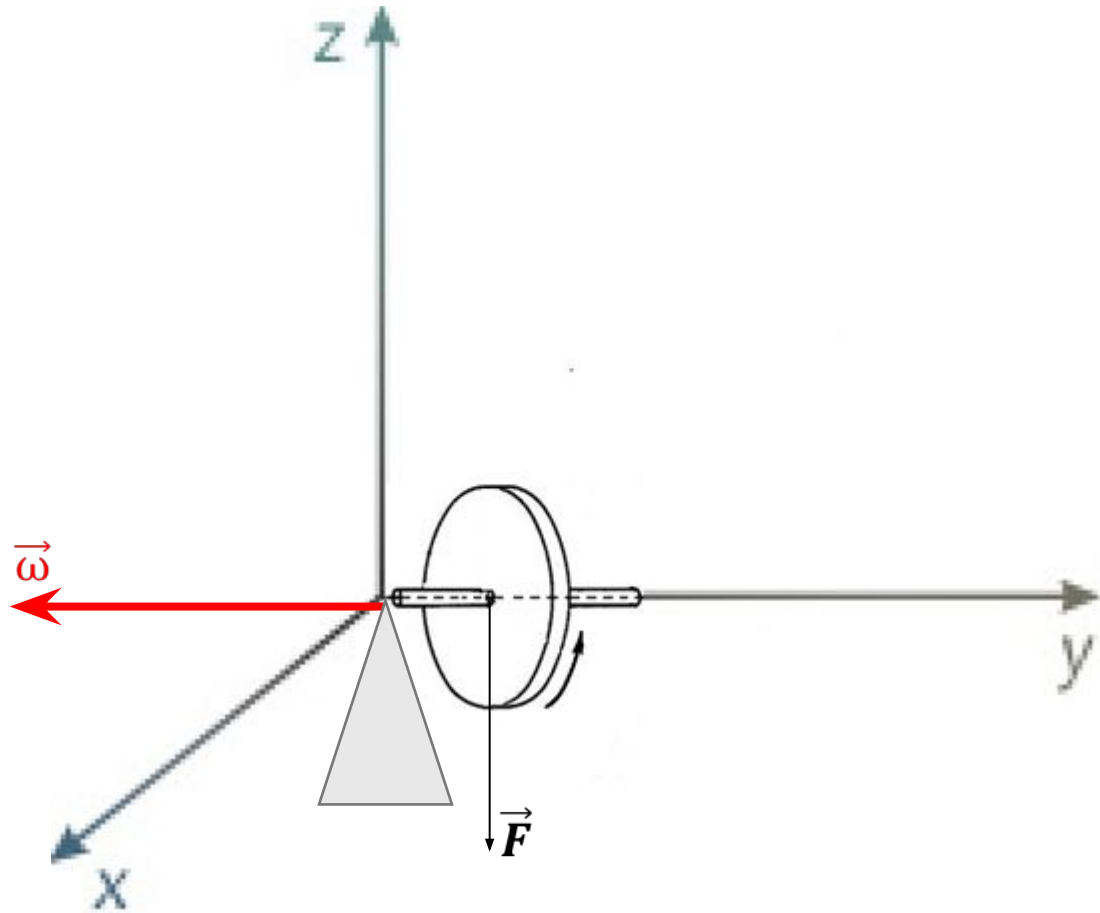
4)  $\vec{M}$  (по правилу буравчика)

5)  $\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$

6)  $\vec{L}' = \vec{L} + \Delta \vec{L}$  (по правилу параллелограмма)

# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ

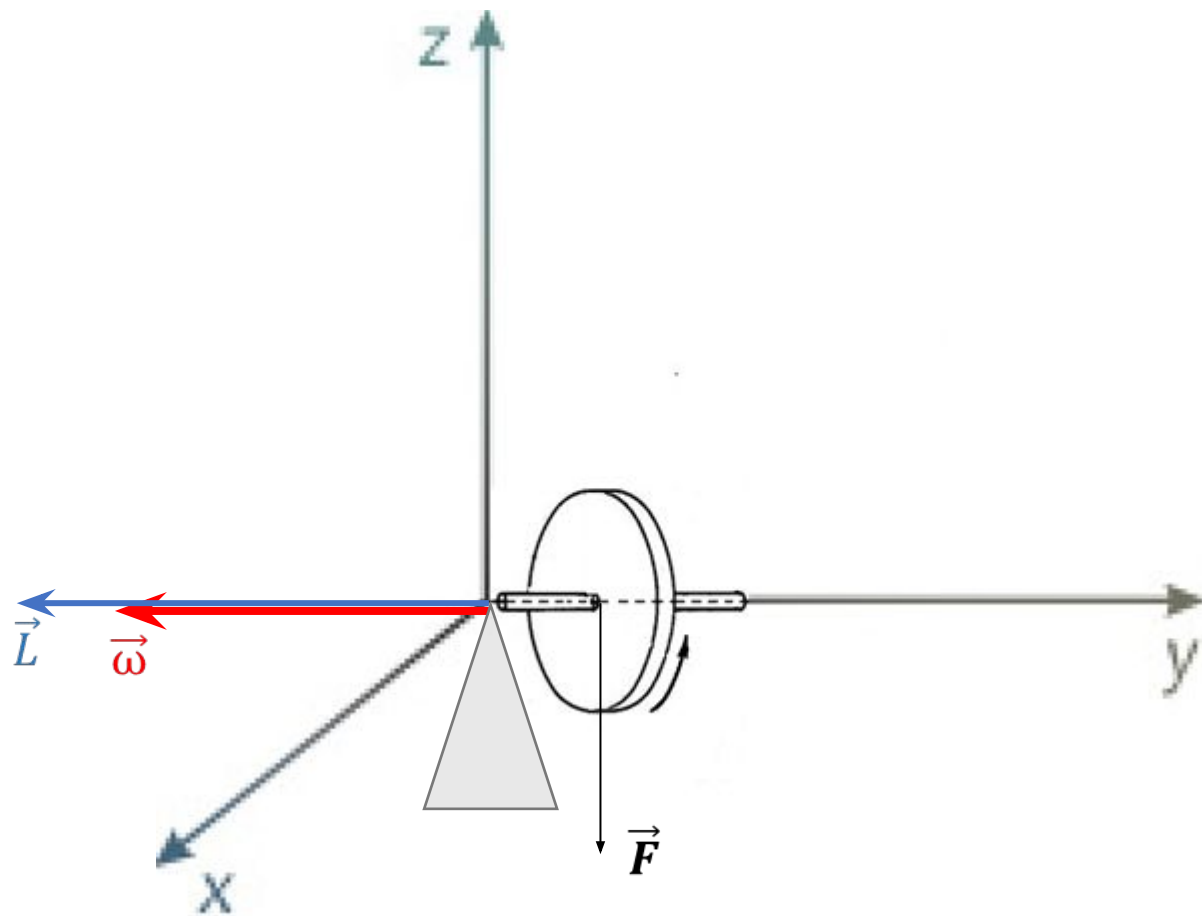
Построим вектор угловой скорости  $\vec{\omega}$  по правилу буравчика:



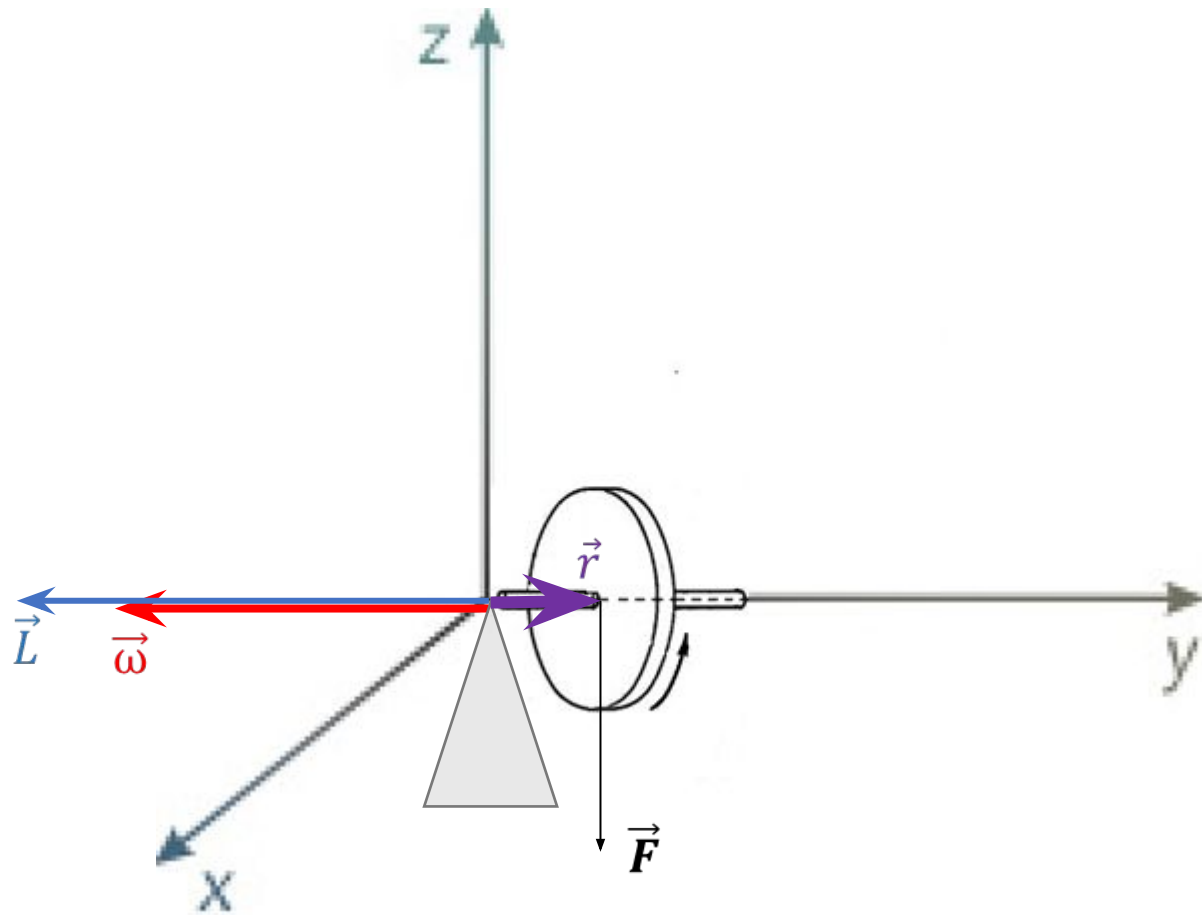
# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ

Построим вектор момента импульса  $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ .

Из рисунка видно, что  $\vec{L}$  направлен вдоль оси гироскопа!



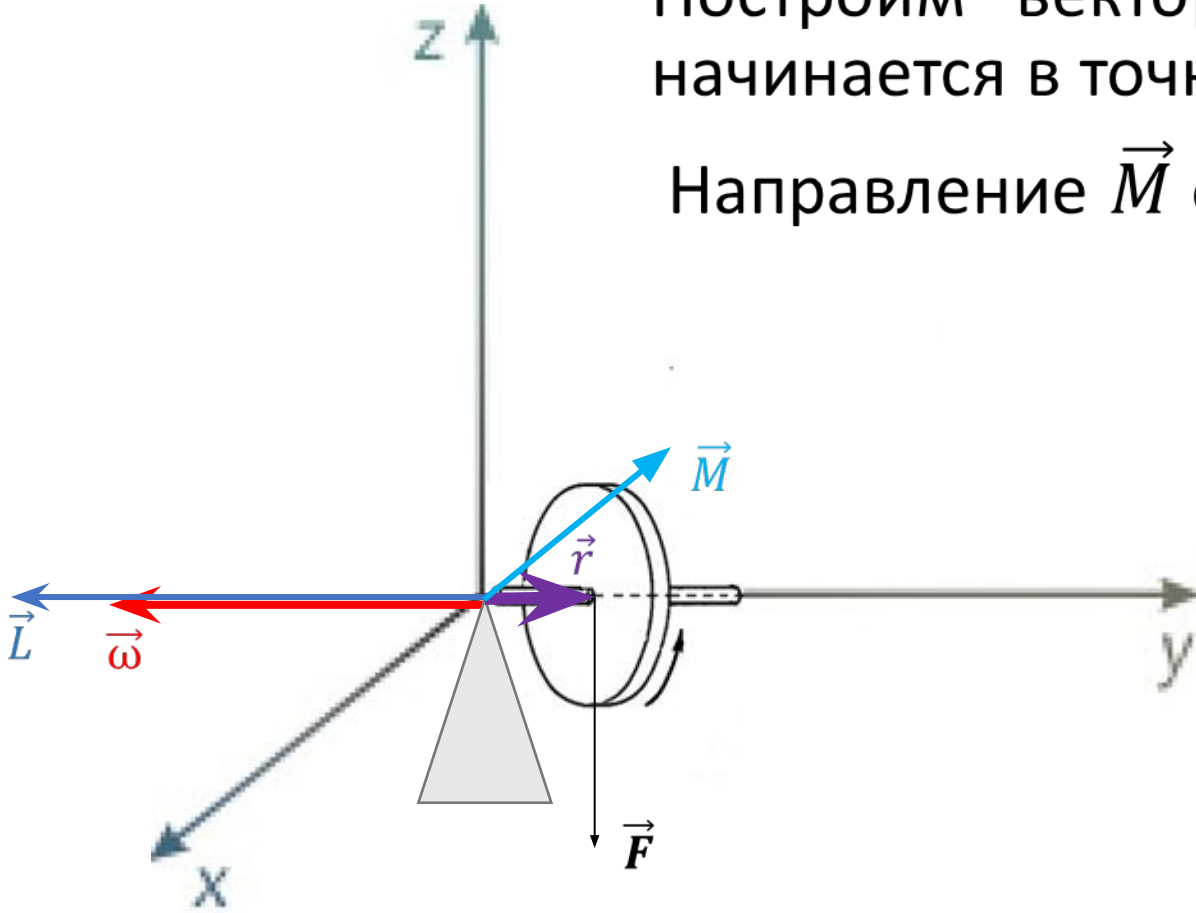
# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ



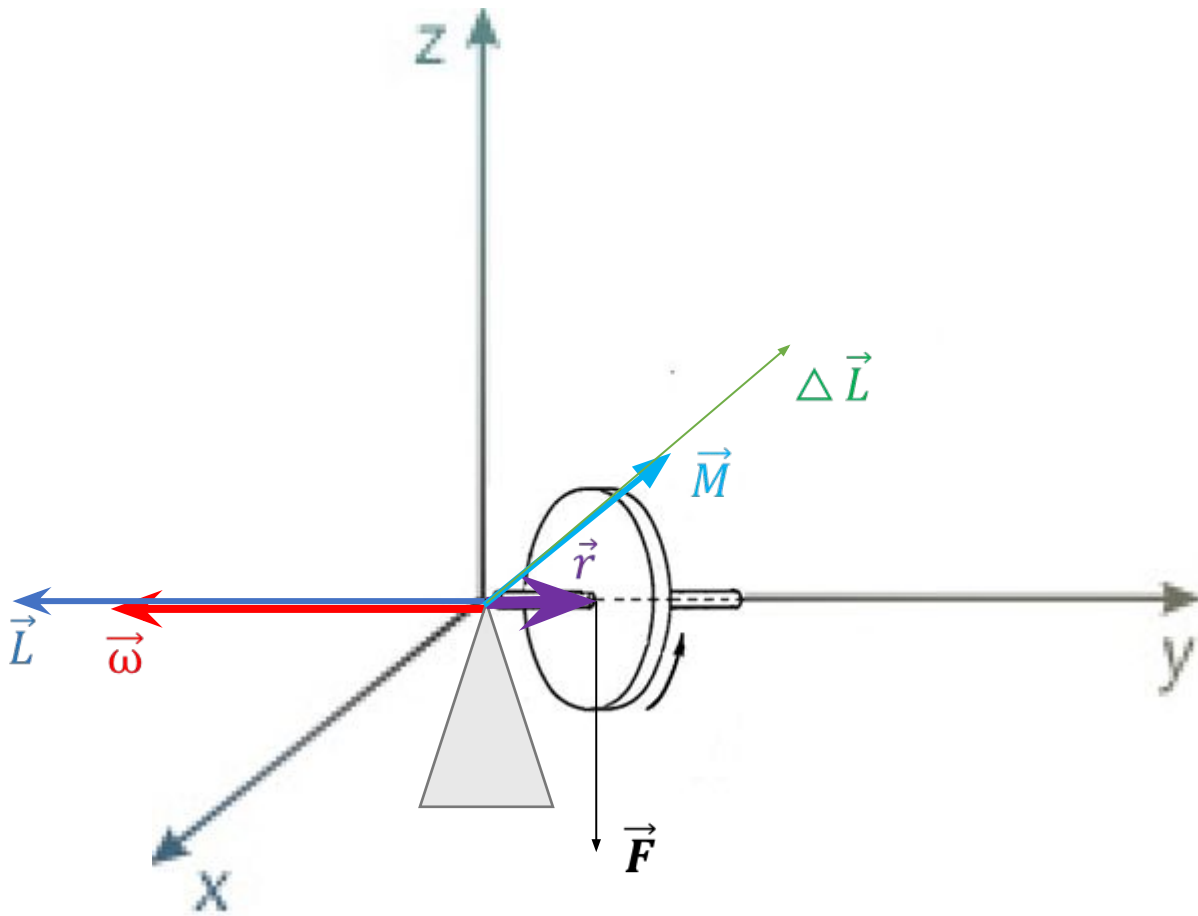
Построим вектор плеча силы  $\vec{r}$ . Этот вектор начинается в точке крепления гироскопа (шарнире) и заканчивается в точке приложения силы  $\vec{F}$

# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ

Построим вектор момента силы  $\vec{M}$ . Этот вектор начинается в точке крепления гироскопа (шарнире).  
Направление  $\vec{M}$  определяем по правилу буравчика.



# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ



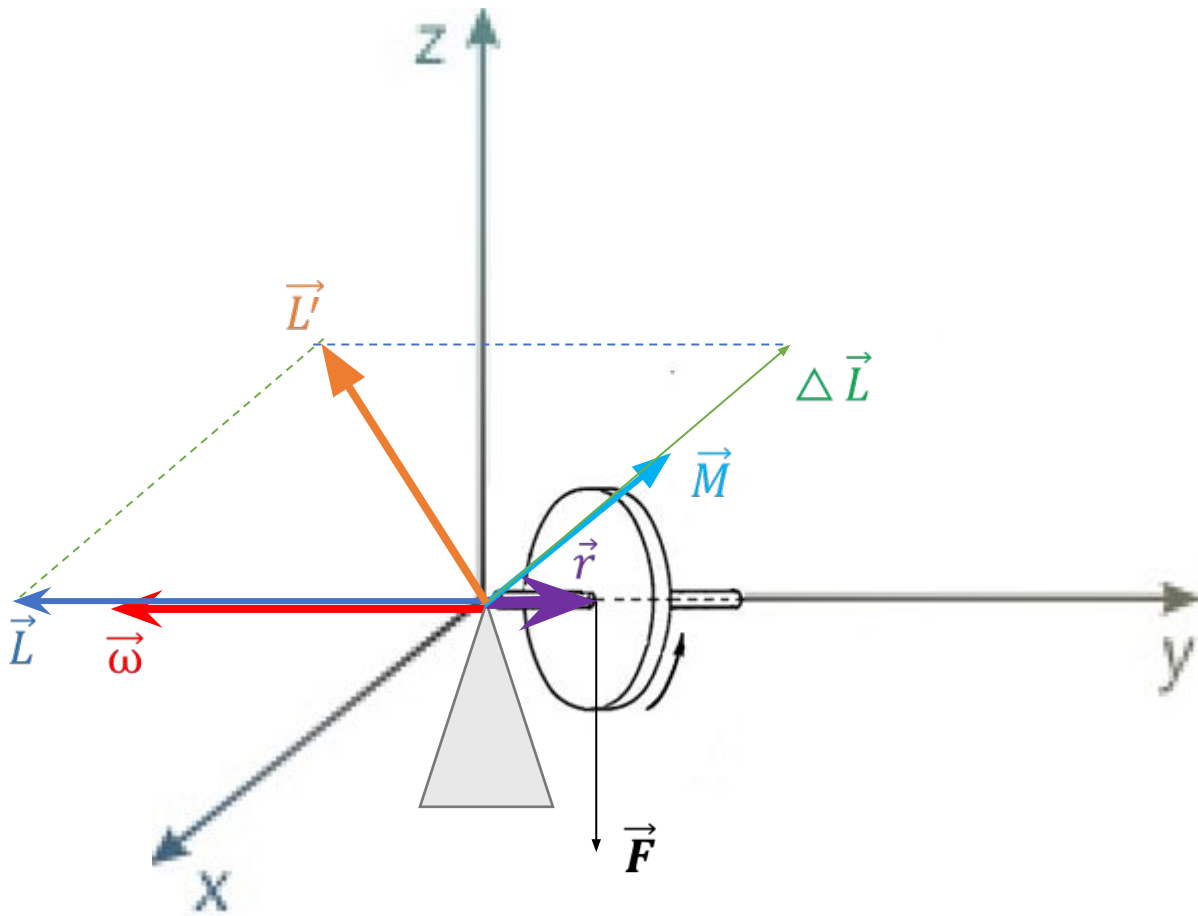
Построим вектор дополнительного момента импульса  $\Delta \vec{L}$ , создаваемого моментом силы  $\vec{M}$  за время его действия  $\Delta t$ .

$$\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$$

Этот вектор начинается в точке крепления гироскопа (шарнире). Направление  $\Delta \vec{L}$  соответствует направлению  $\vec{M}$ .



# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ



Построим вектор момента импульса, который будет иметь гироскоп после воздействия моментом силы  $\vec{M}$  в течении времени  $\Delta t$ :

$$\vec{L}' = \vec{L} + \Delta \vec{L}$$

Для построения используем правило параллелограмма.

# ОБЪЯСНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИИ

Через промежуток времени  $\Delta t$  ось гироскопа будет направлена также как вектор  $\vec{L}'$ .

