

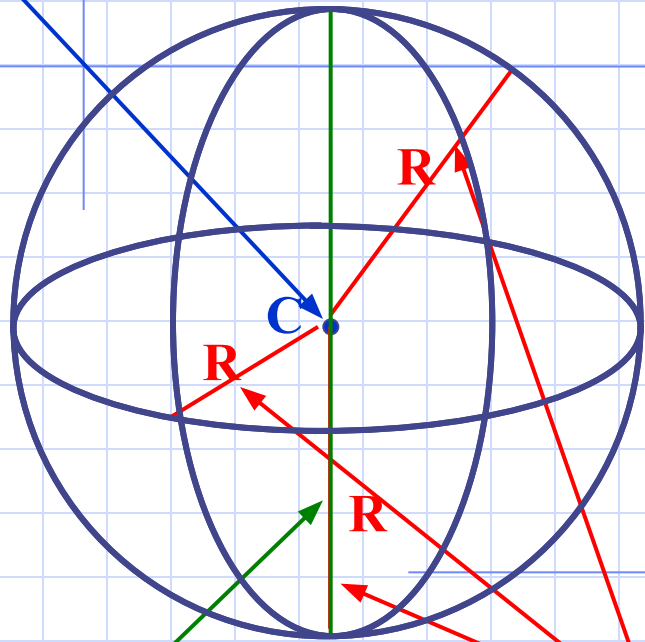
# СФЕРА

тема: Объем шара и  
площадь сферы

*Геометрия 11 класс*

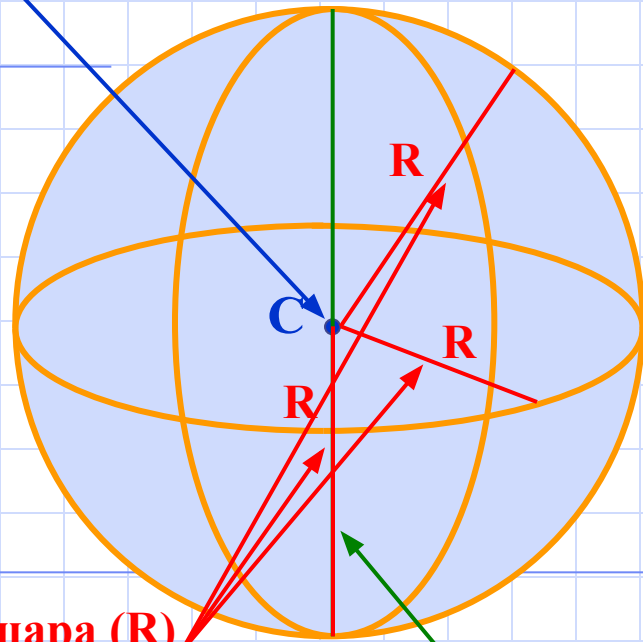
Сфера – это поверхность, состоящая из всех точек ~~расстояния~~ ~~равных~~ на **данном** ~~расстоянии~~ от данной точки (C). Шар – это тело, ограниченное сферой.

Центр сферы (C)



Диаметр сферы ( $d=2R$ )

Центр шара (C)



Радиус шара (R)

Радиус сферы (R)

Диаметр шара ( $d=2R$ )

## Шарового слоя

Шаровой сегмент – это часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь

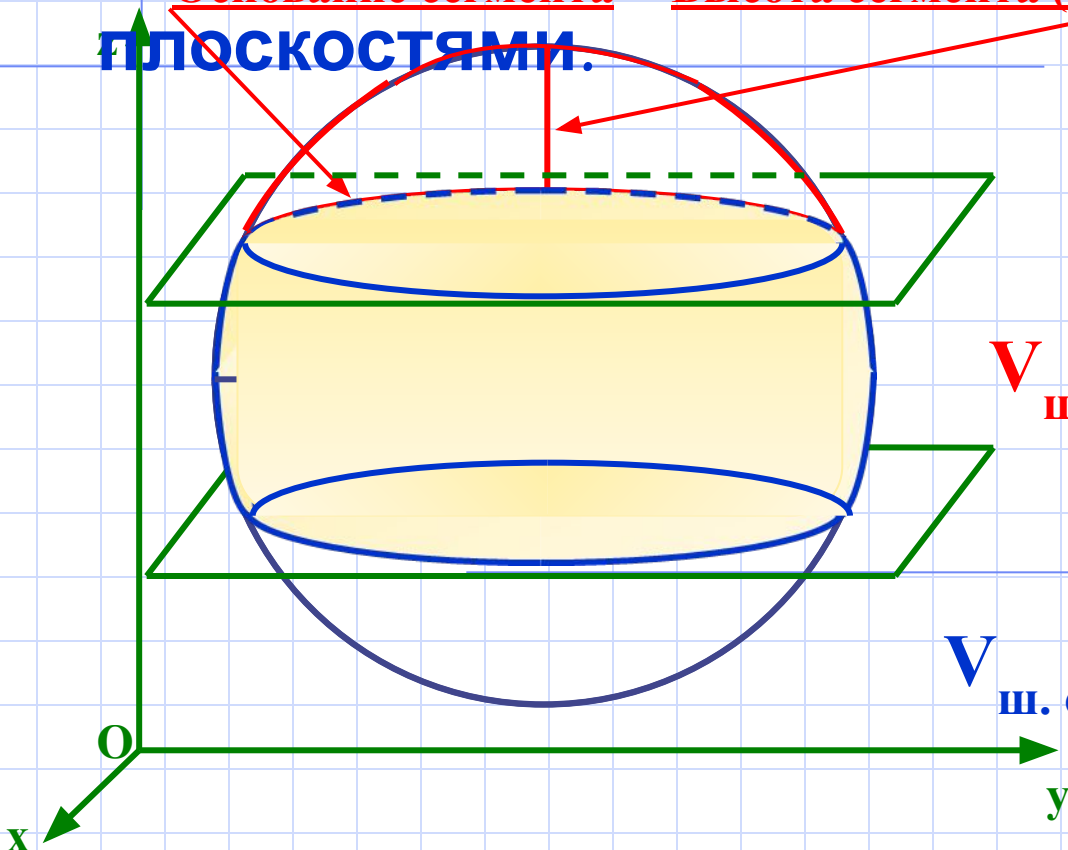
Шаровой слой – это часть шара, заключённая между двумя параллельными секущими плоскостями.

Основание сегмента      Высота сегмента (h)

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V_{\text{ш. Сегмента}} = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3}h \right)$$

$$V_{\text{ш. слоя}} = V_{\text{ш. сег.1}} - V_{\text{ш. сег.2}}$$

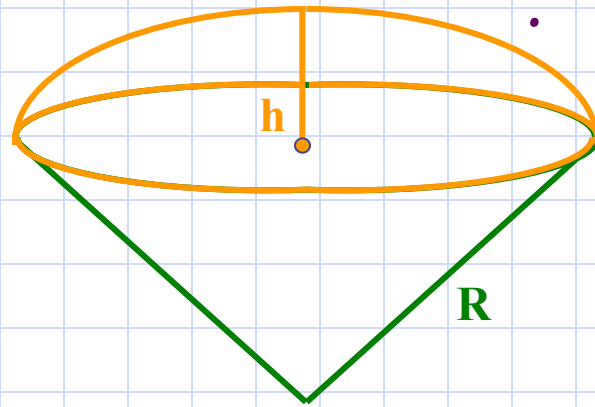
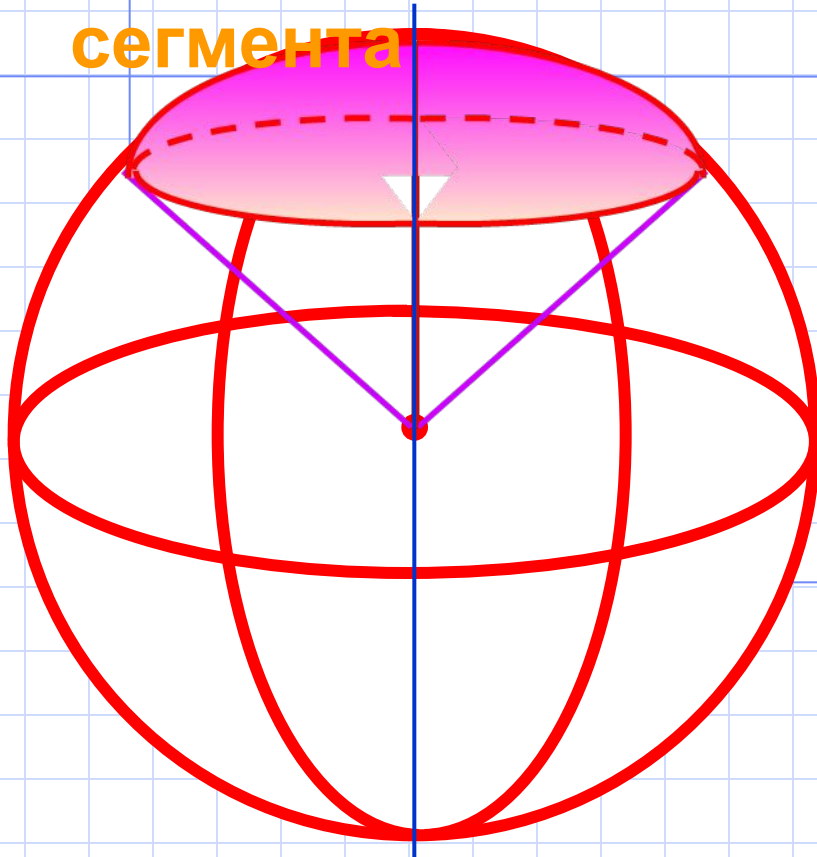


# Объём шарового сектора

Шаровой сектор – это тело, полученное вращением **кругового сектора**, с **углом**, **вокруг прямой**, содержащей один из **ограничивающих** **круговой сектор**  
**Шаровой сектор** состоит из **шарового**

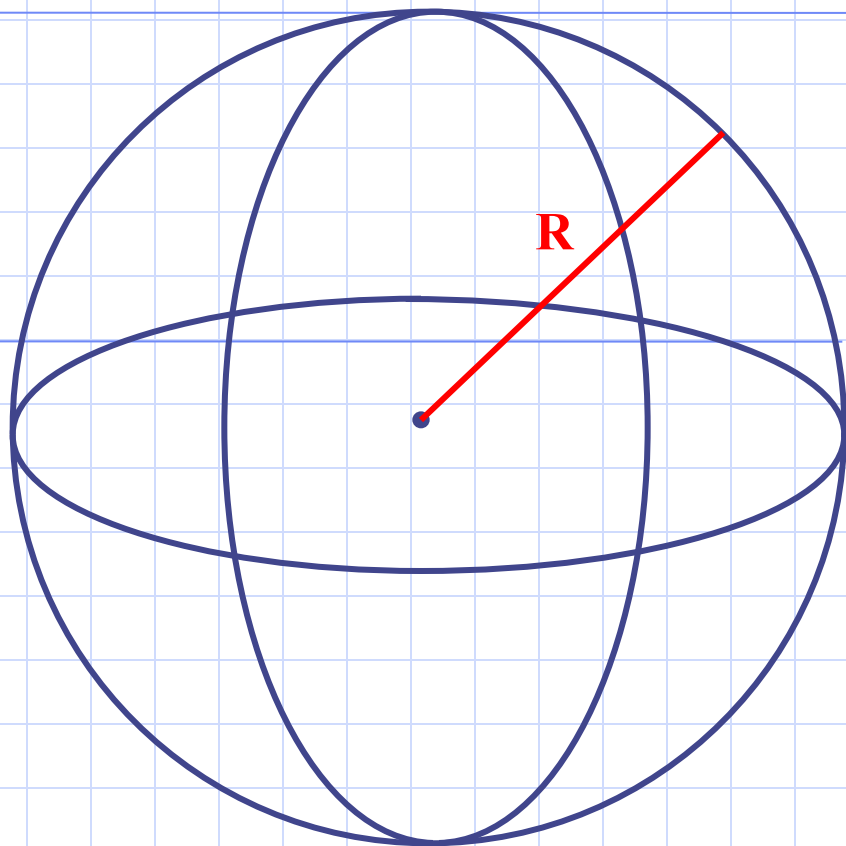
**сегмента**

**конуса**



$$V_{\text{ш. сектора}} = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

# Площадь сферы



$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$

ЕГЭ: В11

В куб с ребром 3 вписан шар.  
Найдите объем этого шара,  
деленный на  $\pi$ .

Решение.

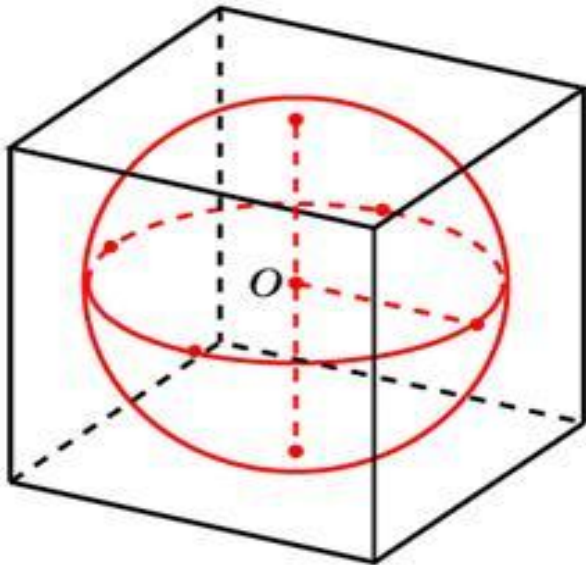
Радиус вписанного в куб шара  
равен половине длины ребра:

$$r = \frac{a}{2} = \frac{3}{2}$$

Тогда объем шара

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi$$

Ответ: 4,5.



B11

Во сколько раз увеличится  
объем шара, если его радиус  
увеличить в три раза?

**Решение.**

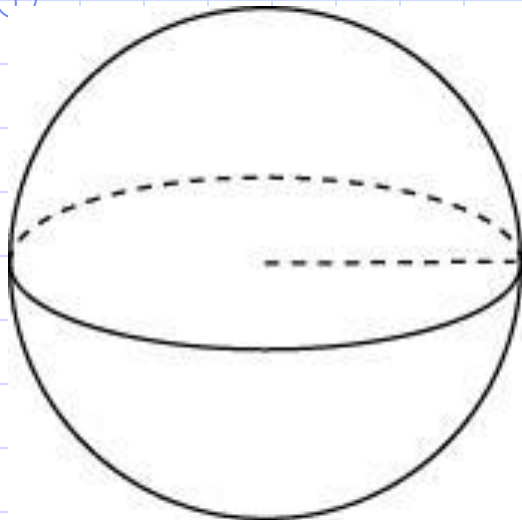
Объем шара  
радиуса

$r$  равен

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

При увеличении  
радиуса втрое, объем  
шара увеличится в 27  
раз.

Ответ: 27.



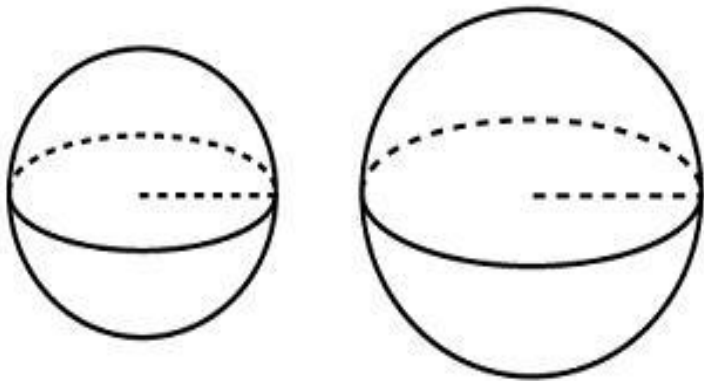
Радиусы двух шаров равны 6, 8.

B11 Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.

**Решение.**

Из условия

$S_3 = S_1 + S_2$   
найдем, что  
радиус такого  
шара



$$R_3^2 = R_1^2 + R_2^2 \Rightarrow R_3 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = 10$$

Ответ: 10.



B11 Около куба с  
описан шар. Найдите  
объем этого шара,  
деленный на  
**Решение.**

$\sqrt{3}$

$\pi$

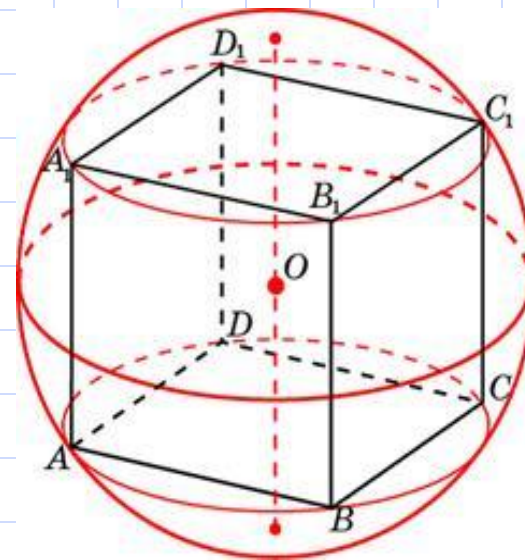
Радиус описанного шара  
равен половине  
диагонали куба:

$$R = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{3} = \frac{3}{2}$$

Поэтому объем шара  
равен

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi.$$

Тогда  $\frac{V}{\pi} = \frac{9}{2} = 4,5.$



Ответ: 4,5.

B11 Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.

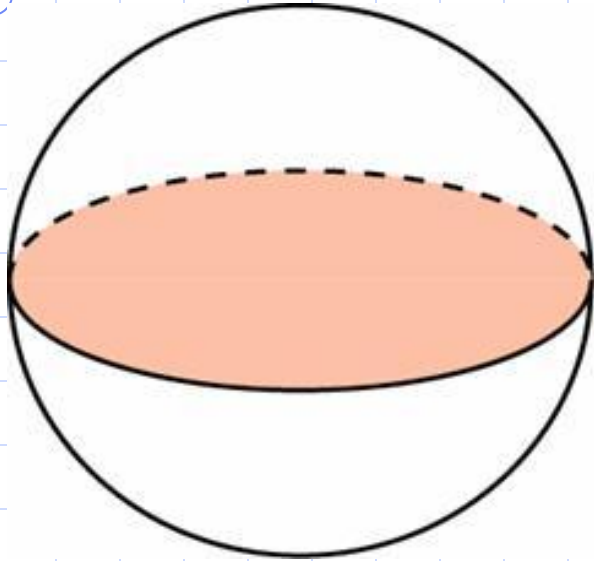
**Решение.**

Радиус большого круга является радиусом шара.

Площадь первого выражается через радиус  $r$  как  $S_K = \pi r^2$ , а площадь поверхности сферы – как  $4\pi R^2$ .

Видно, что площадь поверхности шара в 4 раза больше площади поверхности большого круга.

Ответ: 12.



B11

Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 2 раза?

**Решение.**

Площадь поверхности шара выражается через его радиус

как  $S = 4\pi r^2$

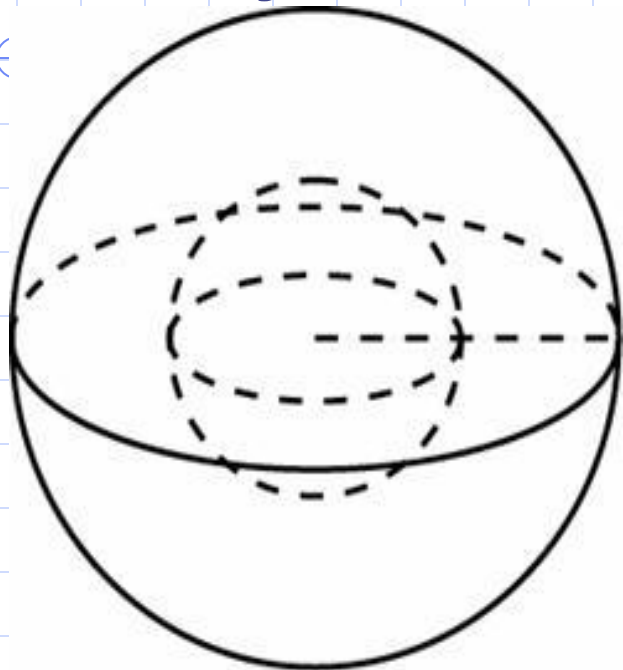
, поэтому при

увеличении радиуса

вдвое площадь

увеличится в 4 раза

.



Ответ: 4.

B11

Объем шара равен  $\pi$

<sup>288</sup>  
Найдите площадь его

поверхности, деленную на  
**Решение.**

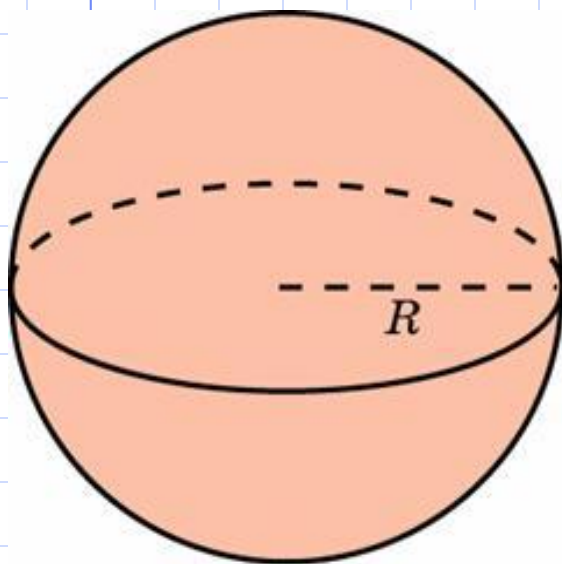
Объем шара радиуса  $R$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ откуда}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 288}{4}} = 6$$

Площадь его  
поверхности:

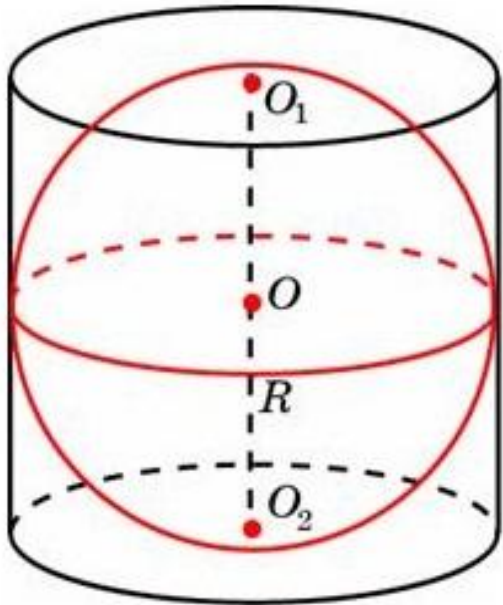
$$S = 4\pi R^2 = 4\pi 6^2 = 144\pi$$



Ответ: 144.

B11

Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18. Найдите площадь поверхности шара.



**Решение.**

По построению радиусы шара и основания цилиндра равны.


Площадь цилиндра, описанного вокруг шара радиусом

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2$$

Площадь поверхности шара радиусом  $r$  равна  $S = 4\pi r^2$ , то есть в 1,5 раза меньше

первой. Площадь поверхности шара тогда равна 12.

Ответ: 12.



Использованы задачи с сайта Дмитрия  
Гущина

Решу ЕГЭ <http://reshuege.ru/>