

Длина окружности.

Площадь круга.

$$C = 2\pi R,$$

$$C = 2\pi r$$

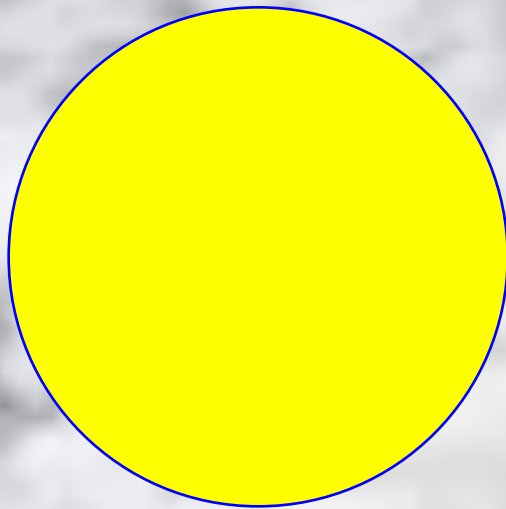


$$S = \pi R^2,$$

$$S = \pi r^2$$

# Геометрия

*Длина окружности  
и  
площадь круга*



# Оглавление :

## §1. Правильные многоугольники

- Правильный многоугольник
- Окружность, описанная около правильного многоугольника
- Окружность вписанная в правильный многоугольник
- Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности
- Построение правильных многоугольников

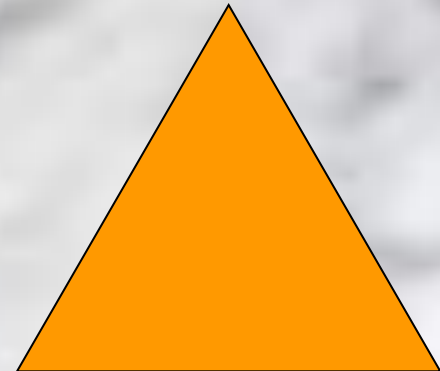
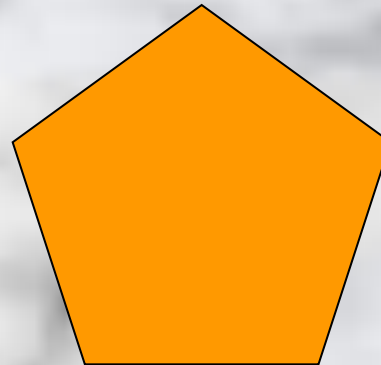
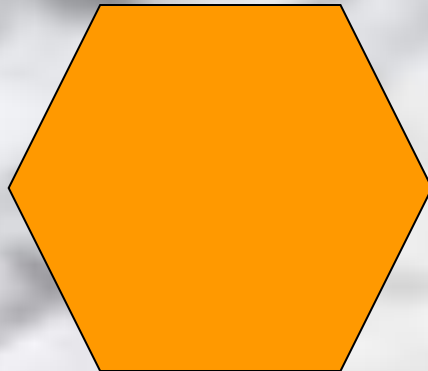
## §2. Длина окружности и площадь круга

- Длина окружности
- Площадь круга
- Площадь кругового сектора

# Правильный многоугольник

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы и все стороны равны

Например:

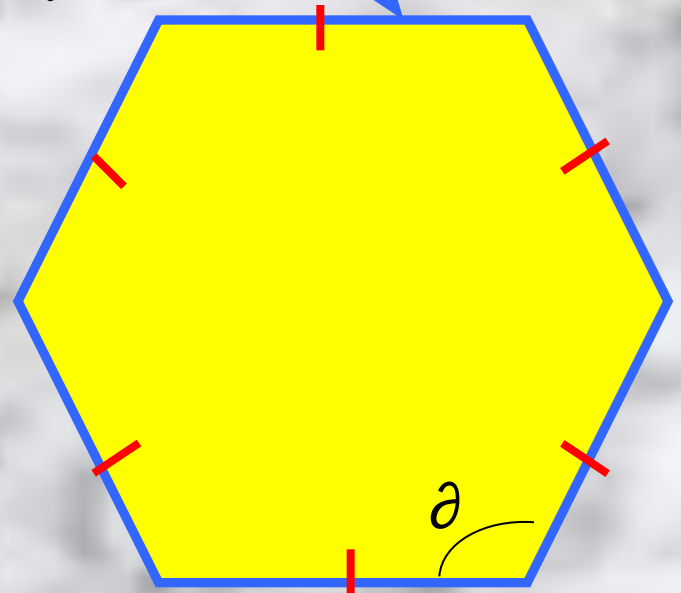


Выведем формулу для вычисления угла

$\vartheta_n$  правильного  $n$ -угольника

Сумма всех углов правильного  $n$ -  
угольника =  $(n - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vartheta = \frac{n - 2}{n} \cdot 180^\circ$$

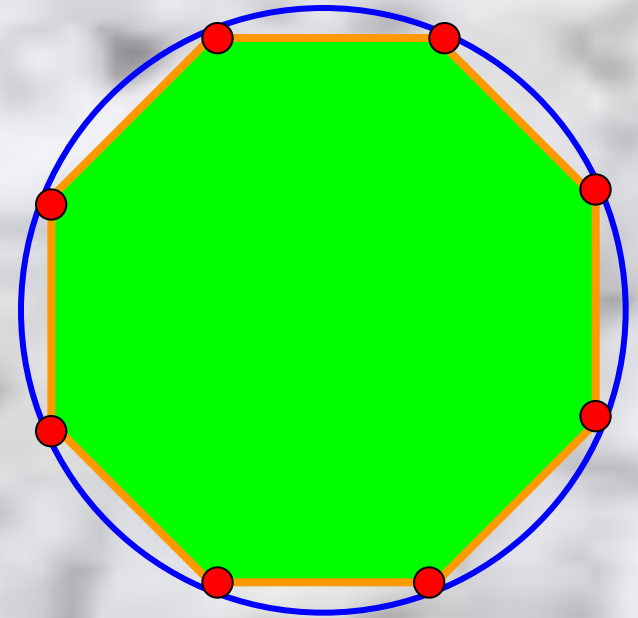


# Окружность описанная около правильного многоугольника

Окружность называется описанной около многоугольника если все вершины этого многоугольника лежат на окружности

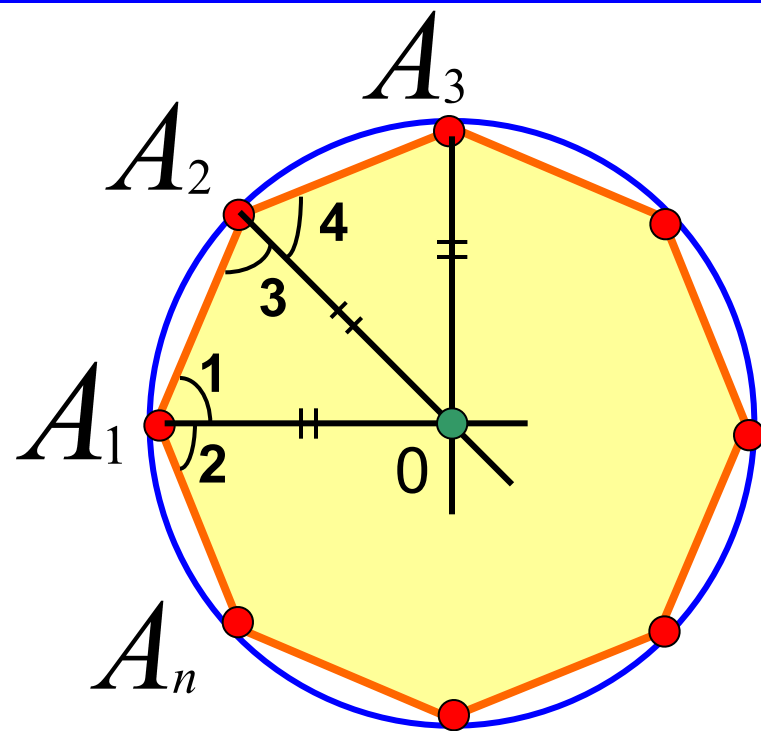
## ТЕОРЕМА:

Возле любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну



# Доказательство:

Пусть:  $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$  -  
правильный многоугольник  
 $O$  - точка пересечения  
биссектрис углов  $A_1$  и  $A_2$



$$\angle A_1 = \angle A_2 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$$

$$\Rightarrow \triangle A_1 A_2 O - p/\delta \Rightarrow O A_1 = O A_2$$

$$\triangle A_1 A_2 O = \triangle A_3 A_2 O \Rightarrow O A_3 = O A_1$$





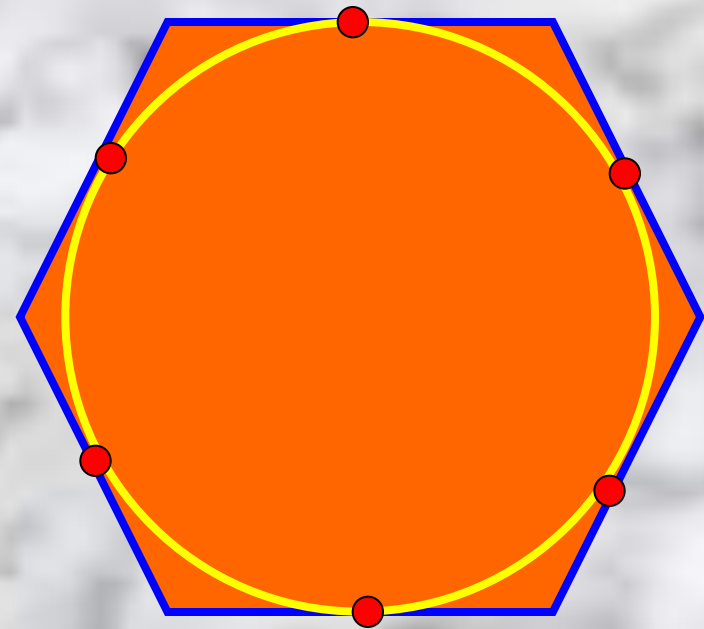


# Окружность, вписанная в правильный многоугольник

Окружность называется вписанной в многоугольник, если все стороны многоугольника касаются этой окружности

## ТЕОРЕМА:

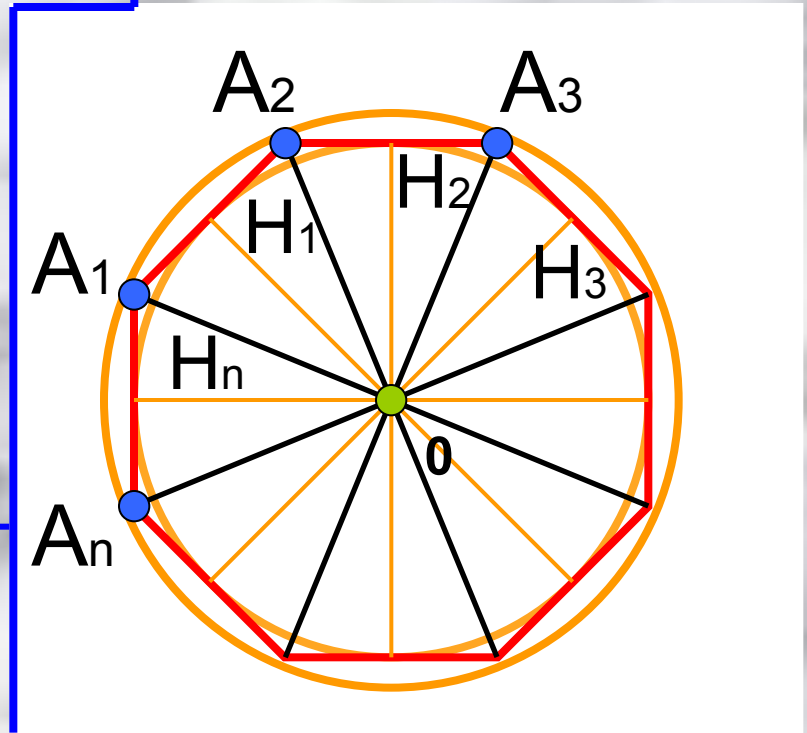
В любой правильный многоугольник можно вписать окружность, и притом только одну



# Доказательство

Пусть  $A_1 A_2 \dots A_n$  -  
правильный  
многоугольник,

$O$  - центр описанной  
окружности



$$\begin{aligned} \triangle O A_1 A_2 &= \triangle O A_2 A_3 = \dots = \\ &= \triangle O A_n A_1 \Rightarrow O H_1 = O H_2 = \dots = O H_n \end{aligned}$$

# СЛЕДСТВИЕ №1

**Центр окружности,  
описанной около  
правильного  
многоугольника,  
совпадает с центром  
окружности, вписанной  
в тот же многоугольник,  
эта точка называется  
центром правильного  
многоугольника**

# СЛЕДСТВИЕ №2

**Окружность, вписанная в  
правильный многоугольник,  
касается сторон  
многоугольника в их  
середицах**



Допустим:  
**Формулы для вычисления**

$S$ - площадь правильного  $n$ -угольника  
**площади правильного**

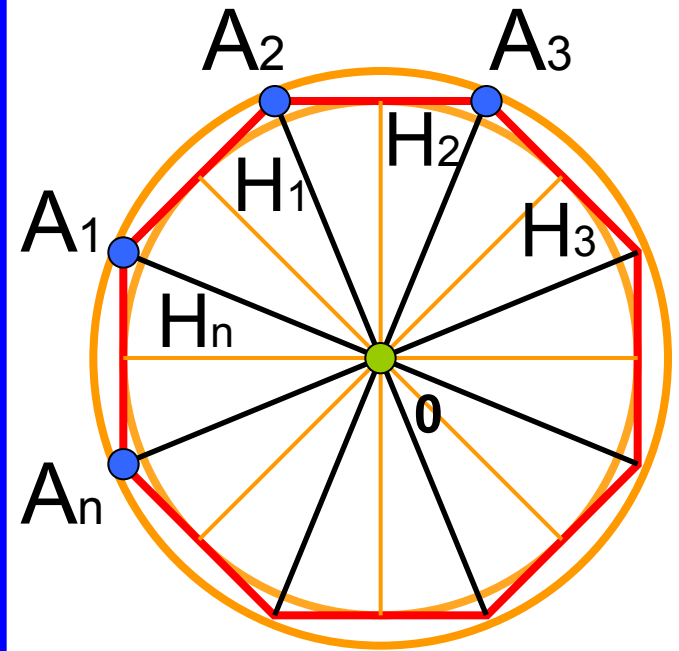
$a_n$ - его сторона

**многоугольника, его**

$P$ - периметр

**радиуса вписанной**

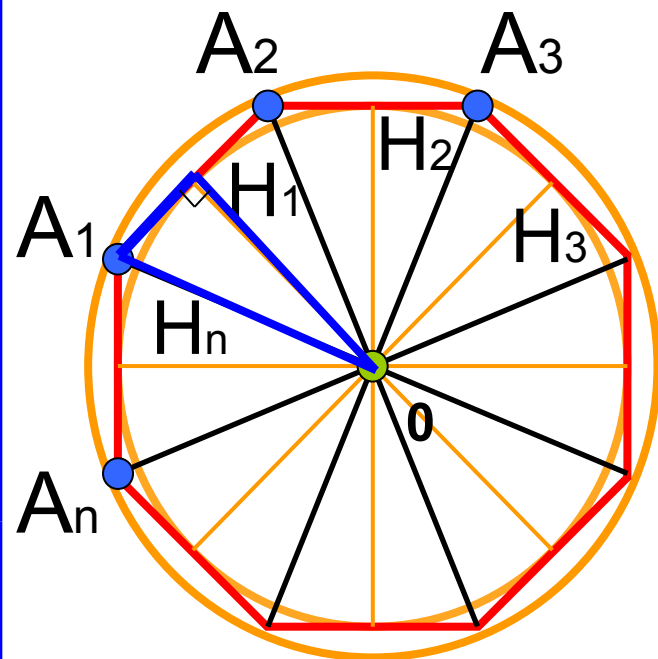
$r$ - радиус вписанной окружности



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a_n r \Rightarrow$$

$$S = n \cdot \frac{1}{2} a_n r = \frac{1}{2} (n a_n) r = \frac{1}{2} P r$$

В прямоугольном  
треугольнике  $A_1H_1O$



$$\angle A_1 = \frac{\alpha_n}{2} = \frac{n-2}{2n} \cdot 180^\circ = 90^\circ - \frac{180^\circ}{n}$$

*Ñëâïâàðàë üîî ,*

$$a_n = 2 A_1 H_1 = 2R \cos\left(90^\circ - \frac{180^\circ}{n}\right) = 2R \sin \frac{180^\circ}{n},$$

$$r = O H_1 = R \sin\left(90^\circ - \frac{180^\circ}{n}\right) = 2R \cos \frac{180^\circ}{n}$$

Если в формуле  $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$  вместо «n»

подставить числа: 3, 4 и 6, то получим выражения для сторон правильного треугольника, квадрата и шестиугольника:

$$a_3 = 2R \sin \frac{180^\circ}{3} = 2R \sin 60^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$a_4 = 2R \sin \frac{180^\circ}{4} = 2R \sin 45^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

$$a_6 = 2R \sin \frac{180^\circ}{6} = 2R \sin 30^\circ = 2R \cdot \frac{1}{2} = R$$



# Построение правильных МНОГОУГОЛЬНИКОВ

**Задача 1:** построить правильный 6-угольник, сторона, которого равна данному отрезку

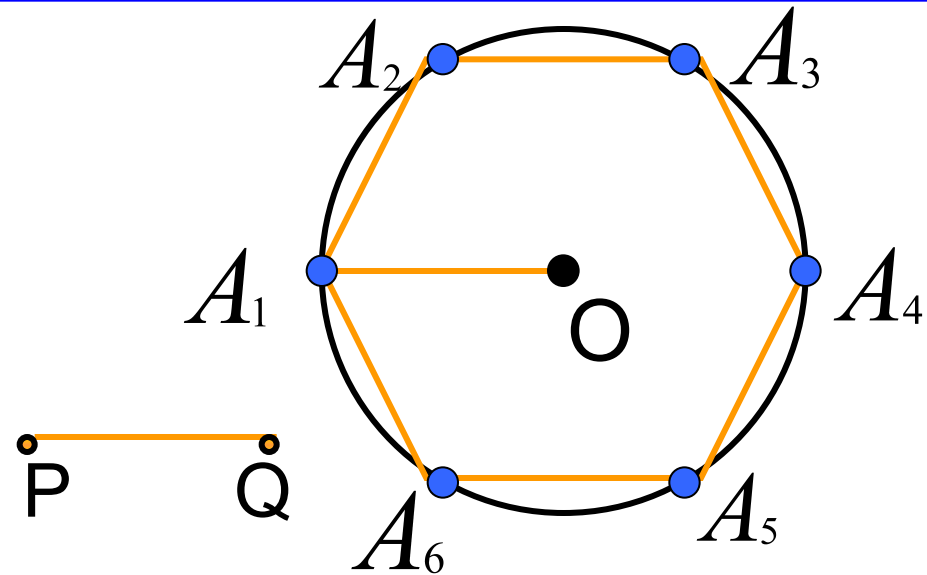
Дано:

$PQ$  – отрезок,  $PQ = OA_1$ ,  
 $OA_1$  – радиус окружности  
с центром  $O$

Решение:

$A_1$  – произвольная точка на

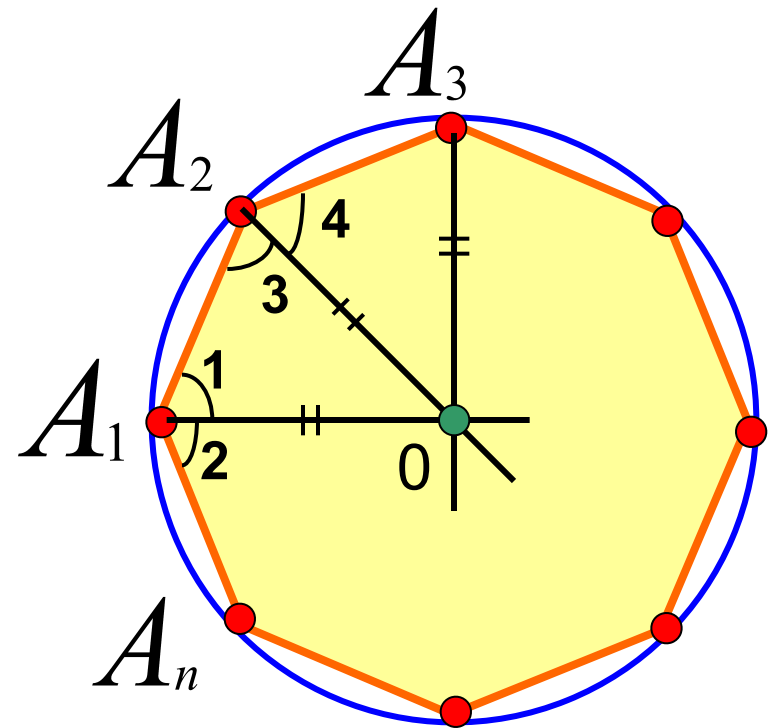
окружности.  $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6$



## Задача 2: дан правильный $n$ -угольник, построить правильный $2n$ -угольник

Дано:  $A_1 A_2 \dots A_n$

- Данный правильный  $n$ -угольник, вокруг него описана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом  $OA_1$

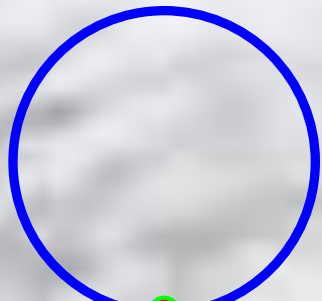


Решение:

Разделим дуги  $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_n A_1$  пополам и каждую из точек деления  $B_1, B_2, \dots, B_n$  соединим отрезком с концами соответствующей дуги







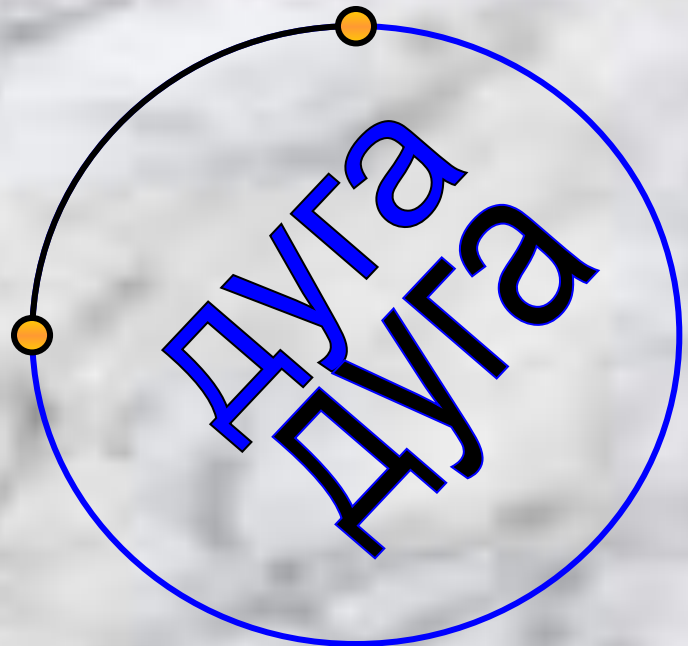
# Длина окружности

$$\frac{C}{2R} = \pi \Rightarrow C = 2\pi R$$



# Длина дуги

$$1^\circ = \frac{2\pi R}{360} = \frac{\pi R}{180} \Rightarrow l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$$



# Площадь круга

Круг- часть плоскости, ограниченная окружностью

$$S = \pi R^2$$

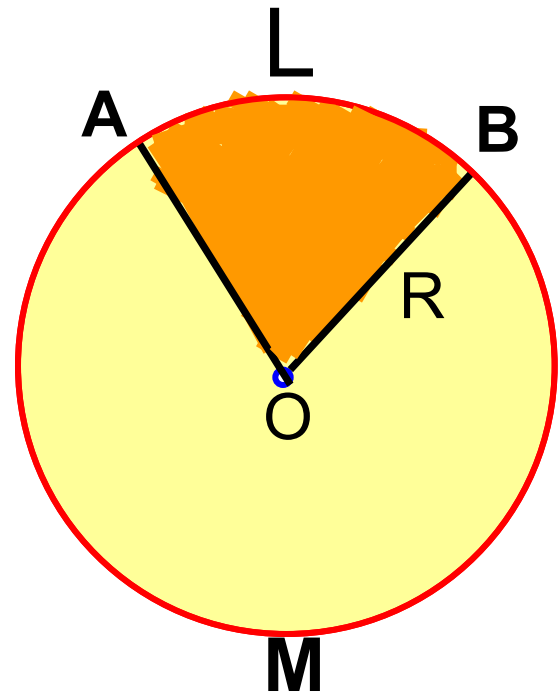


# Площадь кругового сектора

Круговой сектор- это часть круга, ограниченная дугой и 2-мя радиусами

$$S = \pi R^2 \Rightarrow S1^\circ = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \Rightarrow$$

$$S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$



КОНЕЦ.  
СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

