

Процессы и аппараты химической технологии

3 лекция



Гидродинамика

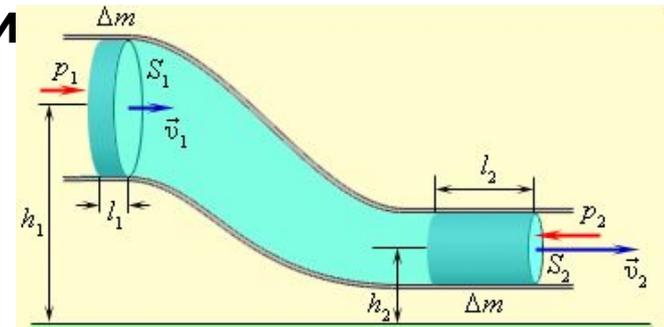
Гидродинамика движение идеальных и реальных жидкостей и газа.

Разность давлений - движущая сила при течении жидкостей.

Внутренняя

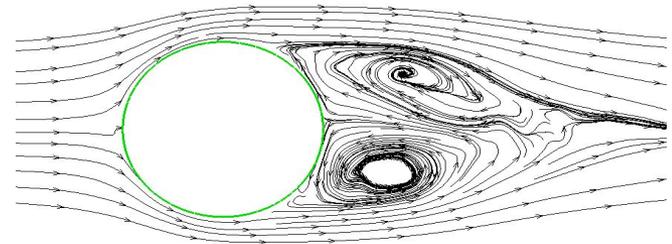
Задачи гидродинамики

- Анализ движения жидкости внутри труб и каналов



Внешняя

- Закономерности обтекания жидкостями различных тел (перемешивание, осаждение и др.)



Основные характеристики движения жидкостей

Скорость и расход

Количество жидкости, протекающей через поперечное сечение потока в единицу времени, называют **расходом жидкости**:

- **Объемный** расход – единицы объема в единицу времени (л/сек, м³/ч и др.)
- **Массовый** расход – единицы массы в единицу времени (кг/сек, т/ч и др.)

Средняя скорость – отношение объемного расхода к площади живого сечения потока

$$w = \frac{Q}{S}$$

Объемный и массовый расходы соответственно:

$$Q = Sw$$
$$M = \rho Sw$$

ρw – **массовая скорость жидкости** W , [кг/(м³сек)]

Гидравлический радиус

При движении жидкости через сечение любой формы, отличной от круглой, в расчетах используют **гидравлический радиус** или **эквивалентный диаметр**.

Гидравлический радиус определяется как отношение площади затопленного сечения трубопровода (живого сечения потока) к смоченному периметру:

$$r_{\Gamma} = \frac{S}{\Pi}$$

Эквивалентный диаметр – диаметр, выраженный через гидравлический радиус:

$$d = d_{\text{эГ}} = 4r_{\Gamma}$$

Эквивалентный диаметр равен диаметру гипотетического трубопровода круглого сечения, для которого отношение площади S к смоченному периметру Π то же, что и для данного трубопровода некруглого сечения.

Типы потоков

- **Установившийся (стационарный) поток** – в каждой точке пространства скорость, плотность, температура, давление и другие параметры потока не изменяются во времени.

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = 0$$

- **Неустановившийся поток** – вышеуказанные параметры потока изменяются с течением времени.

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} \neq 0$$

Примеры?

Режимы движения жидкости

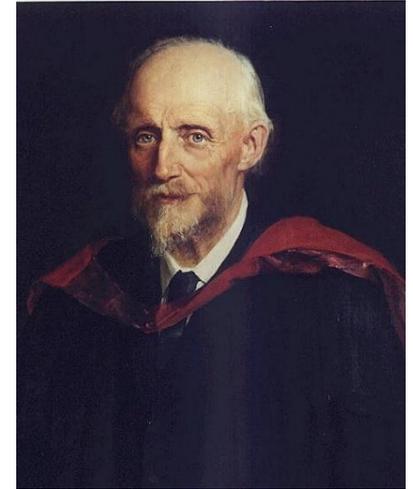
- **Ламинарный** (струйчатый) режим – движение потока, в котором все частицы движутся по параллельным траекториям ($Re < 2320$).
- **Турбулентный** режим – движение частиц потока происходит по запутанным, хаотическим траекториям ($Re > 10000$).

Опыт Рейнольдса

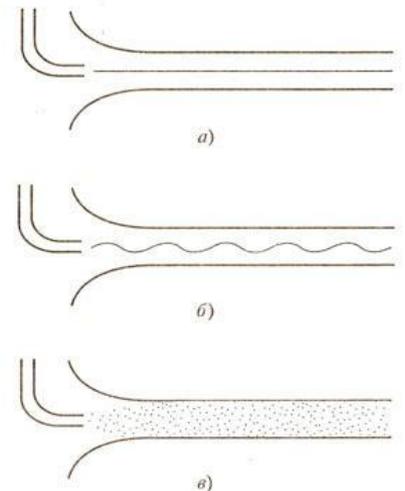
- чем больше массовая скорость жидкости и диаметр трубы и меньше вязкость жидкости, тем легче переход от ламинарного режима к турбулентному.

Критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{wd}{\nu}$$
$$Re_{кр} = 2320$$



Осборн Рейнольдс
1842-1912



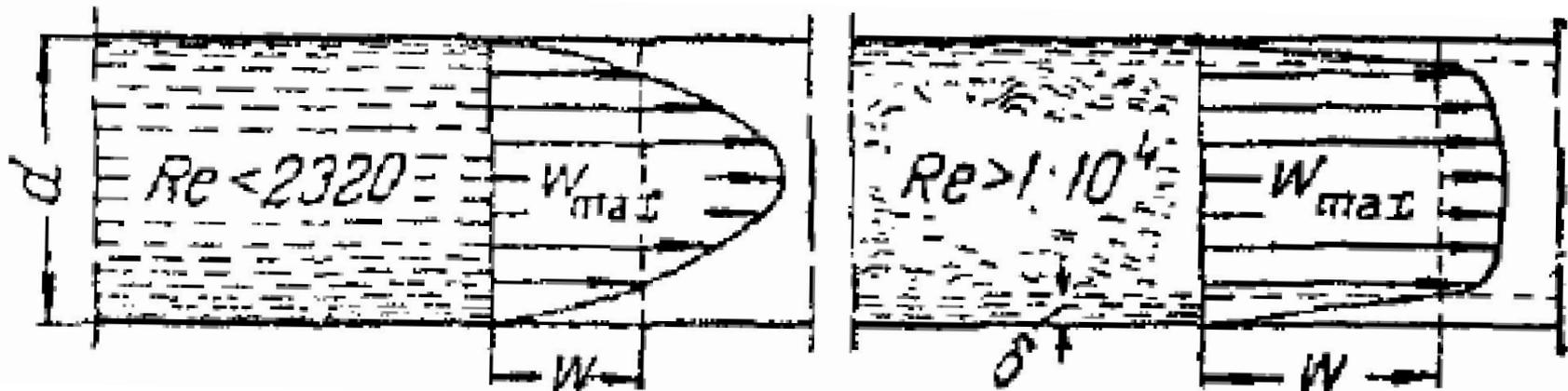
Ламинарный и турбулентный потоки

При ламинарном движении:

- Распределение скоростей в сечении трубопровода параболическое (закон Стокса).
- Средняя скорость равна половине скорости по оси трубы.

При турбулентном движении:

- Ядро потока – область, где движение является развитым турбулентным
- Гидродинамический пограничный слой, где происходит переход турбулентного движения в ламинарное



Уравнение неразрывности потока

Пусть w_x - составляющая скорости потока на левой грани параллелепипеда ($dS = dxdy$)

Масса жидкости, входящая в параллелепипед через левую грань за время $d\tau$:

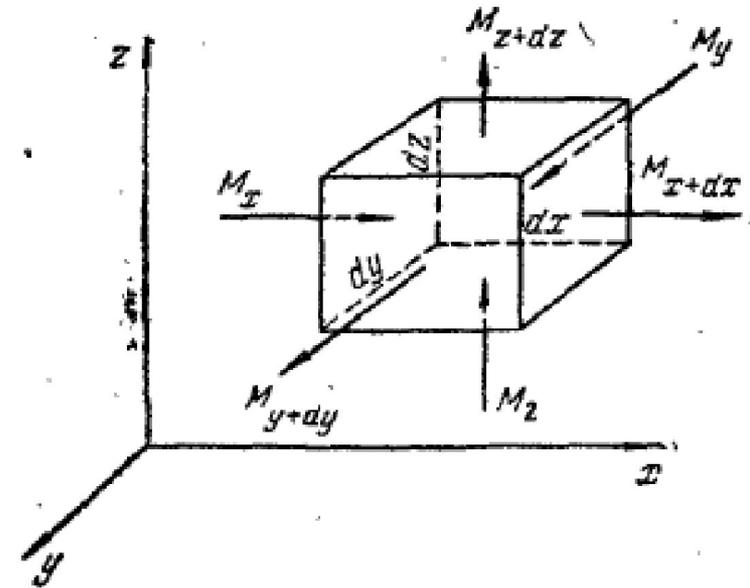
$$M_x = \rho w_x dydzd\tau$$

Масса жидкости, выходящая из параллелепипеда через правую грань за время $d\tau$:

$$\begin{aligned} M_{x+dx} &= \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \right) \left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx \right) dydzd\tau \\ &= \left(\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx \right) dydzd\tau \end{aligned}$$

Приращение массы:

$$dM_x = M_x - M_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dxdydzd\tau$$



Уравнение неразрывности потока

Аналогично для осей y и z :

Приращение массы:

$$dM_y = -\frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} dy dx dz d\tau; \quad dM_z = -\frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} dz dx dy d\tau$$

Тогда общее приращение массы в параллелепипеде:

$$dM = -\left(\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z}\right) dz dx dy d\tau$$

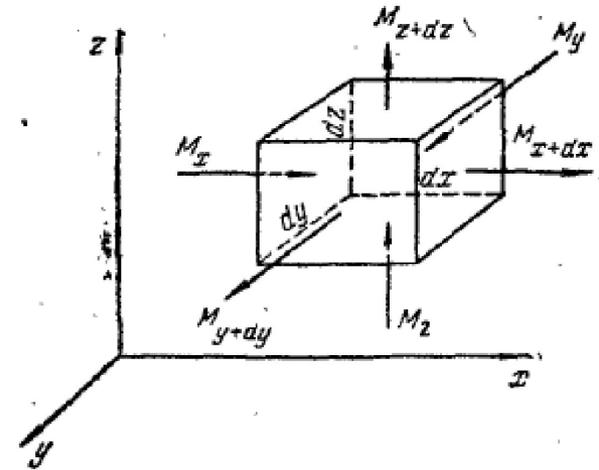
НО! изменение массы возможно только при изменении плотности:

$$dM = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dx dy dz d\tau$$

В итоге:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0$$

Дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося движения сжимаемой жидкости.



Уравнение неразрывности потока

Если поток установившийся ($\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$):

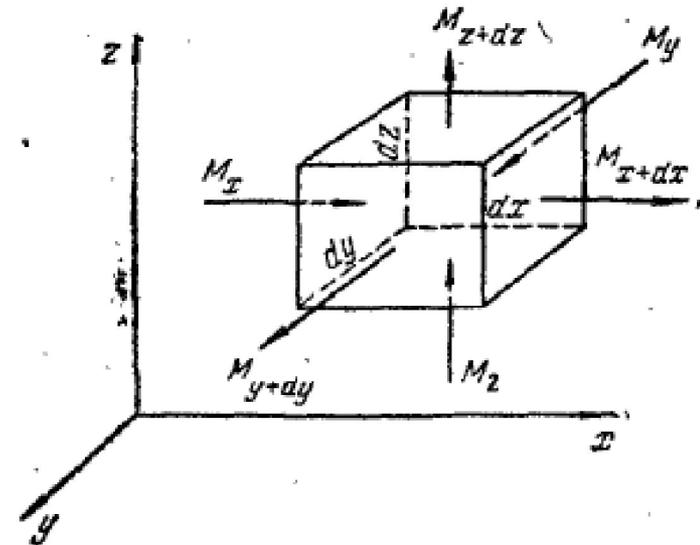
$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0$$

Если жидкость несжимаема ($\rho = \text{const}$):

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

Дифференциальное уравнение неразрывности потока для установившегося движения несжимаемой жидкости

Можно также записать как:
 $\text{div } w = 0$



Уравнение неразрывности потока

Если площадь сечения трубопровода постоянна, то для установившегося однонаправленного движения:

$$\rho w = const$$

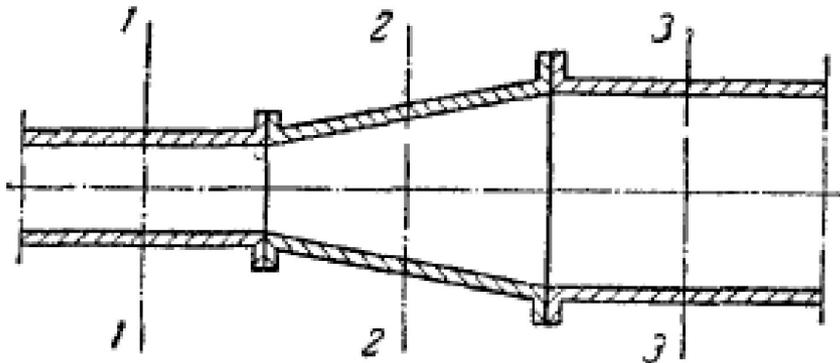
Если сечение меняется:

$$\rho w S = const$$

$$\rho_1 w_1 S_1 = \rho_2 w_2 S_2 = \rho_3 w_3 S_3$$
$$M_1 = M_2 = M_3$$

Интегральное уравнение неразрывности (уравнение постоянства расхода)

При установившемся движении жидкости, полностью заполняющей трубопровод, через каждое его поперечное сечение в единицу времени проходит одна и та же масса жидкости.



Важно:

- Скорость обратно пропорциональна площади сечения;
- Расчет матбаланса.

Дифференциальные уравнение движения Эйлера

Рассмотрим элементарный параллелепипед в установившемся потоке идеальной жидкости. Проведем аналогичные действия как при выводе уравнений равновесия Эйлера:

Проекции сил на оси x, y, z :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dy dx dz$$

$$-\left(\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}\right) dz dy dx$$

! Сумма проекций сил, действующих на движущийся элементарный объем жидкости, равна произведению массы жидкости на ее ускорение.

Дифференциальные уравнение движения Эйлера

Масса:

$$dm = \rho dV = \rho dx dy dz$$

Проекция ускорения на i ось:

$$\frac{dw_i}{d\tau}$$

В итоге после всех подстановок и сокращений:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} &= -g \rho - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \text{ где } \left. \begin{aligned} \frac{dw_x}{d\tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_y}{d\tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_z}{d\tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z \end{aligned} \right\}$$

Дифференциальные уравнение движения Эйлера

$$\bullet \left. \begin{aligned} \rho \frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} &= -g \rho - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \text{ где } \left. \begin{aligned} \frac{dw_x}{d\tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_y}{d\tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_z}{d\tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z \end{aligned} \right\}$$

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Эйлера для установившегося и **неустановившегося** потока.