Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение г.Иркутска средняя общеобразовательная школа №71

Основные методы решения тригонометрических уравнений

урок математики в 10 классе

Автор:
Судникович Ольга Викторовна

Методы решения уравнений

Введение новой переменной
Разложение на множители
Однородные тригонометрические уравнения 1 степени
Однородные тригонометрические уравнения 2 степени
Использование основных тригонометрических тождеств, формул приведения
Уравнения вида Уравнения вида asinx+bcosx=c
Уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени

На содержание

Введение новой переменной

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$t = \cos x$, $t \in [-1,1]$

$2t^2 - t - 1 = 0$

$D = 9$

$t = 1$

$\cos x = 1$

$x = 2\pi n,\ n \in Z$

$t = -1/2$

$\cos x = -1/2$

$x = \pm 2\pi/3 + 2\pi n,$, $n \in Z$.

Ответ: $x = 2\pi n,\ n \in Z;$ $x = \pm 2\pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$.

На содержание

Разложение на множители

$\cos^2 x + 3\cos x = 0,$

$\cos x(\cos x + 3) = 0,$

$\cos x = 0$ или $\cos x + 3 = 0,$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z;$ $\cos x = -3$, корней нет

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z.$

На содержание

Однородные тригонометрические уравнения 1 степени
asinx+bcosx=0

cosx + sinx = 0

Разделим обе части уравнения почленно на cosx≠0

1+tgx=0

tg x= - 1

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z;$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z;$

На содержание

Однородные тригонометрические уравнения 2 степени ***$a\sin^2x+b\sin x\cos x+c\cos^2x=0$***

$$5\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4 = 0.$$

$$5\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0;$$

$$5\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4\sin^2 x - 4\cos^2 x = 0;$$

$$\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x = 0$$

Разделим обе части уравнения почленно на $\cos^2 x \neq 0$.

$$\mathrm{tg}^2 x + 3\mathrm{tg}\, x - 4 = 0.$$

$$\mathrm{tg}\, x = t$$

$$t^2 + 3t - 4 = 0;$$

$t = 1$ или $t = -4$

$\mathrm{tg}\, x = 1$ или $\mathrm{tg}\, x = -4.$

$x = \pi/4 + \pi n,\ n \in Z;$ $\quad x = -\mathrm{arctg}\, 4 + \pi n,\ n \in Z.$

Ответ: $x = \pi/4 + \pi n,\ n \in Z;\ x = -\mathrm{arctg}\, 4 + \pi n,\ n \in Z.$

На содержание

Использование основных тригонометрических тождеств, формул приведения

$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0.$

$(\sin x + \sin 3x) + \sin 2x = 0;$

$2\sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x = 0.$

$\sin 2x \cdot (2\cos x + 1) = 0;$

$\sin 2x = 0$ или $2\cos x + 1 = 0$

$2x = \pi n, n \in Z;$ $\cos x = -1/2.$

$x = \pi n/2, n \in Z;$ $x = \pm(\pi - \pi/3) + 2\pi n, n \in Z.$

$x = \pm 2\pi/3 + 2\pi n, n \in Z.$

Ответ: $x = \pi n/2, n \in Z; x = \pm 2\pi/3 + 2\pi n, n \in Z.$

На содержание

Уравнения вида **asinx+bcosx=c**

$$\sin x + \cos x = 1 \left(\text{разделим} \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \right)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

Ответ: $x = 2\pi n, n \in Z$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

,

На содержание

Уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}, \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 3x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1+\cos 6x}{2} = \frac{3}{4}$$

$$2 + 2\cos 6x = 3$$

$$\cos 6x = \frac{1}{2}$$

$$6x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n$$

$$6x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$$

На содержание

Решите данные уравнения

(если уравнение решено правильно, то ответ вы найдете среди предложенных).

$1)\ 2\sin^2 x - 7\sin x + 5 = 0$

$2)\ \sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2} = 0$

$3)\ 4\sin^2 2x + \sin 4x = 3$

$4)\ \sin x + \sin 7x + \sin 15x + \sin 21x = 0$

$5)\ \cos 2x + 3\sin x = 2$

$6)\ \sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 0$

$7)\ \cos 11x - \cos 3x = 0$

$8)\ 2\sin^2 x + \cos 4x = 0$

Применяемые методы

1	Введение новой переменной.
2	Однородное уравнение 1 степени.
3	Синус двойного угла. Однородное уравнение 2 степени.
4	Сумма синусов и косинусов. Разложение на множители.
5	Косинус двойного угла. Введение новой переменной.
6	Однородное уравнение 2 степени.
7	Разность косинусов. Разложение на множители.
8	Формула понижения степени. Косинус двойного угла.

Ответы

$$а)x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

$$б)x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z; x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

$$в)x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

$$г)x=arctg3+\pi n, n\in Z; x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$$

$$д)x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z; x=-\frac{1}{2}arctg3+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$$

$$е)x=\frac{\pi n}{7}, n\in Z; x=\frac{\pi n}{4}, n\in Z$$

$$ж)x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z; x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$$

$$з)x=\frac{\pi n}{11}, n\in Z; x=\frac{\pi}{14}+\frac{\pi n}{7}, n\in Z; x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{3}, n\in Z$$

1	2	3	4	5	6	7	8
а	в	д	з	б	г	е	ж

Список использованной литературы:

1. Практикум по элементарной математике. Тригонометрия. Авторы – В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович, Москва, «Вербум – М», 2000.
2. http://www.trizway.com/show.php?id=63&pg=1#a1
3. http://mathnet.spb.ru/