ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Математический кружок

Занятие - 9

Руководитель: Корчагина Ирина Афанасьевна,
учитель математики МБОУ «СОШ №37» г. Кемерово

ВЫСКАЗЫВАНИЕ

- Предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно, называется высказыванием.

Земля вращается вокруг Солнца

В высказываниях всегда можно выделить **тему** – то, о чём говорится,
и **рему** – то, что сообщается о теме.

28 + 36 = 64

СЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Из простых высказываний с помощью небольшого числа операций строятся сложные высказывания. Операции, называемые логическими связками или логическими функциями, примерно соответствуют тому, что в обыденной речи описывается словами «не», «и», «или», «если..., то» и т. п.

Сложные высказывания также обладают одним из двух свойств: «быть истинным» или «быть ложным». При этом истинность или ложность сложного высказывания зависит исключительно от истинности или ложности простых высказываний, из которых они с помощью связок получаются и логической операции используемой в составлении сложного высказывания.

ОБЩИЕ УТВЕРЖДЕНИЯ

- **Общие утверждения** – это такие высказывания, в которых утверждается, что **все** элементы заданного множества обладают указанным свойством.
- Общий характер высказывания выражается словами любой, каждый, все, всегда и т.д.

Например:

- В каждой неделе 7 дней.
- Результат умножения любого числа на 0 равен нулю.
- Периметр всякого прямоугольника равен сумме длин
- его сторон.
- Сумма двух натуральных чисел всегда делится на 3.
- Произведение любых двух натуральных чисел больше их суммы.

ОБЩИЕ УТВЕРЖДЕНИЯ

Для опровержения общего утверждения достаточно привести хотя бы один контрпример.

Для доказательства истинности общего утверждения недостаточно привести даже большое количество примеров.

Какие из следующих высказываний являются общими утверждениями?

1. Некоторые созвездия названы именами животных.
2. У каждой реки есть исток.
3. Все натуральные числа больше 1.
4. Всякое число, делящееся на 5, оканчивается цифрой 5.
5. Есть натуральные числа, которые делятся на 2.

УТВЕРЖДЕНИЯ О СУЩЕСТВОВАНИИ

Другое важное для математики тип утверждений – это утверждение о том, что в заданном множестве существует хотя бы один элемент, обладающий определённым свойством. Это утверждение о существовании.

Например:

- Можно найти такое натуральное число к, что 57 = 3к.
- Существует такое натуральное число х, что (2х+3):7=11.
- Некоторые люди имеют рост больше 2м 20см.
- Произведение двух натуральных чисел может быть больше их суммы.
- Сумма двух натуральных чисел не всегда делится на 3.
- Грибы не всегда съедобны.

УТВЕРЖДЕНИЯ О СУЩЕСТВОВАНИИ

Чтобы доказать истинность утверждения типа «хотя бы один», достаточно привести пример.

Чтобы опровергнуть данное утверждение, надо с помощью логических рассуждений показать , что такая ситуация невозможна ни при каких условиях.

Задание. Среди высказываний найти *общие* утверждения и утверждения *существования*, и другие.

1) Можно найти существительное, состоящее из 7 различных букв.
2) В доме может быть больше 10 этажей.
3) Некоторые люди носят очки.
4) Есть люди, которые не умеют плавать.
5) Император Франции Наполеон I умер в 1815 году.
6) У кошки 4 ноги.
7) На Южном полюсе температура воздуха всегда отрицательна.
8) В пустыне Сахара иногда идёт дождь.
9) Есть люди, которые не умеют плавать.
10) Вороны иногда остаются зимовать в городе.

СРЕДИ ДАННЫХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ НАЙДИ ОБЩИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ И ВЫСКАЗЫВАНИЯ О СУЩЕСТВОВАНИИ. ИЗ ЦИФР, СООТВЕТСТВУЮЩИХ ОБЩИМ ВЫСКАЗЫВАНИЯМ, СОСТАВЬ ВСЕ ВОЗМОЖНЫЕ ТРЁХЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА (ЦИФРЫ В ЗАПИСИ ЧИСЕЛ НЕ ПОВТОРЯЮТСЯ).

0 Некоторые натуральные числа являются делителями числа 36.
1 Любое натуральное число делится на себя и на единицу.
2 Можно найти два натуральных делителя числа 7.
3 Существует натуральное число, имеющее меньше двух делителей.
4 Делитель числа не всегда меньше самого числа.
5 Кратное числа не всегда больше самого числа.
6 Все числа, кратные десяти, оканчиваются нулём.
7 Некоторые числа, кратные четырём, оканчиваются цифрой 4.
8 Каждое натуральное число больше предыдущего на единицу.
9 Существует наименьшее натуральное число.

ОТРИЦАНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

При споре двух людей один из них утверждает, что некоторое высказывание истинно, а другой отрицает это мнение, он имеет противоположное мнение.

Для формулировки отрицания действуют как бы в два приёма: сначала мысленно присоединяют к предложению слова «Неверно, что», а затем «обрабатывают» полученное отрицание так, чтобы оно хорошо звучало на русском языке, - можно сказать, переводят его с русского «математического» языка на русский литературный.

<u>Например.</u> На столе ничего нет.

Неверно, что на столе ничего нет.

На столе что-то есть.

ОТРИЦАНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Если данное высказывание истинно, то его отрицание ложно, и наоборот – если данное высказывание ложно, то его отрицание истинно.

Этот факт представляет собой закон логики, и он имеет специальное название – закон исключённого третьего: истинно либо само утверждение, либо его отрицание (имеются две возможности). И поэтому закон исключённого Третьего часто произносится по – латыни: **tertium non datur** (тэрциум нон датур – «третьего не дано»).

РЕШИТЬ ЗАДАЧИ

1. Беседуют трое: Белокуров, Чернов и Рыжов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас русый, другой – брюнет, а третий – рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии». Какой цвет волос имеет каждый из беседующих?

2. Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» Петя, Вася и Коля ответили: «Не я», а Миша – «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое – неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло?

Ответ объясните.

Решение 2. Начнём с ответов Пети, Васи и Коли. Так как стекло разбил кто-то один, то среди ответов Пети, Васи и Коли может быть лишь один ложный, иначе при двух ложных ответах получается, что стекло разбили двое. Тогда вторым ложным ответом будет ответ Миши, так как всего ложных ответов два. Поэтому Миша знал, кто разбил стекло.

3. На острове живут два племени: аборигены и пришельцы. Аборигены всегда говорят правду, а пришельцы всегда лгут. Путешественник, приехавший на остров, нанял островитянина в проводники. Они пошли и увидели другого островитянина. Путешественник послал провод ника узнать, к какому племени принадлежит этот туземец. Проводник вернулся и сказал: «Туземец говорит, что он абориген». Кем был проводник: пришельцем или аборигеном?

Ответ.

Так как ответом встреченного островитянина могла быть лишь фраза «Я - абориген»(этот ответ является правдой для аборигенов и ложью для пришельцев), а проводник сказал, что туземец – абориген, то проводник является аборигеном.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Из четырёх учеников – Антона, Бори, Васи и Гали – один отличник. Кто отличник, если:
1) в тройке «Антон, Боря, Вася» есть отличник;
2) в тройке «Антон, Вася, Галя» есть отличник;
3) Антон не отличник ?

2. В семье четверо детей. Им 5, 8, 13, 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребёнку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше бори и сумма лет Ани и Веры делится на 3?

Ответ1

Ответ2

ОТВЕТ 1

1. Так как в тройках «Антон, Боря, Вася» и «Антон, Вася Галя» есть отличник, то это могут быть Антон или Вася. Но известно, что Антон не отличник, значит, отличник - Вася.

ОТВЕТ 2

2. Найдём сначала возраст Бори. Так как в детский сад ходит девочка, то это не Боря. Тогда Боре больше 5 лет.

Так как Аня старше Бори, то Боре не может быть 15 лет.

Так как сумма лет Ани и Веры делится на 3, то, учитывая возраст детей в семье, это может быть в следующих случаях:

1) одной девочке 5 лет, а другой 13 лет;

2) одной девочке 8 лет, а другой 13 лет.

В обоих случаях одной девочке 13 лет. Следовательно, Боре не 13 лет.

Имеем: Боре не 5 лет, не 15 лет и не 13. Тогда Боре 8 лет.

Установим возраст каждой девочки. Так как сумма лет Ани и Веры
Делится на 3, а Боре 8 лет, то возможен лишь один случай: девочкам
5 и 13 лет. А так как по условию Аня старше Бори, то Ане 13 лет. Тогда Вере будет 5 лет, а Гале 15 лет.