Федеральное агентство по образованию
Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА

С.Н. Охулков

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Кафедра “Теоретическая и общая электротехника”

Для студентов электротехнических специальностей всех форм обучения


Автозаводская высшая школа управления и технологий
Очная и заочная форма обучения
- Автомобили и автомобильное хозяйство
- Автомобиле- и тракторостроение
- Технология машиностроения
г. Нижний Новгород, ул. Лескова, 68, т. (831) 256-02-10

Тема 3

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК И ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Воз

в электр ... ют
разл ... х
с

... ии,
... м
... иками

Периодическими называют воздействия, для которых существует отрезок времени T, отвечающий условию периодичности:

$$x(t) = x(t + nT)$$

где n = ±1, ±2, …

Физически такие процессы происходить не могут, поскольку предполагается, что они не имеют ни начала, ни конца во времени. Однако использование идеализированных периодических воздействий значительно упрощает исследование процессов в электрических цепях, поэтому они широко применяются в задачах анализа и синтеза электрических цепей.

Основным видом периодических воздействий являются *гармонические колебания*.

Гармонические колебания вырабатываются в промышленных электрогенераторах, и возникают при самовозбуждении электронных устройств.

Гармонические колебания

– это единственные колебания, форма которых не искажается при прохождении через линейные электрические цепи.

Любое воздействие можно представить в виде суммы гармонических колебаний,

поэтому,

знаяреакцию электрической цепи на гармоническое воздействие, можно определить ее реакцию на другие виды воздействий

Так как основными величинами, характеризующими состояние электрической цепи, являются электрические напряжение и ток,

гармонические колебания представляют собой синусоидальные или косинусоидальные функции напряжения или тока, аргументом которых является время (см. график):

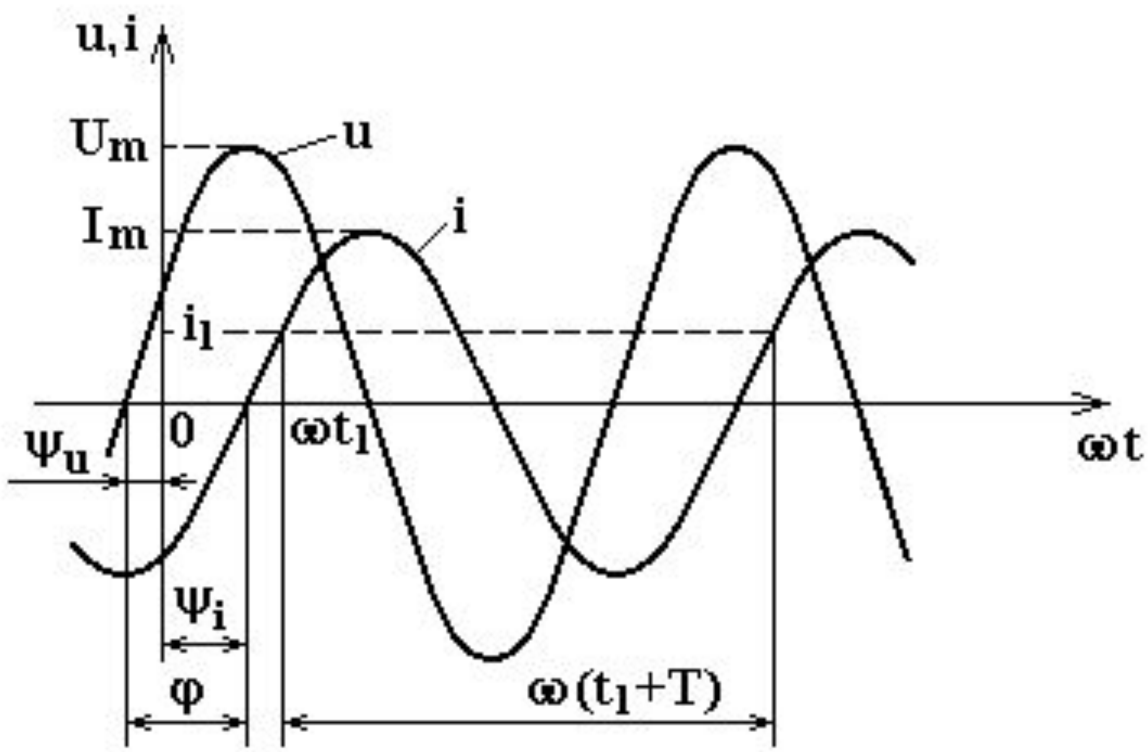
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

где u, I – мгновенные значения напряжения и тока в рассматриваемый момент времени t,

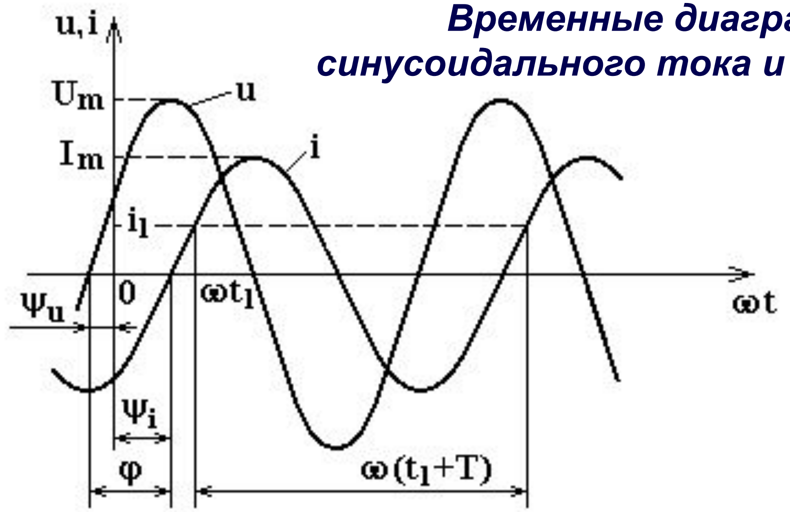
например, для t = t1 ток

$$i_1 = I_m \sin(\omega t_1 + \psi_i)$$

Временные диаграммы синусоидального тока и напряжения



Временные диаграммы синусоидального тока и напряжения



Период T, с – промежуток времени, по истечении которого синусоидальный ток (напряжение, ЭДС) принимает одно и то же значение:

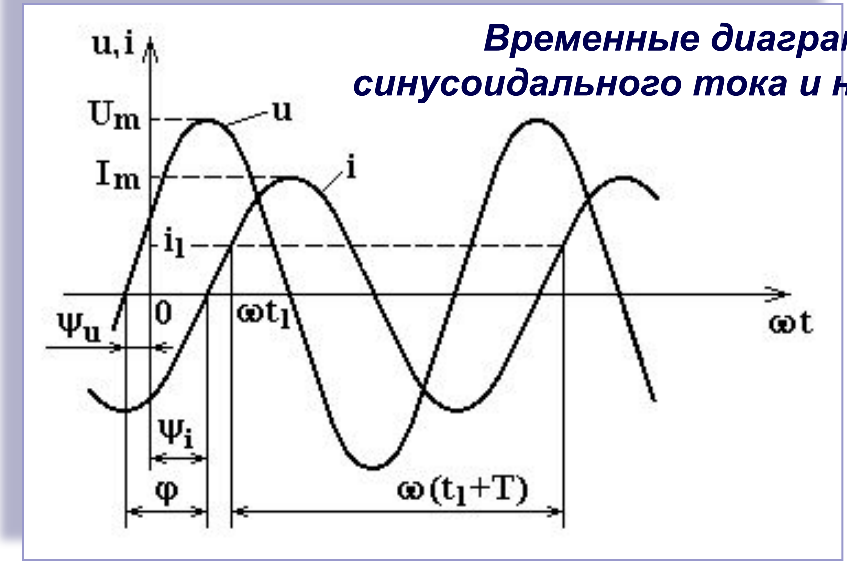
$$i_1 = I_m \sin(\omega t_1 + \psi_i) = I_m \sin(\omega(t_1 + nT) + \psi_i)$$

где n – целое число.

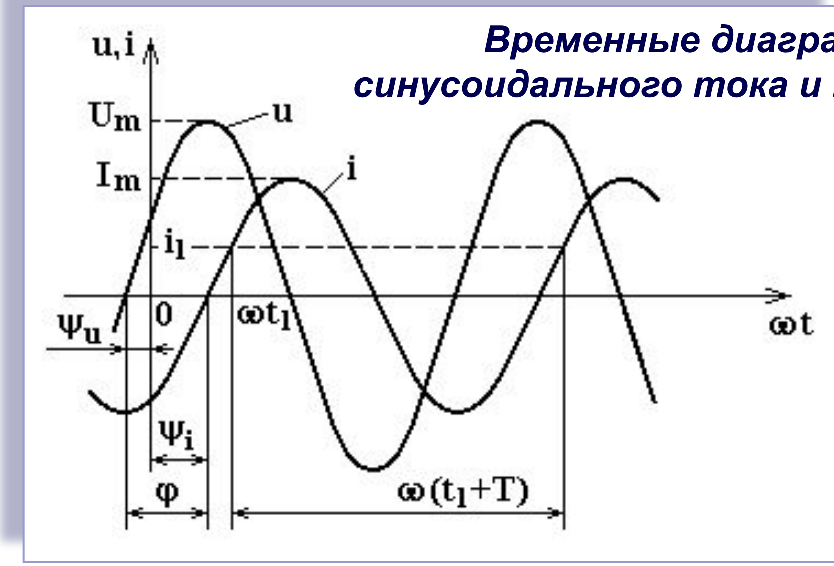
Частота f, Гц – число полных изменений периодической величины в течение одной секунды:

$$f = 1/T$$

где n – целое число.



Амплитуда (Im, Um, Em) – наибольшее значение синусоидальной величины.

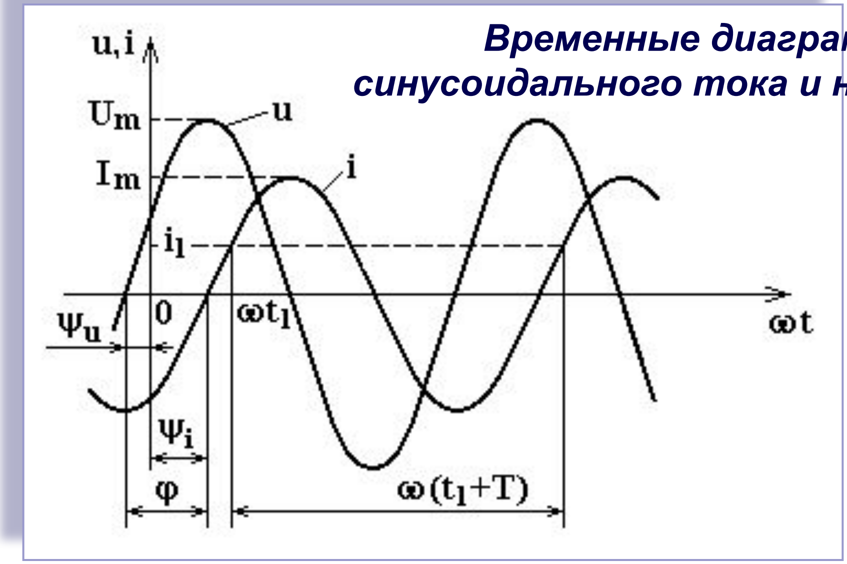


Фаза (полная фаза) α, рад – аргумент синусоидальной величины, например, для тока:

$$\alpha = (\omega t + \psi_i)\ ,$$

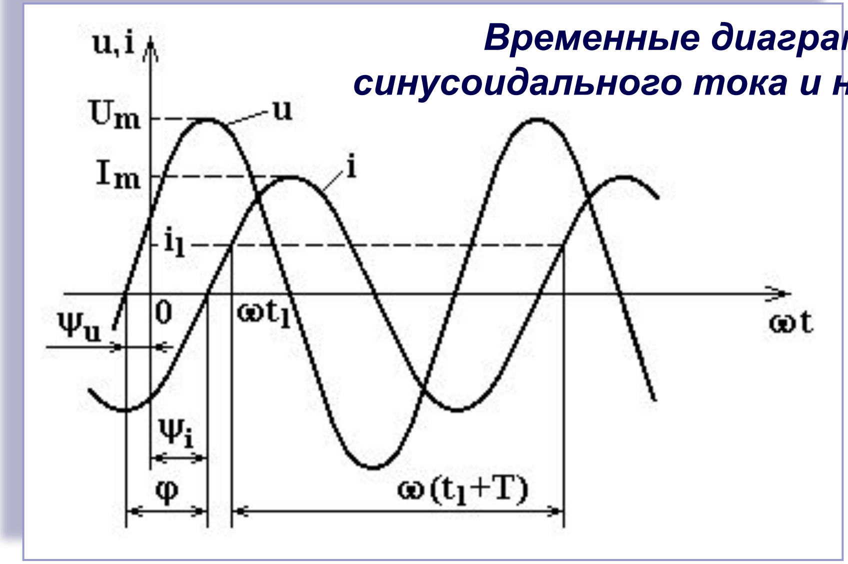
$$i = I_m \sin\alpha$$

Начальная фаза ψ, рад – значение фазы в момент времени t = 0.



Угловая частота ω, рад/с – скорость изменения фазы:

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$$



Сдвиг фаз φ, рад – разность фаз двух синусоидальных величин. Например, сдвиг фаз между напряжением и током:

$$\varphi_0 = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i$$

**Действующие значения
периодических тока, напряжения и ЭДС –
это среднеквадратичные этих величин за время,
равное одному периоду.**

Например, действующее значение переменного напряжения:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U^2(t)\,dt}$$

Для синусоидальных токов, напряжений и ЭДС справедливы соотношения:

$$I = I_m / \sqrt{2}$$

$$U = U_m / \sqrt{2}$$

$$E = E_m / \sqrt{2}$$

Действующие значения тока, напряжения и ЭДС не зависят от времени и являются эквивалентными некоторым постоянным току I, напряжению U и ЭДС E, которые производят в электрической цепи такую же работу, что и переменные ток i, напряжение u и ЭДС e за одинаковый промежуток времени.

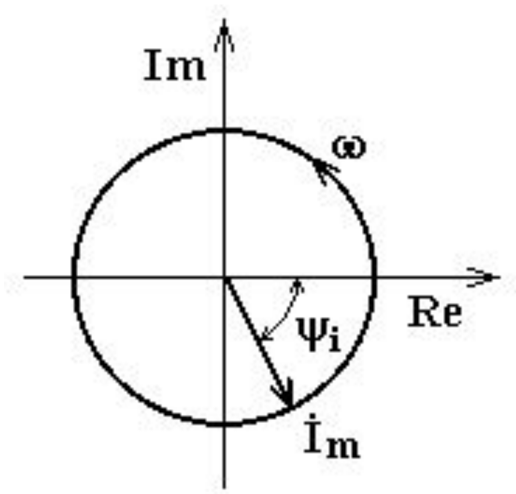
Для упрощения расчетов электрических цепей при гармонических воздействиях используется комплексное представление гармонического колебания.

По формуле Эйлера:

$$\boxed{e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha}$$

где $j = \sqrt{-1}$

Гармоническое колебание



$$i = I_m \sin\alpha$$

с использованием формулы Эйлера можно записать в виде:

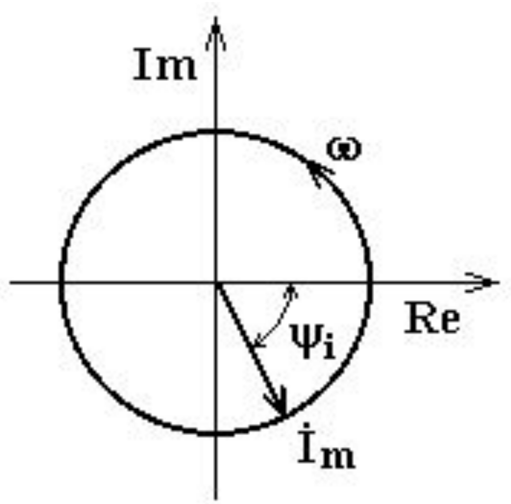
$$i(t) = I_m \,\mathrm{Im}\left\{e^{j\alpha}\right\} = I_m \,\mathrm{Im}\left\{e^{j(\omega t + \psi_i)}\right\} = \mathrm{Im}\left\{I_m e^{j\psi_1} e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Im}\left\{\dot{I}_m e^{j\omega t}\right\}$$

то есть, синусоидальный ток равен проекции на ось мнимых

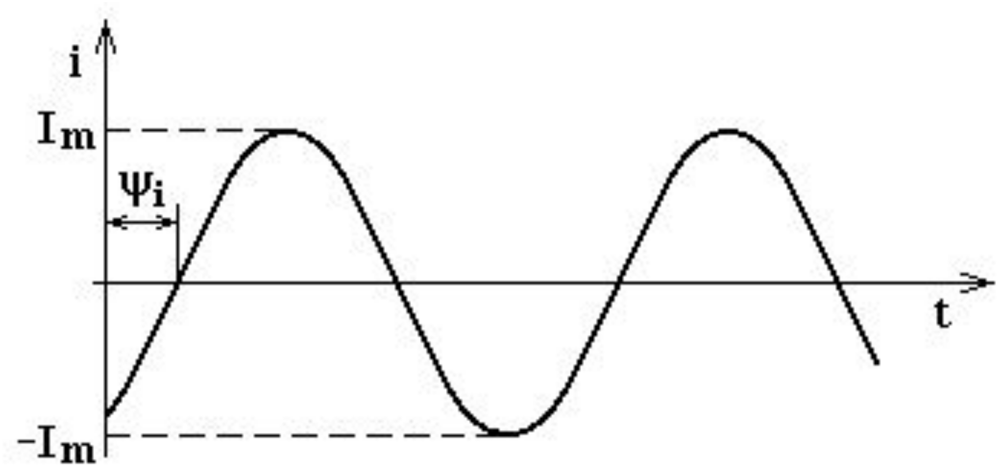
чисел вращающегося с угловой скоростью ω вектора

см. график ⇒

Векторная диаграмма (а) и мгновенное значение (б) синусоидального тока



а)



б)

Таким образом, синусоидальному току i (оригиналу) может быть поставлено в соответствие комплексное число $\dot{I}_m e^{j\psi_i}$ (изображение).

Комплексное число

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$$

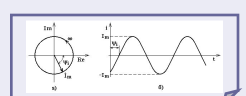
называется комплексной амплитудой синусоидального тока.

Комплексная амплитуда содержит информацию
о двух важнейших параметрах синусоидального тока –

об амплитуде I_m

и о начальной фазе ψ_I

см. график ⇒



Комплексным действующим током называется комплексное число

$$\dot{I} = \dot{I}_m / \sqrt{2} = Ie^{j\psi_i}$$

Аналогичные преобразования могут быть выполнены для синусоидальных напряжений и ЭДС.

Комплексные амплитуды и комплексные действующие напряжения и ЭДС при этом соответственно равны:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_m / \sqrt{2}$$

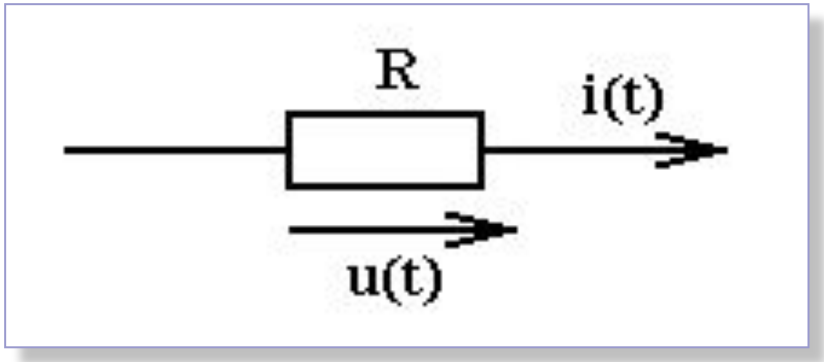
$$\dot{E}_m = E_m e^{j\psi_e}$$

$$\dot{E} = \dot{E}_m / \sqrt{2}$$

Используя комплексный метод можно перейти от решения системы интегро-дифференциальных уравнений действительных функций времени к решению системы алгебраических уравнений с комплексными токами, напряжениями и ЭДС.

Рассмотрим математические модели идеализированных элементов электрических цепей в комплексной форме.

Активное сопротивление R

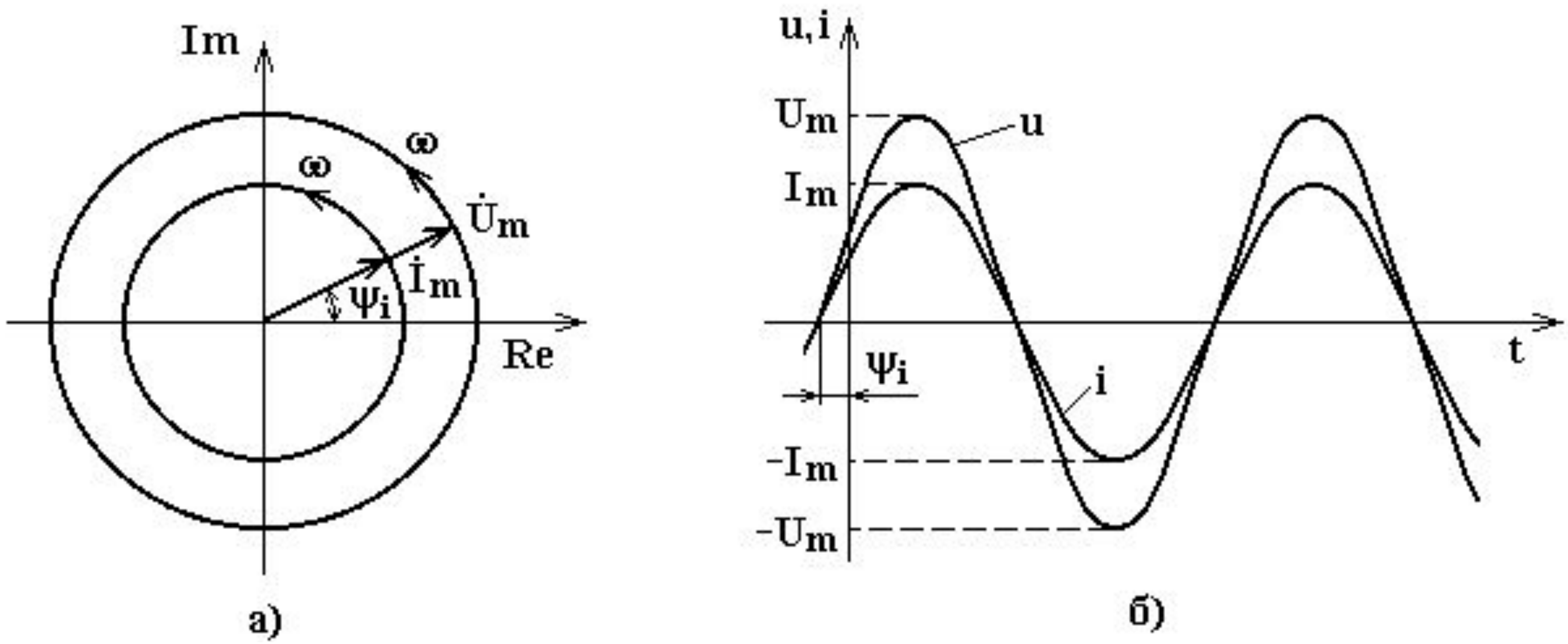


Закон Ома для активного сопротивления в комплексной форме:

$$\dot{U}_m = R\dot{I}_m$$

$$\dot{U} = R\dot{I}$$

Из вышеуказанных формул следует, что начальные фазы напряжения и тока через активное сопротивление совпадают, и форма напряжения на резисторе совпадает с формой тока.



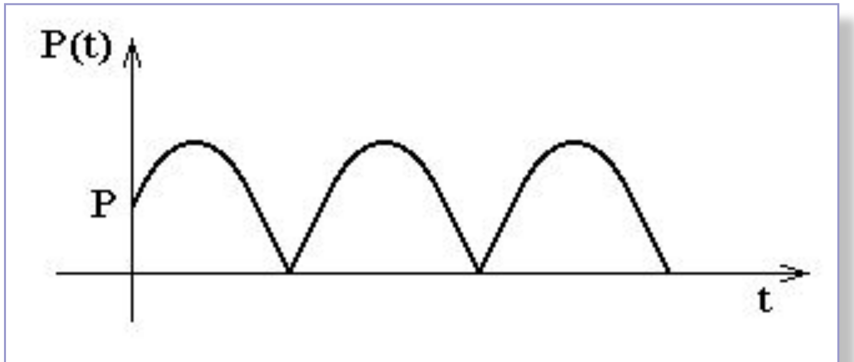
Векторная диаграмма (а), мгновенные значения синусоидального тока и напряжения (б) на активном сопротивлении

При использовании проводимости активного сопротивления G = 1/R закон Ома имеет вид:

$$I_m = GU_m$$

Мгновенная мощность, потребляемая активным сопротивлением:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$



Очевидно, что мощность, потребляемая активным сопротивлением, имеет постоянную составляющую, характеризующую необратимое преобразование электрической энергии в другие виды энергии.

Эта мощность называется *активной* и измеряется в ваттах (Вт).

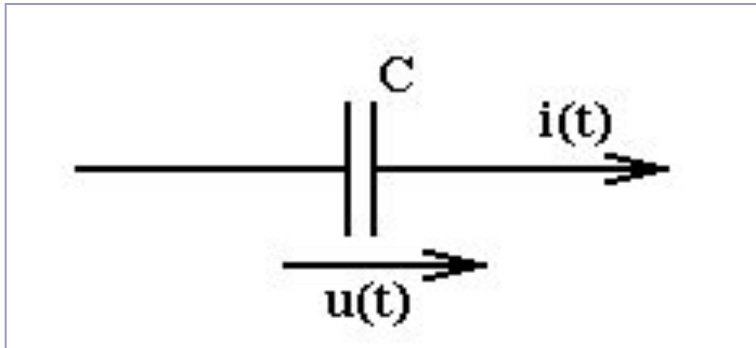
В соответствии с формулами

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U^2(t)dt} \quad \text{и} \quad I = I_m/\sqrt{2}, \quad U = U_m/\sqrt{2}, \quad E = E_m/\sqrt{2}$$

активная мощность

$$\boxed{P = U \cdot I}$$

Электрическая емкость С



Используя математическую модель емкости

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$

и представляя напряжение в комплексной форме

$$u(t) = \mathrm{Im}\left\{\dot{U}_m e^{j\omega t}\right\}$$

получим:

$$\boxed{i(t) = \mathrm{Im}\left\{j\omega C \dot{U}_m e^{j\omega t}\right\}}$$

В этом выражении

$$i(t) = \mathrm{Im}\left\{ j\omega C\dot{U}_m e^{j\omega t} \right\}$$

все сомножители, расположенные перед экспонентой, дают комплексную амплитуду тока через емкость:

$$\boxed{\dot{I}_m = j\omega C\dot{U}_m}$$

Это уравнение называют

законом Ома для емкости в комплексной форме

Используя понятие проводимости, величину

$$\dot{B}_C = j\omega C$$

назовем

реактивной комплексной

проводимостью

Реактивное комплексное сопротивление емкости:

$$\dot{X}_C = 1/\dot{B}_C = 1/j\omega C$$

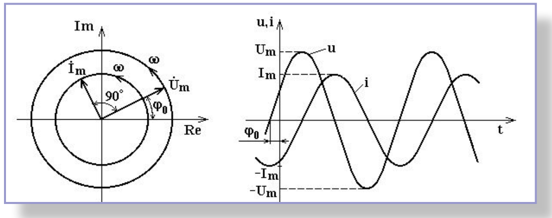
Напряжение на емкости:

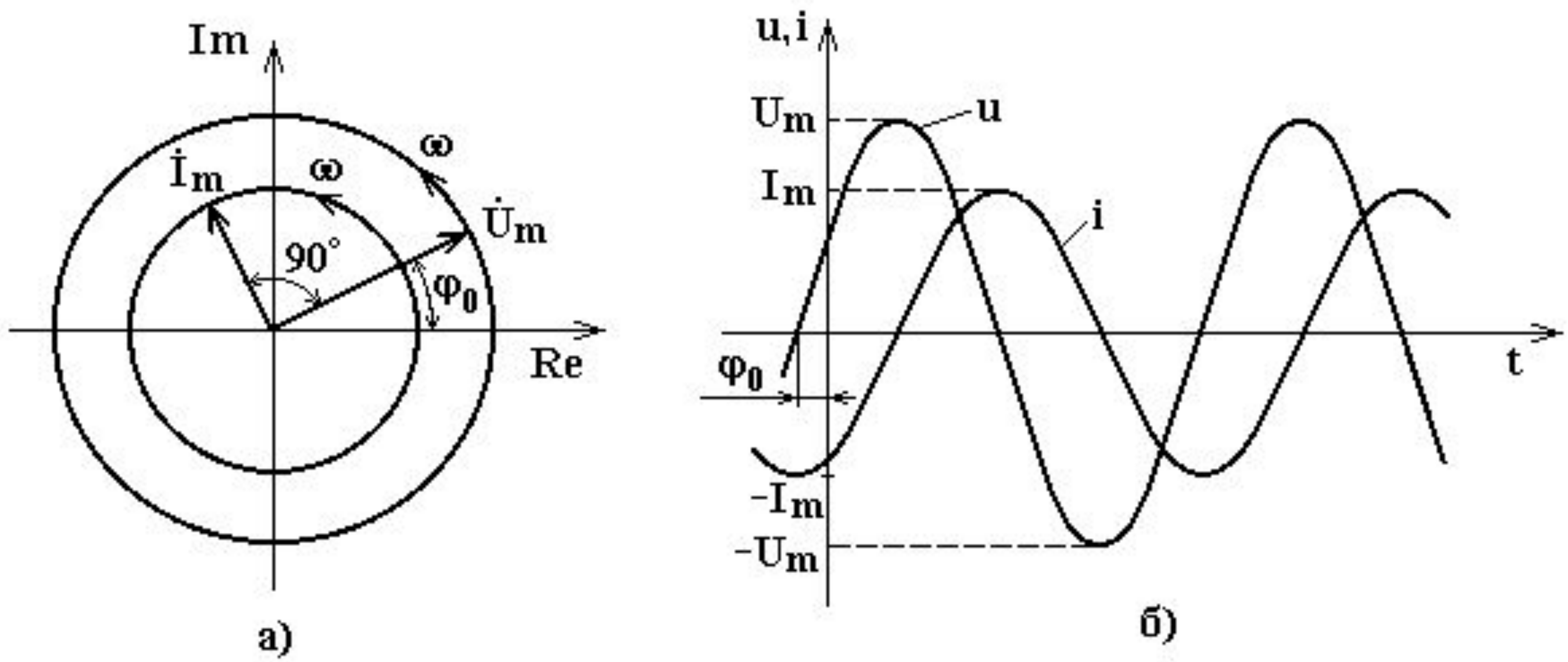
$$\dot{U}_m = \dot{X}_C \dot{I}_m = (1/j\omega C)\cdot \dot{I}_m = -(j/\omega C)\cdot \dot{I}_m$$

Из этой формулы следует,
что ток через емкость
опережает напряжение на емкости на 90°.

Напряжение и ток имеют синусоидальную форму.

см. график ⇒





Векторная диаграмма (а), мгновенные значения синусоидального тока и напряжения (б) на электрической емкости

Мгновенная мощность в электрической емкости:

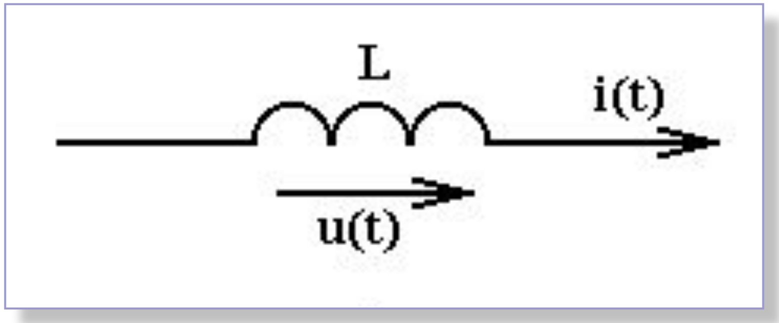
$$q(t) = u(t) \cdot i(t)$$

может быть положительной и отрицательной и характеризует интенсивность колебательного обмена электрической энергией между емкостью и источником без ее преобразования.

Эта мощность называется ***реактивной***.
Единица измерения, ***вольт-ампер реактивный*** (В·Ар), определяется по формуле:

$$Q_C = I^2 X_C = U^2 B_C$$

Индуктивность L



Используя математическую модель индуктивности

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

и представляя ток в комплексной форме

$$i(t) = \mathrm{Im}\left\{\dot{I}_m e^{j\omega t}\right\},$$

получим:

$$\boxed{u(t) = \mathrm{Im}\left\{j\omega L\dot{I}_m e^{j\omega t}\right\}}$$

В этом выражении

$$u(t) = \mathrm{Im}\left\{ j\omega L \dot{I}_m e^{j\omega t} \right\}$$

все сомножители, расположенные перед экспонентой, дают комплексную амплитуду напряжения на индуктивности:

$$\dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m$$

Это уравнение называют

законом Ома для индуктивности в комплексной форме

Используя понятие сопротивления, величину

$$\underline{X}_L = jX_L = j\omega L$$

назовем

реактивным комплексным

сопротивлением

Реактивная комплексная проводимость индуктивности:

$$\dot{B}_L = 1/\dot{X}_L = 1/j\omega L$$

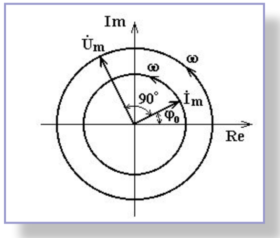
Ток через индуктивность:

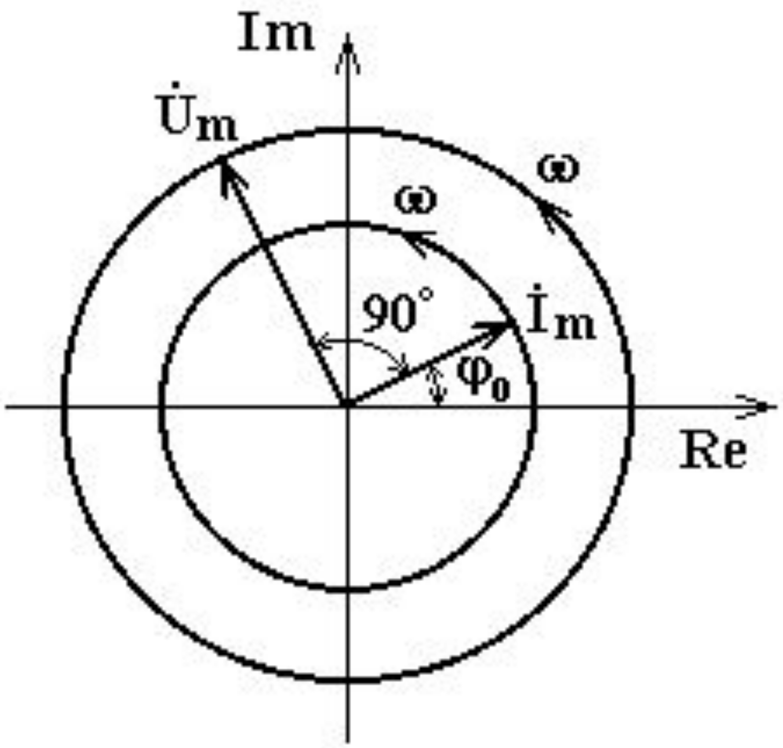
$$\dot{I}_m = \dot{B}_L \dot{U}_m = (1/j\omega L) \cdot \dot{U}_m = -(j/\omega L) \cdot \dot{U}_m$$

Из этой формулы следует,
ток через индуктивность отстает от напряжения на индуктивности на 90°.

Напряжение и ток имеют синусоидальную форму.

см. график ⇒





Векторная диаграмма тока и напряжения на индуктивности

Так же как и емкость, идеальная индуктивность не потребляет активной мощности. Две четверти периода энергия накапливается в ней в виде магнитного поля, две четверти периода в виде электрического поля отдается во внешнюю цепь.

Величина реактивной мощности в индуктивности:

$$Q_L = I^2 X_L = U^2 B_L$$

Рекомендуемая литература

1. Алтунин Б.Ю., Панкова Н.Г. Теоретические основы электротехники: Комплекс учебно - методических материалов: Часть 1 / Б.Ю. Алтунин, Н.Г. Панкова; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-130 с.

2. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника: комплекс учебно-методических материалов: Ч.1/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2007.-98 с.

3. Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника: комплекс учебно-методических материалов: Ч.2/ Б.Ю. Алтунин, А.А. Кралин; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Н.Новгород, 2008.-98 с

4. Касаткин, А.С. Электротехника /А.С. Касаткин, М.В. Немцов.-М.: Энергоатомиздат, 2000.

5. Справочное пособие по основам электротехники и электроники /под. ред. А.В. Нетушила.-М.: Энергоатомиздат, 1995.

6. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники.-3-е изд., перераб. И доп.-М.: Радио и связь, 1990.-512 с.: ил.

7. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника: учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.

Тема 3 Закончена

Благодарю за внимание