Дипломная работа

Сасько Виталий Павлович

5B060300 – «Механика»

Тема: **Методы решения задач линейной теории упругости**

Научный руководитель –Ш. Н. Сарымова

* **Задачей дипломной работы является:**

Определить методы решения задач линейной теории упругости, а так же деформацию тела и как она будет изменяться от внешних воздействий

- Линейная (классическая) теория упругости – изучает деформации и напряжения в линейно упругих телах: толстых брусьях, пластинах, оболочках, массивах. Линейная теория упругости основывается на предположении об идеальной упругости тела и законе Гука

* В теории упругости механическое состояние тел описывается с помощью параметров механического состояния - напряжений, деформаций и перемещений точек тела. Теория упругости рассматривает лишь обратимые процессы деформации. Предполагается, что после снятия нагрузок тела должны восстановить исходное состояние . Важным естественным предположением линейной теории упругости является ограничение деформаций их малостью. В этих условиях различие между Лагранжевым и Эйлеровым описаниями исчезает

* Результаты решений задач методами теории упругости позволяют оценить применяемые в сопротивлении материалов гипотезы и установить границы их правомерности. В теории упругости широко применяются и приближенные методы, в связи с чем различают математическую и прикладную теорию упругости, причем в последнем случае вводятся соответствующие допущения и задачи решаются приближенно

Для решения любой инженерной задачи о прочности, жесткости и устойчивости в пределах упругости необходимо знать поле перемещений, характеризуемое тремя функциями:

$$u = \varphi_1(x, y, z); \quad v = \varphi_2(x, y, z); \quad w = \varphi_3(x, y, z);$$

поле деформаций, характеризуемое шестью функциями:

$$\varepsilon_x = \varphi_4(x, y, z); \quad \varepsilon_y = \varphi_5(x, y, z); \quad \varepsilon_z = \varphi_6(x, y, z);$$
$$\gamma_{xy} = \varphi_7(x, y, z); \quad \gamma_{yz} = \varphi_8(x, y, z); \quad \gamma_{zx} = \varphi_9(x, y, z);$$

поле напряжений, характеризуемое шестью функциями:

$$\sigma_x = \varphi_{10}(x, y, z); \quad \sigma_y = \varphi_{11}(x, y, z); \quad \sigma_z = \varphi_{12}(x, y, z);$$
$$\tau_{xy} = \varphi_{13}(x, y, z); \quad \tau_{zx} = \varphi_{14}(x, y, z); \quad \tau_{xy} = \varphi_{15}(x, y, z).$$

Для нахождения указанных пятнадцати функций в линейной теории упругости имеется пятнадцать уравнений, которые для удобства приводятся в сокращенной записи:

три уравнения статики (динамики)

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \sigma_{ij} + X_j = 0 \left(\bar{\rho} \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}\right) \quad (j = 1, 2, 3); \tag{2.22}$$

шесть геометрических уравнений (формулы Коши)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (i, j = 1, 2, 3); \tag{2.23}$$

шесть физических уравнений (обобщенный закон Гука)

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = 2G(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0) \quad (i, j = 1, 2, 3). \tag{2,24}$$

Найденные пятнадцать функций должны удовлетворять статическим или кинематическим граничным условиям и условиям совместности деформаций, а при решении задач динамики — также начальным условиям.

Приведенные пятнадцать уравнений линейной теории упругости решают разными методами в зависимости от того, какие неизвестные функции (перемещения или напряжения) принимают за основные. Поэтому одну и ту же задачу теории упругости можно решать или в перемещениях, или в напряжениях, используя соответственно определенную систему дифференциальных уравнений.

* Задачей точного решения в линейной теории упругости является получение такой системы функций напряжений, смещений и деформаций, чтобы в каждой точке внутри тела были обеспечены условия равновесия и условия непрерывности (сплошности) тела, а у границы тела внутренние силы находились бы в равновесии с внешними силами, действующими на поверхностях (на границе) тела.

Для этой цели теория упругости располагает следующими группами уравнений

* а) тремя статическими, уравнениями, справедливыми для каждой точки внутри тела, из которых следует, что интенсивности изменения (градиенты) нормальных и касательных напряжений вдоль координатных осей и сами напряжения между собой не являются независимыми и подчинены определенным дифференциальным соотношениям.

* б) шестью геометрическими уравнениями, справедливыми для каждой точки внутри тела, из которых, с одной стороны, следует, что компоненты деформации (удлинения и сдвиги) связаны дифференциальными соотношениями с функциями смещений, а с другой стороны (как следствие), интенсивности изменения деформаций вдоль координатных осей и сами деформации между собой не являются независимыми и подчинены определенным дифференциальным соотношениям, именуемым уравнениями неразрывности деформации.

* в) шестью физическими уравнениями, справедливыми для каждой точки внутри тела и связывающими компоненты напряжений в каждой точке с компонентами деформации для той же точки.
* Иначе говоря, в каждом конкретном теле (со своими упругими характеристиками) указанные непрерывные функции для компонентов напряжений, деформаций и смещений оказываются взаимосвязанными, т. е. существует связь не только между функциями, входящими в каждую отдельную группу, но одной группы уравнений с уравнениями другой группы. Эта взаимосвязь предопределяется физической природой исследуемого тела.

* В указанные три группы уравнений, составляющие в итоге пятнадцать уравнений, входят пятнадцать неизвестных функций. Принципиально может быть найдено бесчисленное множество решений, каждое из которых обратило бы в тождество все перечисленные уравнения, т. е. обеспечило бы равновесие и непрерывность тела в окрестности любой точки внутри тела

* Однако каждое из таких решений соответствовало бы своим особым статическим условиям (внешним нагрузкам) и кинематическим условиям на поверхности тела (наличие или отсутствие тех или иных связей). Поэтому истинным решением задачи будет то, которое увязано с конкретными, заданными граничными условиями и потому конкретное решение должно удовлетворять действительным граничным условиям. Часто эти условия задаются в статическом плане и для каждой точки на границе тела представляются тремя граничными условиями.

Спасибо за внимание!