

*Элементы
математической
логики*

Логика высказываний

I. Высказывания

II. Истинность высказывания

III. Операции над высказываниями

IV. Дизъюнкция

V. Конъюнкция

VI. Импликация

VII. Эквиваленция

VIII. Штрих Шеффера

IX. Штрих Лукасевича

КОНЪЮНКЦИЯ: бинарное

- Обозначается: \wedge

(логическое умножение,

операция «и»)

	х	у	$X \wedge Y$
0	0	0	0
0	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ. СВОЙСТВА

ОТРИЦАНИЕ: унарное

• Пример:

$\bar{\bar{x}} = x$ (враг моего врага мой друг)

Двойное отрицание - $\bar{\bar{x}}$

- Высказывание это: любое предложение, утверждающее что-либо, при этом всегда можно сказать истинно оно или ложно, в данном месте в данное время.
- 1-истина (и, true).
- 0-ложь (, false).
- Высказывание, получаемое из элементарных с помощью связок: не, и, или, если то, тогда и только тогда - называются сложными или составными. Ни одно высказывание не может быть одновременно истинным или ложным.

x	\bar{x}
0	1
1	0

ДИЗЪЮНКЦИЯ

- Обозначается: \vee
- (логическое сложение, операция «или»)

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ИМПЛИКАЦИЯ

- Обозначается: $X \rightarrow Y$
- (Импликация двух высказываний x и y которое ложно, если x -истина, а y -ложно, и истина во всех остальных случаях)

X	y	$X \rightarrow Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Эквиваленция

- Обозначается: $X \leftrightarrow Y$
- (Эквиваленция двух высказываний x и y , это новое высказывание, это истина когда оба высказывания одновременно истина и одновременно ложь, и ложь в остальных других случаях)

X	y	$X \leftrightarrow Y$
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Штрих Шеффера:

- Обозначается: X / Y
- (высказывание, которое ложно только тогда, когда оба высказывания истина)

X	y	X / Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Штрих Лукасевича

- Обозначение: $X \downarrow Y$
- (высказывание, которое истина в одном случае, когда оба высказывания ложно)

X	y	$X \downarrow Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

формулы алгебры логики

Равносильные формулы

- Две формулы А и В равносильны, если они принимают одинаковые логические значения на любом наборе входящих формулы элементарных высказываний.

$$\begin{aligned} 1. A &\equiv B \\ &= \\ 2. x &\equiv x \end{aligned}$$

$$3. (x \wedge \bar{x}) \vee y \equiv y$$

- А называется тождественно ложной, если принимает значение нуля, при всех значениях входящих в неё переменных.
- А называется тождественно истинным высказыванием, если она принимает значение единицы при любом значении входящих переменных.

Основные равносильности алгебры логики

1. $x \wedge x \equiv x$

2. $x \vee x \equiv x$

3. $x \wedge 1 \equiv x$

4. $x \vee 1 \equiv 1$

5. $x \wedge 0 \equiv 0$

6. $x \vee 0 \equiv x$

7. $x \wedge \bar{x} \equiv 0$ закон противоречия

8. $x \vee \bar{x} \equiv 1$ закон исключенного третьего

9. $\bar{\bar{x}} \equiv x$ закон снятия двойного отрицания

10.а) $x \wedge (y \vee x) \equiv x$

законы поглощения

б) $x \vee (y \wedge x) \equiv x$

Равносильности выражающие одни логические функции через другие

$$1. \quad x \leftrightarrow y \equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$$

$$2. \quad x \rightarrow y \equiv \overline{x} \vee y$$

$$3. \quad \overline{x \wedge y} \equiv \overline{x} \vee \overline{y}$$

$$4. \quad \overline{x \vee y} \equiv \overline{x} \wedge \overline{y}$$

$$5. \quad x \wedge y \equiv \overline{\overline{x \vee y}}$$

$$6. \quad x \vee y \equiv \overline{\overline{x \wedge y}}$$

Равносильности выражающие основные законы алгебры логики

1. $x \wedge y \equiv y \wedge x$

законы коммутативности

2. $x \vee y \equiv y \vee x$

3. $x \wedge (y \wedge z) \equiv (x \wedge y) \wedge z$ закон ассоциативности конъюнкции

4. $x \vee (y \vee z) \equiv (x \vee y) \vee z$ закон ассоциативности

5. $x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
дизъюнкции

6. $x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

Итак, алгебра-логика обладает коммутативными и ассоциативными законами относительно операции конъюнкции и дизъюнкции и дистрибутивным законом конъюнкции относительно дизъюнкции.