

# Кривые второго порядка.

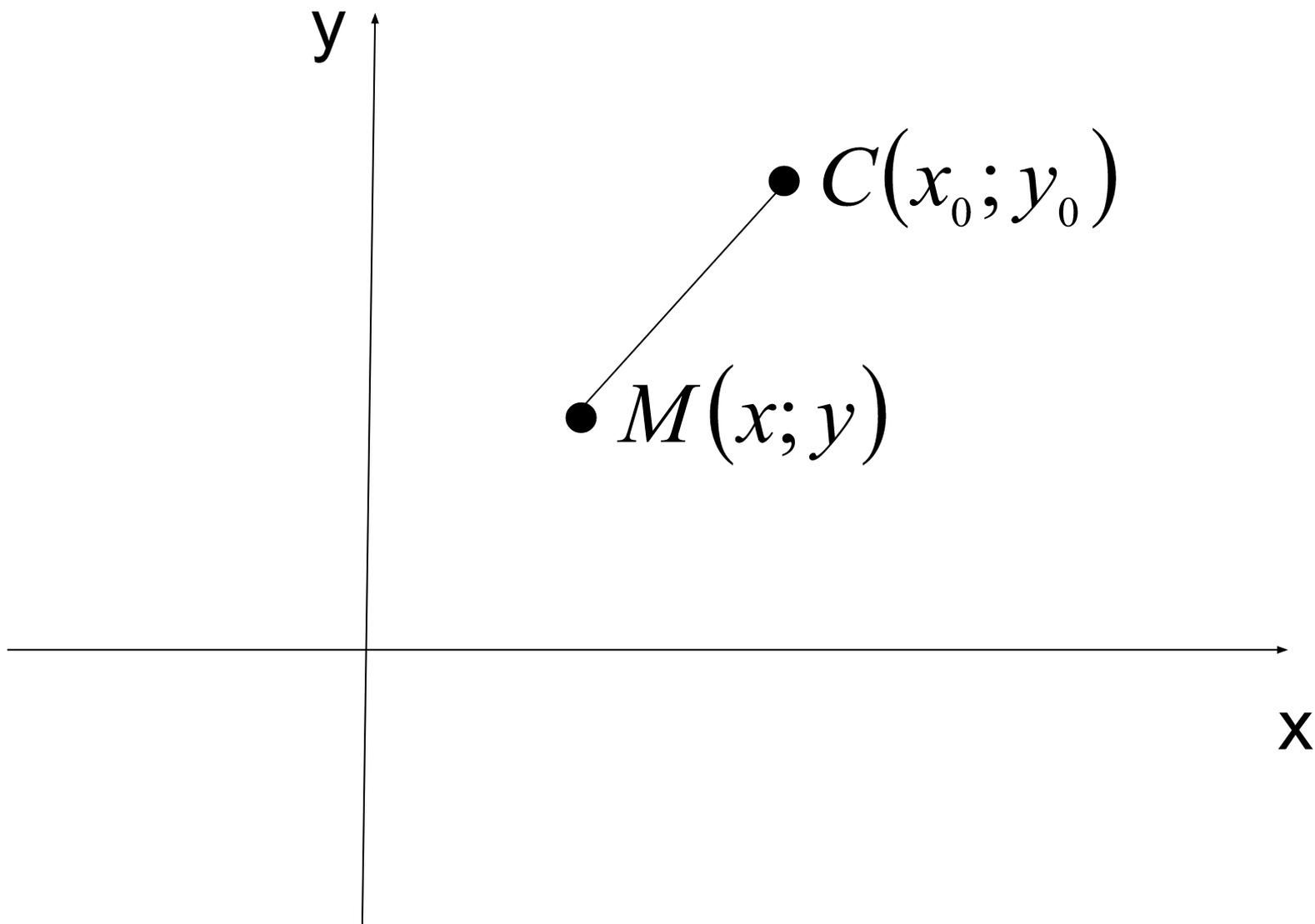
Общее уравнение кривой  
второго порядка имеет вид

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (*)$$

Уравнение такого вида может определять: эллипс (в частности, окружность), гиперболу, параболу,.

# Окружность

- Окружностью наз-ся множество точек плоскости, равноудаленных от одной и той же точки плоскости, называемой центром окружности.



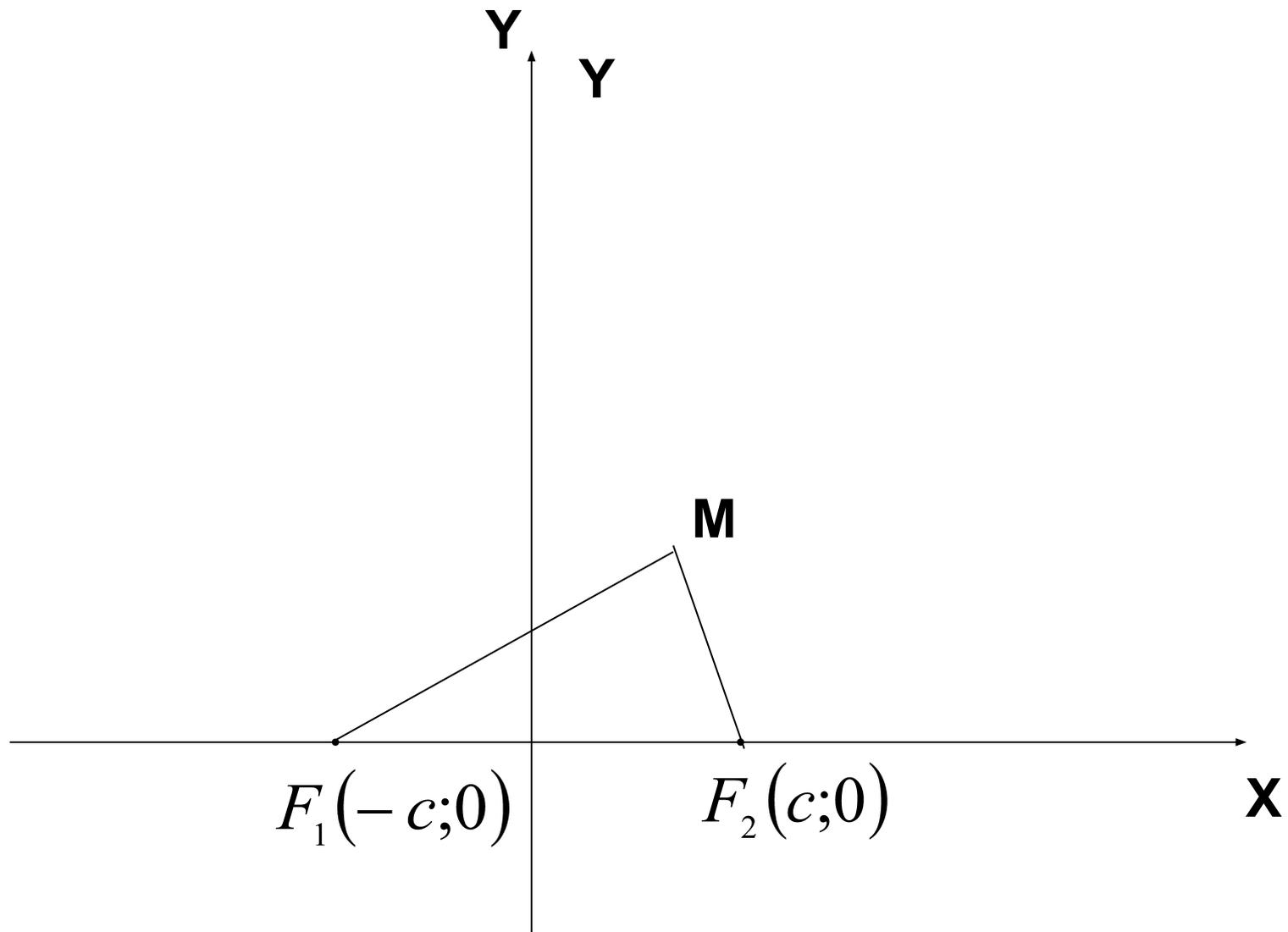
$$|CM| = R$$

$$\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

# Эллипс

**Эллипсом** называется геометрическое место точек (плоскости), сумма расстояний которых от двух данных точек, называемых фокусами этого эллипса, есть величина постоянная.



$$|MF_1| + |MF_2| = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

$$a \geq c > 0$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$x^2 + 2xc + c^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2$$

$$4xc - 4a^2 = -4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$xc - a^2 = -a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$x^2 c^2 + a^4 - x^2 a^2 - c^2 a^2 - y^2 a^2 = 0$$

$$x^2 (c^2 - a^2) - y^2 a^2 + a^2 (a^2 - c^2) = 0$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$-x^2 b^2 - y^2 a^2 + a^2 b^2 = 0$$

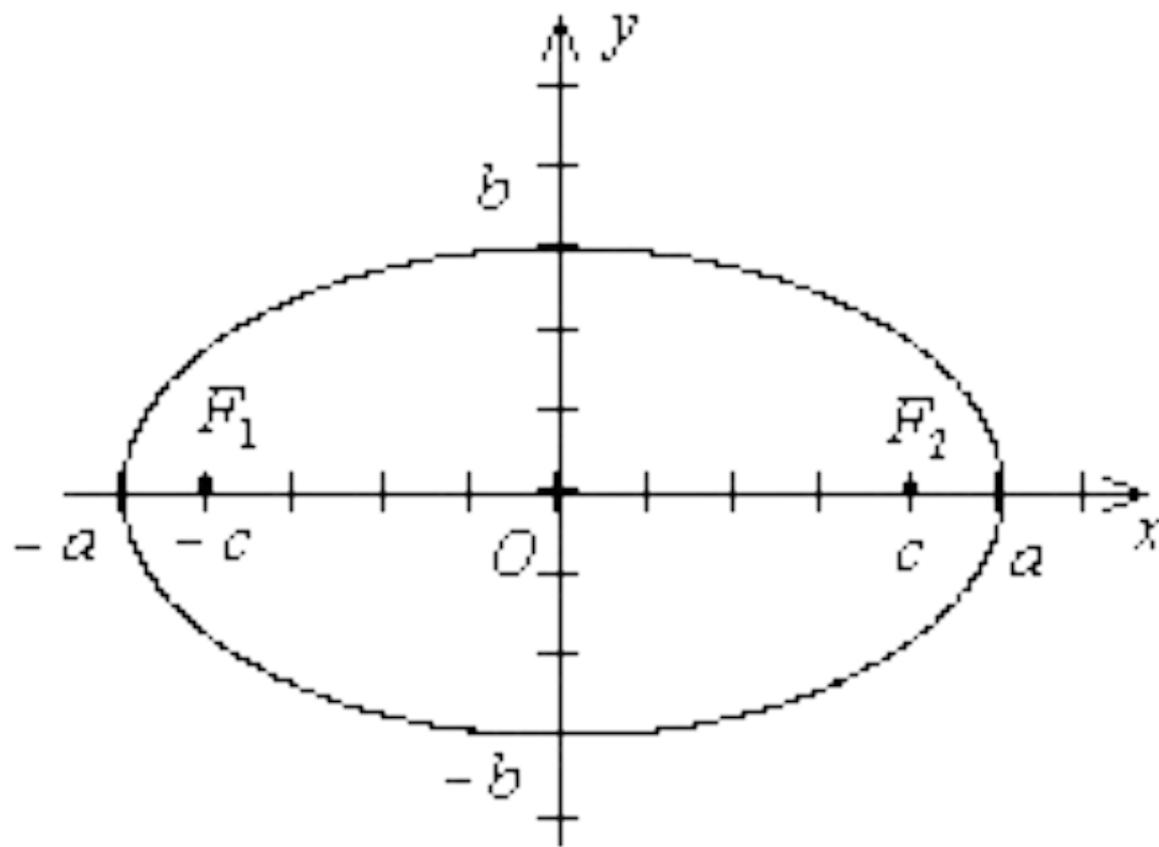
$$-x^2 b^2 - y^2 a^2 = -a^2 b^2 \quad | : (-a^2 b^2)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

# Уравнение эллипса

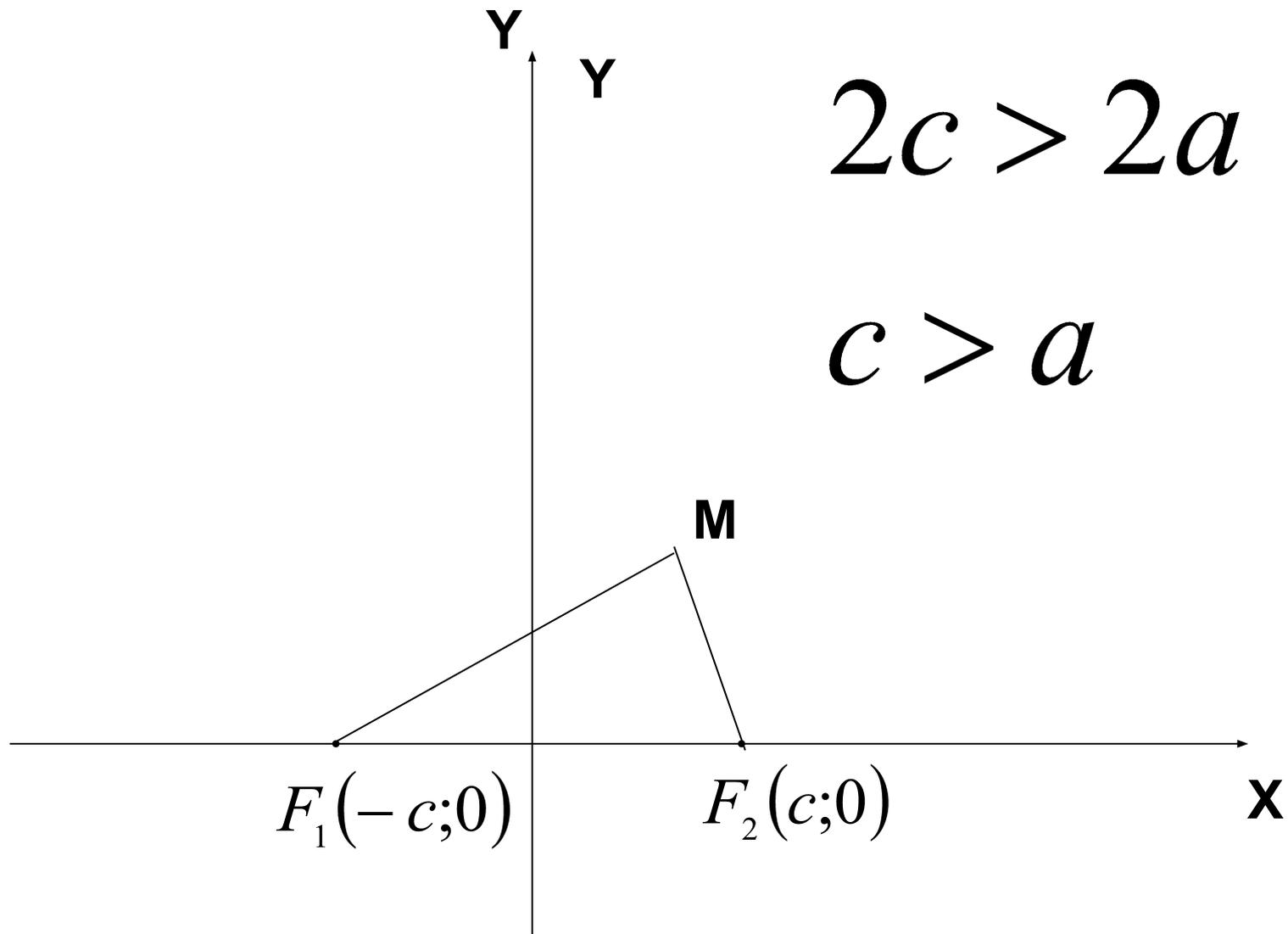
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$



# Гипербола

**Гиперболой** называется геометрическое место точек, для которых абсолютная величина разности расстояний до двух данных точек плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная



$$|MF_1| - |MF_2| = \pm 2a$$

$$2c > 2a$$

$$c > a$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

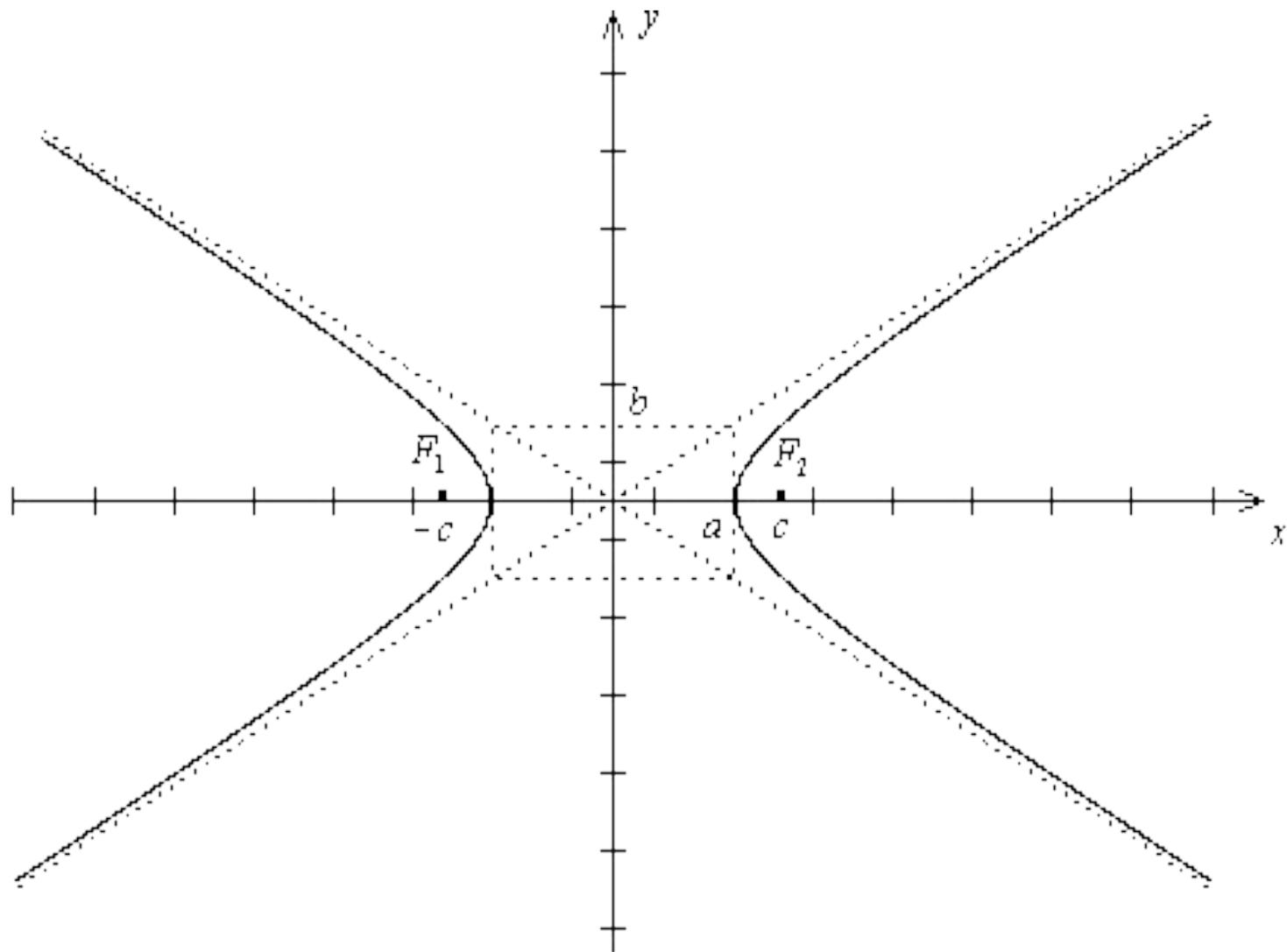
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \pm 2a$$

# Уравнение гиперболы

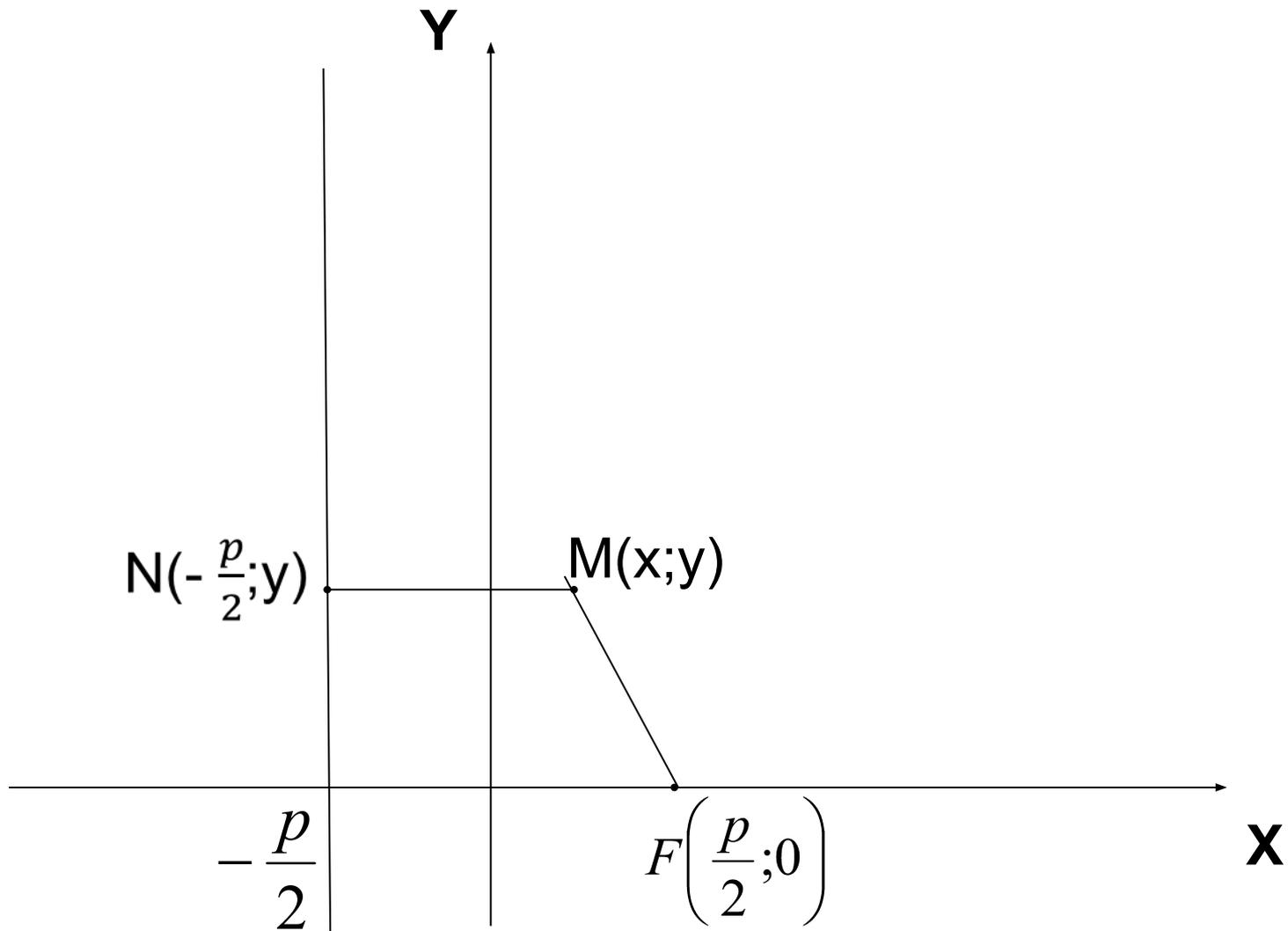
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$



# Парабола

**Параболой** называется геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки плоскости, называемой фокусом, и данной прямой, называемой директрисой .



$$|FM| = |NM|$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \sqrt{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2}$$

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$$

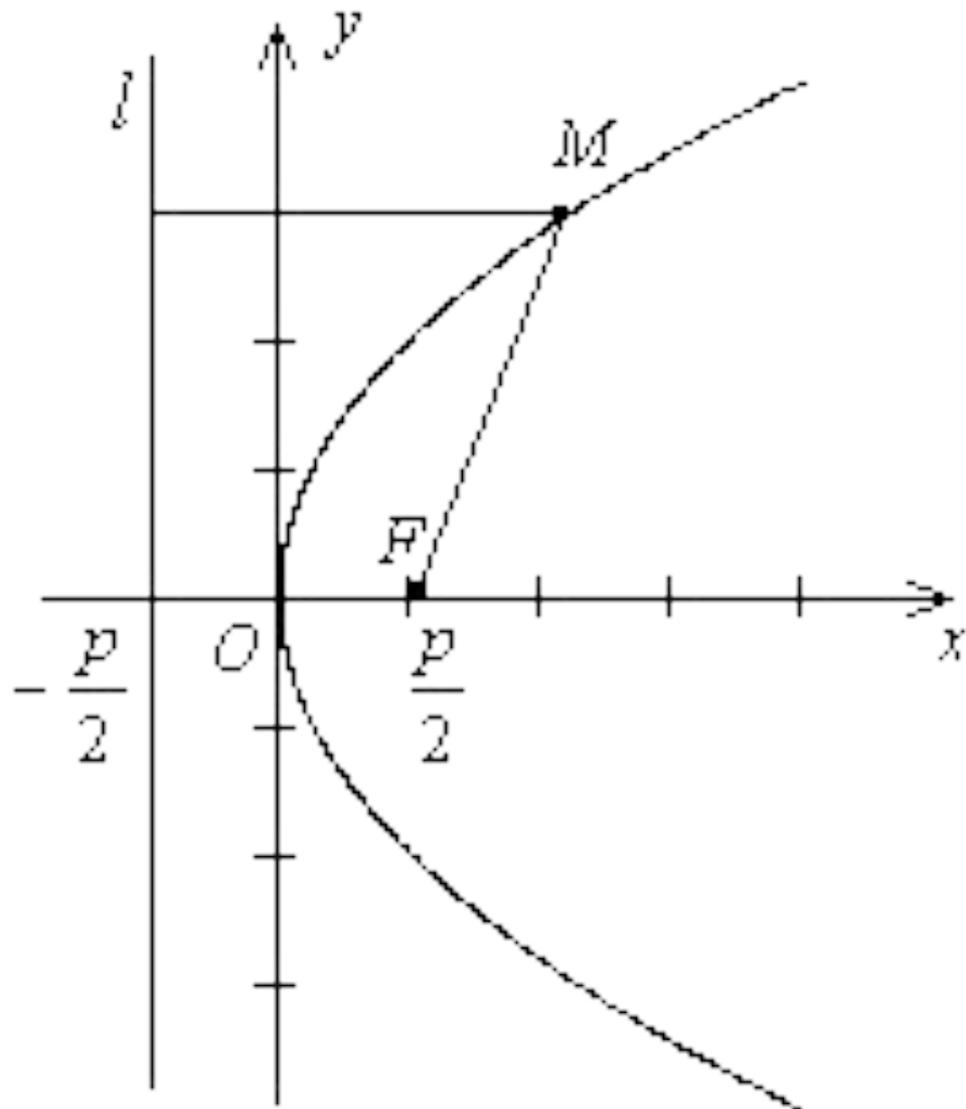
$$x^2 - px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$y^2 = 2px$$

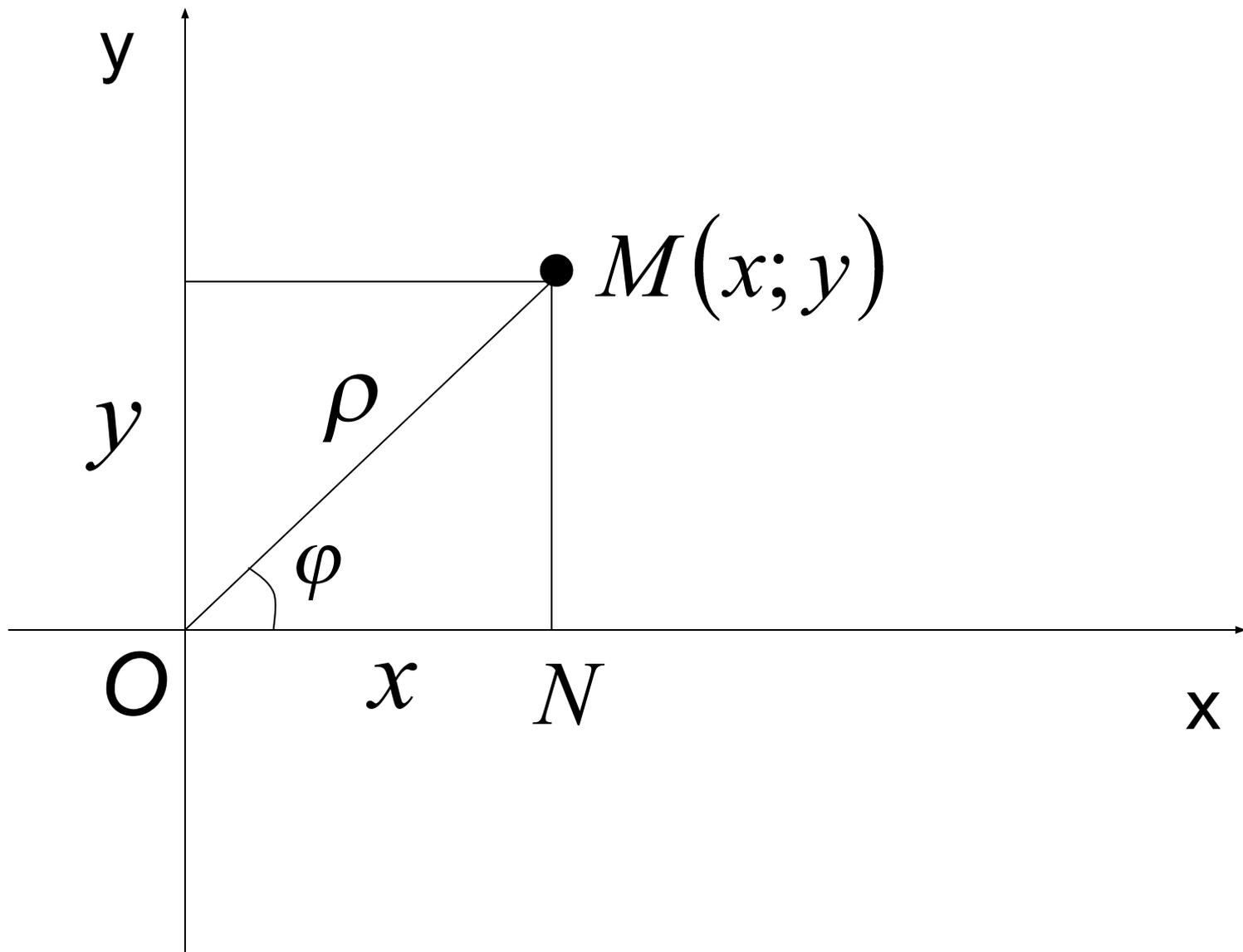
# Уравнение параболы

$$y^2 = 2px, \quad p > 0$$

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$$



# Полярные координаты



$\Delta MNO$

$$\cos \varphi = \frac{NO}{MO}$$

$$\cos \varphi = \frac{x}{\rho}; \quad x = \rho \cdot \cos \varphi$$

$$\sin \varphi = \frac{MN}{MO}$$

$$\sin \varphi = \frac{y}{\rho}; \quad y = \rho \cdot \sin \varphi$$

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi;$$

$$\cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$