Подготовка к ЕГЭ
Решение задач В10
по материалам 2013 года
по теме: «Комбинаторика и элементы теории вероятностей»

Автор:
Федорова Елена Михайловна
Учитель математики
высшей категории
МБОУ гимназии № 13
г. Нижнего Новгорода
2013год

Цель: обобщение, систематизация знаний и развитие
навыков решения заданий на вероятность.

Задачи:
Основная задача – сформировать представление о том, какие задания могут быть в вариантах ЕГЭ по теории вероятности.
Помочь выпускникам при подготовке к экзамену.
Развивать умения и навыки анализа задания и выделять: событие, общее число испытаний, благоприятный исход, вероятность.
Создать условия для усвоения определения вероятности и научить применять его в решении задач.

Справочный материал

Событие, которое обязательно произойдет в результате испытания, называется ***достоверным***, а которое не может произойти, - ***невозможным***. Событие, которое в результате испытания в данном опыте может произойти, а может не произойти называется ***случайным*** событием.

Элементарные события (исходы) – простейшие события, которыми может окончится случайный опыт.

$A \cup B$ или

$A \cdot B$

Сумма (объединение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **хотя бы одному из событий А,В**

$A \cap B$ или

$A + B$

Произведение (пересечение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **обоим событиям А и В.**

Справочный материал

Несовместные события – это события, которые не наступают в одном опыте.

$\overline{A}$ называется **противоположным событию А**, если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в А.**

Классическое определение вероятности

Вероятностью случайного события **А** называется отношение числа элементарных событий, которые благоприятствуют этому событию, к общему числу всех элементарных событий, входящих в данную группу .

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятности противоположных событий:

$$P(A)+P(\overline{A})=1 \qquad P(\overline{A})=1-P(A)$$

Формула сложения вероятностей:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

Формула сложения для несовместных событий:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$$

Формула вероятности k успехов в серии из n испытаний Бернулли:

$$C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

p – вероятность успеха, q=1-p вероятность неудачи в одном испытании

Задача 1. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 13 очков. Результат округлите до сотых.

Решение. Всего вариантов **n** = 6^3 =216. Благоприятных:
13=1+6+6 . Учитываем перестановки Р/2=3!/2=6/2=3 комбинаций. Сначала пронумеруем шестерки, а потом поделим на 2, так как одинаковых цифр (6) две.
13=2+5+6. Учитываем перестановки (6 комбинаций)
13=3+5+5. Учитываем перестановки и одинаковых цифр две. (3 комбинаций)
13=4+4+5. Учитываем перестановки и одинаковых цифр две (3 комбинаций)
13=6+4+3 (6 комбинаций)
Всего благоприятных исходов **m** =21
Выпишем, для уверенности ,благоприятные исходы n:
(1;6;6) (6;1;6) (6;6;1)
(2;5;6) (2;6;5) (6;2;5) (6;5;2) (5;6;2)(5;2;6)
(3;5;5) (5;3;5) (5;5;3) (4;4;5) (4;5;4) (5;4;4)
(6;4;3) (6;3;4) (4;6;3) (4;3;6) (3;4;6) (3;6;4)
P(A)=N(A)N=21/216 = 0.097222 ≈ 0,10

Ответ: **P(A)=0,10**

Задача 2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают пять раз. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 4 раза.

Решение. Пусть А – появление орла в одном испытании. Событие А в каждом из пяти независимых испытаний может произойти, а может и не произойти. p =P(A) = 0,5. Тогда по формуле Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ получим:

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-4} =$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32} = 0{,}15625.$$

Ответ: 0,15625.

Задача 3. В чемпионате по гимнастике участвуют 72 спортсменки: 27 из Испании, 27 из Португалии, остальные — из Италии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Италии.

Решение.

Всего участвует 72 спортсменки (**n=72**) ,

из которых 72 – 27 – 27 = 18 спортсменок из Италии(**m=18**).

Вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Италии, равна **p = 18/72 = 1/4 = 0,25.**

Ответ: 0,25.

Задача 4. В среднем из 1600 садовых насосов, поступивших в продажу, 8 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение:

Событие А - выбранный насос не подтекает.

Количество исправных насосов **m=1600-8=1592** - насосов не подтекают.

Количество всех исходов соответствует количеству всех насосов, т. е. **n=1600**

Вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна

р(А) =1592/1600 = 0,995.

Ответ: 0,995.

Задача 5. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 140 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение: Событие А- купленная сумка качественная.

m = 140-число благоприятствующих исходов (качественные сумки)

n= 140+4=144-число всех исходов

Вероятность того, что купленная сумка окажется качественной равна

$$p(A) = \frac{140}{144} = 0{,}972222... \approx 0{,}97$$

Ответ: 0,97

Задача 6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Дании, 6 спортсменов из Швеции, 7 спортсменов из Норвегии и 8 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Дании.

Решение:

n = 7+6+7+8=28 - число всех исходов (число всех спортсменов)

m = 7 - число благоприятствующих исходов (участвуют 7 спортсменов из Дании)

Вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Дании равна

$$p = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Ответ: 0,25

Задача 7. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 20 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

n = 40- число всех исходов (всего запланировано 40 докладов)

m = (40-20):2=10 - число благоприятствующих исходов (число докладов запланированных на третий день.)

Вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции равна

$$p = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Ответ: 0,25

Задача 8. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 10 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение:

n=50 –число всех исходов (всего заявлено 50 выступлений)

m=(50-10):2= 20 - число благоприятствующих исходов(число выступлений в третий день)

Вероятность того , что выступление представителя России состоится в третий день конкурса равна

$$p = \frac{20}{50} = 0{,}4.$$

Ответ: 0,4

Задача 9. На семинар приехали 7 ученых из Польши, 4 из Дании и 3 из Финляндии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что девятым окажется доклад ученого из Польши.

Решение:

n=7+4+3=14 -число всех исходов (всего докладчиков из Польши, из Дании и из Финляндии)

m=7- число благоприятствующих исходов (7 ученых из Польши)

Вероятность того , что девятым окажется доклад ученого из Польши равна

$$p = \frac{7}{14} = 0{,}5.$$

Ответ: 0,5

Задача 10. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 36 шашистов, среди которых 15 участников из России, в том числе Евгений Коротов. Найдите вероятность того, что в первом туре Евгений Коротов будет играть с каким-либо шашистом из России?

Решение:

Исходом считаем образование пары Евгений Коротов **- и другой участник.**
Евгений Коротов может играть в паре с любым из 36-1=35 человек.
Значит, **общее количество исходов равно 35,** т. е**. n=35 .**
Количество благоприятных исходов Евгений Коротов - участник из России равно 15-1=**14,** т. е. **m=14**.
Вероятность того, что в первом туре Евгений Коротов будет играть с каким-либо шашистом из России
Равна р = 14 / 35 = 2/5 = 0,4.

Ответ: 0,4

Задача 11. В сборнике билетов по истории всего 60 билетов, в 18 из них встречается вопрос по смутному времени. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по смутному времени.

Решение:

n = 60-число всех исходов (в сборнике всего 60 билетов по истории)

m = 60-18=42-число благоприятствующих исходов (в 18 из всех встречается вопрос по смутному времени)

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по смутному времени равна

$$P = \frac{42}{60} = \frac{7}{10} = 0,7.$$

Ответ: 0,7

Задача 12. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 2 прыгуна из Испании и 4 прыгуна из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что девятым будет выступать прыгун из Испании.

Решение :

Событие А- девятым будет выступать прыгун из Испании

n =20- всего спортсменов;

m=2-прыгунов из Испании.

$$P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

Ответ: 0,1.

Задача 13. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение: Пусть событие C это выигрыш А. в 1-ой партии, D - выигрыш А. в 2-ой партии, F - А. выиграет обе партии.

$P(C)=0,5$; $P(D)=0,34$

Вероятность наступления F равна произведению P(C) и P(D) , т.е наступят события C и D

$P(F)= \mathrm{P}(\mathrm{C}) \cdot \mathrm{P}(\mathrm{D}) =0,5 \cdot 0,34=0,17$

Ответ: 0,17

Задача 14. В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 18 из них встречается вопрос по Великой Отечественной Войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по Великой Отечественной Войне.

Решение:

n=50- всего билетов в сборнике по истории ;

m=18- в которых встречается вопрос по Великой Отечественной Войне.

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по Великой Отечественной Войне равна

$$P = \frac{18}{50} = \frac{36}{100} = 0{,}36.$$

Ответ: 0,36

Задача 15. Рома, Миша, Петя, Инна и Жанна бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Решение:

Случайный эксперимент – ***бросание жребия***.
Элементарное событие – ***участник, который выиграл жребий***.

Число элементарных событий: **n = 5**

Событие А = {жребий выиграла девочка}, **m = 2**

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

Ответ: *0,4.*

Задача 16. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп**:** **1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.**

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в пятой группе?

Решение:

Событие А- команда Китая окажется в пятой группе.

n=20 – число всех исходов

m=4 – количество команд в пятой группе

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Ответ*:* ***0,4.***

ЗАДАЧА 17. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение:

A={вопрос на тему «Тригонометрия»}

B={вопрос на тему «Вписанная окружность»}

События A и B несовместны, т.к. нет вопросов относящихся к двум темам одновременно

C={вопрос по одной из этих тем}

$$C = A + B = A \cup B \Rightarrow P(C)=P(A)+P(B)$$

P(C)=0,25 + 0,15=0,4

Ответ: *0,4.*

Задача 18. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение: A={кофе закончится в первом автомате}
B={кофе закончится во втором автомате}

P(A)=P(B)=0,3

$$p\left(A\cdot B\right)=p(A\cap B)=0{,}14$$

$$A+B=A\cup B=\{\text{закончится хотя бы в одном}\}$$

По формуле сложения вероятностей:

$$P\left(A+B\right)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$$

$$P\left(A+B\right)=0{,}3+0{,}3-0{,}14=0{,}46$$

$$P\left(\overline{A+B}\right)=1-0{,}46=0{,}54$$

Ответ: 0,54.

Задача 19. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:

А- попадание биатлонистом по мишени при одном выстреле, тогда событие $\overline{A}$ - промах.

Р(А) = 0,5 , Р($\overline{A}$)=1- Р(А)=1-0,5 = 0,5. Событие В состоит в том, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся, т. е. $B = A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot \overline{A}$

Попадание и непопадание по мишени в рассматриваемой серии независимых испытаний - независимые события

Р(В)=0,5 · 0,5 · 0,5 ·0,5· 0,5 = 0,3125≈0,31

Ответ: 0,31

Задача 20. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение:

Событие А- что хотя бы один автомат исправен.

Событие $\overline{A}$ - оба автомата не исправны.

$p(\overline{A}) = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01.$

$p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 0{,}99.$

Ответ: 0,99

Задача 21. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,14. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение:

Событие А- что хотя бы одна лампа не перегорит.

Событие $\overline{A}$ - обе лампы перегорят.

$p(\overline{A}) = 0,14 \cdot 0,14 = 0,0196.$

$p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - 0,0196 = 0,9804.$

Ответ: 0,9804

Задача 22. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение:

Событие А- новый электрический чайник прослужит больше года.

P(A) = 0,98.

Событие В - новый электрический чайник прослужит больше двух лет. P(B) = 0,89.

Событие С - новый электрический чайник прослужит меньше двух лет, но больше года.

A = B + C,

События В и С несовместны.

p(A)=p(B) + p(C),

0,98= 0,89+ p(C),

P(C) = 0,98-0,89=0,09

Ответ: 0,09.

Задача 23. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 15% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение:

Пусть в первом хозяйстве закупают **x** яиц, а во втором **y** яиц.

$$\frac{0{,}95x + 0{,}15y}{x + y} = 0{,}55$$

$$0{,}95x + 0{,}15y = 0{,}55x + 0{,}55y$$

$$0{,}4x = 0{,}4y$$

$$x = y$$

$$p = \frac{x}{x + x} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ответ 0,5.

Задача 24. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет 3?

Решение:

Событие А - случайно нажатая цифра будет 3.

m=1 (на клавиатуре телефона одна цифра 3).

n=10 (на клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9)

$$p(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{10}=0{,}1.$$

Ответ 0,1.

Задача 25. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 67 до 88 делится на 2?

Решение:

Событие А- случайно выбранное натуральное число от 67 до 88 делится на 2.

67, $\boxed{68}$, 69, $\boxed{70}$,71, $\boxed{72}$, 73, $\boxed{74}$, 75, $\boxed{76}$, 77, $\boxed{78}$, 79, $\boxed{80}$, 81, $\boxed{82}$, 83, $\boxed{84}$, 85, $\boxed{86}$, 87 ,88.

$$P(A) = \frac{10}{20} = 0,5$$

Ответ 0,5.

Задача 26. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 3 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение:
Событие А - Джон попадает в муху на стене из пристрелянного револьвера. $p(A) = 0{,}8$
Событие В - Джон попадает в муху на стене из непристрелянного револьвера. $p(B) = 0{,}2$.
На столе лежит 10 револьверов, из них только 3 пристрелянные.
Событие С – Джон взял пристрелянный револьвер . $P(C) = 0{,}3$
Событие $\overline{C}$ – Джон взял непристрелянный револьвер .$p(\overline{C}) = 0{,}7$.
Событие F – Джон попал в муху.
Событие $\overline{F}$ - Джон промахнулся.
$F = A \cdot C + B \cdot \overline{C}$
$p(F) = 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}7 = 0{,}38$.
$P(\overline{F}) = 1 - p(F) = 1 – 0{,}38 = 0{,}62$.

Ответ 0,62.

Задача 27. В группе туристов 10 человек. С помощью жребия они выбирают четырёх человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист В. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что В. пойдёт в магазин?

Решение:

Событие А - В. пойдёт в магазин.

m=4 (четыре человека, которые должны идти в село за продуктами)

n=10(в группе туристов 10 человек)

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0,4.$$

Ответ 0,4.

Задача 28. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» проиграет жребий ровно два раза.

Решение:
1 способ

I м.	**О**	**О**	**О**	**О**	**Р**	**Р**	**Р**	**Р**
II м.	**О**	**О**	**Р**	**Р**	**О**	**О**	**Р**	**Р**
III м.	**О**	**Р**	**О**	**Р**	**О**	**Р**	**О**	**Р**

О – орел (первый)
Р – решка (второй)

$$P(A)=\frac{3}{8}=0{,}375$$

Ответ 0,375.

2 Способ

Задача сводится к тому, чтобы узнать какова вероятность того, что в трех сериях испытаний команда «Биолог» проиграет жребий, т. е. необходимо найти вероятность того, что решка выпадет ровно 2 раза в 3 испытаниях.

Пусть А – появление решки в одном испытании. Событие А в каждом из трех независимых испытаний может произойти, а может и не произойти. p =P(A) = 0,5.

Тогда по формуле Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ получим:

$$P_3(2) = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-2} =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0{,}375.$$

Ответ 0,375.

Задача 29. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию А = \{сумма очков равна 9\}?

Решение.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Значит, исходов опыта благоприятствующих событию А = \{сумма очков равна 9\} будет 4.

Ответ: 4.

Задача 30. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОРР (в первый раз выпадает орёл, во второй и третий — решка).

Решение:

	1-й бросок	2-ой бросок	3-ий бросок
1	орёл	орёл	орёл
2	орёл	орёл	решка
3	орёл	решка	решка
4	орёл	решка	орёл
5	решка	решка	решка
6	решка	решка	орёл
7	решка	орёл	орёл
8	решка	орёл	решка

m=1- наступит исход ОРР

n= 8 - все исходы

P=1/8=0,125.

Ответ: 0,125.

Задача 31. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из России будет выступать после группы из Англии и после группы из Канады? Результат округлите до сотых.

Решение:

Указаны 3 страны, значит и учитываем будем только их.

Количество всех исходов - количество перестановок из 3-х групп равно $3!=3\cdot2\cdot1=6$, т. е. $n=6$.

Количество благоприятных исходов - два: АКР и КАР, т. е. $m=2$

$P=2/6=1/3=0{,}333...\approx 0{,}33$

Ответ: 0,33.

Задача 32. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 7 очков, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Решение:

Хотя бы 8 очков в двух играх можно набрать, если выиграть в двух играх, либо в первой выиграть, во второй – ничья или наоборот.

Вероятность выигрыша 0,4, проигрыша 0,4. значит вероятность ничьей 1-0,4-0,4=0,2.

Вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований:

$P=0,4\cdot 0,4+0,4\cdot 0,2+0,2\cdot 0,4=0,32.$ **Ответ: 0,32.**

Задача 33. В некотором городе из 4000 появившихся на свет младенцев 1950 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных

Решение:

m = 4000 – 1950 = 2050- число мальчиков, появившихся на свет в некотором городе.

n=4000.

$$P(A)=\frac{2050}{4000}=0{,}51333...\approx 0{,}513.$$

Ответ: 0,513.

Задача 34. На борту самолёта 18 мест рядом с запасными выходами и 28 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир Д. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Д. достанется удобное место, если всего в самолёте 200 мест.

Решение:

Событие А - пассажиру Д. достанется удобное место.

m=18+28=46 (удобные места на борту самолёта 18 мест рядом с запасными выходами и 28 мест за перегородками, разделяющими салоны)

n=200 (всего в самолёте 200 мест)

$$p(A)=\frac{46}{200}=\frac{23}{100}=0{,}23.$$

Ответ: 0,23.

Задача35. На олимпиаде по социологии участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Решение:

Событие А - случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

m=400 – 110 - 110=180 (число оставшихся, которых проводят в запасную аудиторию в другом корпусе)

n=400 (всего было 400 участников)

$$p(A)=\frac{180}{400}=\frac{9}{20}=0,45.$$

Ответ: 0,45.

Задача 36. В классе 33 учащихся, среди них два друга — Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

Решение:

В каждой группе будет по **33:3 = 11** человек.

Пусть Сергей попал ,например, в группу №1. Тогда осталось распределить по группам **33-1=32** учащихся. Значит, нужно найти вероятность того, что Олег попадет в группу №1. В группе №1 **11-1=10** мест из 32. Вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе равна .

$$p = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} = 0{,}3125.$$

Ответ: 0,3125.

Задача 37. В группе туристов 20 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист У. полетит третьим рейсом вертолёта.

Решение:

Событие А- турист У. полетит третьим рейсом вертолёта.

n = 20-число всех исходов (В группе туристов 20 человек)

m = 4-число благоприятствующих исходов (по 4 человека за рейс, значит, и в третьем рейсе будет 4 человека)

Вероятность того, что турист У. полетит третьим рейсом вертолёта равна

$$p(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0{,}2.$$

Ответ: 0,2.

Задача 38. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 55% этих стекол, вторая — 45% . Первая фабрика выпускает 5 % бракованных стекол, а вторая — 3% . Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение. Переводим проценты в дроби.

Событие A - "Куплены стекла первой фабрики". P(A)=0,55

Событие B - "Куплены стекла второй фабрики". P(B)=0,45

Событие C - " Стекла бракованные".

$P(A \cdot X) = 0{,}55 \cdot 0{,}05 = 0{,}275$

$P(B \cdot X) = 0{,}45 \cdot 0{,}03 = 0{,}135$

По формуле полной вероятности:

P = 0,275+0,135 = **0,41**

Ответ: 0,41.

Задача 39. Вероятность того, что новый ноутбук в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,083. В некотором городе из 1000 проданных ноутбуков в течение года в гарантийную мастерскую поступило 87 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Решение:

Событие А- новый ноутбук в течение года поступит в гарантийный ремонт

n = 1000-число всех исходов (всего за год продали 1000 ноутбуков)

m = 87-число благоприятствующих исходов (в течение года в гарантийную мастерскую поступило 87 штук)

Вероятность того, что новый ноутбук в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна **p =87/1000=0,087**.

$|0,087-0,083| = 0,004$ -на сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе

Ответ: 0,004.

Задача 40. При изготовлении подшипников диаметром 60 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,977. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 59,99 мм, или больше, чем 60,01 мм.

Решение:

Вероятность иметь **какой-нибудь** размер есть **1**, то вероятность того, что **размер будет не такой как вот этот**, вероятность которого известна р, равна 1-р.

Вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 59,99 мм, или больше, чем 60,01 мм равна р=1-0,977=0,023.

Ответ: 0,023.

Задача 41. Вероятность того, что на тесте по математике учащийся Д. верно решит больше 12 задач, равна 0,69. Вероятность того, что Д. верно решит больше 11 задач, равна 0,77. Найдите вероятность того, что Д. верно решит ровно 12 задач.

Решение:

Событие А- Д. верно решит больше 11 задач.Р(А) = 0,77.

Событие В - Д. верно решит больше 12 задач. Р(В) = 0,69.

Событие С - Д. верно решит ровно 12 задач, но больше года.

А = В + С,

События В и С несовместны.

р(А)=р(В) + р(С),

0,77= 0,69+ р(С),

Р(С) = 0,77-0,69=0,08

Ответ: 0,08.

специальность «Переводчик», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 73 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на на специальность «Таможенное дело», нужно набрать не менее 73 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 73 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,5 и по обществознанию — 0,6. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение:
Заметим, что в задаче не спрашивается, будет ли абитуриент по фамилии З. учиться и на переводчика, и на таможенника сразу и получать два диплома. Здесь надо найти вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух данных специальностей – то есть наберет необходимое количество баллов.
Для того чтобы поступить хотя бы на одну из двух специальностей, З. должен набрать не менее 73 баллов по математике. И по русскому. И еще – обществознания или иностранный.

Вероятность набрать 73 балла по математике для него равна **0,6.**
Вероятность набрать баллы по математике и русскому равна **$0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$**.
Разберемся с иностранным и обществознанием. Нам подходят варианты, когда абитуриент набрал баллы по обществознанию, по иностранному или по обоим. Не подходит вариант, когда ни по языку, ни по «обществу» он не набрал баллов. Значит, вероятность сдать обществознание или иностранный не ниже чем на 73 балла равна **$1 - 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$**.
В результате вероятность сдать математику, русский и обществознание или иностранный равна
$0{,}6 \cdot 0{,}9 \cdot (1 - 0{,}5 \cdot 0{,}4) = 0{,}432$.

Ответ: 0,432.

Задача 43. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Решение:
Из 100 % тарелок 90 % — хорошие. Пусть всего было 100 тарелок. Тогда 90 из них сразу отправились в магазин, 8 дефектных выявили и не пустили в продажу, а 2 дефектных туда просочились. Значит, шанс купить тарелку без дефектов равен 90 из 92, то есть вероятность равна

$$p = \frac{90}{92} = 0{,}97826... \approx 0{,}98.$$

Ответ: 0,98.

Задача 44. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение:

Событие A – занят с клиентом первый продавец.

Событие B – занят с клиентом второй продавец.

Событие C – занят с клиентом третий продавец.

$p(A) = p(B) = p(C) = 0{,}6$

Событие D - все три продавца заняты одновременно.

Событие $D = A \cdot B \cdot C$

События A, B и C независимы.

$p(D) = p(ABC) = p(A) \cdot p(B) \cdot p(C) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}216$

Ответ: 0,216.

Задача 45.

По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,9. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,8. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Решение:

Событие А - нужный товар доставят из магазина А р (А) =0,9

Событие В - нужный товар доставят из магазина В р(В) = 0,8

Событие С - нужный товар доставят из магазина А и из магазина В (С = АВ)

Событие $\overline{C}$ - ни один магазин не доставит нужный товар.

События А и В независимы

$p(C) = p(AB) = p(A) \cdot p(B) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$

$P(\overline{C}) = 1 - p(C) = 1 - 0,72 = 0,28.$

Ответ: 0,28.

Задача 46. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 19 пассажиров, равна 0,89. Вероятость того, что окажется меньше 13 пассажиров, равна 0,64. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 13 до 18.

Решение:

Событие А- в понедельник в автобусе окажется меньше 19 пассажиров. Р(А) = 0,89.

Событие В - в понедельник в автобусе окажется меньше 13 пассажиров . Р(В) = 0,64.

Событие С - число пассажиров будет от 13 до 18.

А = В + С,

События В и С несовместны.

p(A)=p(B) + p(C),

0,89= 0,64+ p(C),

P(C) = 0,89-0,64=0,25.

Ответ: 0,25.

Задача 47. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Протор» по очереди играет с командами «Стратор», «Монтёр» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Протор» будет начинать только первую и последнюю игры.

Решение:

Задача сводится к тому, что нужно узнать вероятность выпадения ОРО если в случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды, где О- «Протор» будет начинать игру; Р- игру начинает другая команда.

	1-й бросок	2-ой бросок	3-ий бросок
1	орёл	орёл	орёл
2	орёл	орёл	решка
3	орёл	решка	решка
4	орёл	решка	орёл
5	решка	решка	решка
6	решка	решка	орёл
7	решка	орёл	орёл
8	решка	орёл	решка

m=1

n=8

p=1/8= 0,125

Ответ: 0,125.

Задача 48. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 18 мая погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 21 мая в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение:<u>1 – ый способ</u>

вероятность того что погода останется неизменной 0,7

вероятность того что погода изменится 1 - 0.7 = 0,3

18.05 погода - хорошая

19.05 вероятность того что погода хорошая 0,7

вероятность того что погода отличная 0,3

20.05 вероятность того что погода хорошая 0,7 • 0,7 + 0,3 • 0,3 = 0.58

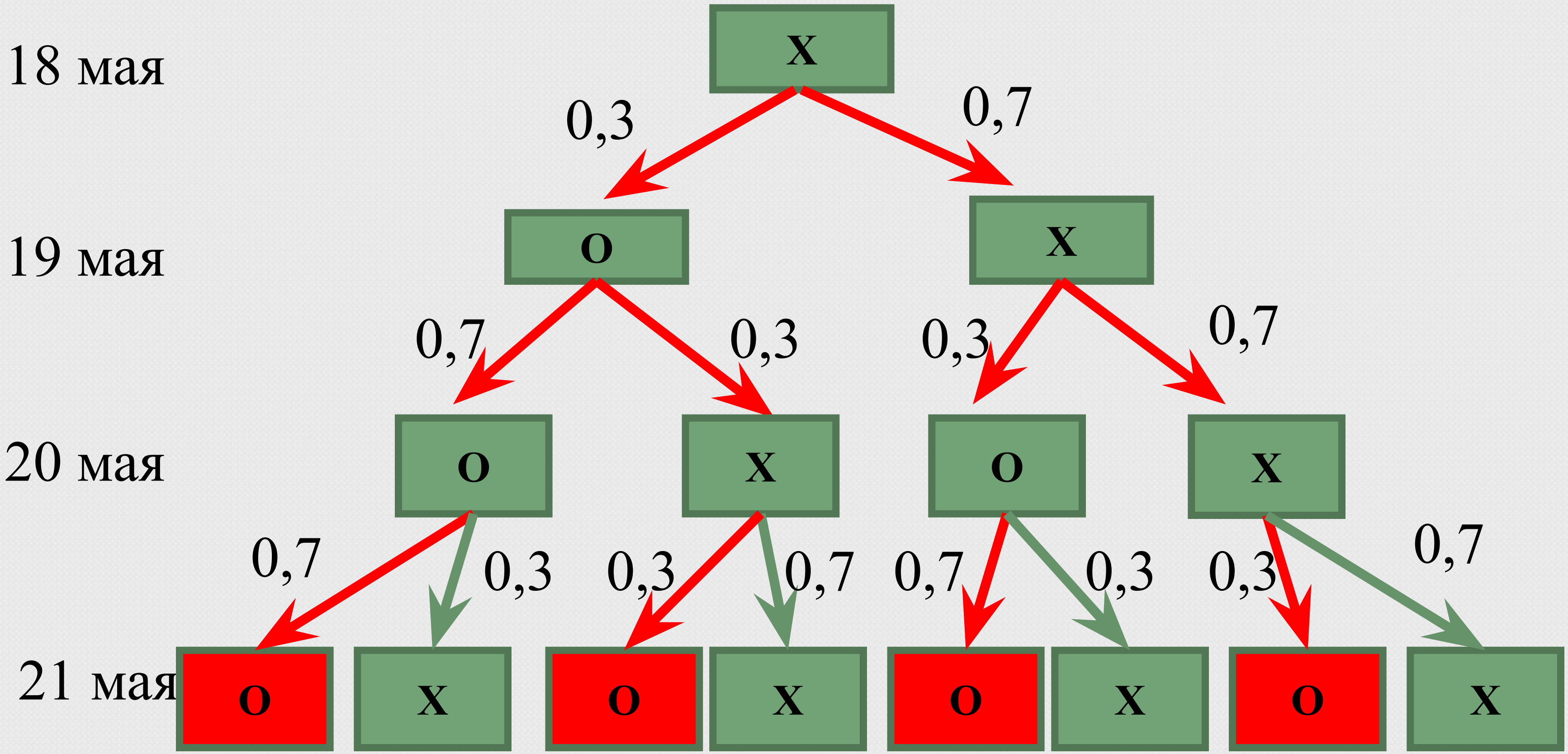
вероятность того что погода отличная 0,3 • 0,7+ 0,7 • 0,3 = 0.42

21.05 вероятность того что погода хорошая 0,58 • 0,7+ 0,42 • 0,3 = 0,532

вероятность того что погода отличная О,58 • 0,3 + 0,42 • 0,7 = 0,468

Ответ: 0,468.

2- ой способ:



$$P = 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 + 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 =$$

$$= 3 \cdot 0{,}147 + 0{,}027 = 0{,}441 + 0{,}027 = 0{,}468.$$

Ответ: 0,468.

гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Решение :
Анализ пациента может быть положительным по двум причинам:

A - пациент болеет гепатитом, его анализ верен;

B - пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

Имеем:

$p(A)=0{,}9 \cdot 0{,}05=0{,}045$

$p(B)=0{,}01 \cdot 0{,}95=0{,}0095$

$p(A+B)=0{,}045+0{,}0095=0{,}0545$

Ответ: 0,0545.

Задача 50. В кармане у Серёжи было четыре конфеты — «Грильяж», «Коровка», «Белочка» и «Маска», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Серёжа случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Коровка».

Решение:

Событие А - случайно выронил из кармана одну конфету.

m=1 (потерялась конфета «Коровка».)

n=4 (В кармане у Серёжи было четыре конфеты — «Грильяж», «Коровка», «Белочка» и «Маска»)

$$p(A) = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Ответ: 0,25.

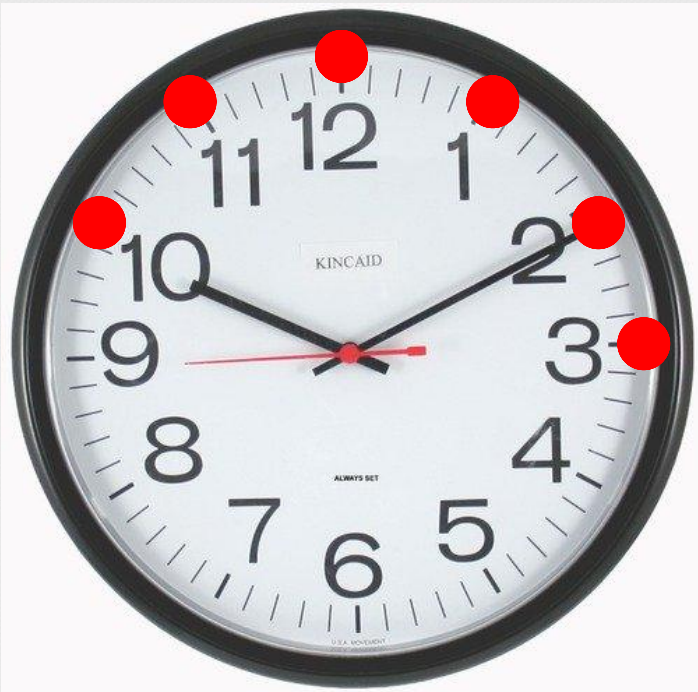
Задача 51. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Решение:
Вероятность того, что батарейка исправна, равна **1-0,02= 0,98.** Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий:
$p=0{,}98\cdot 0{,}98 = 0{,}9604.$

Ответ: 0,9604.

Задача 52. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 4 часа.

Решение:
На циферблате между десятью часами и четырьмя часами шесть часовых деления. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна:

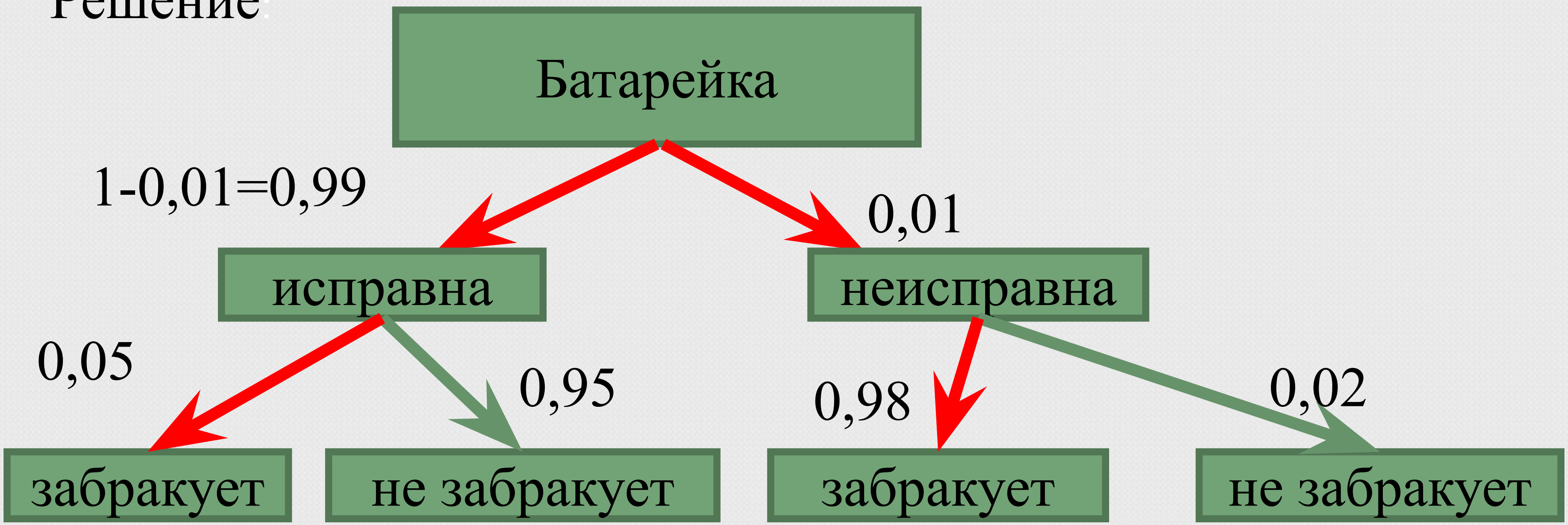


$$p = \frac{6}{12} = 0{,}5.$$

Ответ: 0,5.

Задача 53. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение:



Вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля равна

$$p = 0{,}99 \cdot 0{,}05 + 0{,}01 \cdot 0{,}98 = 0{,}0495 + 0{,}0098 = 0{,}0593.$$

Ответ: 0,0593

Если события происходят одновременно - произведение вероятностей, если может произойти только одно событие из нескольких - сумма вероятностей.

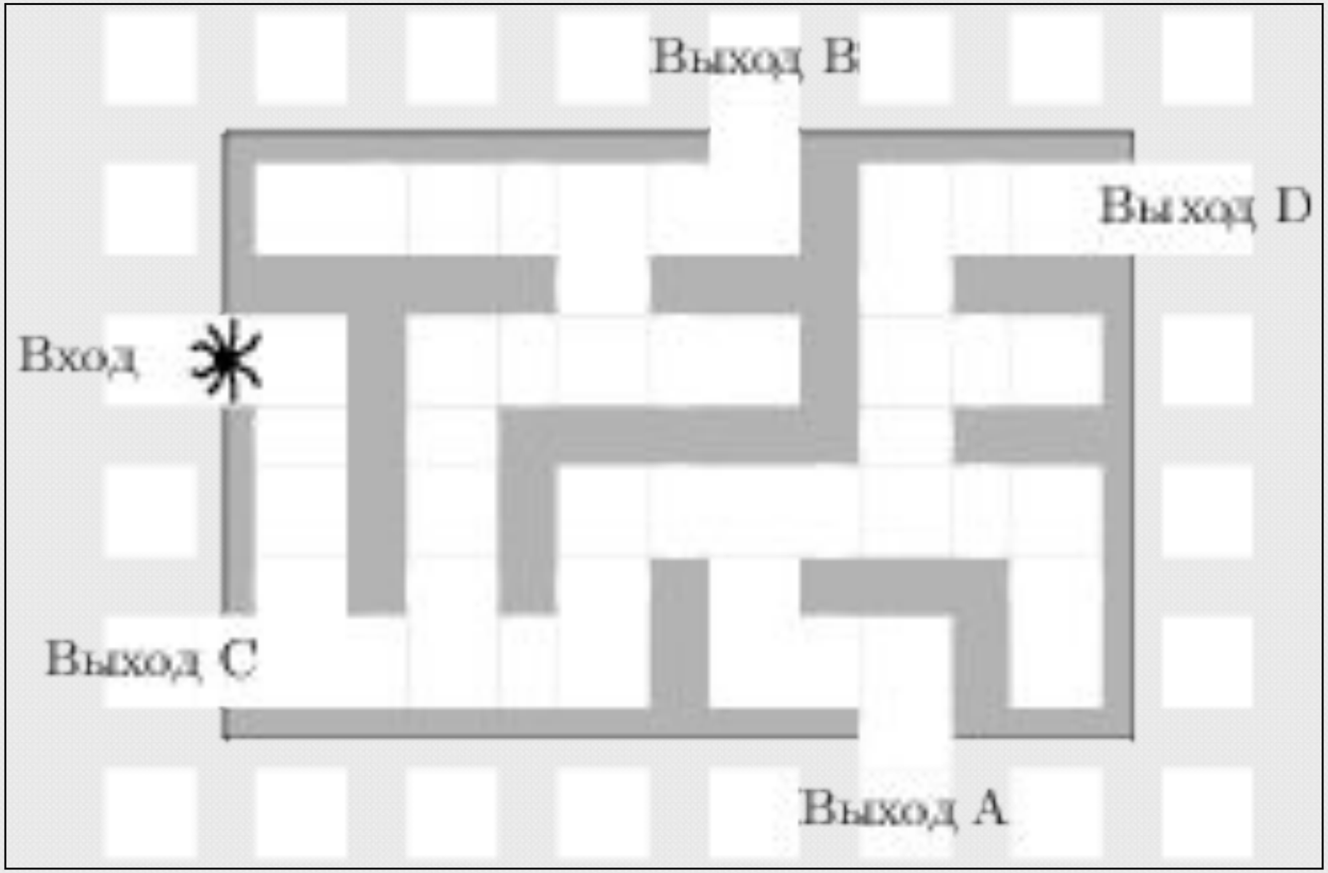
Возможны 2 ситуации:

1. Батарейка будет исправной (вероятность 1-0,01 = 0,99) и она будет забракована (вероятность 0,05): $P_1 = 0,99 \cdot 0,05 = 0,0495$.

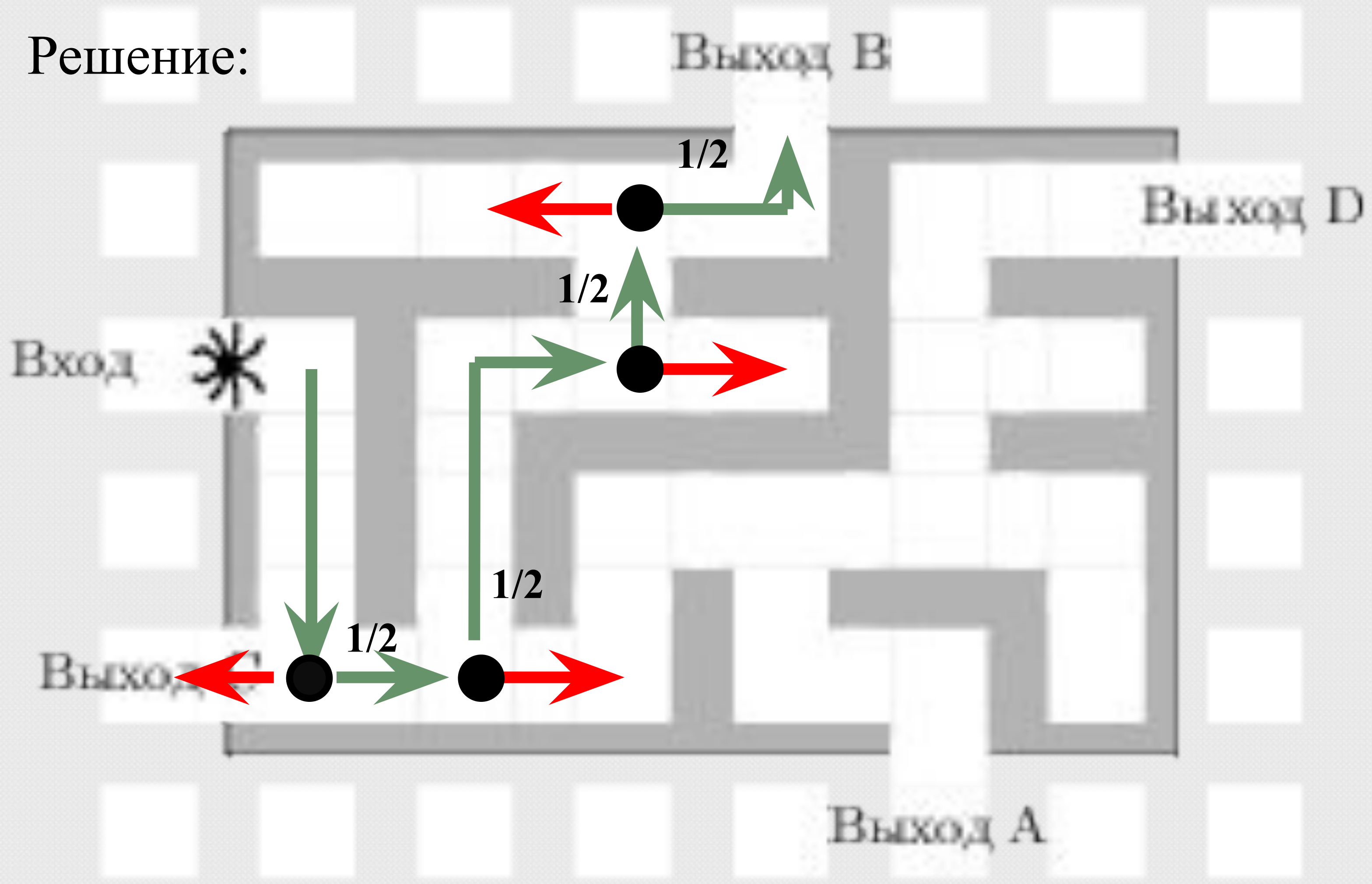
2. Батарейка будет неисправной (вероятность 0,01) и она будет забракована (0,99): $P_2 = 0,01 \cdot 0,98 = 0,0098$.

Общая вероятность $P = P_1 + P_2 = 0,0495 + 0,0098 = 0,0593$.

Задача 54. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу



Решение:



$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = \frac{1}{2};\; P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0{,}0625.$$

Ответ: 0,0625.

интернет-ресурсов и литература

1. ЕГЭ 2012. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко.− М.: МЦНМО, 2012. − 48 с
2. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс:учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни/[Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др.]; под ред. А. Б. Жижченко. – М. : Просвещение,2010.-336 с.
3. Изучение алгебры и начал математического анализа в 11 классе: кн. Для учителя/ Н. Е. Федорова, М. В. Ткачева. – М.: Просвещение,2010.-159 с.
4. http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?posMask=512
5. Липлянская Т.Г. Подготовка к ЕГЭ. В10. Решение задач по теории вероятности.
6. http://ege-study.ru
7. http://shpargalkaege.ru/b10resh/b1046/b1046.html 8
8. http://mysait5.ucoz.ru/forum/20-114-1-решение задач на форуме Валиевой Сарии Зиннатулловны
9. http://www.mathnet.spb.ru/rege.php?proto=319353
10. http://www.alexlarin.comhttp://mytutor.spb.ru/math_material/b10_solution
11. Семёнова Елена Юрьевна Решение заданий В10 по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике 2013 года МБОУ СОШ №5 – «Школа здоровья и развития» г. Радужный

12. http://images.yandex.ru/yandsearch?source=wiz&text=%D1%87%D0%B0%D1%81%D1%8B&noreask=1&img_url=http%3A%2F%2Fis.adlabs-retail.ru%2Fimages%2Fo%2F175%2F4673647_8404.jpg&pos=6&rpt=simage&lr=47