

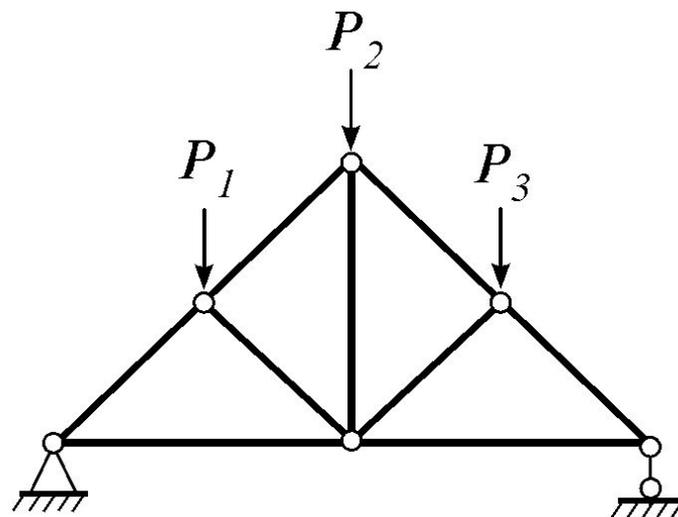
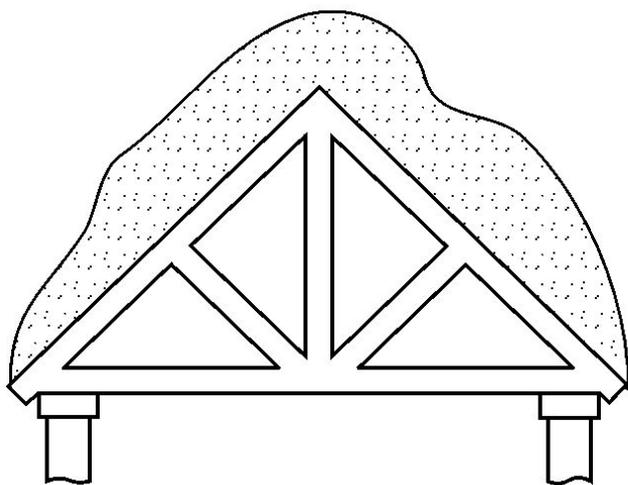
## Лекция 4

# МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ НА ПОСТОЯНННУЮ НАГРУЗКУ (продолжение)

## 4. Расчет ферм

**Ферма** – это геометрически неизменяемая система, состоящая из прямых стержней, соединенных по концам жестко или шарнирно.

Замена жестких узлов шарнирами превращает их в шарнирную ферму. При узловой нагрузке стержни шарнирной фермы работают на растяжение или сжатие.

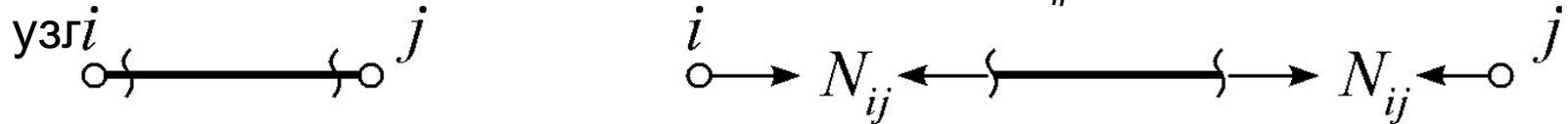


Для статической определенности и геометрической неизменяемости шарнирных ферм должно выполняться условие

$$2n_y = n_C + n_{C_0}.$$

Вследствие принятой расчетной схемы в стержнях фермы **моменты и поперечные силы отсутствуют, действуют только продольные усилия.**

Положительное (растягивающее) усилие  $N_{ij}$  в стержне фермы между



При расчете простых ферм используются методы вырезания узлов, сквозных сечений, совместных сечений, замены стержней и др.

Рассмотрим два из них.

### **а) Метод вырезания узлов**

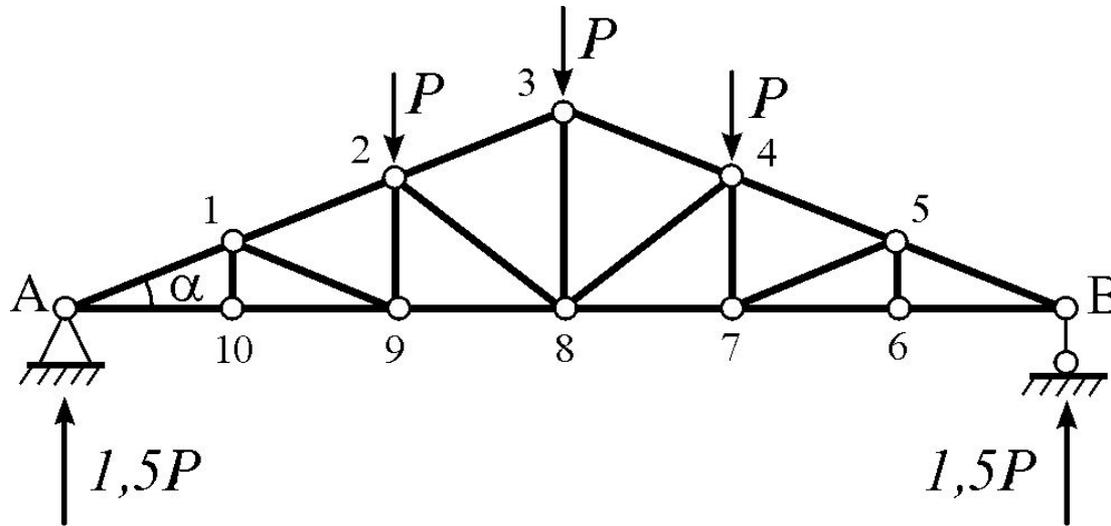
Основан на последовательном вырезании и рассмотрении равновесия узлов фермы.

В этом способе необходимо установить порядок вырезания узлов.

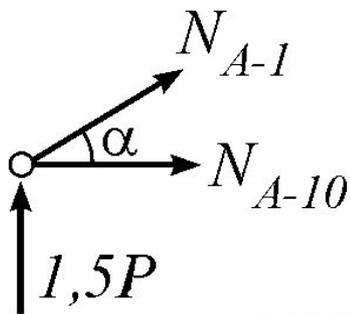
**Сущность метода:** 1) вырезается узел, в котором не более двух неизвестных; составляются уравнения равновесия  $\Sigma X=0$  и  $\Sigma Y=0$ ; 3) из них определяются два неизвестных продольных усилия. После этого можно вырезать следующий узел и продолжить расчет.

В этом способе необходимо установить порядок вырезания узлов.

Рассмотрим пример:



Вначале вырежем узел A и запишем два уравнения равновесия:



$$\begin{aligned}\Sigma X &= N_{A-10} + N_{A-1} \cos \alpha = 0; \\ \Sigma Y &= N_{A-1} \sin \alpha + 1,5P = 0.\end{aligned}$$

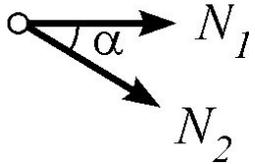
Из них определяем:

$$N_{A-1} = -1,5P / \sin \alpha; \quad N_{A-10} = 1,5P / \operatorname{tg} \alpha.$$

и после этого можно вырезать узлы 10, 1, 9, 2, 3, 8, 4, 7, 6, 5.

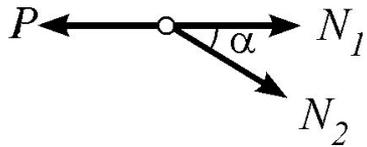
У метода вырезания узлов **есть один недостаток**: ошибка (неточность), допущенная при расчете одного узла, влияет на последующие вычисления. Поэтому полученные результаты надо контролировать.

Из этого метода вытекают некоторые частные случаи (**признаки**):



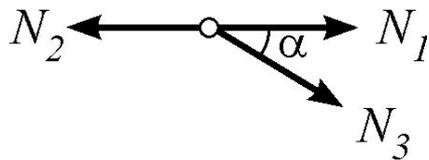
**1.** Если в узле сходятся два стержня и внешняя нагрузка не приложена, то оба усилия равны нулю:

$$N_1 = N_2 = 0.$$



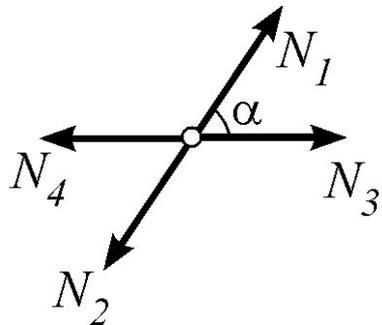
**2.** Если в узле сходятся два стержня, а внешняя нагрузка действует в направлении одного стержня,

$$N_1 = P, \quad N_2 = 0.$$



**3.** Если в трехстержневом узле два стержня лежат на одной прямой, а внешней нагрузки нет,

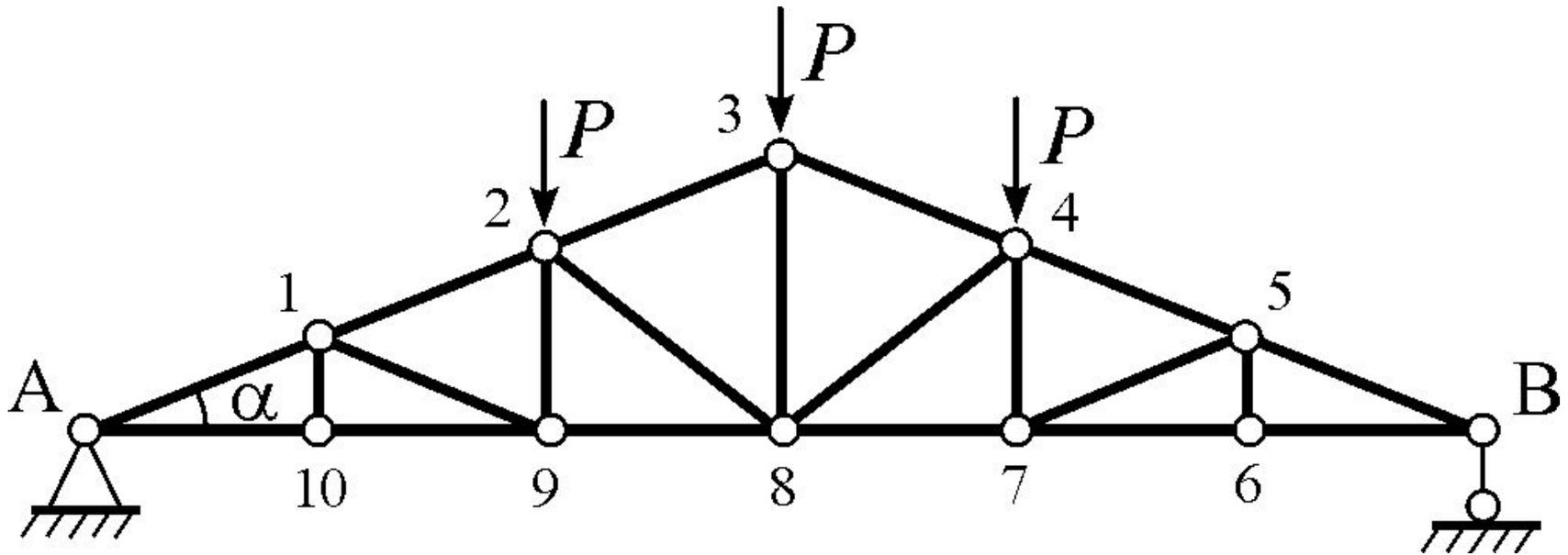
$$N_1 = N_2, \quad N_3 = 0.$$



**4.** Если в четырехстержневом узле стержни попарно лежат на одной прямой, а внешней нагрузки нет, то усилия также попарно равны между собой:

$$N_1 = N_2, \quad N_3 = N_4.$$

Используя эти признаки, легко определяются некоторые усилия нашей фермы:



– по 2-му признаку:

$$N_{1-10} = N_{1-9} = N_{2-9} = 0, \quad N_{5-6} = N_{5-7} = N_{4-7} = 0.$$

– по 3-му признаку:

$$N_{A-10} = N_{9-10} = N_{8-9}, \quad N_{B-6} = N_{6-7} = N_{7-8}, \quad N_{A-1} = N_{1-2}, \quad N_{B-5} = N_{4-5}.$$

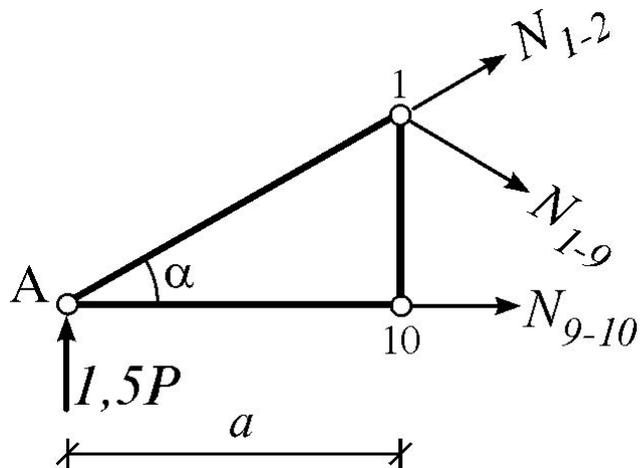
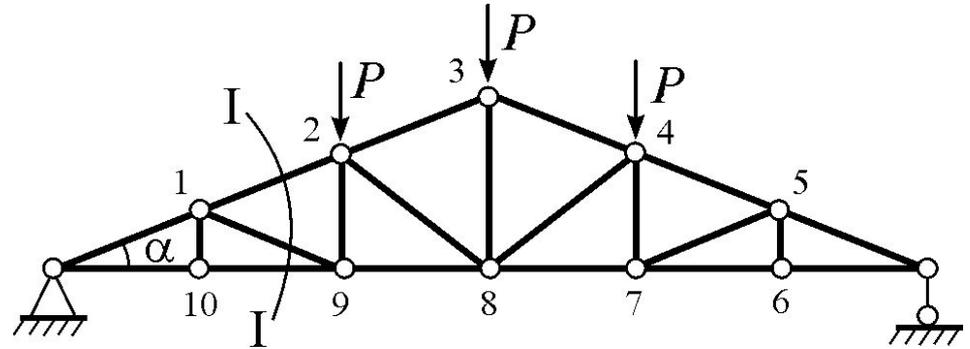
## б) Метод сквозных сечений

Позволяет определять усилие в стержне лишь из одного уравнения.

**Сущность метода:** 1) поперек фермы проводится такое сквозное сечение, чтобы появилось не более трех неизвестных усилий; 2) в точке пересечения направлений двух из них составляется уравнение момента; 3) из этого уравнения определяется третье усилие.

Точка составления уравнения момента называется **моментной точкой**.

Например, поперек фермы проведем сечение  $I-I$ :



Из равновесия левой части (точка 1 – моментная точка) имеем:

$$\sum M_1 = N_{9-10} \cdot \frac{a}{3} - 1,5P \cdot a = 0.$$

$$\text{Отсюда } N_{9-10} = 4,5P.$$

Когда два стержня параллельны, моментной точки нет.

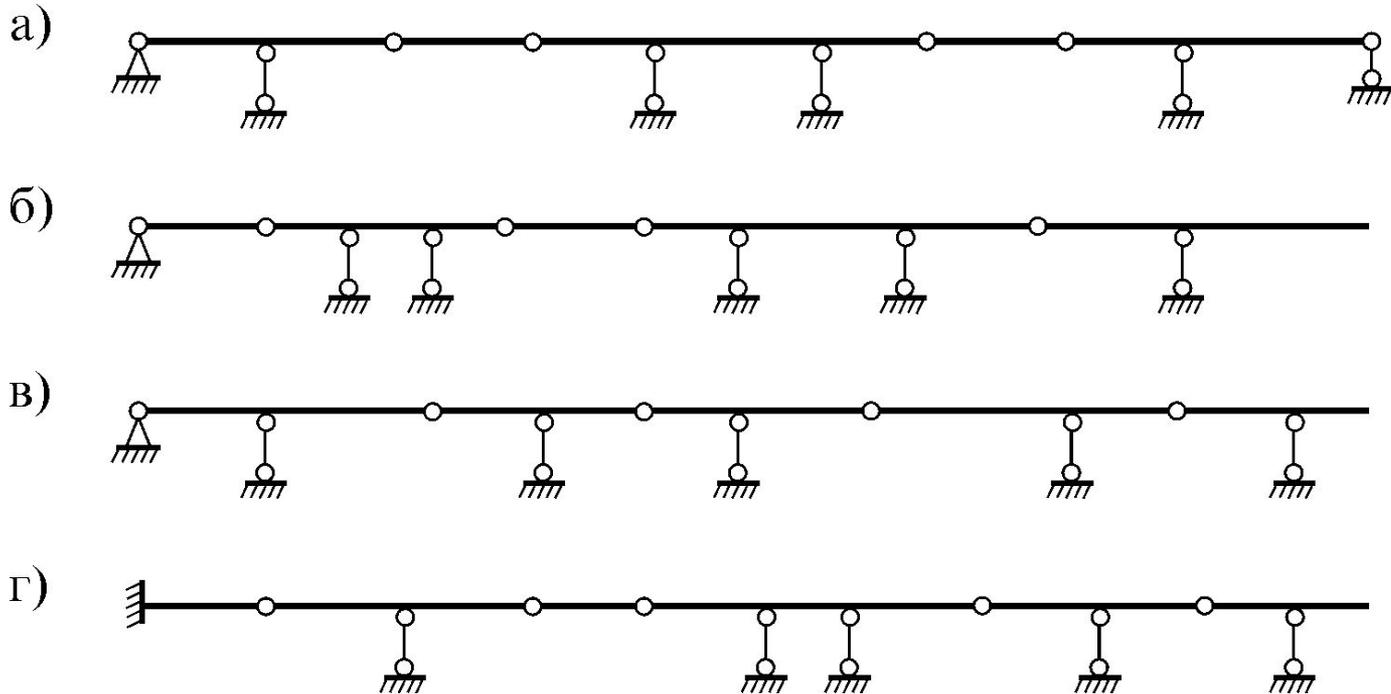
В таком случае надо составлять уравнение проекции на ось, перпендикулярную этим параллельным стержням.

У метода сквозных сечений **есть один недостаток**: иногда не удастся провести сквозное сечение так, чтобы появились только три неизвестные.

В таком случае одно из усилий необходимо определить заранее.

## 5. Расчет разрезных балок

В зависимости от расположения их опор и шарниров, разрезные балки могут быть разными :

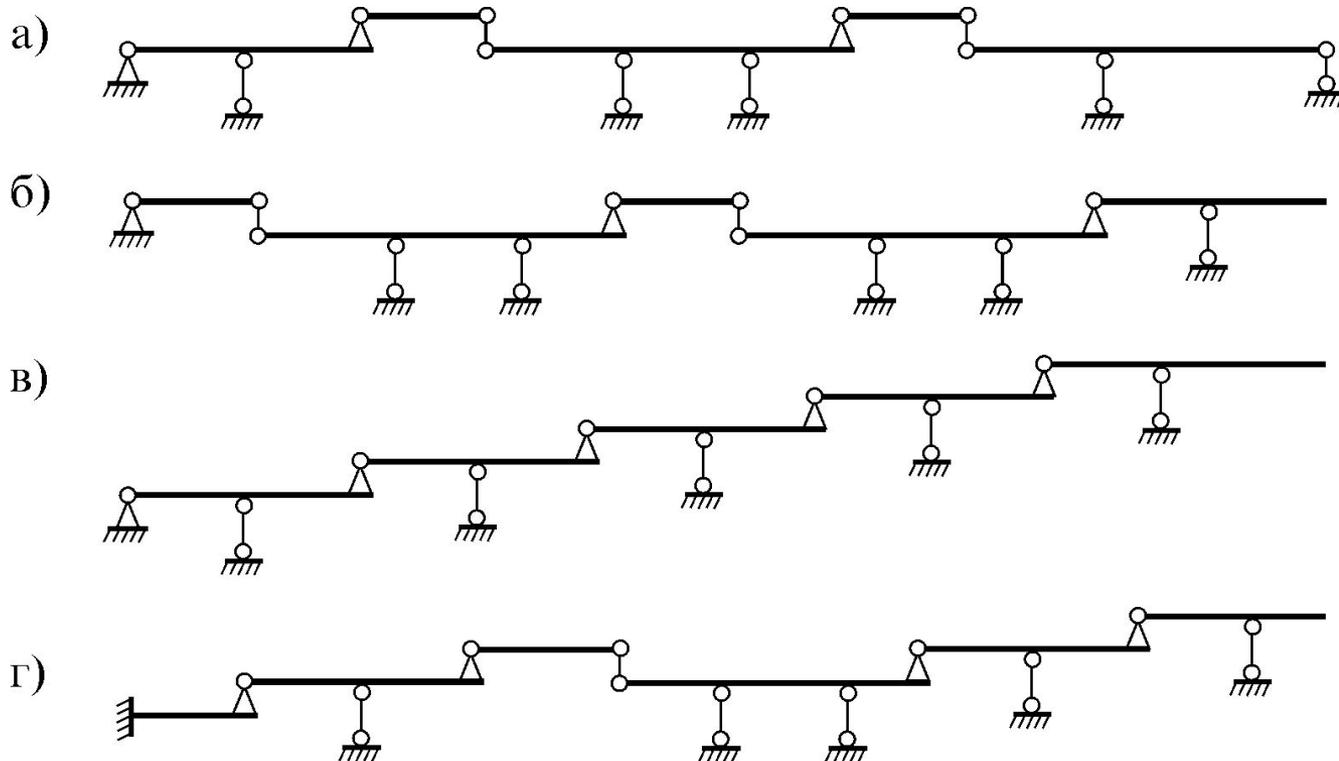


Для геометрической неизменяемости и статической определимости разрезных балок должно выполняться условие

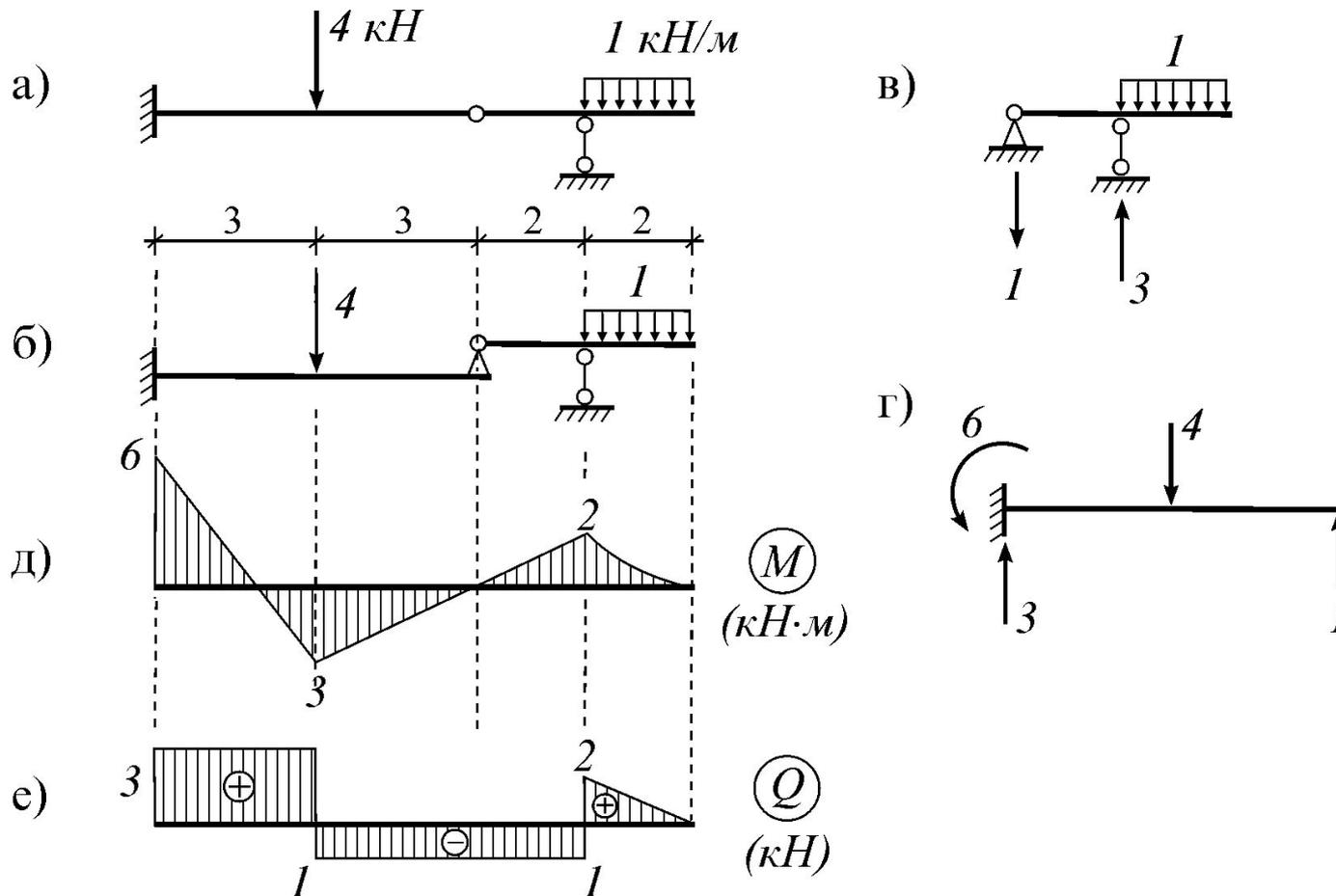
$$n_{Ш} = n_{C_0} - 3.$$

Взаимодействие частей разрезной балки легче изучать путем составления их этажных схем.

Для этого выявляются те части балки, которые могут самостоятельно нести внешнюю нагрузку (**главные балки**). Все главные балки изображаются на нижнем этаже. Те части балки, которые примыкают к главным балкам и могут нести нагрузку только при их наличии (**подвесные балки**), изображаются на следующем этаже и т.д. В результате получаются этажные схемы балок:

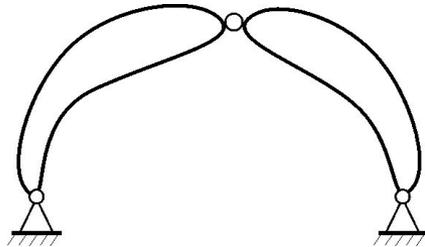


Расчет разрезных балок начинается с самого верхнего этажа. После этого переходим к нижележащему этажу. Однако, кроме своей нагрузки, к нему следует приложить и давление от вышележащего этажа (которое равно реакции вышележащего этажа, но направлено в противоположную сторону). Такой расчет продолжается до самого нижнего этажа.

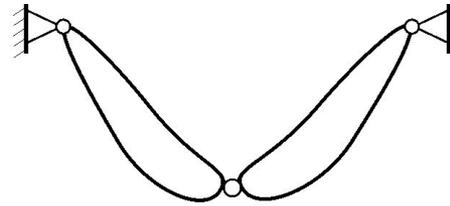


## 6. Расчет трехшарнирных систем

**Трехшарнирная система** – это система из двух дисков, связанных между собой и основанием тремя шарнирами. Трехшарнирные системы бывают двух видов:

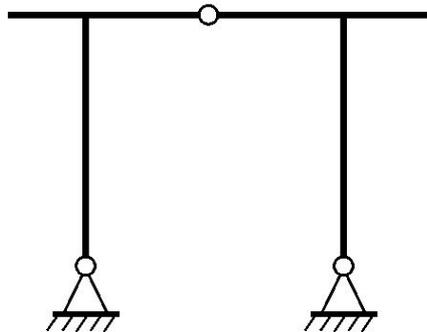


**арочная система**

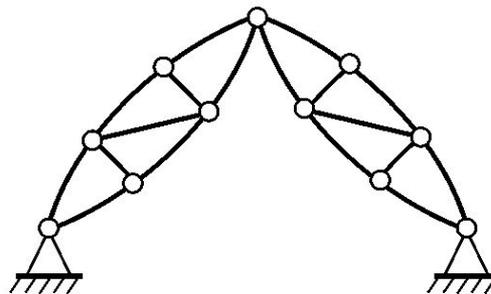


**подвесная система**

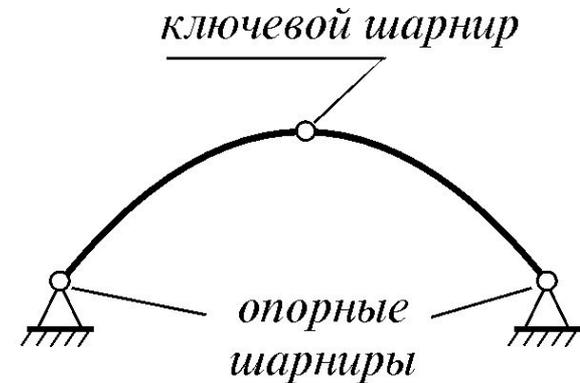
Их расчет мало отличается друг от друга. Поэтому остановимся на арочных системах, которые бывают трех типов:



**трехшарнирная рама**

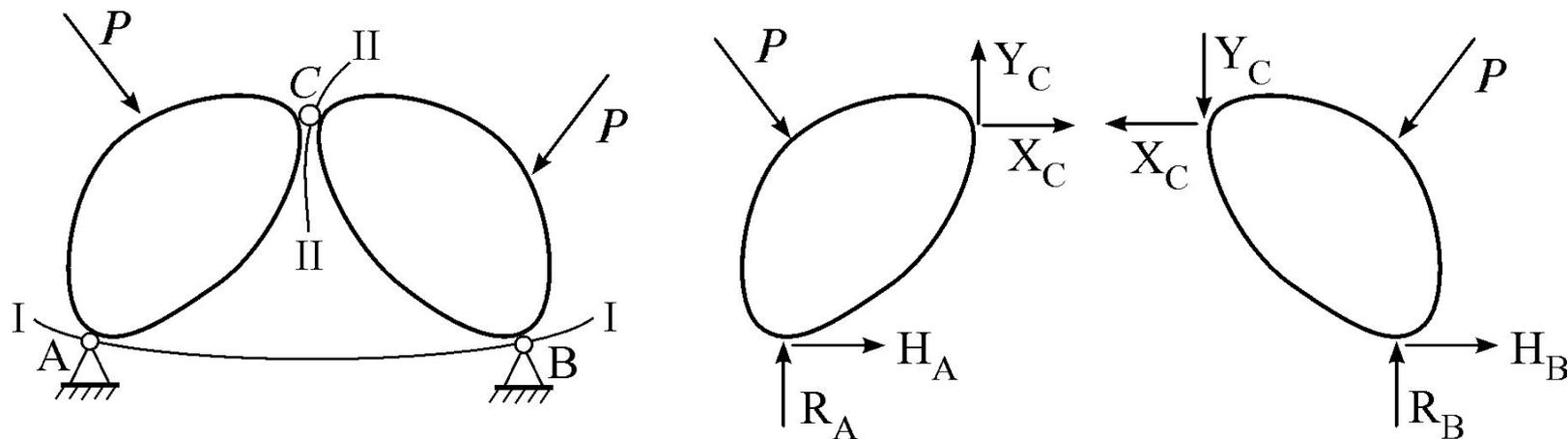


**трехшарнирная арочная ферма**



**трехшарнирная арка**

Особенность трехшарнирных систем состоит в том, что **в них возникает распор (боковое давление) даже от вертикальной нагрузки**. Опорные реакции таких систем можно определять несколькими методами. Например, можно использовать метод совместных сечений:



В результате появляются независимые две части с шестью неизвестными (четыре опорные реакции  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $H_A$ ,  $H_B$  и две междисковые реакции  $X_C$ ,  $Y_C$ ).

Составив по три уравнения равновесия для каждого диска (всего шесть уравнений), можно определить все эти реакции. Далее каждый диск рассчитывается самостоятельно.