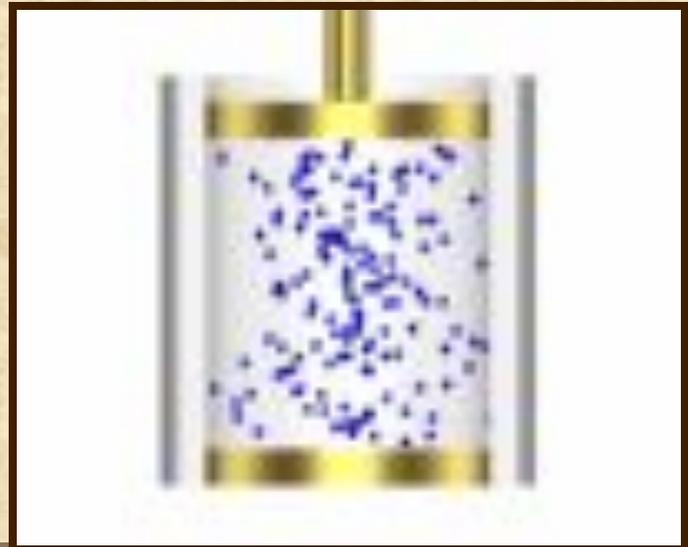
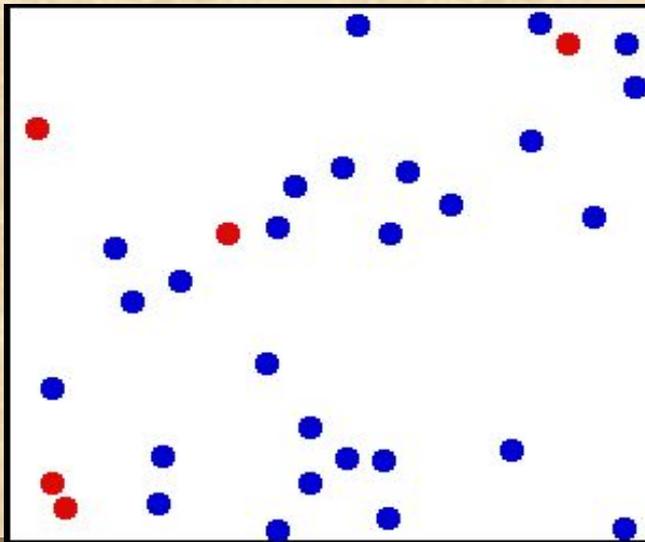


Термодинамика и статистическая физика



Лекция № 2

Первое начало термодинамики

1. Внутренняя энергия. Макроскопическая работа. Количество теплоты.
2. Первое начало термодинамики.
3. Условия преобразования теплоты в работу.
4. Основные элементы тепловой машины. Цикл Карно. Максимальный КПД тепловых машин.
5. Теплоёмкость. Молярная теплоёмкость идеального одноатомного газа при постоянном объёме и постоянном давлении.
6. Адиабатический процесс. Уравнение адиабаты.

Внутренняя энергия

Наряду с механической энергией любое тело (или система) обладает *внутренней энергией*.

Внутренняя энергия – энергия покоя (без движения сосуда).

Она складывается из:

- теплового хаотического движения молекул,*
- потенциальной энергии их взаимодействия (для реального газа),*
- кинетической и потенциальной энергии электронов в атомах, нуклонов в ядрах и так далее.*

В термодинамике важно знать не абсолютное значение внутренней энергии, а её изменение.

В термодинамических процессах изменяется только кинетическая энергия движущихся молекул (тепловой энергии недостаточно, чтобы изменить строение атома, а тем более ядра).

Следовательно, фактически *под внутренней энергией в термодинамике подразумевают энергию теплового хаотического движения молекул.*

Внутренняя энергия U одного моля
идеального одноатомного газа равна:

$$U = \langle E_{\text{кин}} \rangle N_A = \frac{3}{2} k T N_A = \frac{3}{2} R T \text{ или}$$

$$U = \frac{3}{2} R T$$

Таким образом, внутренняя энергия зависит *только от температуры.*

Внутренняя энергия U является функцией состояния системы и не зависит от предыстории: $\oint dU = 0$

В каждом состоянии **система обладает определенным и только таким значением внутренней энергии**, поэтому можно

записать:

$$\Delta U = \int_{U_1}^{U_2} dU = U_2 - U_1$$

Так как U – функция состояния, то

$$\oint dU = 0$$

Этот справедливо для любой функции состояния.

Внутренняя энергия U ν молей

идеального одноатомного газа равна:

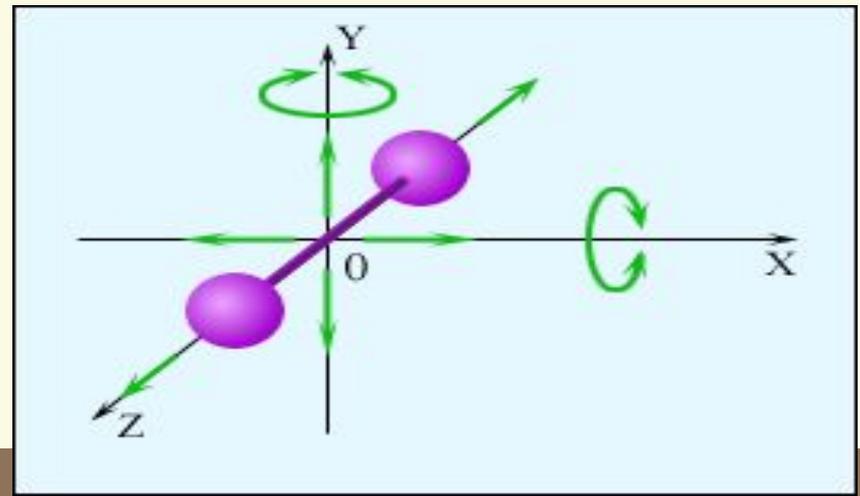
$$U = \nu \cdot N_A E_{кин} = \frac{3}{2} \nu \cdot k T N_A = \frac{3}{2} \nu R T$$

Для многоатомного идеального газа, у которого i степеней свободы:

$$U = \nu \cdot N_A E_{кин} = \frac{i}{2} \nu \cdot k T N_A = \frac{i}{2} \nu R T$$

Для **ОДНОГО МОЛЯ**
идеального газа:

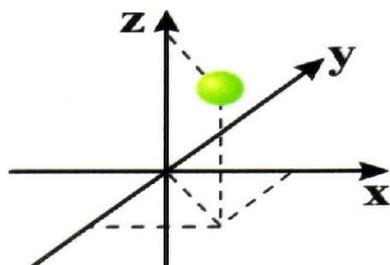
$$U = \frac{i}{2} R T$$



Число степеней свободы молекулы

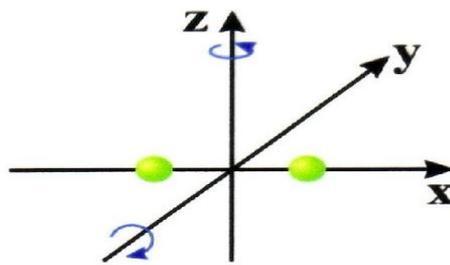
Число степеней свободы молекулы i - число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве

Одноатомная молекула



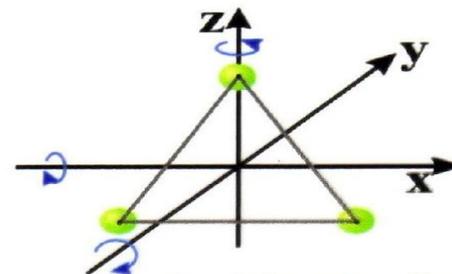
$$i = 3 (x, y, z)$$

Двухатомная молекула



$$i = 5 (x, y, z, \alpha, \beta)$$

Трёхатомная молекула



$$i = 6 (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

x, y, z - координаты центра масс молекулы,

α, β, γ - углы поворота молекулы относительно трех взаимно-перпендикулярных осей

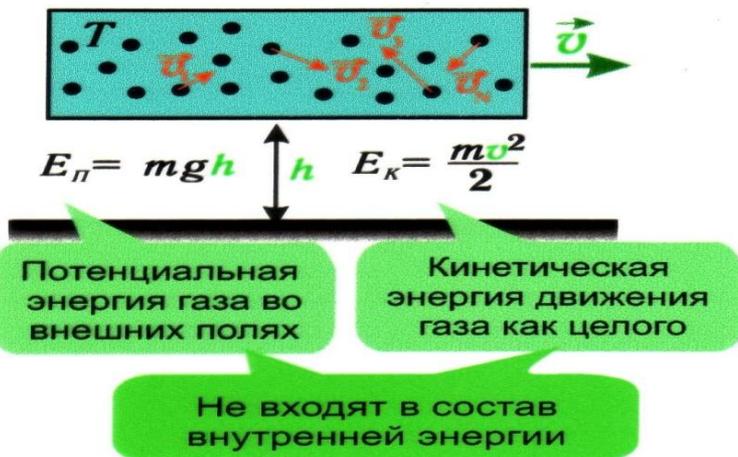
$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{колеб}}$$

| МОЛЕКУЛА | Характер связи между атомами | Число степеней свободы | | | i |
|----------------------------|------------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------|-----|
| | | поступательное движение | вращательное движение | колебательное движение | |
| Одноатомная | | 3 | | | 3 |
| Двухатомная | жесткая | 3 | 2 | | 5 |
| Двухатомная | упругая | 3 | 2 | 1 | 7 |
| С числом атомов три и выше | жесткая | 3 | 3 | | 6 |

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА U

суммарная кинетическая энергия теплового движения молекул



$$U = N \langle \varepsilon \rangle ,$$

$$N = \nu N_A \quad \text{- число молекул}$$

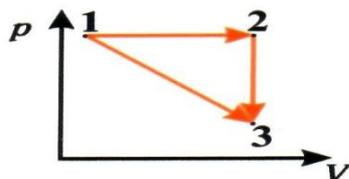
$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT \quad \text{- средняя кинетическая энергия одной молекулы}$$

$$U = \frac{3}{2} \nu RT$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

ЗАДАНИЕ:

Сравните приращение внутренней энергии при переходах $1 \rightarrow 3$ и $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$



$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{13} &= \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_3 - T_1) \\ \Delta U_{123} &= \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_3 - T_1) \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta U_{13} = \Delta U_{123}$$

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ - функция состояния системы, ее приращение не зависит от вида процесса, происходящего в системе

Для газов с более сложными молекулами

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT \quad U = \frac{i}{2} \nu RT \quad i\text{-число степеней свободы}$$

Работа и теплота

Термодинамическая система может обладать как внутренней, так и механической энергией и разные системы могут обмениваться этими видами энергии.

Обмен механической энергией

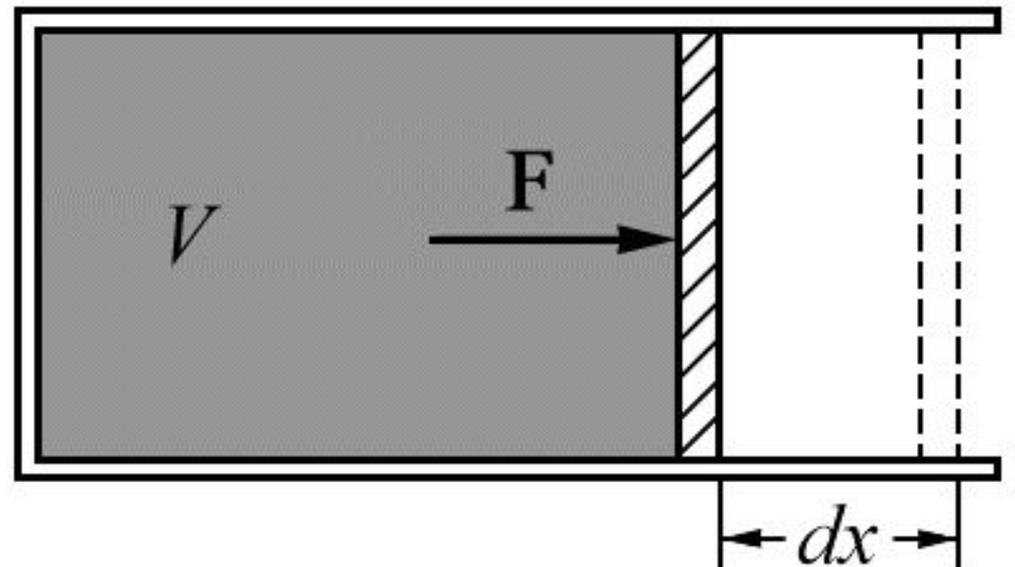
характеризуется *совершённой работой A* ,
а *обмен внутренней энергией – количеством переданного тепла Q* .

Механическая энергия может переходить в тепловую энергию и обратно.

Работа, совершаемая системой при бесконечно малом изменении объема системы dV , равна:

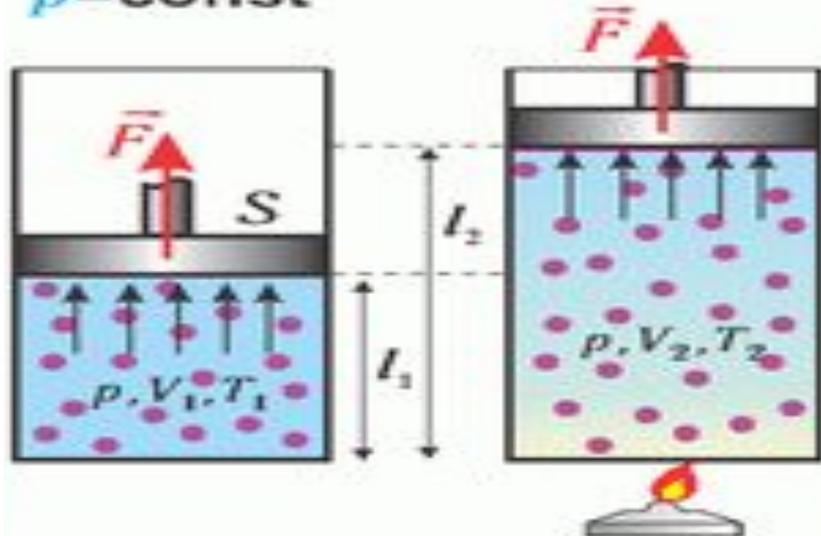
$$\delta A = F dx = P S dx = P dV$$

Здесь $P = F/S$ – давление газа в сосуде; S – площадь поршня; $dV = S dx$ – изменение объема сосуда при перемещении поршня на dx .

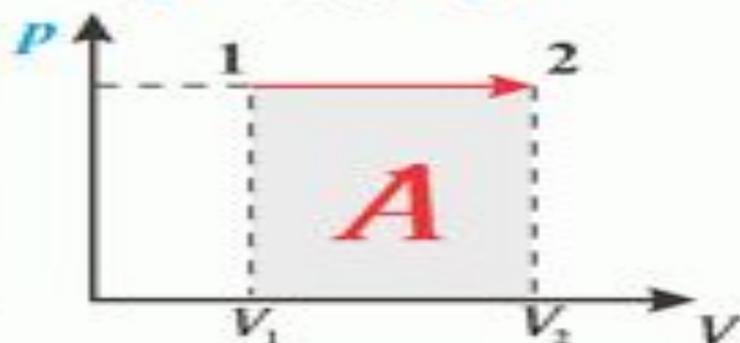


Работа идеального газа

$p = \text{const}$



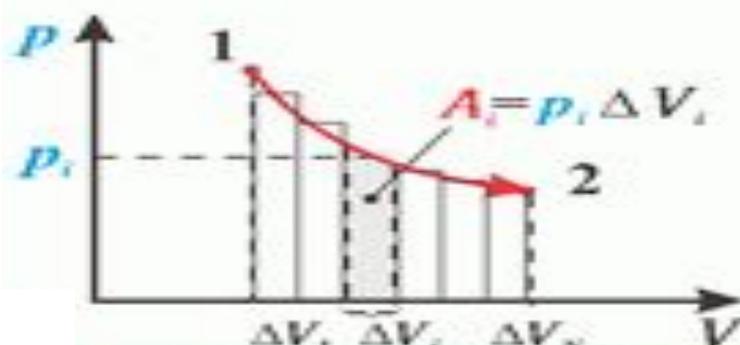
$$A = F(l_2 - l_1) = p S(l_2 - l_1) = p \Delta V$$



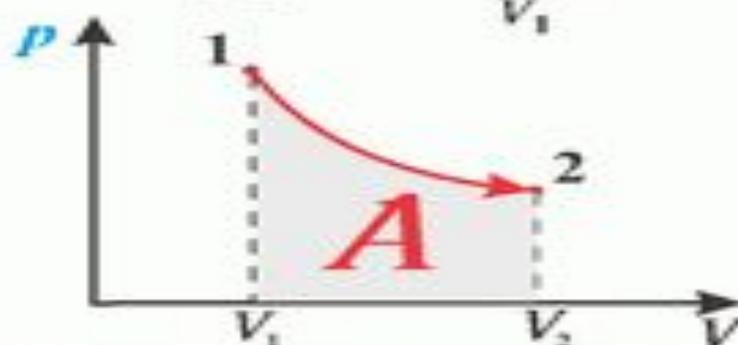
Работа - способ изменения внутренней энергии

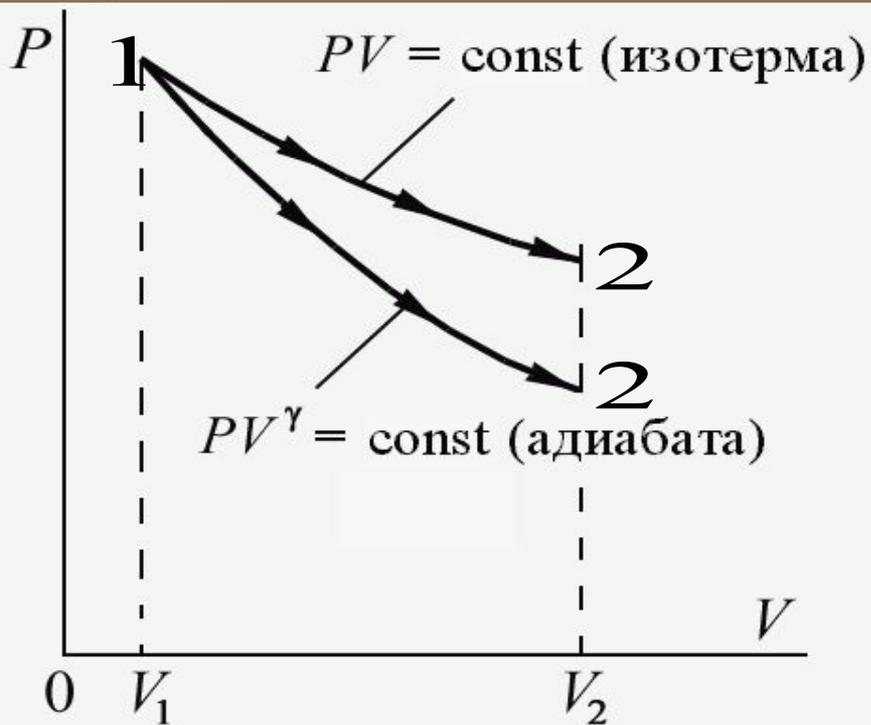
$p \neq \text{const}$

$$A \cong \sum_{i=1}^N p_i \Delta V_i$$



$$A = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} p_i \Delta V_i = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

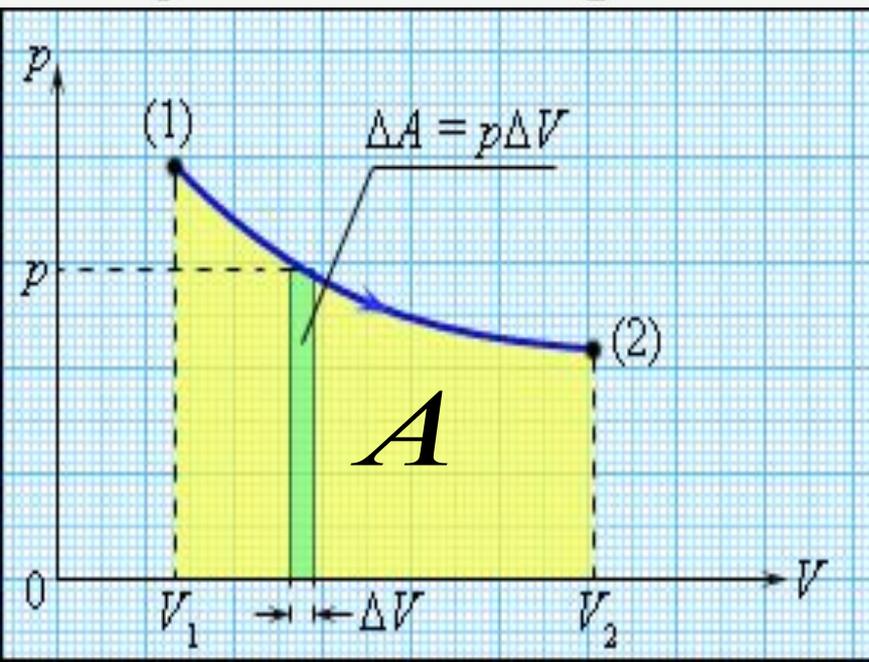




При переходе из состояния 1 в состояние 2 (конечном изменении объема) давление может изменяться

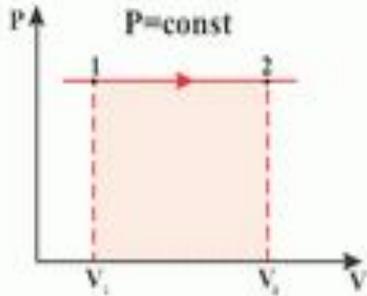
$$A = \int_{V_1}^{V_2} \delta A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Геометрическая интерпретация интеграла – **площадь под кривой 1 – 2**. Площадь зависит от вида кривой. Поэтому **макроскопическая работа не является функцией состояния**, а является функцией процесса.



Работа газа при различных процессах

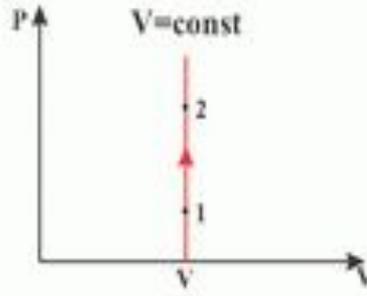
Изобарический процесс



$$A = P(V_2 - V_1) = P\Delta V > 0$$

A - площадь фигуры $V_1-1-2-V_2-V_1$

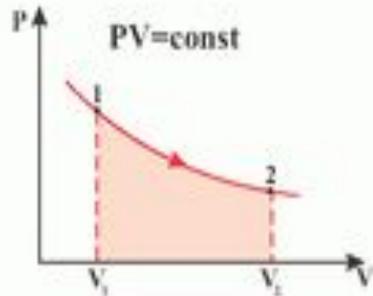
Изохорический процесс



$$\Delta V = 0$$

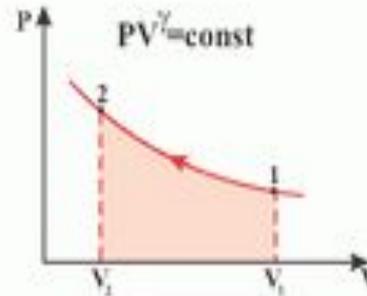
$$A = 0$$

Изотермический процесс



$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$$

Адиабатический процесс



$$A = \frac{PV}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \right] < 0$$

РАБОТА ПРИ ИЗОПРОЦЕССАХ

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV;$$

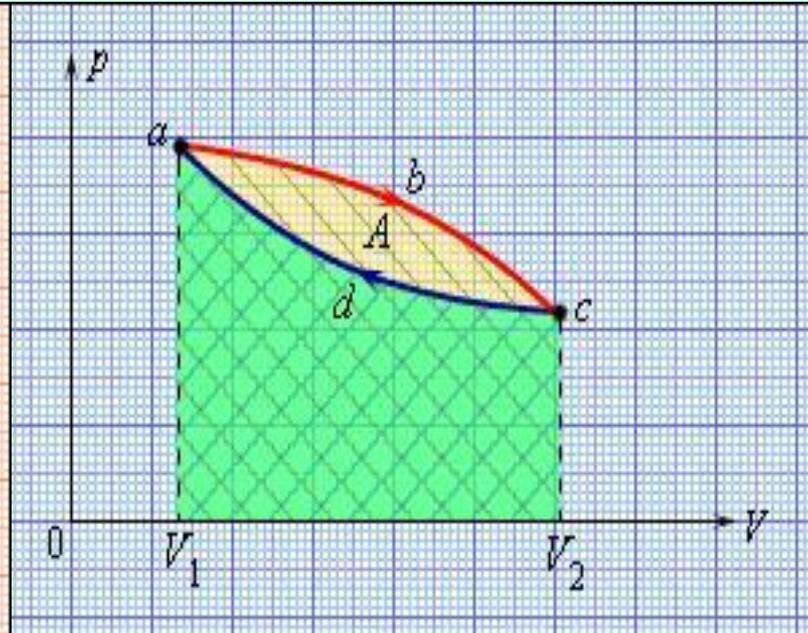
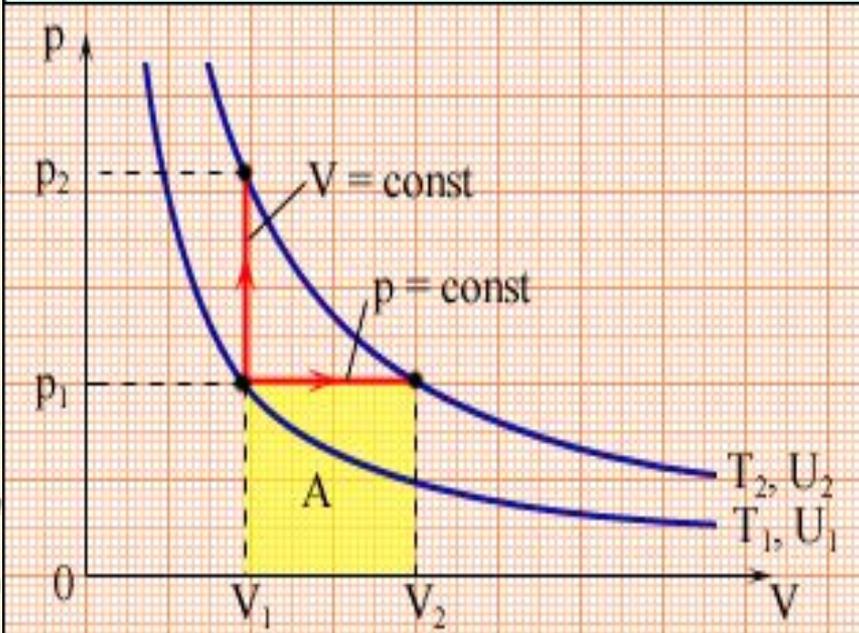
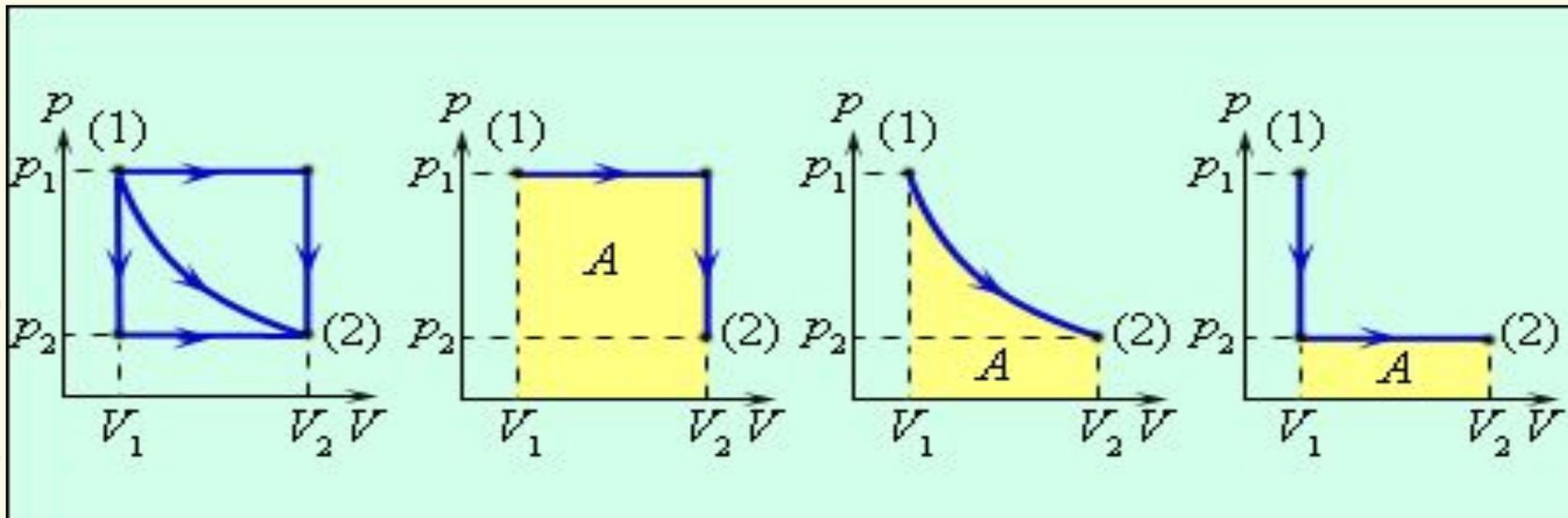
$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{m}{M} R \frac{T}{V} \Rightarrow$$

$$A_{12} = \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} T \frac{dV}{V}.$$

$$T = const \Rightarrow A_{12} = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT (\ln V)_{V_1}^{V_2} = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right).$$

РАБОТА – ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОЦЕССА



Количество теплоты Q , представляет собой **энергию**, которая **передаётся** от одного тела к другому **при их контакте** (непосредственно или через 3-е тело) или путём **излучения**. Количество тепла (теплота) – мера изменения внутренней энергии системы в процессе теплопередачи: **теплопроводность, тепловое излучение, конвекция** (перенос теплоты, обусловленный различием температур в разных местах жидкости или газа).





теплопроводность

конвекция

излучение

Первое начало термодинамики

(закон сохранения энергии при тепловых процессах)

Количество теплоты, сообщаемой телу, идёт на увеличение внутренней энергии и на совершение телом работы:

$$Q = \Delta U + A$$

– это и есть первое начало термодинамики или *закон сохранения энергии в термодинамике.*

$$\Delta U = Q - A$$

– *изменение внутренней энергии тела равно разности сообщаемой телу теплоты и произведённой телом работы.*

Закон сохранения энергии *для*
малого изменения состояния
системы будет иметь вид:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

U – функция состояния системы;
 dU – её полный дифференциал, а
 δQ и δA таковыми не являются и их
приращения не являются полными
дифференциалами.

Теплота Q и работа A зависят от того, каким образом совершен переход из состояния 1 в состояние 2 (изохорически, адиабатически), а внутренняя энергия U не зависит.

При этом нельзя сказать, что система, обладает определенным для данного состояния значением теплоты и работы.

Количество теплоты Q выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т.е. в джоулях $[Q] = \text{Дж}$.

Теплотой называется **энергия**, передаваемая от тела с более высокой температурой телу с меньшей температурой при контакте (или путём излучения). Такая передача энергии не сопровождается совершением работы, а приводит только к увеличению внутренней энергии. Но если тепло передаётся телу, которое при этом может расширяться, то оно может совершать работу (I нач. ТД):

$$\delta A = \delta Q - dU$$

Наибольшая работа совершается при изотермическом процессе, когда внутренняя энергия не изменяется ($dU = 0$), тогда:

$$\delta A = \delta Q$$

Если идеальный газ, получив теплоту, изотермически расширится от объёма V_1 до объёма V_2 , то при этом будет совершена работа равная:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

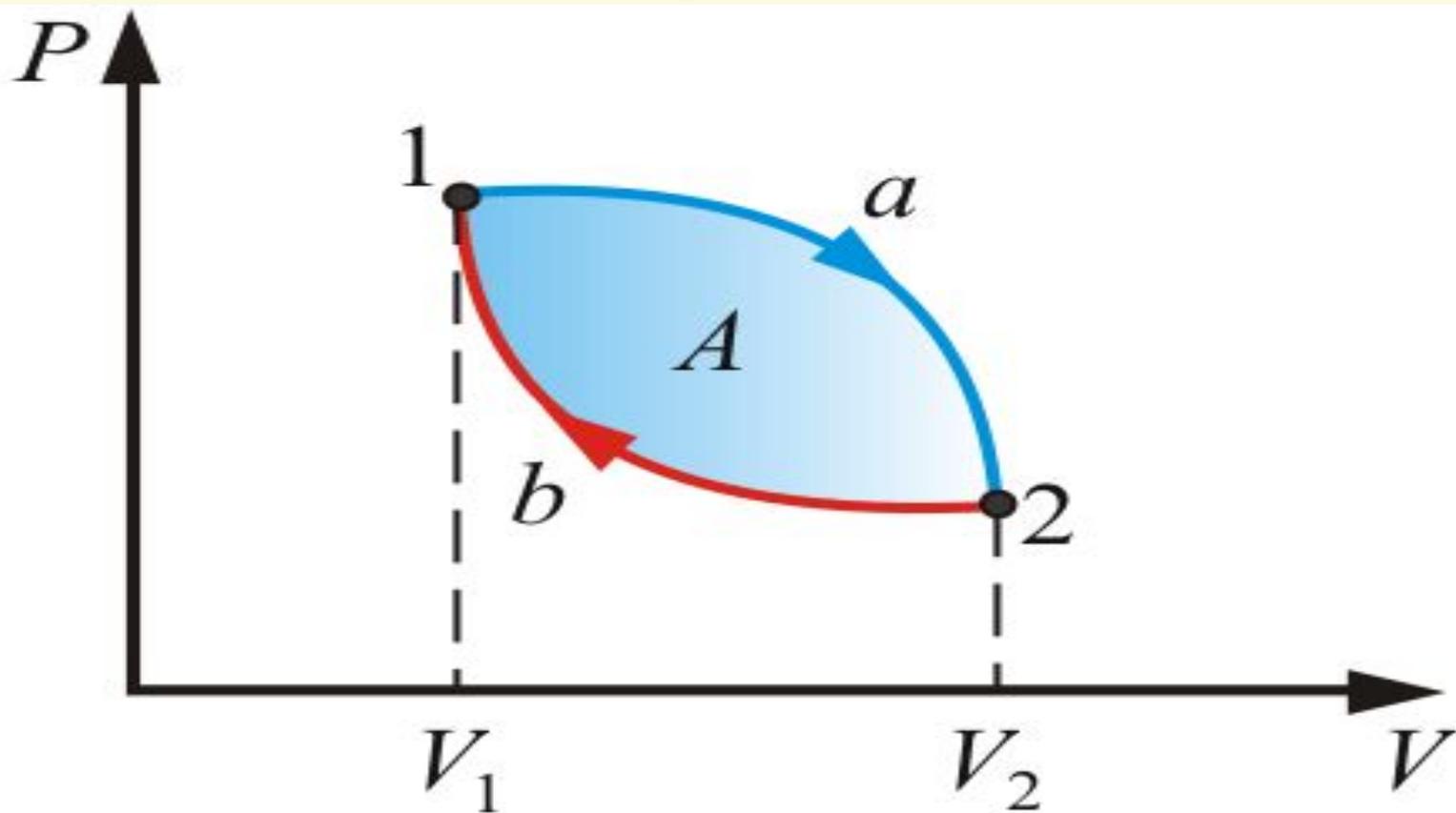
$$\left(PV = \frac{m}{\mu} RT \right)$$

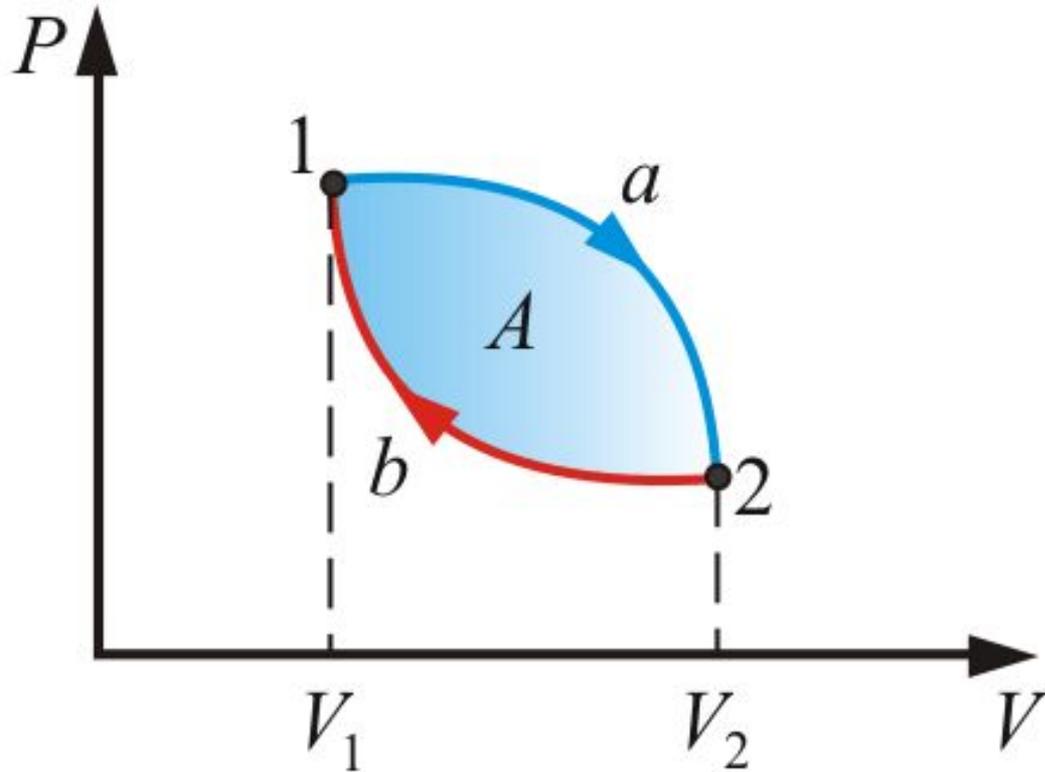
Если $\Delta U = 0$, то **согласно первому началу термодинамики** $A = Q$, т.е.

нельзя построить периодически действующий двигатель, который совершал бы бóльшую работу, чем количество сообщенной ему извне энергии. Иными словами, **вечный двигатель первого рода невозможен.**

Это одна из формулировок первого начала термодинамики.

Особое значение в термодинамике имеют круговые или циклические процессы, при которых система, пройдя ряд состояний, возвращается в исходное.





Цикл, совершаемый идеальным газом, можно разбить на процессы:

расширения (1 – 2)
сжатия (2 – 1) газа.

**Работа расширения (1a2) -
положительна ($dV > 0$).**

**Работа сжатия (2b1) -
отрицательна ($dV < 0$).**

Работа A , совершаемая за цикл, определяется площадью, охватываемой кривой (внутри).

Если за цикл совершается положительная работа

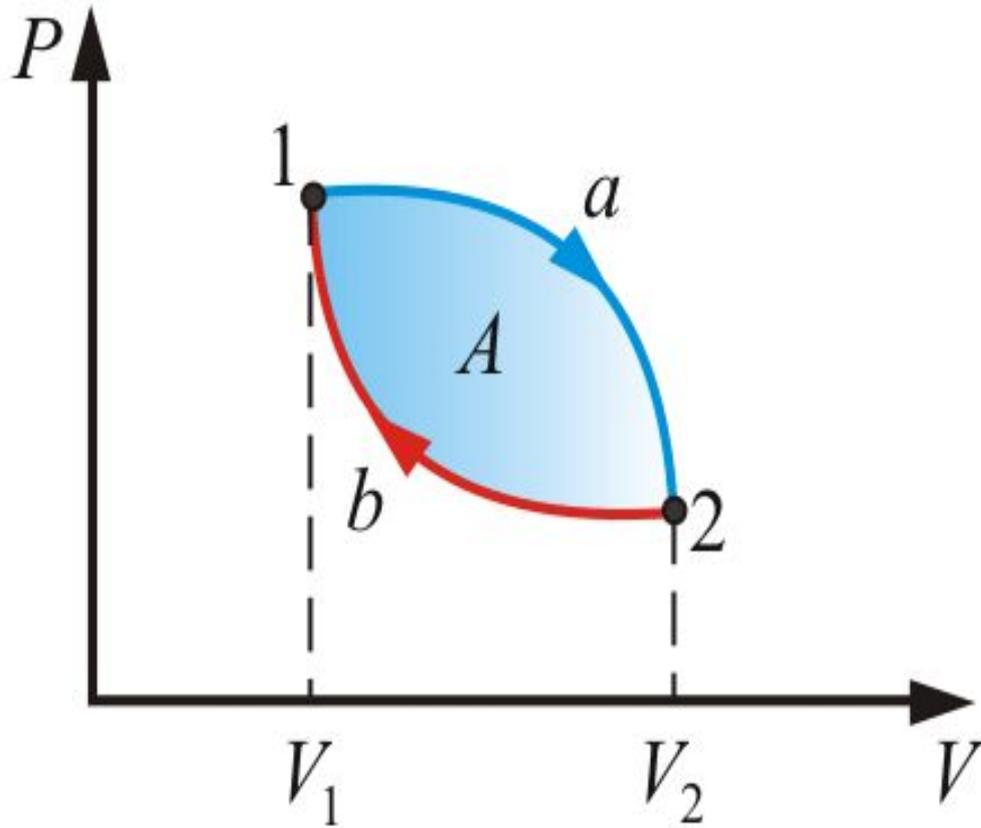
$$A = \oint P dV > 0$$

(цикл протекает **по часовой стрелке**), то он называется *прямым*.

Если за цикл совершается отрицательная работа

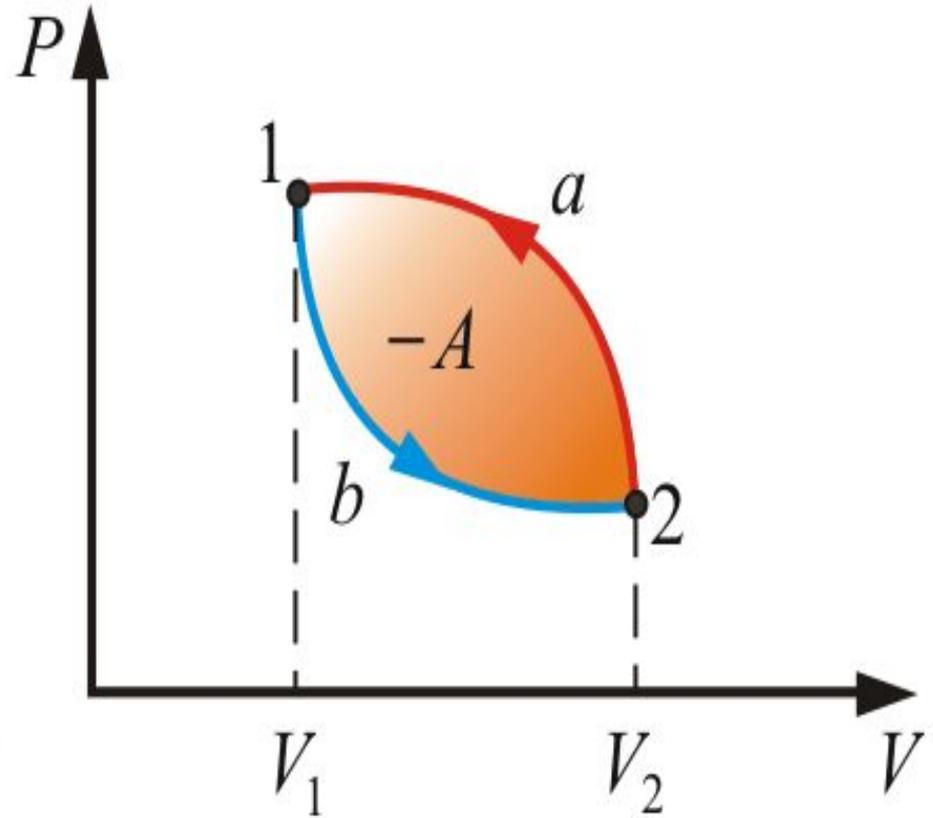
$$A = \oint P dV < 0$$

(цикл протекает **против часовой стрелки**), то он называется *обратным*.



Прямой цикл

$$A = \oint P dV > 0$$



Обратный цикл

$$A = \oint P dV < 0$$

Прямой цикл используется в **тепловых двигателях** – периодически действующих установках, совершающих работу за счет получения извне теплоты. **Обратный цикл** используется в **холодильных машинах** периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и, следовательно, **полное изменение внутренней энергии газа равно нулю** ($\Delta U = 0$). Поэтому первое начало термодинамики для кругового процесса:

$$Q = \Delta U + A = A$$

т.е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты.

$$Q = A$$

Т.о. **работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты.**

Однако в результате **кругового процесса** система может теплоту как **получать**, так **и отдавать**, поэтому

$$Q = Q_1 - Q_2,$$

Q_1 – количество теплоты, полученное системой;

Q_2 – количество теплоты, отданное системой.

Термический коэффициент полезного действия (КПД) для кругового процесса:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Все термодинамические процессы, в том числе и круговые, делят на две группы: обратимые и необратимые.

Термический процесс называется обратимым, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении. Причем, если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений.

Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является необратимым.

Любой равновесный процесс является обратимым.

Обратимость равновесного процесса, происходящего в системе, следует из того, что ее любое промежуточное состояние есть состояние термодинамического равновесия; для него "безразлично", идет процесс в прямом или обратном направлении.

Реальные процессы сопровождаются диссипацией энергии (из-за трения, теплопроводности и т.д.) и являются **необратимыми**.

Обратимые процессы - это идеализация реальных процессов.

Их рассмотрение важно по двум причинам:

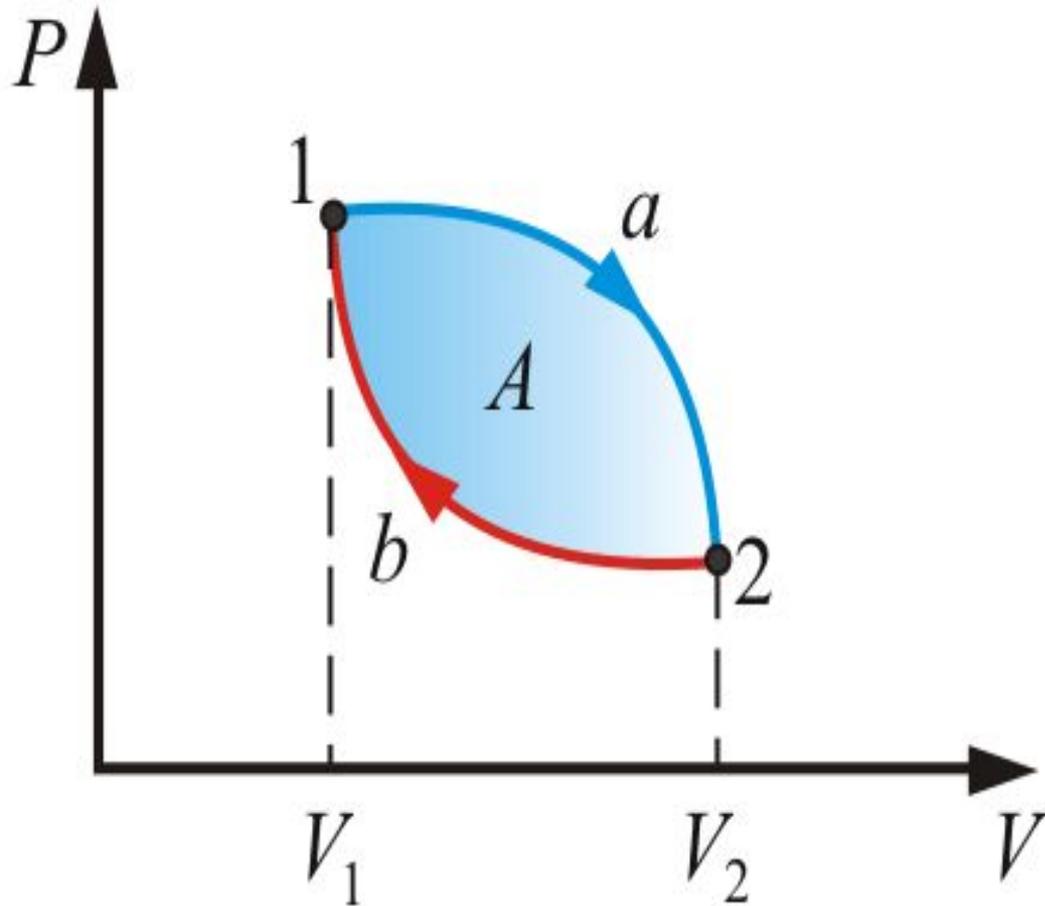
- 1) многие процессы в природе и технике практически обратимы;
- 2) обратимые процессы являются наиболее экономичными;

Они имеют **максимальный** термический **коэффициент полезного действия**, что позволяет указать пути повышения КПД реальных тепловых двигателей.

При адиабатическом расширении газа условие теплоизолированности системы исключает непосредственный теплообмен между системой и средой. Поэтому, производя адиабатическое расширение газа, а затем сжатие, можно вернуть газ в исходное состояние так, что в окружающей среде никаких изменений не произойдет. Это и будет обратимый процесс.

Тепловые машины

Тепловой машиной называется периодический действующий двигатель, совершающий работу за счет получаемого извне тепла. При этом теплота, взятая у источника, может быть превращена в работу в циклическом процессе при условии, что кроме этого должно изменяться состояние какого-то другого тела или тел.

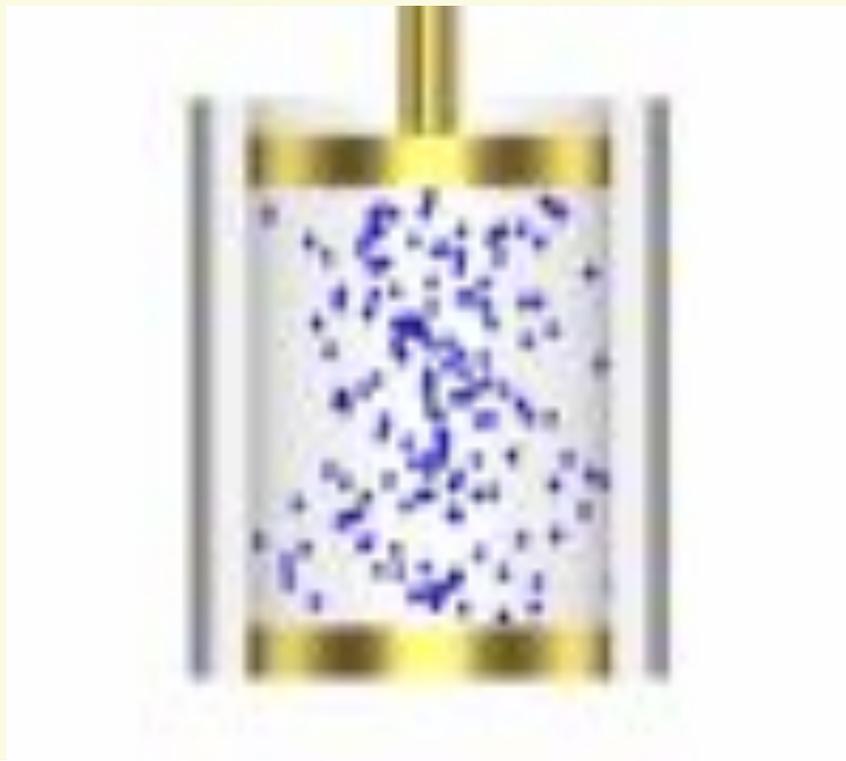
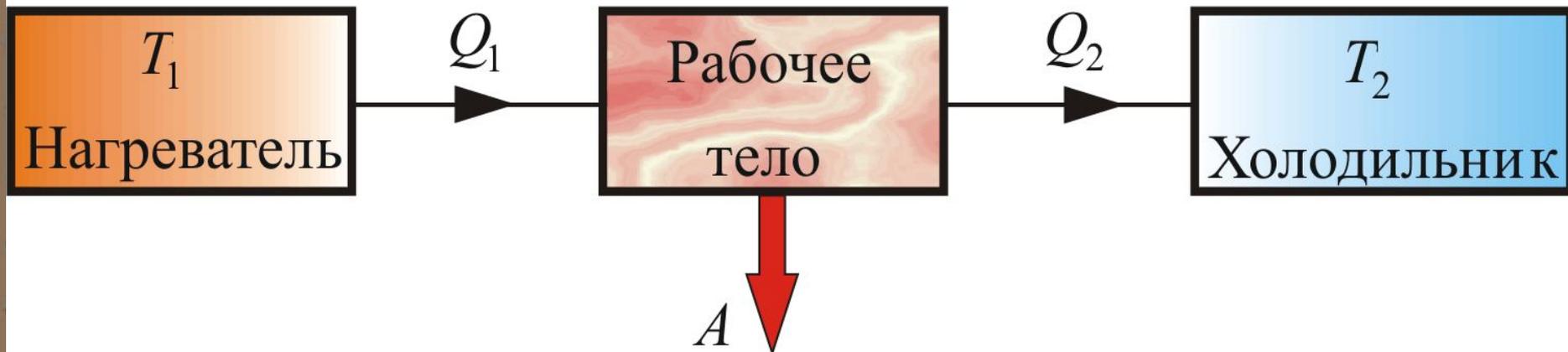


Любая **тепловая машина** работает по принципу **кругового (циклического) процесса**, т.е. возвращается в исходное состояние.

Но чтобы при этом была совершена полезная работа, возврат должен быть произведен с наименьшими затратами.

Полезная работа равна разности работ расширения и сжатия, т.е. равна площади, ограниченной замкнутой кривой.

Обязательными частями тепловой машины являются: нагреватель (источник энергии), холодильник и рабочее тело (газ, пар).



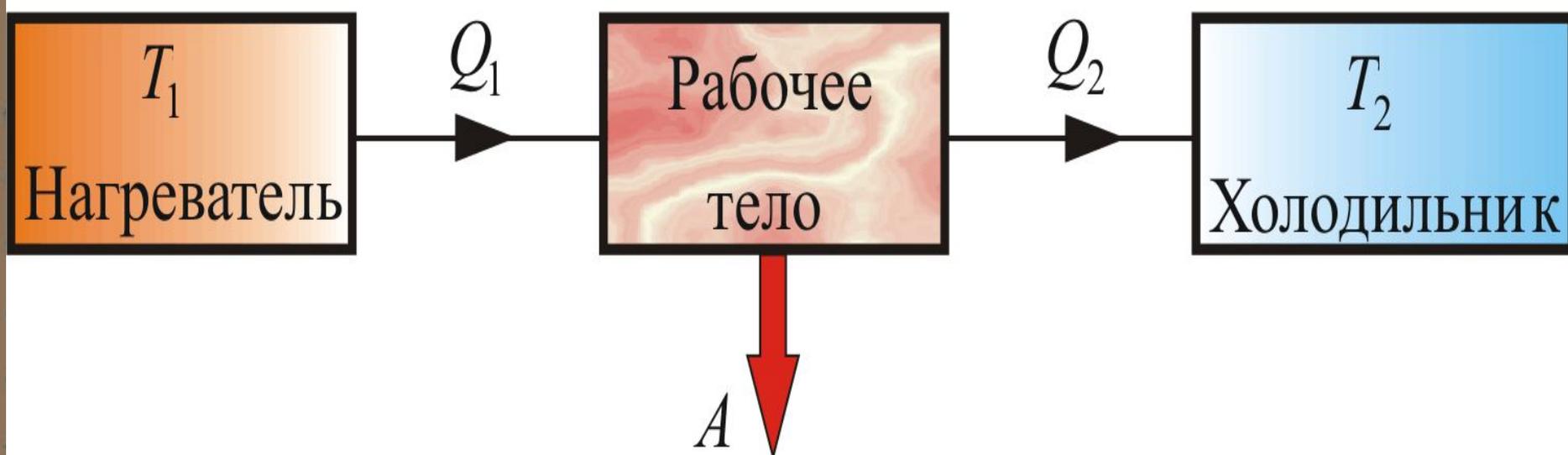
Принцип действия тепловых двигателей



Зачем холодильник? Так как в тепловой машине реализуется круговой процесс, то **вернуться в исходное состояние можно с меньшими затратами, если отдать часть тепла.**

Если **охладить пар**, то его **легче сжать**, следовательно, **работа сжатия будет меньше работы расширения.**

Поэтому в тепловых машинах **используется холодильник.**



Прямой цикл используется в тепловом двигателе – периодически действующей тепловой машине, совершающей работу за счет полученной извне теплоты.

$$A = Q_1 - Q_2$$

От термостата с более высокой температурой T_1 , называемого **нагревателем**, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой T_2 , называемому **холодильником**, за цикл передается количество теплоты Q_2 и совершается работа A :

$$A = Q_1 - Q_2$$

КПД тепловых двигателей

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{Q}$$

η – коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя

$A_{\text{полезн}}$ – полезная работа, совершенная двигателем, Дж

Q – общее количество теплоты, полученное двигателем, Дж

$$\text{КПД} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\%$$

КПД – коэффициент полезного действия
теплового двигателя

Q_1 – количество теплоты, полученное
рабочим телом от нагревателя

Q_2 – количество теплоты, отданное рабочим
телом холодильнику

КПД тепловых двигателей

Двигатель внутреннего сгорания

КПД = 25-30%



КПД тепловых двигателей

Газовая турбина

КПД = 25-29%

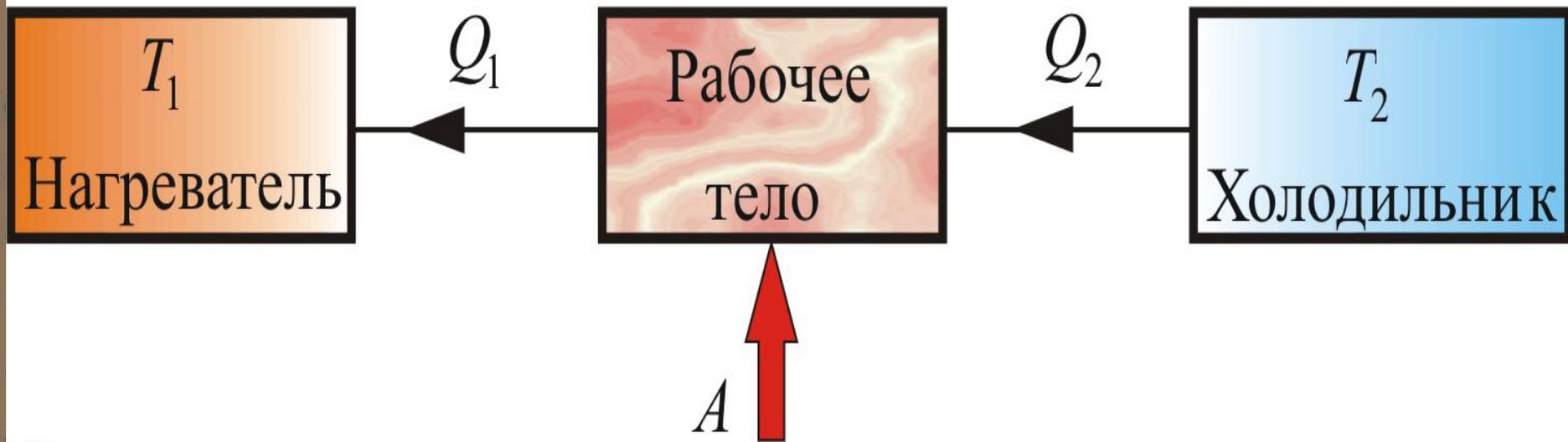


КПД тепловых двигателей

Паровая машина

КПД = 15%





Обратный цикл используется в **холодильных машинах** — периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил **теплота Q_2 от холодного тела** переносится к телу с **более высокой температурой.**

Тепловой двигатель. Холодильная машина

Тепловая машина -
двигатель, в котором
тепловая энергия
преобразуется в работу

Холодильная машина -
устройство осуществляющее
охлаждение за счет работы,
совершенной внешними силами



Работа, совершенная
тепловым двигателем

$$A = Q_1 - Q_2$$



Количество тепла,
переданное телу с более
высокой температурой

$$Q_1 = Q_2 + A$$

КПД теплового двигателя

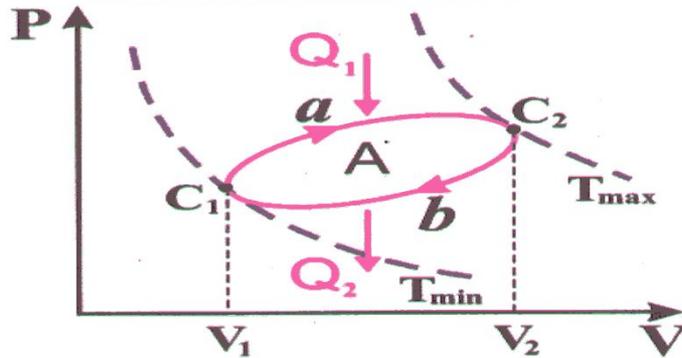
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Без совершения работы A над системой
невозможно отбирать теплоту от менее нагретого тела
и передавать ее более нагретому телу

Круговые процессы (циклы)

Круговым процессом (циклом) называется такой процесс, в результате которого термодинамическая система возвращается в исходное состояние

Прямой цикл



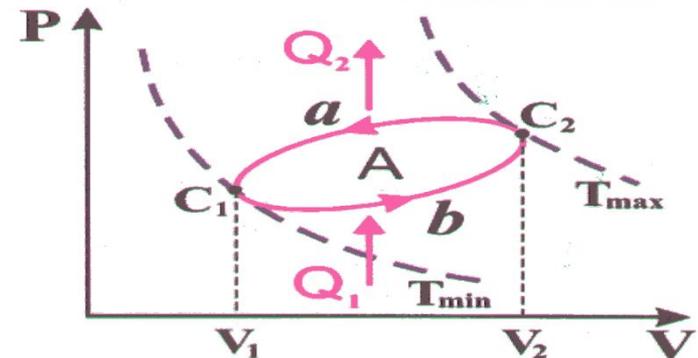
Используются
в тепловых машинах

- $A_1 > 0$ - работа расширения газа
(площадь фигуры $V_1 C_1 a C_2 V_2$)
- $A_2 < 0$ - работа сжатия газа
(площадь фигуры $V_2 C_2 b C_1 V_1$)

$$A_1 > A_2$$

$$A_{\Sigma} = A_1 - A_2 > 0$$

Обратный цикл



Используются
в холодильных машинах

- $A_1 < 0$ - работа сжатия газа
(площадь фигуры $V_2 C_2 a C_1 V_1$)
- $A_2 > 0$ - работа расширения газа
(площадь фигуры $V_1 C_1 b C_2 V_2$)

$$A_1 < A_2$$

$$A_{\Sigma} = A_1 - A_2 < 0$$

$$\Delta U = 0, \quad Q = A = Q_1 - Q_2$$

КПД тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Холодильный коэффициент

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

Цикл Карно (обратимый).



Карно теоретически проанализировал обратимый наиболее экономичный цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Его называют циклом Карно.

Прямой цикл Карно в качестве рабочего тела использует идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.



Карно Никола Леонард Сади

(1796 – 1832) – французский физик

и инженер, один из создателей термодинамики. Впервые показал,

что **работу можно получить** в

случае, **когда тепло переходит от**

нагретого тела к более холодному. Ввел понятие

кругового и обратимого процессов, идеального

цикла тепловых машин, заложил тем самым основы

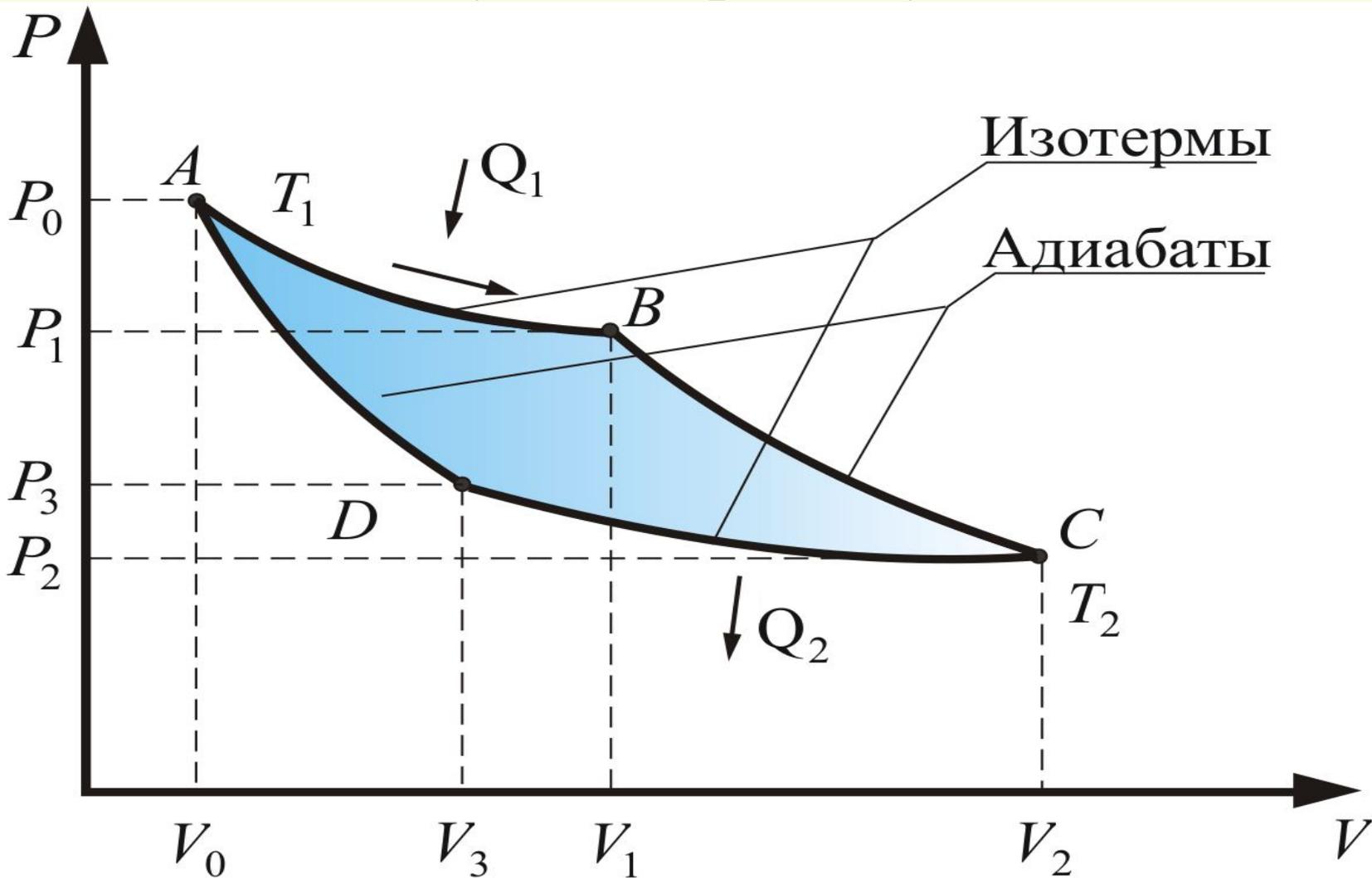
их теории. Пришел к понятию механического

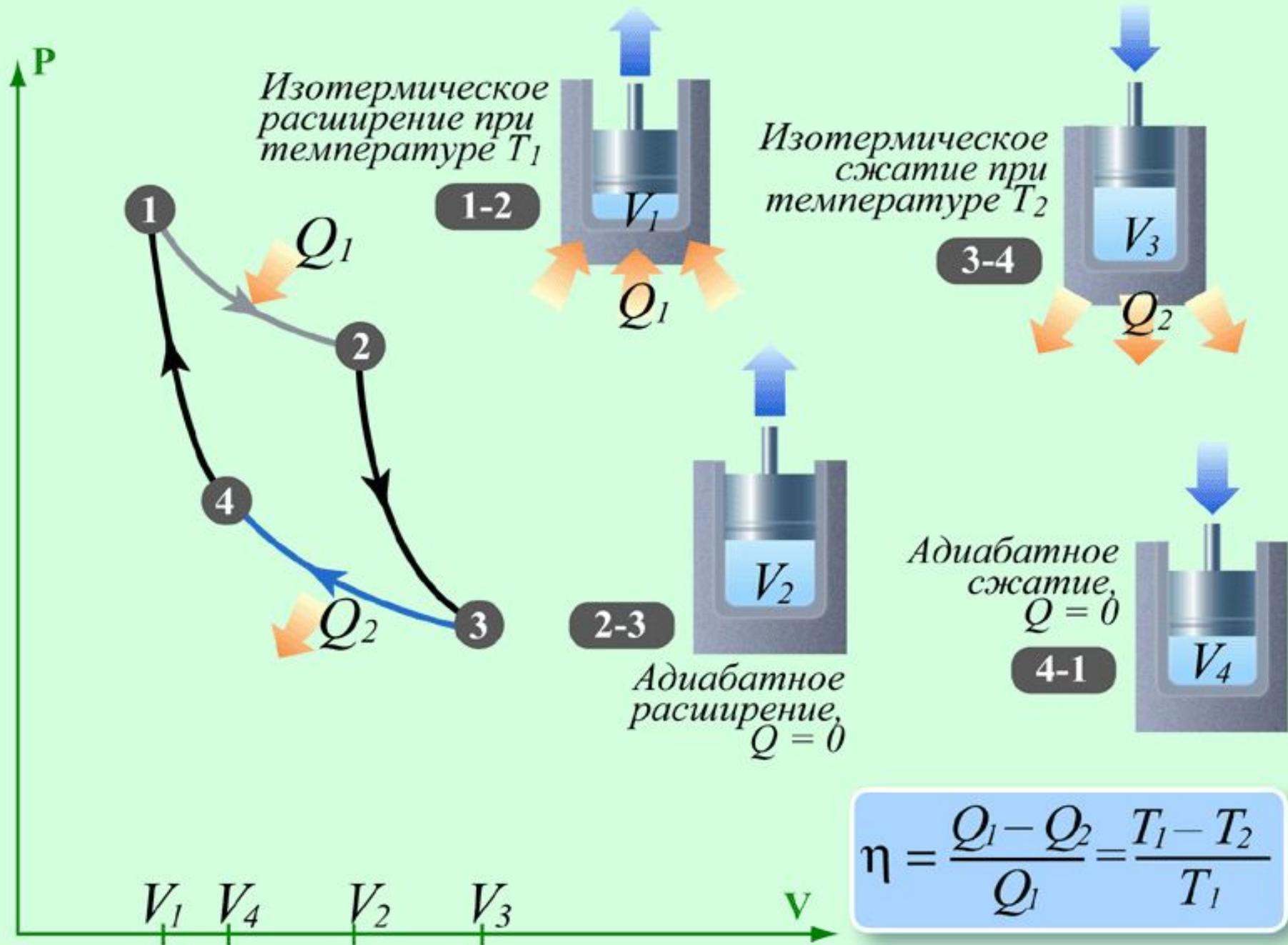
эквивалента теплоты. В 1824 г. опубликовал

сочинение «**Размышления о движущей силе огня и**

о машинах способных развить эту силу».

Цикл Карно является самым экономичным и представляет собой круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат $\delta Q = 0$





ТЕОРЕМА КАРНО

Из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей и холодильников, наибольшим КПД обладают обратимые машины.

Причем КПД обратимых машин, работающих по циклу Карно, равны друг другу и не зависят от конструкции машины и от природы рабочего вещества. При этом КПД меньше единицы.

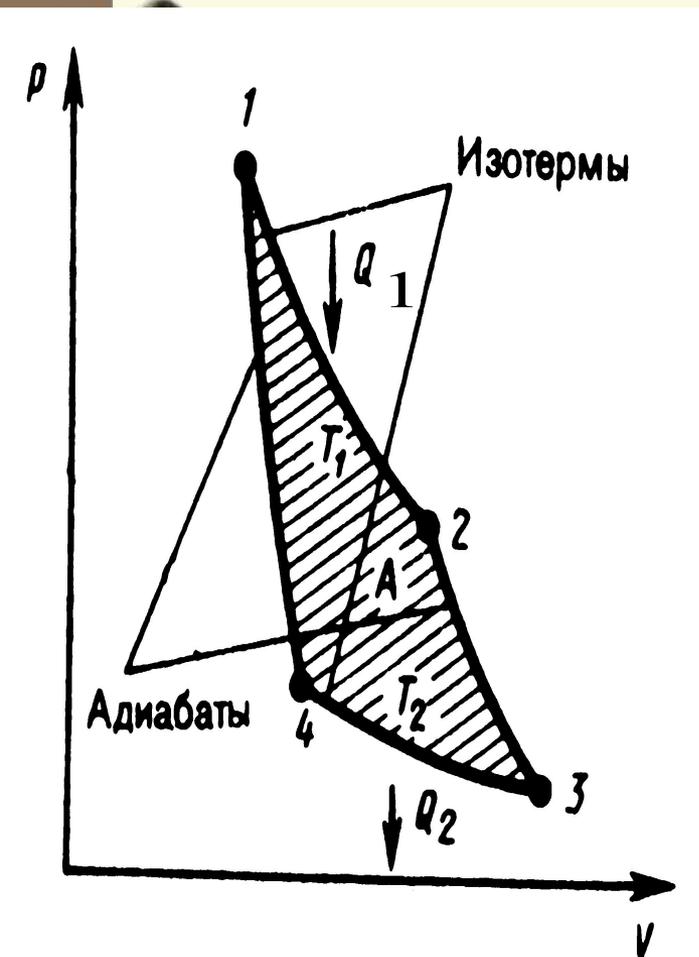
При изотермическом процессе $U = const$

Поэтому количество теплоты Q_1 , полученное газом от нагревателя, равно **работе расширения** A_{12} , совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2:

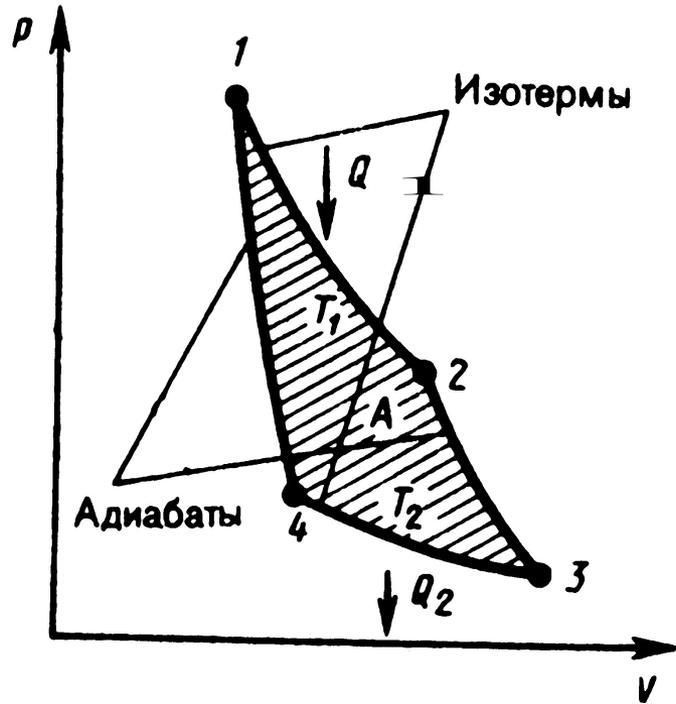
$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1$$

При адиабатическом расширении 2-3 теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа A_{23} расширения совершается за счет изменения внутренней энергии:

$$A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$$



- Количество теплоты Q_2 , отданное газом холодильнику
- при изотермическом сжатии, равно работе сжатия A_{34}



$$A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2$$

Работа адиабатического сжатия:

$$A_{41} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}$$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$$

Она определяется площадью, заштрихованной на рисунке.

Термический КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1}$$

Применив уравнение для адиабат 2-3 и 4-1, получим:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \quad \text{и} \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1} \quad , \text{откуда}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Видно, что $\eta < 1$ и зависит $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ от разности температур между нагревателем и холодильником (и не зависит от конструкции машины и рода рабочего тела).

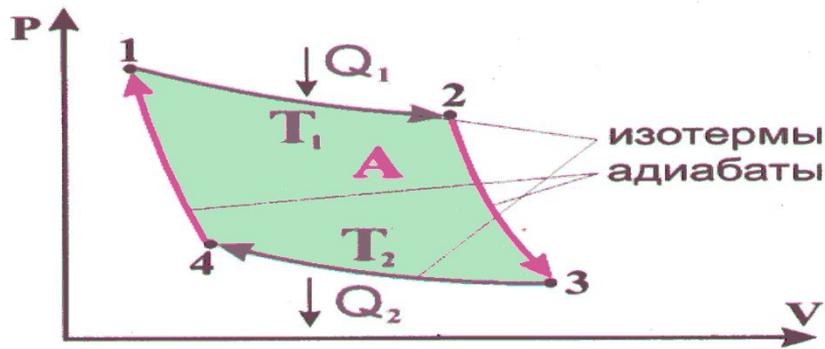
Это ещё одна формулировка теоремы Карно.

Цикл Карно, рассмотренный нами, был на всех стадиях проведен так, что **не было необратимых процессов**, (не было соприкосновения тел с разными температурами). Поэтому **здесь самый большой КПД**. Больше получить в принципе невозможно.

Цикл Карно. КПД цикла

Цикл Карно - обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат

- Q_1 - количество тепла, полученное от нагревателя с температурой T_1
- Q_2 - количество тепла, отданное холодильнику с температурой T_2
- A - работа, совершенная за один цикл



КПД любой тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Работа, совершенная газом в изотермических процессах

$$\left. \begin{aligned} Q_1 = A_{12} &= \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \\ Q_2 = A_{34} &= \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} \end{aligned} \right\}$$

КПД - идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Пути повышения КПД

$$\uparrow \eta = 1 - \frac{T_1 \downarrow}{T_2 \uparrow}$$

Задание:

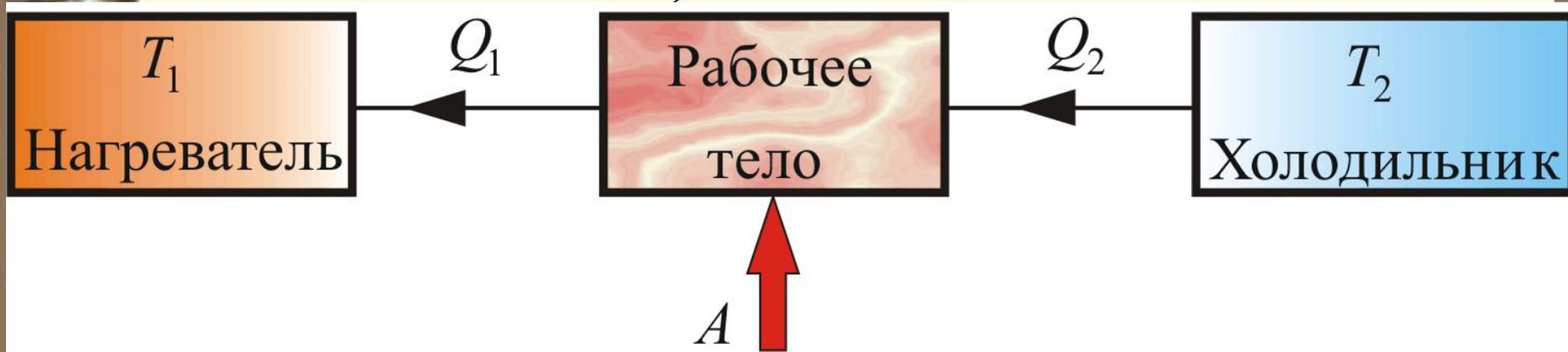
Докажите с помощью уравнения Пуассона, что

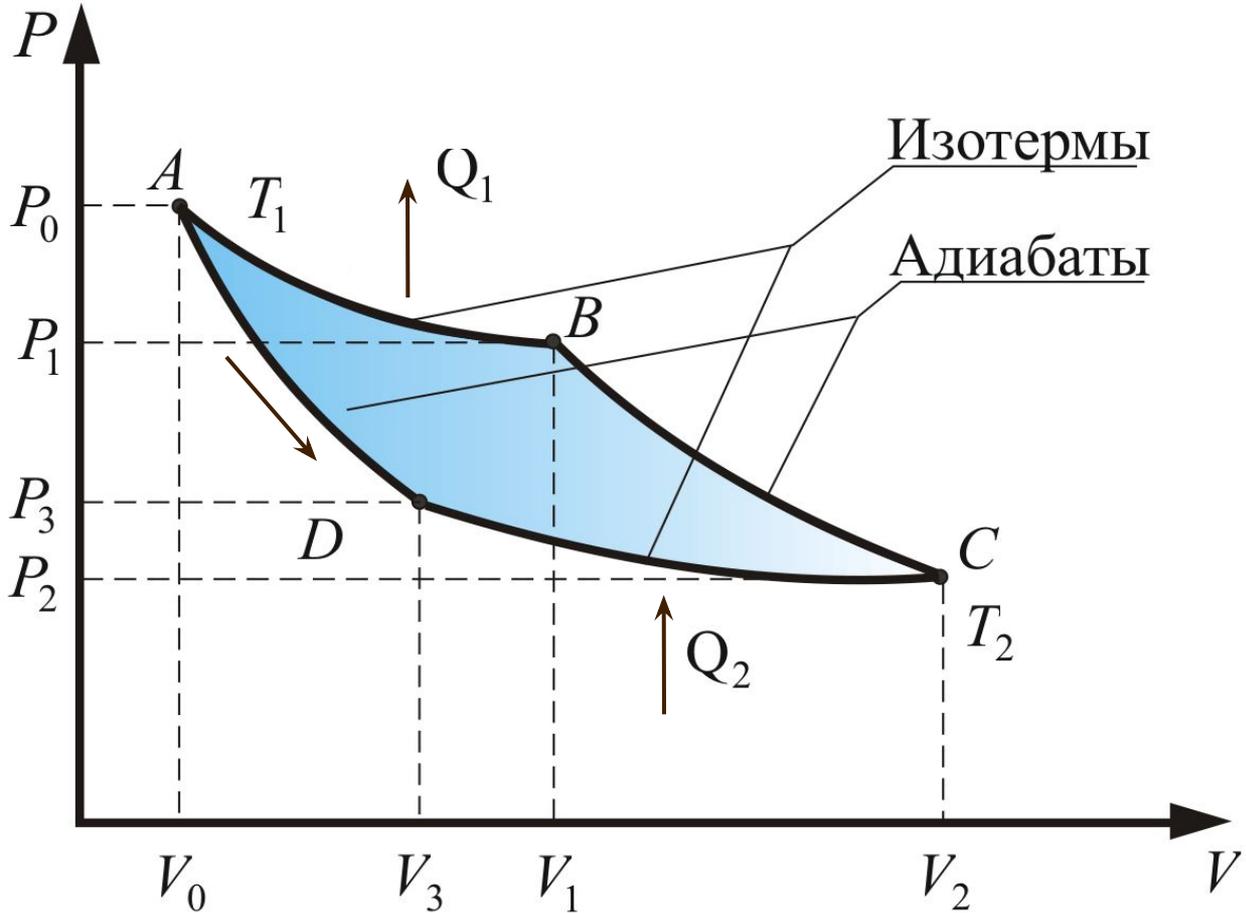
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Холодильная машина

Эта машина, работающая по обратному циклу Карно.

Если проводить цикл в обратном направлении, тепло будет забираться у холодильника и передаваться нагревателю (за счет работы **внешних сил**).



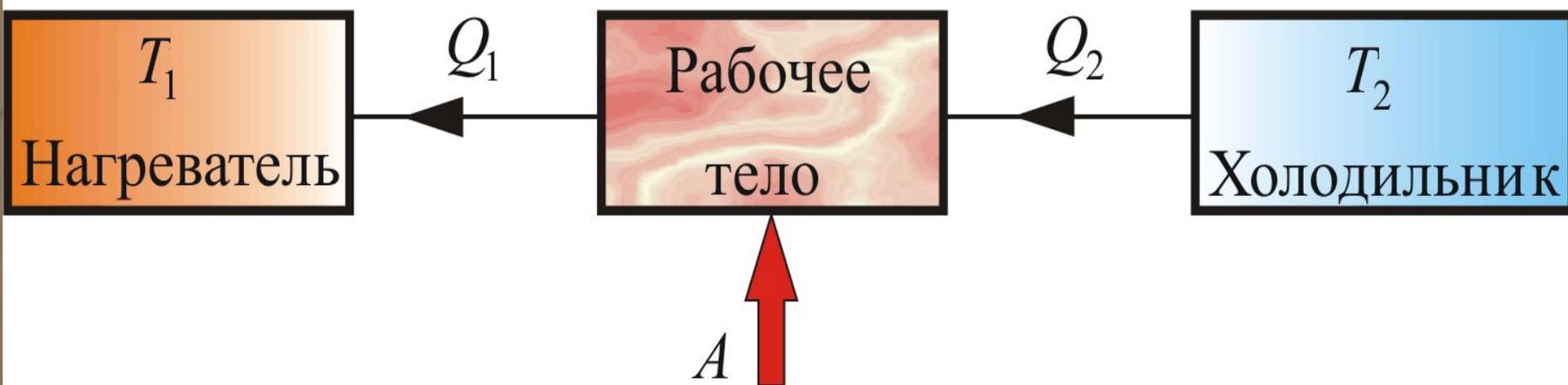


Обратный цикл Карно

МОЖНО

рассмотреть на примере рис.

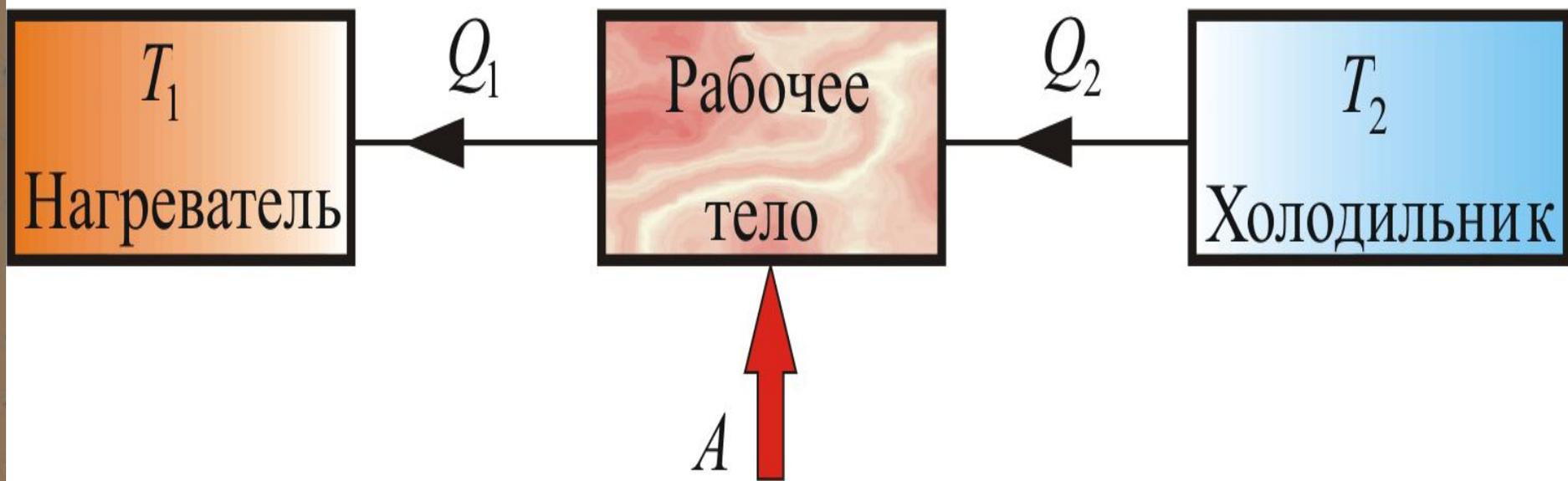
При **изотермическом сжатии В-А** от газа отводится количество теплоты Q_1 при T_1 . В процессе **Д-С – изотермического расширения** к газу подводится количество теплоты Q_2 .



В этом цикле $Q_1 < 0$, $Q_2 > 0$ и работа, совершаемая над газом – отрицательна, т.е.

$$A = (Q_1 - Q_2) < 0$$

Если рабочее тело совершает обратный цикл, то при этом можно переносить энергию в форме тепла от холодного тела к горячему за счет совершения внешними силами работы.



Холодильный коэффициент K для холодильных машин Карно:

$$K = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Теплоёмкость идеального газа

Теплоёмкость тела характеризуется количеством теплоты, необходимой для нагревания этого тела на один градус

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

Размерность теплоемкости: $[C] = \text{Дж/К}$.

Теплоёмкость – величина неопределённая, поэтому пользуются понятиями *удельной* и *молярной теплоёмкости*.

Удельная теплоёмкость $C_{уд}$ – есть количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы вещества на

1 градус

$$C_{уд} = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}.$$

$$[C_{уд}] = \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для газов удобно пользоваться молярной

теплоемкостью C_{μ} – количество теплоты, необходимое для нагревания

1 моля газа на 1 градус

$$C_{\mu} = C_{уд} \mu$$

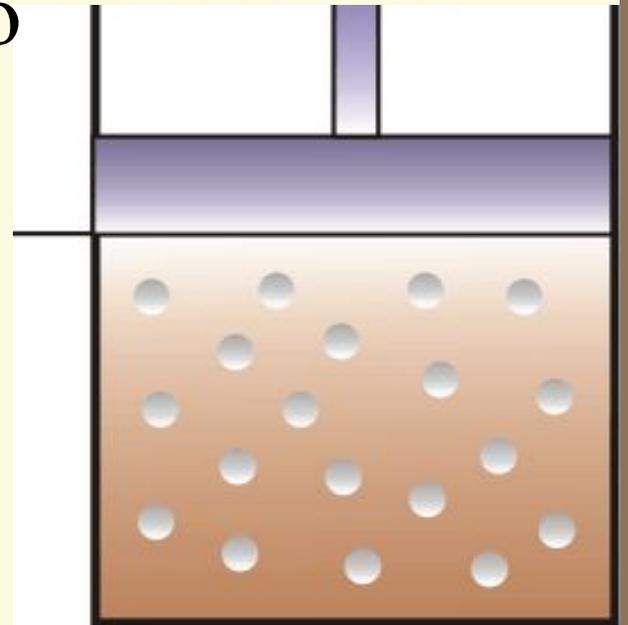
$$[C_{\mu}] = \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Теплоёмкость термодинамической системы зависит от того, как изменяется состояние системы при нагревании.

Если газ нагревать *при постоянном объёме*, то всё подводимое тепло идёт на нагревание газа, то есть изменение его внутренней энергии.

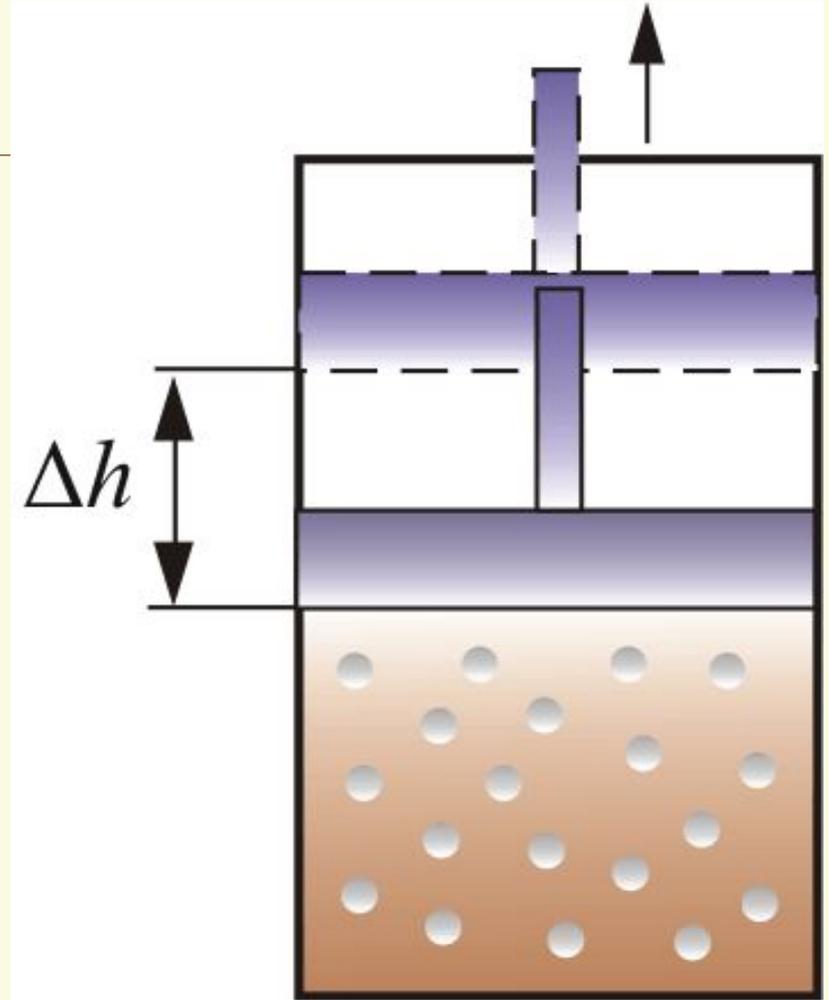
Теплоёмкость при постоянном объёме C_V

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V$$



C_p – *теплоемкость при постоянном давлении.*

Если нагревать газ при постоянном давлении P в сосуде с поршнем, то поршень поднимется на некоторую высоту h , то есть газ совершит работу.



Следовательно, проводимое **тепло** затрачивается и на **нагревание** и на совершение **работы**. Отсюда ясно, что

$$C_P > C_V$$

Итак, проводимое тепло и теплоёмкость зависят от того, каким путём осуществляется передача тепла.

Следовательно Q и C **не являются функциями состояния**. Величины C_P и C_V оказываются связанными простыми соотношениями. Найдём их.

При изобарическом процессе кроме увеличения внутренней энергии происходит совершение работы газом (из I начала ТД):

$$\delta Q_P = dU_\mu + PdV_\mu$$

(для 1 моля)

$$C_P = \frac{\delta Q_P}{dT} = \frac{dU_\mu}{dT} + P \frac{dV_\mu}{dT}$$

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории для 1 моля:

При изобарическом процессе $P \neq \text{const}$. $PV_\mu = RT$.

Тогда получим:

$$C_P = C_V + R$$

$$C_P = C_V + R$$

Это уравнение Роберта Майера для одного моля газа. Из него следует, что физический смысл универсальной газовой постоянной в том, что R – численно равна работе, совершаемой одним молем газа при нагревании на один градус при изобарическом процессе.

Используя это соотношение, Роберт Майер в 1842 г. вычислил механический эквивалент теплоты: $1 \text{ кал} = 4,19 \text{ Дж}$.

Для ν молей:

$$C_P = C_V + \nu R$$

В общем случае $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$

так как внутренняя энергия U может зависеть только от температуры.

В случае 1 моля идеального газа справедлива формула изм. **внутренней энергии**:

$$dU_\mu = C_V dT$$

Из этого следует, что для 1 моля:

$$U_\mu = \int_0^T C_V dT = C_V T$$

$$U_\mu = C_V T$$

Внутренняя энергия идеального газа является только функцией температуры (и не зависит от V , P и тому подобных величин), поэтому формула

$U_{\mu} = C_V T$ справедлива для любого процесса (для 1 моля).

Для произвольной массы идеального газа:

$$U = \frac{m}{\mu} C_V T$$

Внутренняя энергия одного моля
идеального одноатомного газа

равна: $U_{\mu} = N_A \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} RT$

$$U_{\mu} = \frac{3}{2} RT$$

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V = \frac{3}{2} R = 12,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

- молярная теплоемкость при
постоянном объеме C_V – величина
постоянная, от температуры не зависит.

Внутренняя энергия одного моля идеального газа с i степенями свободы равна:

$$U_{\mu} = \frac{i}{2} RT$$

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V = \frac{i}{2} R$$

молярная теплоемкость при постоянном объеме C_V – величина постоянная, от температуры не зависит.

Учитывая физический смысл R для изобарических процессов можно записать:

$$dQ_P = dU_\mu + RdT$$

(для одного моля). Отсюда для одноатомного:

$$C_P = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

Тогда,

молярная теплоемкость при постоянном давлении для одноатомных газов:

$$C_P = \frac{5}{2}R = 20,8 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

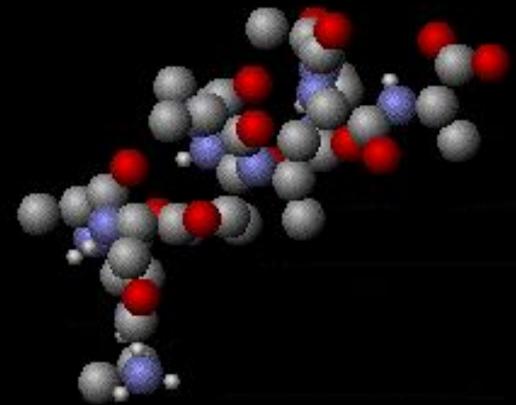
Для одного моля идеального газа:

$$C_P = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R$$

Постоянная адиабаты (коэффициент Пуассона) для идеального газа:

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} = \gamma$$

Для одноатомного идеального газа ($i = 3$):

$$\gamma = \frac{20,8}{12,5} = 1,67$$


Молярная теплоемкость

Молярная теплоемкость C есть величина, равна количеству тепла, необходимого для нагревания одного моля на 1 Кельвин

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}$$

Молярная теплоемкость зависит от строения молекулы и вида процесса

Первое начало термодинамики для одного моля:

$$C dT = dU + PdV$$

При постоянном объеме

$$PdV = 0 \rightarrow C_V = \frac{dU}{dT}$$

При постоянном давлении

$$PdV = RdT \rightarrow C_P = \frac{dU}{dT} + R$$

$$C_P = C_V + R$$

формула Майера

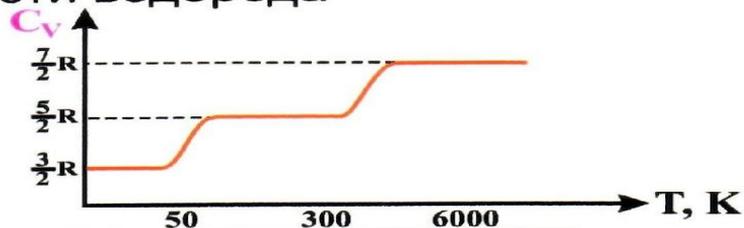
Для одного моля идеального газа, согласно закону равномерного распределения энергии по степеням свободы:

$$U = N_A \left(\frac{i}{2} kT \right) = \frac{i}{2} RT \rightarrow$$

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_P = \frac{i+2}{2} R$$

Задание

Объясните температурную зависимость молярной теплоемкости водорода



Адиабатный (адиабатический) процесс

Это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, т.е.

$$\delta Q = 0$$

При адиабатном процессе работа системы (или над системой) совершается за счет изменения внутренней энергии газа:

$$dU + \delta A = 0$$

(из I начала ТД: $\delta Q = dU + \delta A$ при $\delta Q = 0$).

Вывод уравнения адиабаты.

$$dU = C_V dT \quad \text{и} \quad \delta A = PdV :$$

$$C_V dT + PdV = 0$$

Для 1 моля идеального газа:

$$PV = RT \rightarrow T = PV / R$$

$$dT = \frac{PdV}{R} + \frac{VdP}{R} \quad \text{Подставляя } dT \text{ в уравнение:}$$

$$\frac{C_V}{R}(PdV + VdP) + PdV = 0 \quad \text{Группируя } PdV:$$

$$(C_V + R)PdV + C_VVdP = 0$$

$$(C_V + R) = C_P$$

$$C_P PdV + C_V VdP = 0 \quad \text{Делим на } C_V PV$$

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0, \quad \text{где } \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Т.к. $\gamma = \text{const}$ (для одноатомного газа $\gamma = 5/3$), то

$$\gamma \int \frac{dV}{V} + \int \frac{dP}{P} = 0 \rightarrow \gamma \ln V + \ln P = \text{const}$$

$$\ln(PV^\gamma) = \text{const}$$

$PV^\gamma = \text{const}$ -уравнение Пуассона или
уравнение адиабаты для
идеального газа

Или в переменных T и V уравнение
адиабаты для идеального газа:

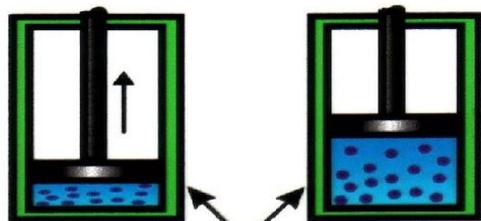
$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

Адиабатический процесс

Адиабатическим называют процесс, идущий без теплообмена с окружающей средой

$$Q = 0$$

Первое начало термодинамики



теплоизолятор

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$\delta Q = 0$$

$$\delta A = -dU$$

$$\nu C_v dT + PdV = 0$$

$$\begin{aligned} dV > 0, dT < 0 \\ dV < 0, dT > 0 \end{aligned}$$

Уравнение Пуассона

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad PV^{\gamma} = \text{const}; \quad PT^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \text{const}$$

$$\text{где } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$$

Приращение энтропии

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = 0 \longrightarrow S = \text{const}$$

Адиабатический процесс - изоэнтропный

Задание

Объясните с математической и физической точки зрения, почему адиабата круче изотермы?



Здесь уместно рассмотреть еще и **политропный процесс** – такой процесс, при котором изменяются все основные параметры системы, кроме теплоемкости, т.е. $C = \text{const}$.

Уравнение политропы

$$PV^n = \text{const}$$

ИЛИ

$$TV^{n-1} = \text{const}$$

Здесь n – **показатель**

политропы:

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$$

С помощью показателя n можно легко описать любой изопроцесс:

1. **Изобарный процесс** $P = \text{const}$, $n = 0$

$$C = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \gamma C_V = C_P.$$

2. **Изотермический процесс** $T = \text{const}$, $n = 1$,

$$C_T = \pm\infty.$$

3. **Изохорный процесс** $V = \text{const}$, $n = \pm\infty$

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}.$$

4. *Адиабатический процесс* $\Delta Q = 0$,
 $n = \gamma$, $C_{\text{ад}} = 0$.

Во всех этих процессах **работу**
можно вычислить по одной формуле:

$$A = \frac{P_1 V_1}{n - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$$

Политропические процессы

Политропическим называется процесс, протекающий с постоянной теплоёмкостью

$$C = \text{const}$$

Первое начало термодинамики $C_v dT = C_v v dT + p dV$ Уравнение состояния $pV = \nu RT = \nu(C_p - C_v)T$

Уравнения политропы

$$pV^n = \text{const}$$

$$TV^{n-1} = \text{const}$$

$$Tp^{\frac{n-1}{n}} = \text{const}$$

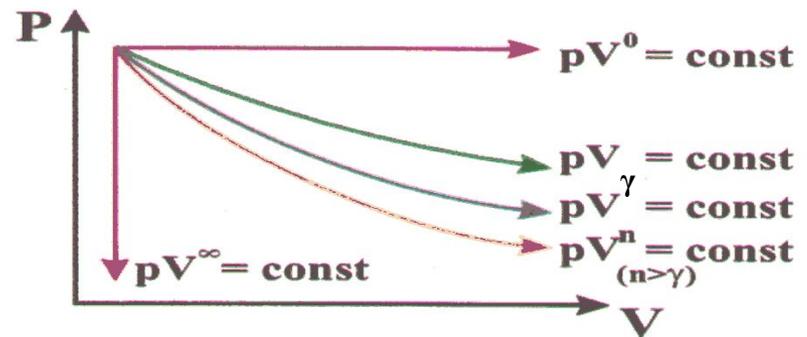
где $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$

- показатель политропы ($0 < n < \infty$)

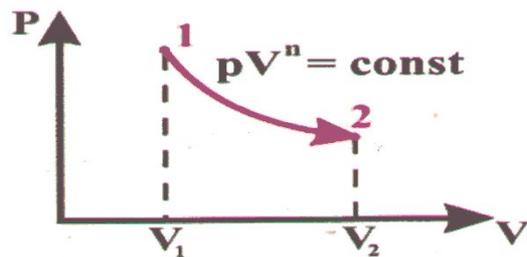
$$C = \frac{nC_v - C_p}{n - 1}$$

- молярная теплоёмкость идеального газа в политропическом процессе

| Процесс | n | C |
|----------------|----------|----------|
| изобарический | 0 | C_p |
| изохорический | ∞ | C_v |
| изотермический | 1 | ∞ |
| адиабатический | γ | 0 |



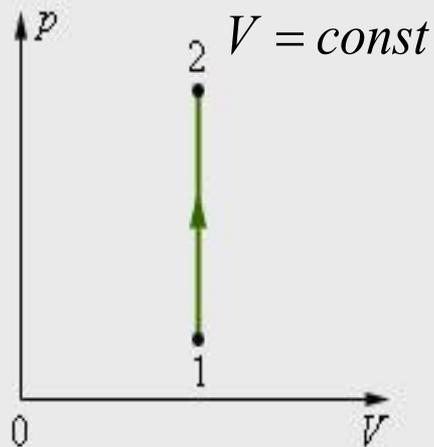
Работа идеального газа в политропических процессах



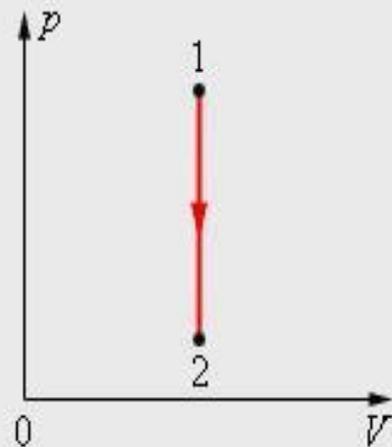
$$A_{12} = \int_1^2 p dV = \frac{\nu RT}{n - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$$

($n \neq 1$)

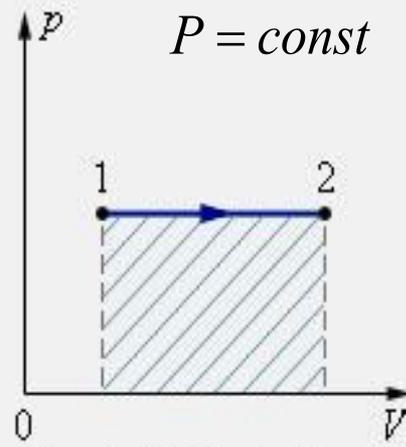
ИЗОПРОЦЕССЫ В ТЕРМОДИНАМИКЕ



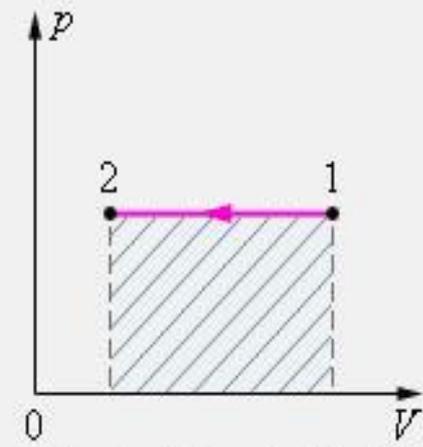
$Q > 0, A = 0$



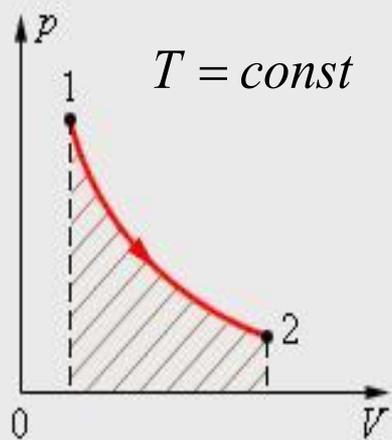
$Q < 0, A = 0$



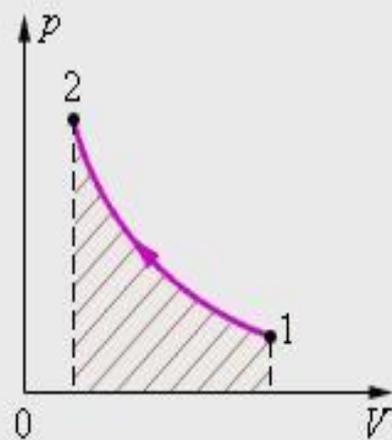
$A > 0, \Delta U > 0, Q > 0$



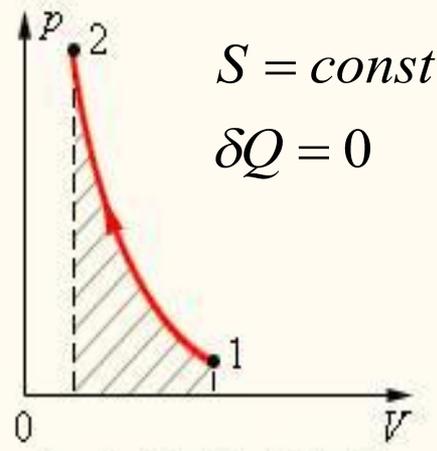
$A < 0, \Delta U < 0, Q < 0$



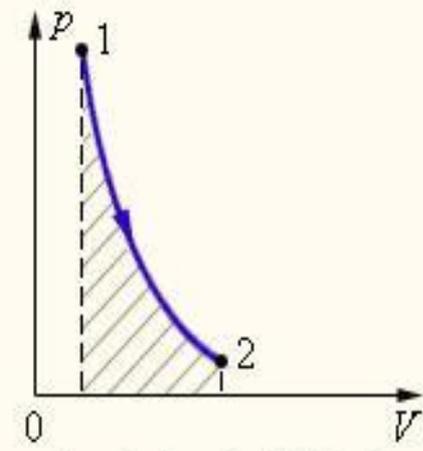
$A > 0, \Delta U = 0, Q > 0$



$A < 0, \Delta U = 0, Q < 0$



$A < 0, Q = 0, \Delta U > 0$



$A > 0, Q = 0, \Delta U < 0$

| | Название процесса | | | |
|-----------------------------------|------------------------------|---|---------------------|--|
| | Изохорический | Изобарический | Изотермический | Адиабатический |
| Условие протекания процесса | $V = \text{const}$ | $P = \text{const}$ | $T = \text{const}$ | $\delta Q = 0$ $\gamma = C_P / C_V =$ $= \frac{i+2}{i}$ |
| Связь между параметрами состояния | $\frac{P}{T} = \text{const}$ | $\frac{V}{T} = \text{const}$ $PdV = \frac{m}{\mu} RdT$ | $PV = \text{const}$ | $PV^\gamma = \text{const}$ $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ |

| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| Работа в процессе | $\delta A = 0$ $A = 0$ | $\delta A = p dV$ $A = P(V_2 - V_1)$ $A = \frac{m}{\mu} R dT$ | $\delta A = P dV$ $A = \int_{V_1}^{V_2} P dV$ $A = \frac{m}{\mu} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ | $\delta A = P dV = -dU$ $\delta A = -\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT$ $A = -\Delta U =$ $C_V(T_1 - T_2)$ $A = \frac{P_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma - 1) T_1}$ |
| Количество теплоты, сообщённое в процессе | $\delta Q = C_V dT$ $Q = C_V(T_2 - T_1)$ | $\delta Q = C_P dT$ $Q = C_P(T_2 - T_1)$ $Q = \frac{m}{\mu} R \Delta T \left(\frac{i}{2} + 1\right)$ | $\delta Q = \delta A$ $Q = A$ | $\delta Q = 0$ $Q = 0$ |
| Изменение внутренней энергии | $dU = \delta Q$ $U = Q$ | $dU = C_V dT$ $\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$ $\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$ | $dU = 0$ $U = 0$ | $dU = -\delta A =$ $= C_V dT$ $U = A =$ $= C_V(T_2 - T_1)$ $\Delta U = \frac{P_1 V_1}{T_1(\gamma - 1)}$ |
| Теплоёмкость | $C_V = \frac{m}{\mu} \frac{R}{(\gamma - 1)}$ $C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R$ | $C_P = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)}$ $C_P = \frac{m}{\mu} \frac{dQ}{dT}$ | $C_T = \pm \infty$ | $C_{ад} = 0$ |



ЛЕКЦІЯ ЗАКОНЧЕНА!