

**Раздел 4. Элементы
комбинаторики и
теории вероятностей
Тема: Решение задач.
Подготовка к
практической работе**

№2

Повторение



ПЕРЕСТАНОВКИ

Определение: Перестановкой из n элементов называется любое упорядоченное множество из n элементов.

Иными словами, это такое множество, для которого указано, какой элемент находится на первом месте, какой – на втором, какой- на третьем, ..., какой – на n -м месте.

$$P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

РАЗМЕЩЕНИЯ

Определение. Размещением из n элементов по m называется любое упорядоченное множество из m элементов, состоящее из элементов n элементного множества.

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

СОЧЕТАНИЯ

Определение. Сочетанием без повторений из n элементов по m называется любое m элементное подмножество n -элементного множества

$$C_m^n = \frac{m!}{n! (m - n)!}$$

Определение. Сочетанием с повторениями из n элементов по m называются такие соединения из « m » элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

$$\overline{C}_n^m = \frac{(m + n - 1)!}{m! \cdot (n - 1)!} = C_{m+n-1}^m$$

Учитывается ли порядок следования
элементов в соединении?

ДА

НЕТ

Все ли элементы входят
в соединение?

ДА

НЕТ

СОЧЕТАНИЯ

$$C_m^n = \frac{m!}{n! (m - n)!}$$

ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

РАЗМЕЩЕНИЯ

$$A_m^n = \frac{m!}{(m - n)!}$$

Подготовка к практической работе

№2

Задача 1. В соревнованиях участвует 10 человек, трое из них займут 1-е, 2-е, и 3-е места. Сколько существует различных вариантов?

Задача 2. В хирургическом отделении работают 6 врачей. Сколькими способами из них можно образовать бригаду в составе хирурга и ассистента?

Решение задачи 1

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

ДА

Все ли элементы входят в соединение?

НЕТ

Размещения

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

1. В соревнованиях участвует 10 человек, трое из них займут 1-е, 2-е, и 3-е места. Сколько существует различных вариантов?

$$A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = (7! * 8 * 9 * 10) / 7! = 720 \text{ способов}$$

Решение задачи 1

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

ДА

Все ли элементы входят в соединение?

НЕТ

Размещения

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

2. В хирургическом отделении работают 6 врачей. Сколькими способами из них можно образовать бригаду в составе хирурга и ассистента?

$$A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = (4! * 5 * 6) / 4! = 30 \text{ способов}$$

Подготовка к практической работе

№2

Задача 3. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, чтобы ни в одном числе одна цифра не повторялась?

Задача 4. Сколько существует способов расстановки 10 книг на полке?

Решение задачи 3

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

ДА

Все ли элементы входят в соединение?

ДА

ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

Задача 3.
Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, чтобы ни в одном числе не повторялась цифра?

$$P_n = 5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120 \text{ чисел}$$

Решение задачи 4

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

ДА

Все ли элементы входят в соединение?

ДА

ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

4. Сколько существует способов расстановки 10 книг на полке?

$$P_n = 10! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 3\,628\,800$$

способов

Подготовка к практической работе

№2

Задача 5. В группе 20 студентов .
Сколькими способами можно из них
выбрать 3 человека для участия в
конкурсе профессионального
мастерства?

Задача 6. Учащимся дали список из 10 книг,
которые рекомендуется прочитать во время
каникул. Сколькими способами ученик может
выбрать из них 6 книг?

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

НЕТ

СОЧЕТАНИЯ

$$C_m^n = \frac{m!}{n! (m - n)!}$$

6. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

$$C_{10}^6 = \frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10!}{6!4!} = \frac{6!7*8*9*10}{6!4!} = \frac{7*8*9*10}{1*2*3*4} = 210 \text{ способов}$$

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

НЕТ

СОЧЕТАНИЯ

$$C_m^n = \frac{m!}{n! (m - n)!}$$

5. В группе 20 студентов .
Сколькими способами можно из них выбрать 3 человека для участия в конкурсе профессионального мастерства?

$$C_{20}^3 = \frac{20!}{3!(20-3)!} = \frac{20!}{3!17!} = \frac{17!18*19*20}{3!17!} = \frac{18*19*20}{1*2*3} = 1140 \text{ способов}$$

Подготовка к практической работе

№2

Задача №7 . В поисковой группе 6 человек. Для поисков группа разбивается на отряды, но так, чтобы, в них было не менее двух человек и не более 5 человек. Сколько различных отрядов можно организовать ?

Решение задачи

Определим количество отрядов по 2 человека:

$$C_6^2 = 15 \quad (*\text{проверить самостоятельно})$$

Определим количество отрядов по 3 человека

$$C_6^3 = 20 \quad (*\text{проверить самостоятельно})$$

Определим количество отрядов по 4 человека

$$C_6^4 = 15 \quad (*\text{проверить самостоятельно})$$

Определим количество отрядов по 5 человек

$$C_6^5 = 6 \quad (*\text{проверить самостоятельно})$$

Общее число отрядов по правилу суммы будет

$$\text{равно : } 15 + 20 + 15 + 6 = 56$$

Ответ: можно образовать 56 различных отрядов

ПРАВИЛО СУММИРОВАНИЯ

Если два взаимоисключающие действия могут быть выполнены в соответствии k и m способами, тогда какое-то одно из этих действий можно выполнить $k + m$ способами.

Практическая работа

Практическая работа по комбинаторике

Инструкция

1. Решить любые 5 из предложенных заданий
2. Указать к какому типу соединений (размещения, сочетания, перестановки) относится та или иная задача.
3. Решение задачи оформить полностью с расчетами.

Критерии оценивания

- 5 верно выполненных заданий – 5 (отлично)
4 верно выполненных заданий – 4 (хорошо)
3 верно выполненных заданий – 3 (удовлетворительно)
Меньше 3 заданий – работа не принимается.

Задача 1: В забеге участвуют 7 спортсменов. Сколькими способами распределятся первые 3 места.

Задача 2: В группе 25 студентов. Сколькими способами можно выбрать старосту, профорга и казначея?

Задача 3: Сколько гербариев по 3 цветка можно составить из 4 цветов: орхидей, розы, лилии и гладиолусы.

Задача 4: В классе 24 ученика. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

Задача 5: Сколько существует различных семизначных телефонных номеров, если в каждом номере нет повторяющихся цифр?

Задача 6. Студенты техникума изучают 10 дисциплин. В расписание занятий можно включить по 3 дисциплины. Сколько различных способов составления расписания может быть?

Задача 7. Сколько различных цифр можно составить из цифр 1,2,3,4,5,6 если ни одна цифра не повторяется дважды в одном числе?

Задача 8. В волонтерском отряде 5 человек. Для помощи во время карантина отряд разбивают на группы так, чтобы в них было не менее 2 человек и не более 4 человек. Сколько разных групп волонтеров можно организовать?

Удач
и!

