

БАЛТИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени И. КАНТА

РАЗДЕЛ III

**МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ.
МОДУЛЯЦИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЕ**

к.т.н. Олег Романович Кивчун

**Калининград
2012**

ЛЕКЦИЯ № 5

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ МЕРА ИНФОРМАЦИИ

1. Энтропия источника непрерывных сообщений.
2. Условная энтропия и ее свойства.
3. Взаимная информация и ее свойства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Теория электрической связи: Учеб. Для вузов / А.Г. Зюко, Д. Д. Кловский, В.И. Коржик, М. В. Назаров; Под ред. Д. Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1998. – 433 с.

Дополнительная:

1. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
2. Бернард Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Сухоруков А.С. Теория электрической связи: Конспект лекций. Часть 1. – М.: МТУСИ, ЦЕНТР ДО, 2002. – 65 с.

1. Энтропия источника непрерывных сообщений

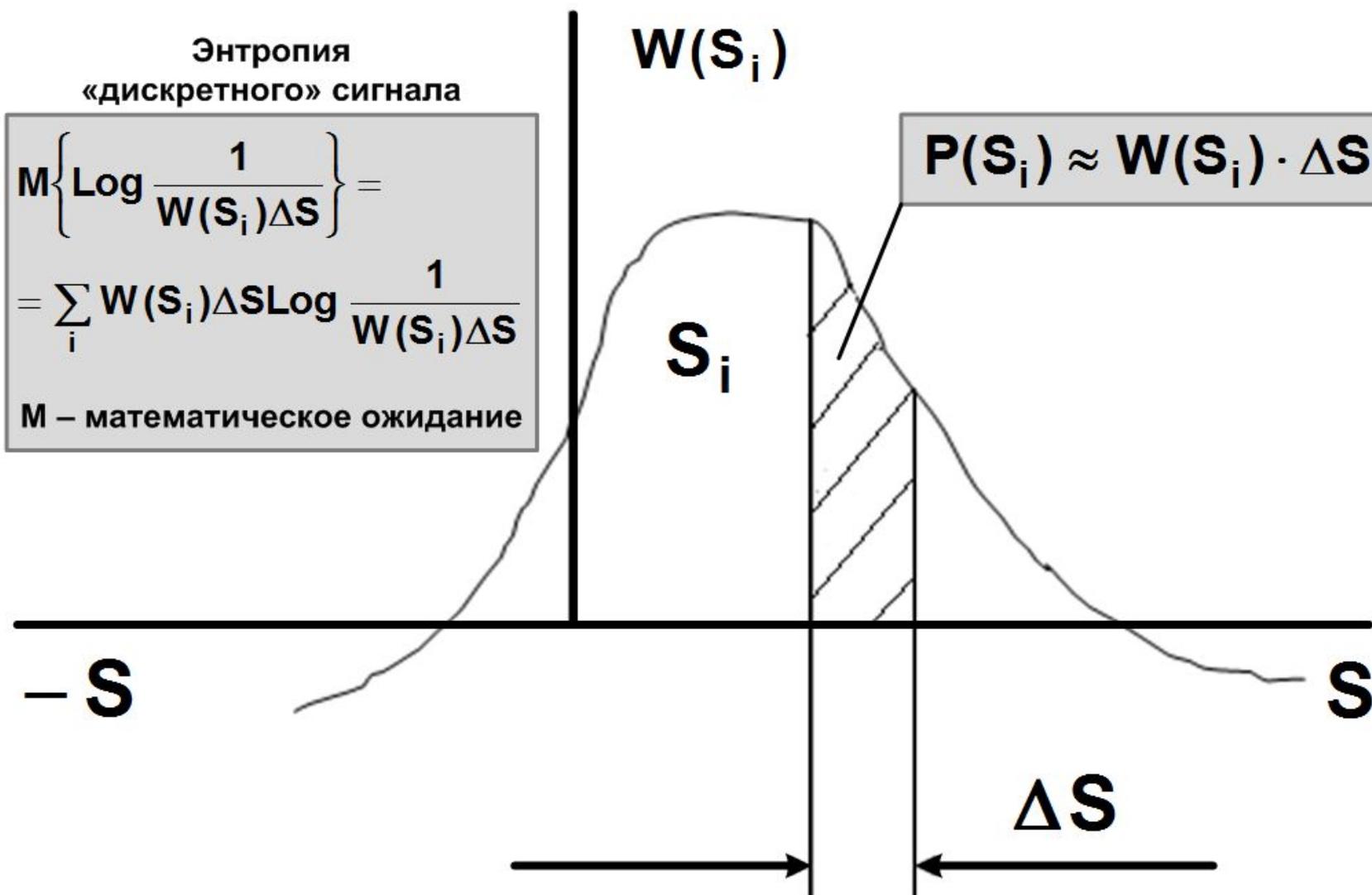
ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

Энтропия
«дискретного» сигнала

$$M \left\{ \text{Log} \frac{1}{W(S_i) \Delta S} \right\} =$$

$$= \sum_i W(S_i) \Delta S \text{Log} \frac{1}{W(S_i) \Delta S}$$

M – математическое ожидание



РАСЧЁТНЫЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНТРОПИИ НЕПРЕРЫВНОГО СИГНАЛА

1. Устремим величину ΔS к нулю, тогда:

$$\begin{aligned}
 H(S) &= \lim_{\Delta S \rightarrow 0} M \left\{ \log \frac{1}{W(S_i) \Delta S} \right\} = \\
 &= \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \sum_i W(S_i) \log \frac{1}{W(S_i) \Delta S} + \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \log \frac{1}{\Delta S} \sum_i W(S_i) \Delta S = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} W(S_i) \log \frac{1}{W(S_i)} dS + \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \log \frac{1}{\Delta S} \int_{-\infty}^{\infty} W(S_i) dS;
 \end{aligned}$$

2. Во втором слагаемом величина $\int_{-\infty}^{\infty} W(S_i) dS = 1$ по определению, тогда

$$H(S) = \int_{-\infty}^{\infty} W(S_i) \log \frac{1}{W(S_i)} dS + \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \log \frac{1}{\Delta S}.$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНТРОПИЯ СИГНАЛА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНТРОПИЯ СИГНАЛА – величина, которая определяется плотностью распределения.

$$h(S) = \int_{-\infty}^{\infty} W(S_i) \log \frac{1}{W(S_i)} dS \quad h(N) = \log \sqrt{2\pi e \sigma}$$

Из данного выражения видно, что дифференциальная энтропия гауссовской величины зависит только от значения дисперсии. При этом с ее увеличением дифференциальная энтропия будет монотонно возрастать.

Если шум воспроизведения имеет фиксированную дисперсию $\sigma_\varepsilon^2 = \varepsilon^2(t)$, то дифференциальная энтропия $h(\varepsilon)$ имеет максимум в случае нормального распределения: $\max h(\varepsilon) = \log \sqrt{2\pi e \sigma_\varepsilon^2}$.

При заданной дисперсии сообщения источника $\sigma_u^2 = P_c$ дифференциальная энтропия гауссовского источника оказывается равной: $h(u) = \log \sqrt{2\pi e \sigma_u^2}$.

$$H_\varepsilon(u) = \log \sqrt{2\pi e \sigma_u^2} - \log \sqrt{2\pi e \sigma_\varepsilon^2} = \frac{1}{2} \log \frac{P_c}{P_\varepsilon}.$$

2. Условная энтропия и ее свойства

УСЛОВНАЯ ЭНТРОПИЯ И ЕЕ СВОЙСТВА

По теореме умножения вероятностей:

$$P(a_i, b_j) = P(a_i)P(b_j/a_i) = P(b_j)P(a_i/b_j),$$

$P(a_i, b_j)$ – совместная вероятность реализаций a_i и b_j ;

$P(a_i/b_j)$ – условная вероятность реализации a_i , если на выходе канала появилось сообщение b_j .

Условная энтропия, определяется следующим образом:

$$H(A/B) = \sum_i \sum_j P(a_i, b_j) \log \frac{1}{P(a_i/b_j)}.$$

СВОЙСТВА УСЛОВНОЙ ЭНТРОПИИ

1. $H(A/B) \geq 0$ т.е. всегда положительна, что следует из её определения.
2. $H(A/B) \leq H(A)$, где $H(A)$ – энтропия источника сообщений на входе канала.

Условную энтропию обычно трактуют как количество информации, которое теряется из-за помех и не поступает получателю. Ясно, что полная потеря информации является крайним случаем и в реальных условиях практически не встречается. Величину $H(A/B)$ называют также НАДЁЖНОСТЬЮ.

3. Взаимная информация и ее свойства

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Определим теперь количество информации, передаваемой по каналу связи $I(A, B)$ как разность между количеством информации на его входе, равной энтропии источника $H(A)$ и количеством потерянной информации, которая равна условной энтропии $H(A | B)$.

Величину $I(A, B)$ называют также ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ и определяют соотношением: $I(A, B) = H(A) - H(A | B)$ или

$$I(A, B) = M \left\{ \text{Log} \frac{1}{P(a_i)} \right\} - M \left\{ \text{Log} \frac{1}{P(a_i/b_j)} \right\} = M \left\{ \text{Log} \frac{P(a_i/b_j)}{P(a_i)} \right\}$$

С учетом теоремы умножения вероятностей получим:

$$I(A, B) = M \left\{ \text{Log} \frac{P(b_j)P(a_i/b_j)}{P(b_j)P(a_i)} \right\} = M \left\{ \text{Log} \frac{P(a_i, b_j)}{P(b_j)P(a_i)} \right\}$$

$$I(A, B) = \sum_i \sum_j P(a_i, b_j) \log \frac{P(a_i, b_j)}{P(b_j)P(a_i)} \quad \text{— соотношение для взаимной информации в симметричном виде.}$$

СВОЙСТВА УСЛОВНОЙ ЭНТРОПИИ

1. $I(A, B) \geq 0$.

Это свойство следует из свойств энтропии, причём $I(A, B) = 0$ при обрыве канала, когда вся информация теряется из-за помех в канале.

2. $I(A | B) \leq I(B | A)$.

Равенство достигается при отсутствии помех, т. е. $H(A | B) = 0$.

3. $I(A | B) = I(B | A) = H(B) - H(B | A)$,

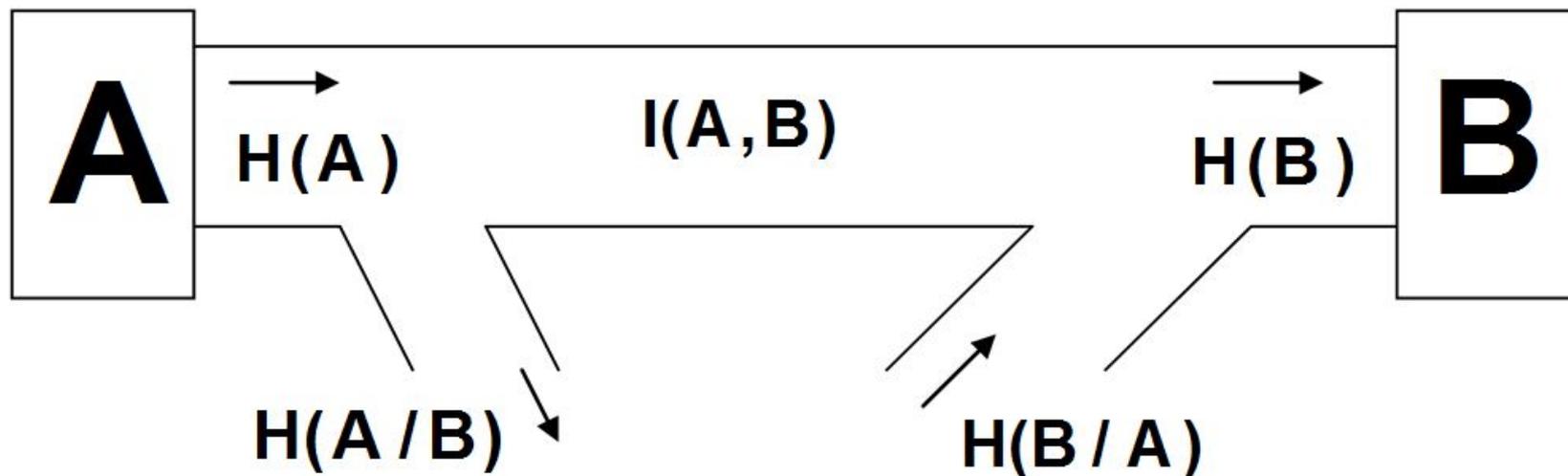
где энтропия выхода канала $H(B)$ и условная энтропия $H(B | A)$ определяются аналогично найденным выше значениям энтропии. Данное свойство вытекает из симметрии выражения для взаимной информации.

4. $I(A | B) \leq H(B)$.

Данное свойство вытекает из предыдущего. Равенство здесь имеет место, если $H(B | A) = 0$.

5. В выражении для взаимной информации будем полагать $A = B$, тогда $H(A | A) = 0$, $I(A | A) = H(A)$.

ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ ПО КАНАЛУ С ПОМЕХАМИ



Пусть известно время передачи одного сообщения T , тогда по аналогии с производительностью источника можно легко определить скорость передачи информации по каналу как количество информации, переданной в единицу времени:

$$I'(A, B) = \frac{1}{T} I(A, B) = V_k I(A, B),$$

$V_k = 1/T_{и}$ – скорость, т.е. число символов, поступающих в канал в течении секунды, бит/с (Бод).

Таким образом, в результате изучения лекции № 5 удалось сделать следующие выводы:

- из всех видов возможных распределений вероятностей случайных процессов, у которых дисперсия является фиксированной величиной, наибольшее значение дифференциальной энтропии имеет гауссовское распределение;**
- условная энтропия представляет собой количество информации, которое теряется из-за помех и не поступает получателю и она всегда положительна;**
- взаимная информация представляет собой разность между количеством информации на входе канала связи, равной энтропии источника и количеством потерянной информации, которая равна условной энтропии .**

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
2. Бернард Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Сухоруков А.С. Теория электрической связи: Конспект лекций. Часть 1. – М.: МТУСИ, ЦЕНТР ДО, 2002. – 65 с.
4. Сухоруков А.С. Теория цифровой связи: Учебное пособие. Часть 2. – М.: МТУСИ, 2008. – 53 с.
5. Аджемов А.С. Мир информационной реальности. – М.: ИРИАС, 2006. – 296 с.
6. Каганов В.И., Битюков В.К. Основы радиоэлектроники и связи: Учеб. пособие для вузов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 542 с.
7. Стеценко О.А. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высш. шк., 2007. – 432 с.
8. Санников В.Г. Сборник задач по курсу «Теория электрической связи»: Учеб. пособие. Часть 1. – М.: МТУСИ, 1992. – 62 с.
9. Санников В.Г. Сборник задач по курсу «Теория электрической связи»: Учеб. пособие. Часть 2. – М.: МТУСИ, 2001. – 65 с.
10. Санников В.Г. Дифференциальная импульсно-кодовая модуляция: Учеб. пособие. – М.: МТУСИ, 2006. – 56 с.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!