



Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті
Физика Факультеті



Қатты дене физикасы мен материалтану кафедрасы

Кристаллофизика негіздері

Дәріс – 30 сағат Семинар – 15 сағат

Аралық тексеру

7-ші апта			15-ші апта		
Максимал балл саны – 30			Максимал балл саны – 30		
Семинар (бақылаулар) – 20	Дәріс (тесттер) – 10		Семинар (бақылаулар) – 20	Дәріс (тесттер) – 10	
Тесттер (апта)			Тесттер (апта)		
2-ші	4-ші	6-ші	9-шы	11-ші	13-ші
Бақылаулар (апта)			Бақылаулар (апта)		
3-ші	5-ші	7-ші	10-шы	12-ші	14-ші

Емтихан – 20 тестілік сұрақ (20 балл) + 10 есеп (20 балл)

1 модуль

Кристаллография принциптерімен танысу. Шекті фигуралар симметриясының жалпы мәселелерін қарастыру. Шексіз фигуралардың симметрия элементтері. Кристаллохимия негіздері.

2 модуль

Кристаллофизиканың тензорлық және векторлық аппараты. Математикалық шамалар және олардың симметриясы. Физикалық құбылыстар симметриясы мен кристалдар симметриясы.

3 модуль

Әртүрлі кластарға жататын кристалл құрылымдарының механикалық, электрлік және магниттік қасиеттерін зерттеу. Әртүрлі кластарға жататын кристалл құрылымдарының оптикалық құбылыстары мен тасымалдау құбылыстарын зерттеу.



«Великан» атты кварц кристаллы

Негізгі әдебиет

1. М.П.Шаскольская. Кристаллография, М., «Высшая школа» 1976 г.
2. Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. Основы кристаллофизики. М., «Наука» 1979 г.
3. Б.К. Вайнштейн, А.А. Чернов, Л.А. Шувалов. Современная кристаллография, Том 1. Симметрия кристаллов. Том 4. Физические свойства кристаллов. М., «Наука» 1981 г.
4. Сонин А.С. Курс макроскопической кристаллофизики: Учеб. пособ.: Для вузов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 256 с.
5. Я.С.Уманский, Ю.А. Скаков, А.И. Иванов, Л.Н. Расторгуев. Кристаллография, рентгенография и электронная микроскопия. М., "Металлургия", 1982 г.

Қосымша әдебиет

6. С.С. Горелик, М.Я. Дашевский. Материаловедение полупроводников и диэлектриков. М., МЕТАЛЛУРГИЯ. 1988 г.
7. Михайлов Л.В., Мансуров Б.З. Основы кристаллофизики. Алматы «Қазақ университеті», 2003 г.

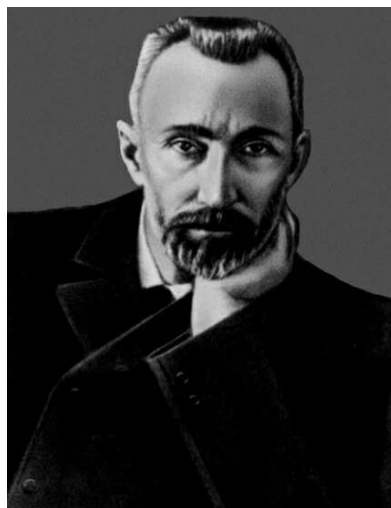
Кристаллофизика негіздері (1-2 дәрістер)

- Кристалдарды зерттейтін ғылымдардың классификациясы
- Кристаллографияның терминологиясы
- Кристаллографиялық индекстеу әдісі
- Кристалдық құрылымдардың симметрия элементтері
- Кристаллографиялық проекциялар
- Симметрия элементтерінің терулері туралы теоремалар

Кристалл және кристалл құрылысы заңдылықтарының физикалық қасиеттермен байланысы осы пәнің негізгі мәселесі болып табылады.

Кристаллофизика кристалдың физикалық қасиеттерінің оның симметриясымен байланысы туралы ғылым болып 20-шы ғасырдың басында **П. Кюри** мен **Ф. Нейман** еңбектерінің арқасында пайда болды. Олар кристаллофизиканың іргелі ұғымы болып табылатын **физикалық құбылыстардың симметриясы** деген ұғымды енгізді.

А.В. Шубников математикалық шамалардың симметриясы туралы ұғымды енгізді. Сонымен бірге ол кристалл симметриясы мен физикалық құбылыстардың байланысын айқындайтын негізгі заңдарға жаңа көзқарас ұсынды. Тензорлық алгебра кристаллофизиканың математикалық аппараты болып табылады.



Пьер Кюри
(*Pierre Curie*, 1859-1906)

Нейман Франц Эрнст
(*Neumann Franz Ernst* 1798-1895)



Шубников Алексей Васильевич
(1887-1970)

Бұл схемада кристалдарды зерттейтін ғылымдардың классификациясы мен олардың ішінде кристаллофизиканың орны көрсетілген.

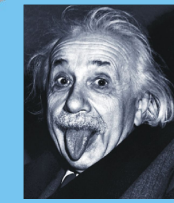
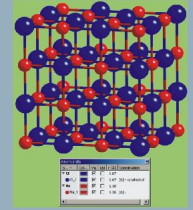
Қатты дене физикасы мен материалтану кафедрасы

Химия



Қатты дене химиясы

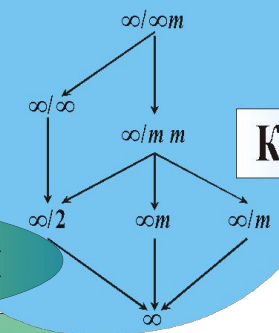
Кристаллохимия



Физика

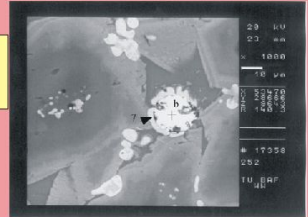
Қатты дене физикасы

Кристаллофизика



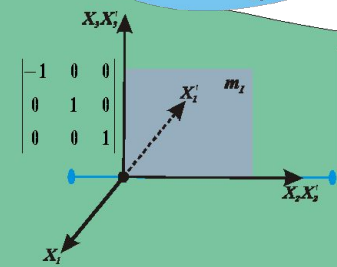
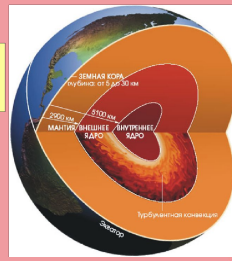
Кристаллография

Петрография



Минералогия

Геология



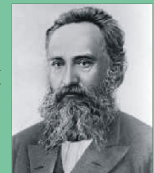
Математикалық кристаллография

Тензорлардың симметрия топтары

аксиалдық	полярылық
1	1
2	2/m
222	mmm
∞	∞/m
∞/2	∞/mm
∞/∞	∞/∞m

Тензорлық алгебра және топтар теориясы

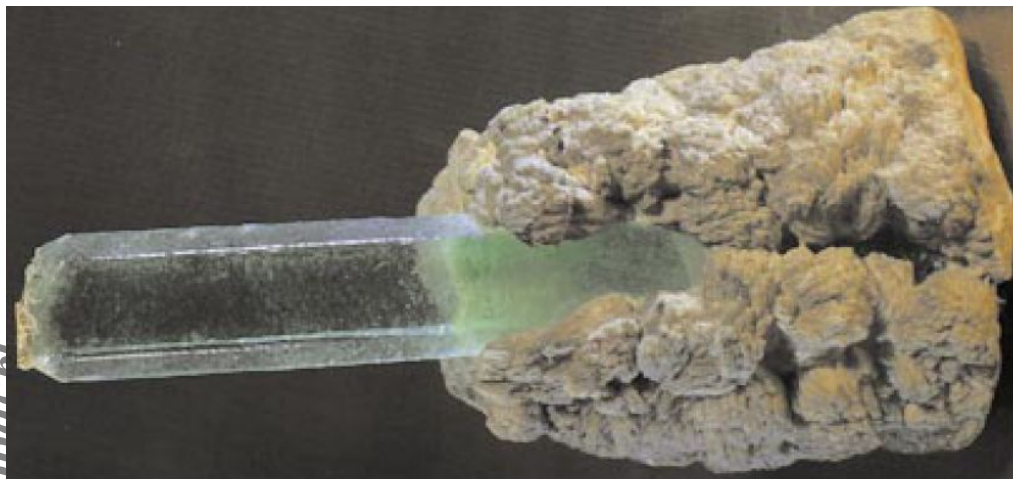
Евграф Степанович Федоров



Математика

Кристалдық қатты заттар монокристалл және поликристалл түрінде кездеседі. Монокристалл бөлек бірлік кристалл, ал поликристалл ретсіз бағытталған ұсақ кристаллиттер немесе басқа аталуы бойынша дәндер жиыны болып табылады.

Монокристаллдар айна сияқты жылтыр және жазық қабырға мен түзу қырлары бар дұрыс көпқырлық тәрізді өседі. **Көпқырлықтың пішіні симметрия мен кристалл бөлшектерінің заңдылықты ішкі орналасуына байланысты болады.** Әртүрлі бағыттарда бөлшектер арасындағы қашықтық пен байланыс күштері әртүрлі болатын монокристаллдар кем дегенде кейбір қасиеттері бойынша **анизотроптық** болады, б.а. олардың қасиеттері кристаллдағы бағытқа тәуелді болады.



Далалық шпаттағы берилл кристаллы

Изумруд кристалдары

Әр кристалдық заттың бөлшектері белгілі рет және симметрияға сай орналасады, бөлшектердің арасындағы қашықтықтар қатаң бекітілген болады. Кристалдық зат құрылысының заңдылықтарын сапалық және сандық түрде анықтауға болады.

Кристалда бөлшектер реттеліп орналасады. Атомдардың кеңістікте реттеліп орналасуы кеңістіктегі периодтық қасиеті болып табылады.

Кристалдық құрылымдарды бейнелеу үшін арнайы терминдер қолданылады.

Кристалл құрылымы – бұл бөлшектердің кеңістікте нақты орналасуы.

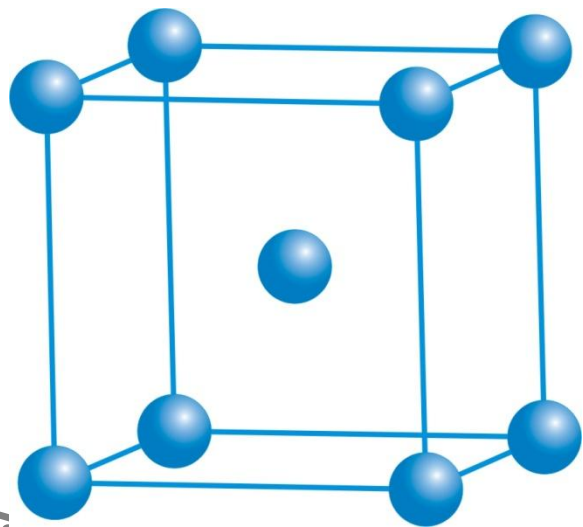
Кеңістік торы – бұл материалдық бөлшектердің немесе бөлшектер тобының кеңістікте периодты қайталануын бейнелеу әдісі. Бұл шексіз үшөлшемдік периодтық құрылым, немесе кристалдық кеңістіктегі бірдей нүктелерді анықтайтын геометриялық құрылым болып табылады.

Кристалдық құрылым – бұл физикалық нақтылық, ал **кеңістік торы** – симметрия заңдарын немесе кристалдық құрылымның симметриялық түрлендірулер жиынын анықтауға мүмкіндік беретін **геометриялық бейне** болып табылады.

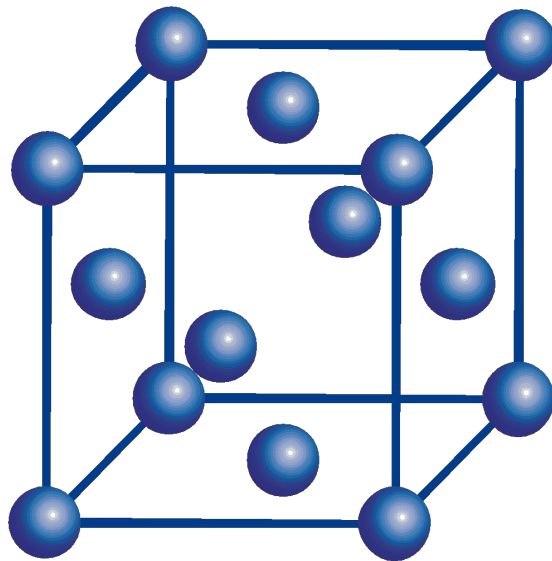
Кеңістік тордың түйіндері дегеніміз кристалдық торды құрайтын параллелепипедтердің ұштары.

Тор периоды. Қатардағы бірдей нүктелер арасындағы ең қысқа қашықтық элементар трансляция немесе тор тұрақтысы деп аталады.

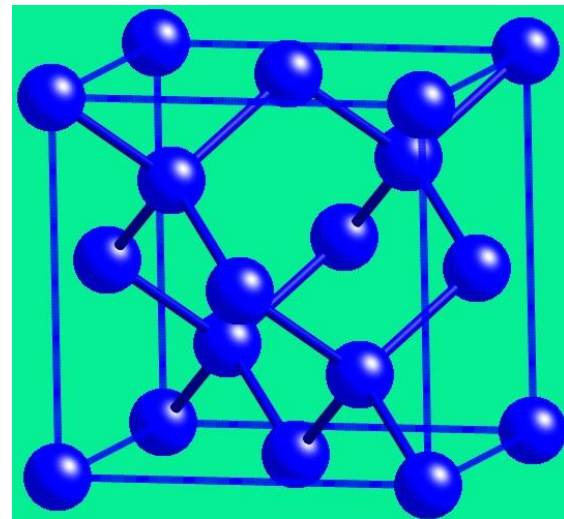
Элементар ұяшық – бұл тұтас кристалл құрылымы туралы ақпарат беретін атомдардың минимал жиыны.



Көлемі центрленген
кубтық (КЦК) тор



Қабырғасы центрленген
кубтық (КЦК) тор



Алмас типті тор

Кристалдық көпқырлықтың құрылымын бейнелеу үшін барлық кристаллографиялық координат жүйелері үшін ыңғайлы болатын кристаллографиялық индекстеу әдісі қолданылады. Бұл әдіс координат жүйелері тікбұрышты немесе қисықбұрышты, масштаб кесінділері бірдей немесе әртүрлі болғанына тәуелсіз болады.

Түйіндер индекстері

Тордағы кез келген түйіннің орны алынған координат жүйесінің бастапқы нүктесінен оның x , y , z үш координатын берумен анықталады. Бұл координаттарды келесі түрде жазуға болады:

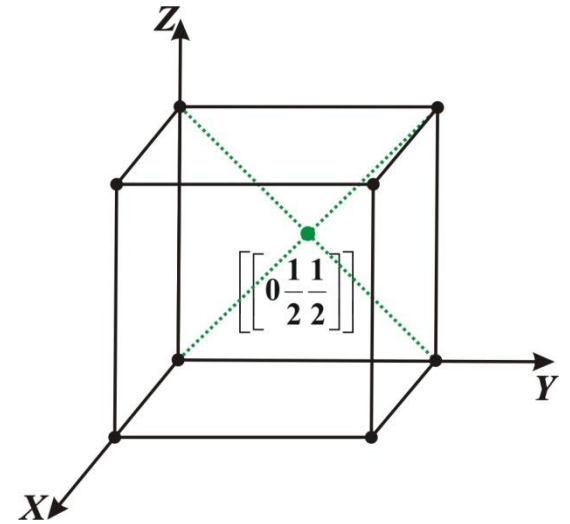
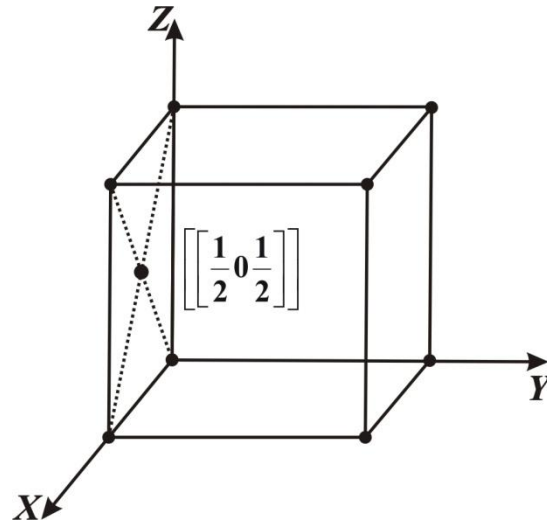
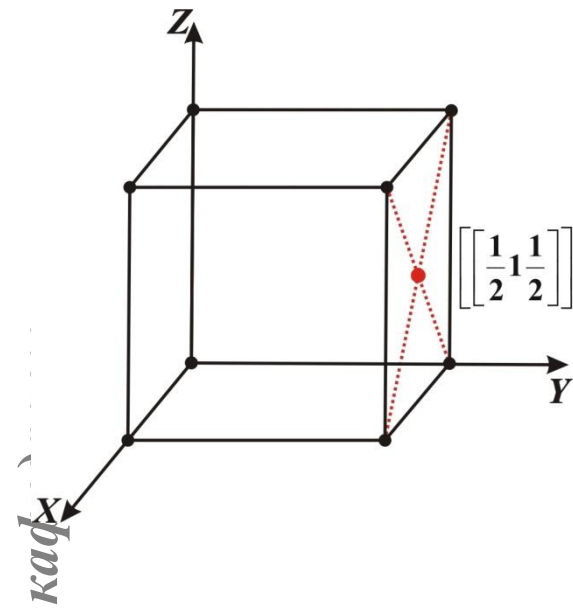
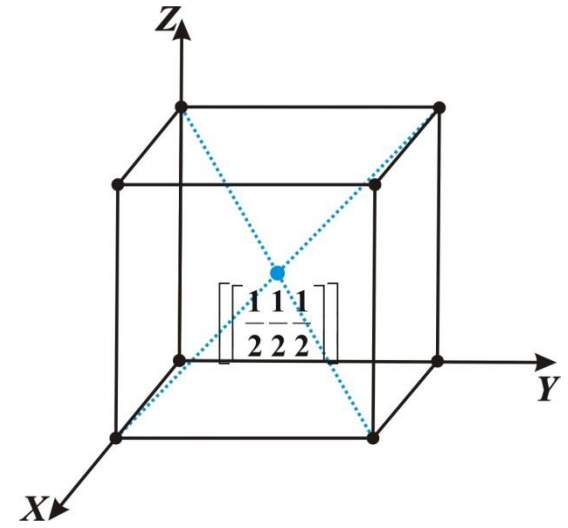
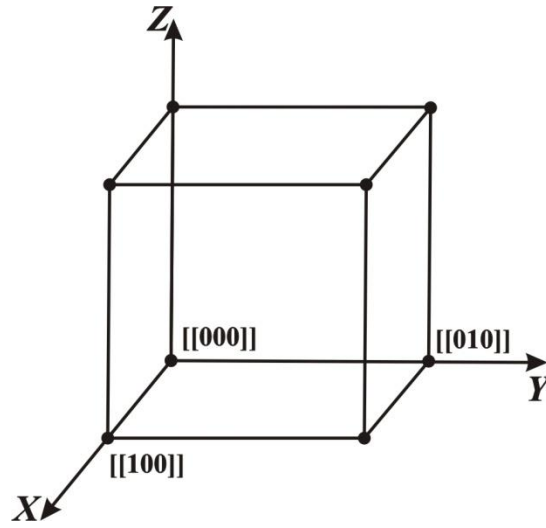
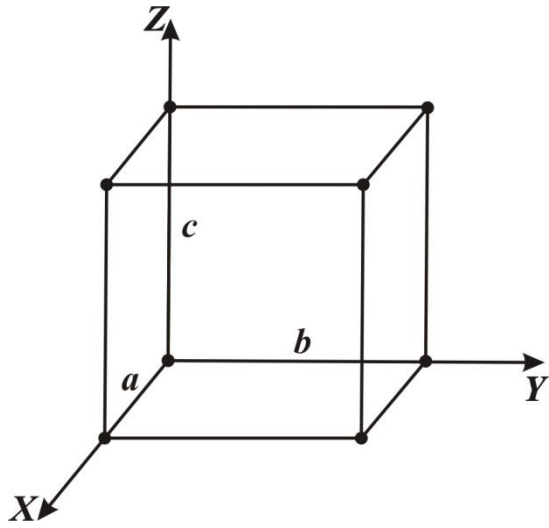
$$x = ua, y = vb, z = wc$$

бұл жерде a , b , c – тор параметрлері; u , v , w – бүтін сандар.

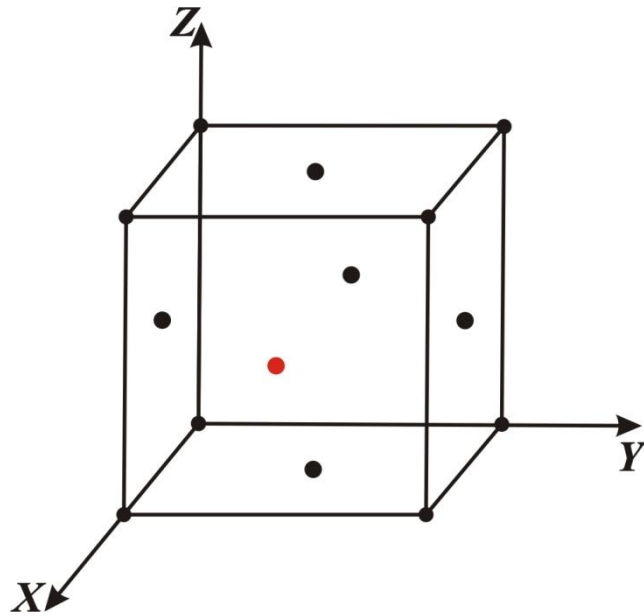
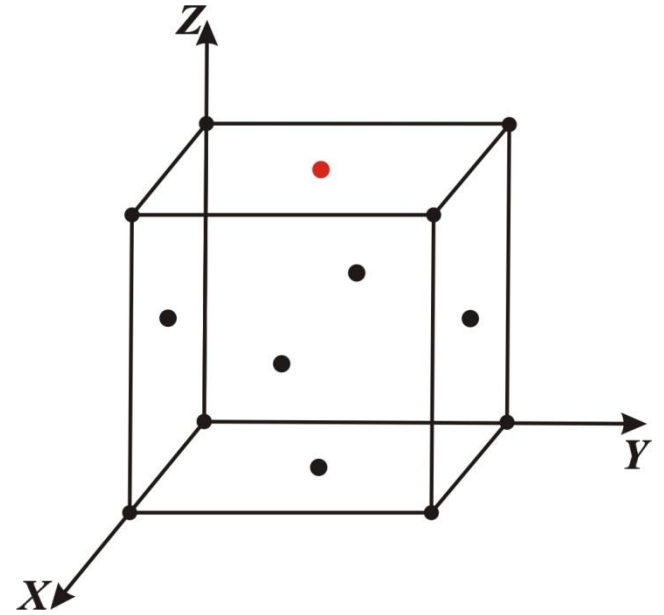
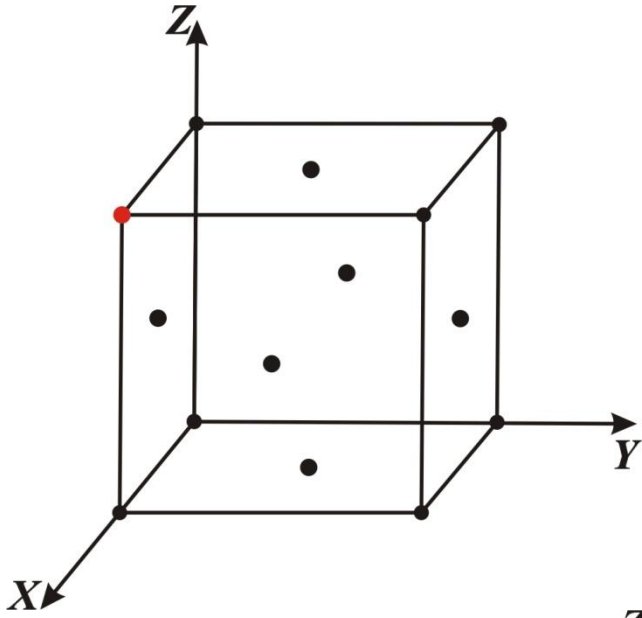
Егер ұзындық бірлігі ретінде тор осі бойынша a , b , c тор параметрлері алынса, онда u , v , w сандары түйін координаттары болып табылады.

Олар түйін индекстері деп аталады және келесі түрде жазылады: $[[uvw]]$. Түйіннің таңбасы теріс болса ол индекстің жоғары жағында көрсетіледі $[[\bar{u}vw]]$. Символдағы сандар үтірсіз қатарынан жазылады және бөлек оқылады.

Түйіндер индекстері



Түйіндер индекстерін анықта



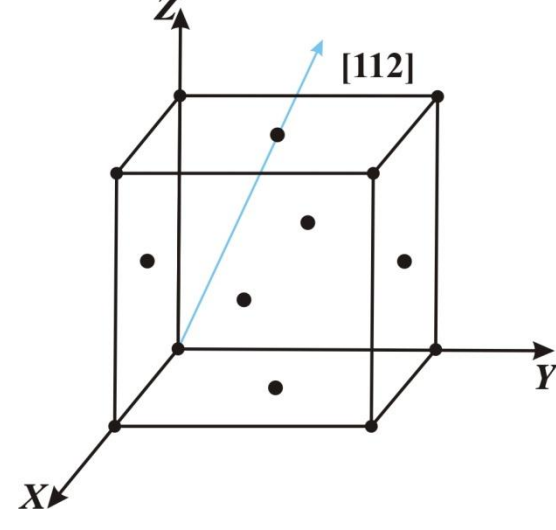
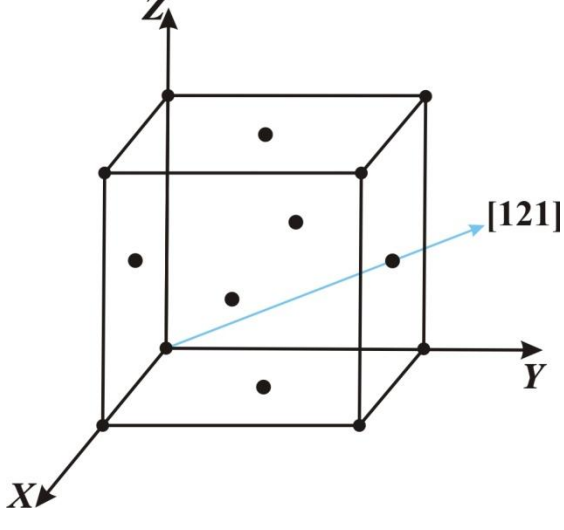
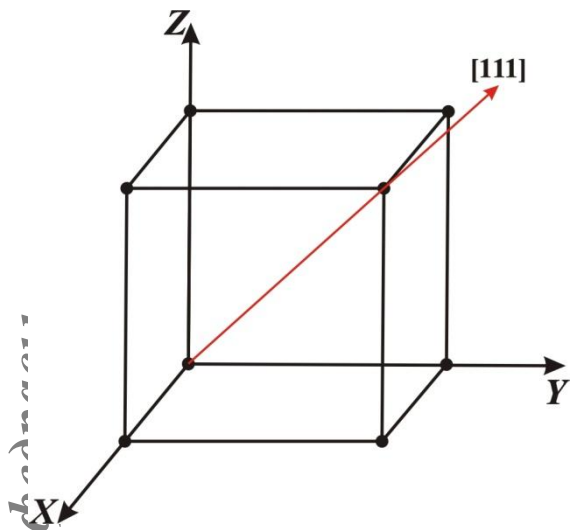
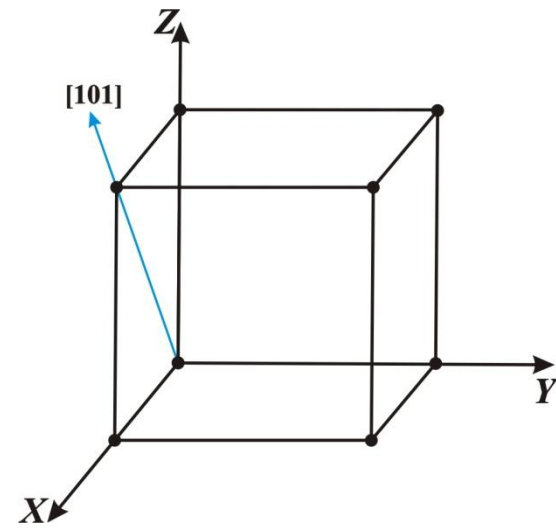
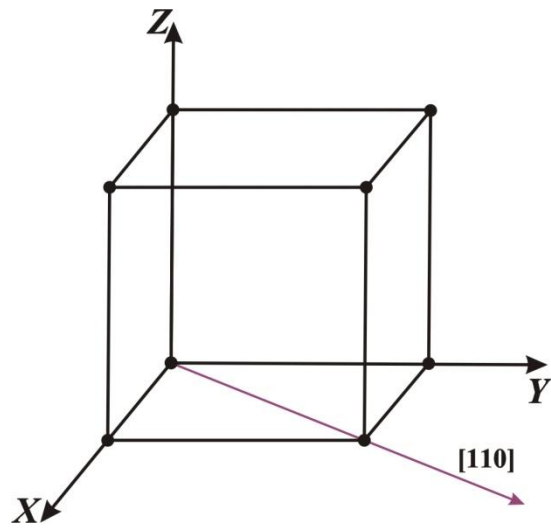
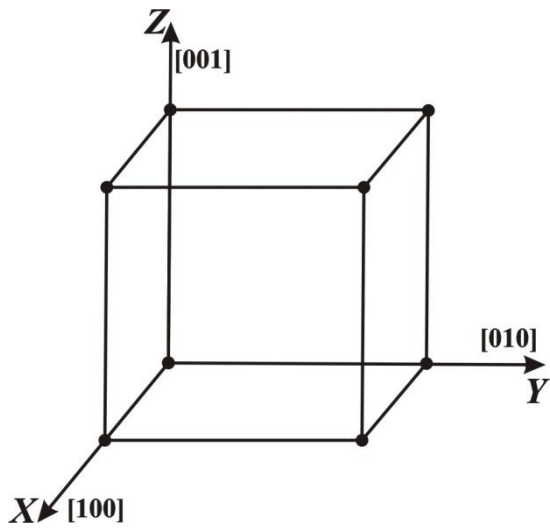
Бағыттар индекстері

Кристалдағы бағыттарды сипаттау үшін координат жүйесінің бастапқы нүктесінен өтетін түзу алынады. Түзу өтетін бірінші түйіннің u , v , w индекстері осы түзудің кристалдағы орнын анықтайды. Сондықтан $[[uvw]]$ түйін индекстері алынған бағыттың индекстері болып табылады да келесі түрде жазылады: $[uvw]$.

Бір симметрия классына тән симметриялық түрлендірулердің көмегімен бірдей түрге келтірілетін бағыттар жиыны үшбұрышты жақшаға алынып жазылады $\langle uvw \rangle$ және **симметриялық эквивалентті бағыттар** деп аталады.

Кубтық торда координат осьтерінің символдары: $X - [100]$, $Y - [010]$, $Z - [001]$. Кристалдағы барлық параллель бағыттардың мәндері бірдей болады. Сондықтан $[uvw]$ символы параллель бағыттар жиынын және кристалдық көпқырлықтың параллель қырларын сипаттайды.

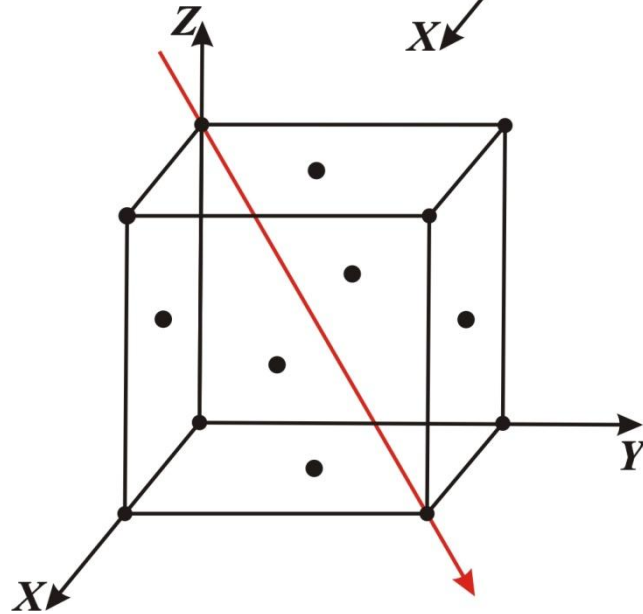
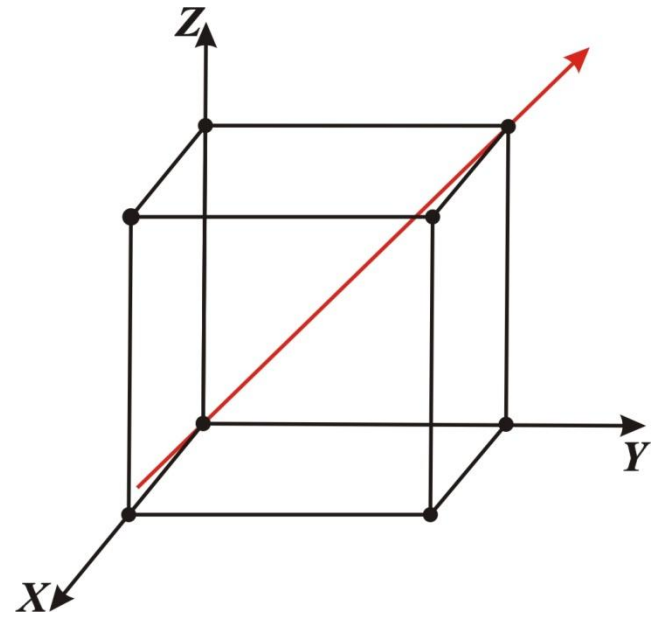
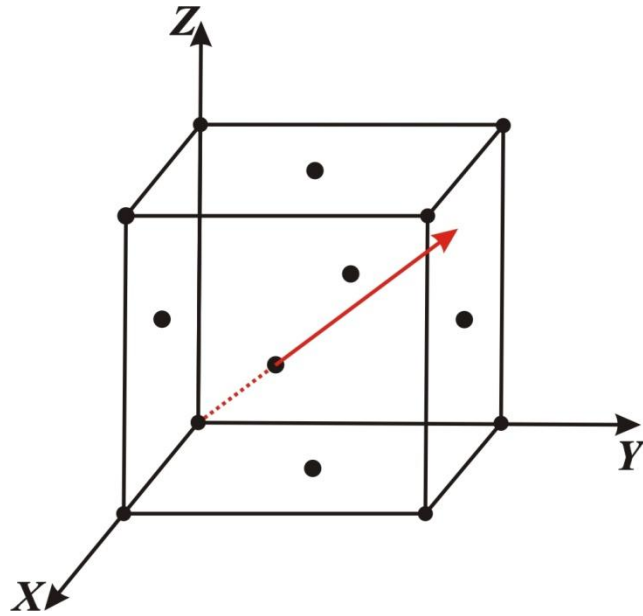
Бағыттар индекстері



Қатты дене физикасы мен материалтану

Қазақстан

Бағыт индекстерін анықта



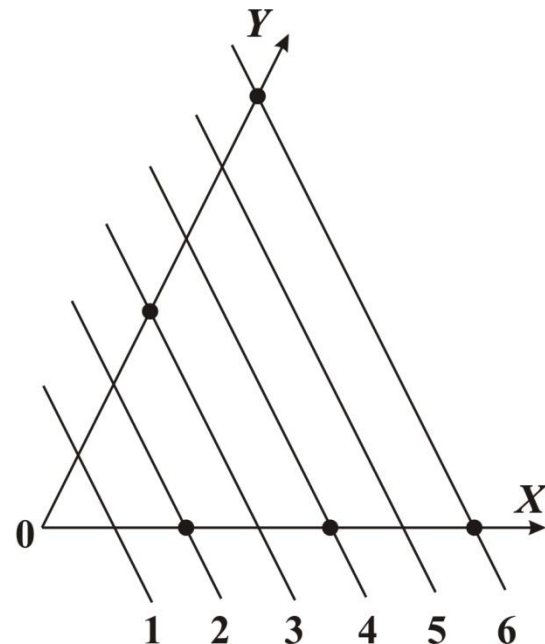
Жазықтық индекстері

Кеңістік тордағы жазықтықтар мен оларға сәйкес келетін кристалдық көпқырлықтың қабырғалары берілген координат жүйесінде ылдимен сипаталады. Кристалдың кез келген қабырғасы қандай-да бір жазық торға және сонымен бірге оған параллель болатын жазық торлардың шексіз санына да параллель болады.

Тордың бір кез келген жазықтығы үш координат осьтерімен қиылысып олардан ta , nb , pc кесінділерін кесетін болсын. $m:n:p$ сандарының қатынасы осы жазықтықтың координат осьтеріне көлбеулік бұрышын сипаттайды. Бұл қатынас осы жазықтыққа параллель болатын барлық жазықтықтардың бағдарын анықтайды. Суреттегі параллель жазықтықтар жиынын қарастырайық.

Бұл жазықтықтар жиыны үшін:

Жазықтық нөмірі	Осьтер бойынша кесінділер			$m:n:p$
	X	Y	Z	
1	$a/2$	$b/3$	∞	$1/2:1/3:\infty = 3:2:\infty$
2	a	$2b/3$	∞	$1:2/3:\infty = 3:2:\infty$
3	$3a/2$	b	∞	$3/2:1:\infty = 3:2:\infty$
4	$2a$	$4b/3$	∞	$2:4/3:\infty = 3:2:\infty$
және т. б.				



Барлық параллель жазықтықтар үшін $m:n:p$ рационал сандарының сериясын $p:q:r$ **Вейсс параметрлері** деп аталатын өзара қарапайым сандар қатынасы түріне келтіруге болады, (қарастырылған жағдай үшін **3:2: ∞**).

Кристаллография мен кристаллофизикада жазықтықтарды (немесе жазықтық бағыттарын) параметрлер емес **Миллер индекстерімен** сипаттау қабылданған.

Миллер индекстері дегеніміз бүтін сандарға келтірілген Вейсс параметрлеріне кері шамалар. Егер жазықтық параметрлері $p:q:r$ болса, онда Миллер индекстері келесі қатынаспен анықталады:

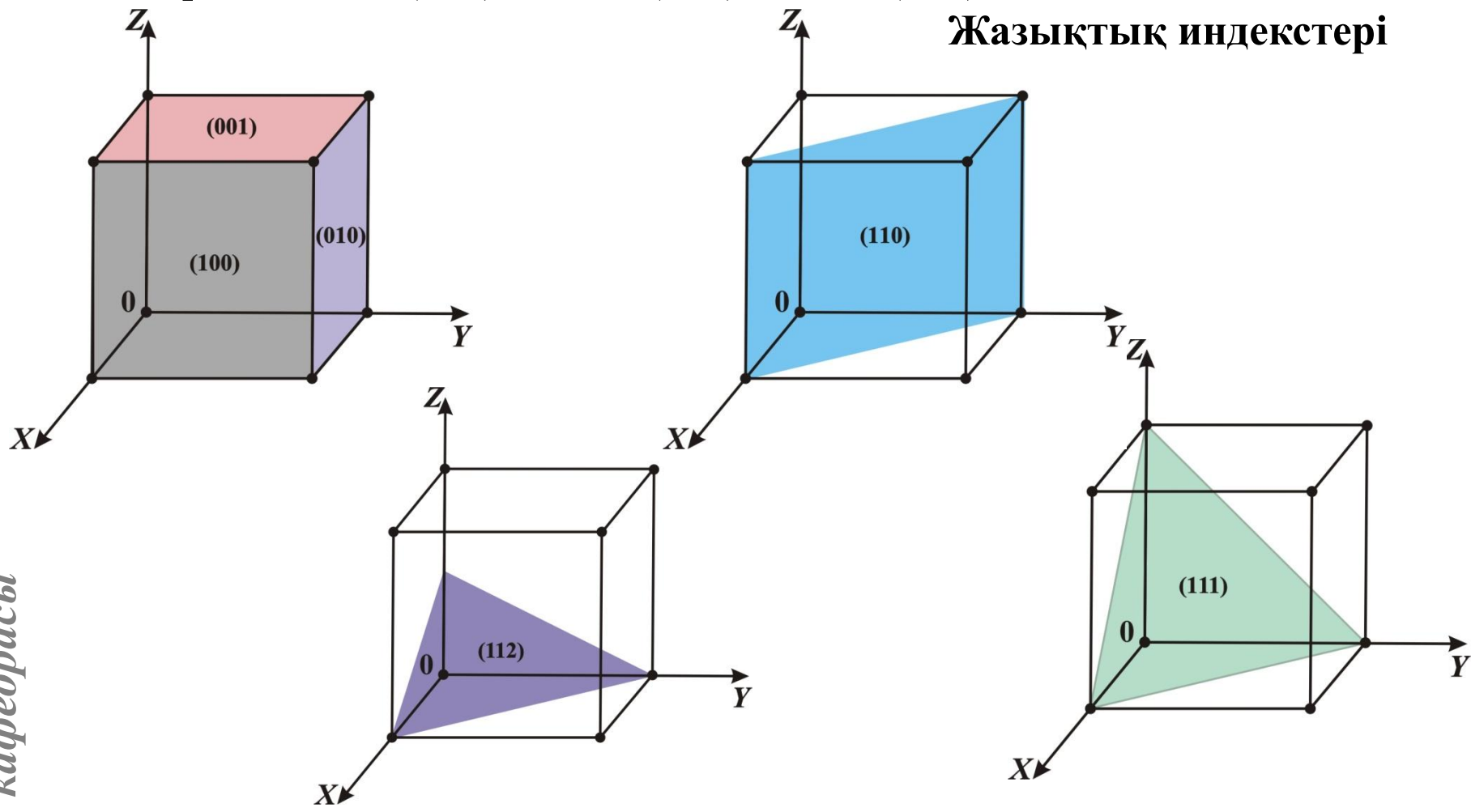
$$\frac{1}{p} : \frac{1}{q} : \frac{1}{r} = h : k : l$$

Ортақ көбейтіндісі жоқ h, k, l сандары жазықтықтың Миллер индекстері деп аталады. Қатарынан үтірсіз жазылған, дөңгелек жақшаға алынған (hkl) индекстер жазықтық символы болып табылады. (hkl) символымен барлық параллель жазықтықтар сипатталады. **Физикалық эквивалентті жазықтықтар** жиыны $\{hkl\}$ символымен белгіленеді. Бұл символ индекстердің орнын ауыстыру және индекс таңбаларын өзгерту арқылы алынатын физикалық эквивалентті жазықтықтардың толық жиынын береді.

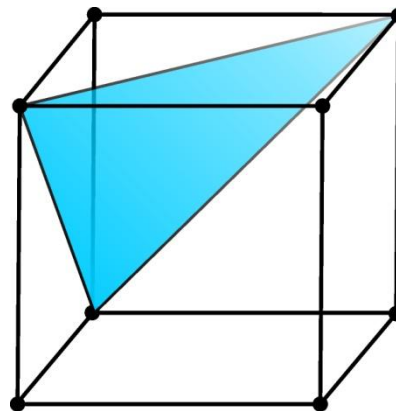
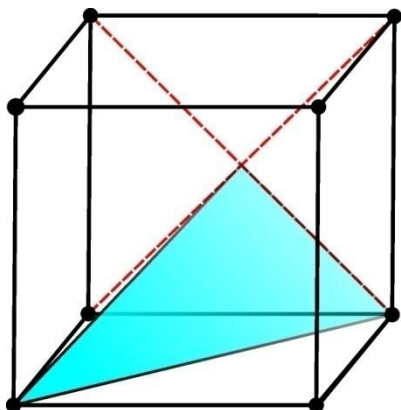
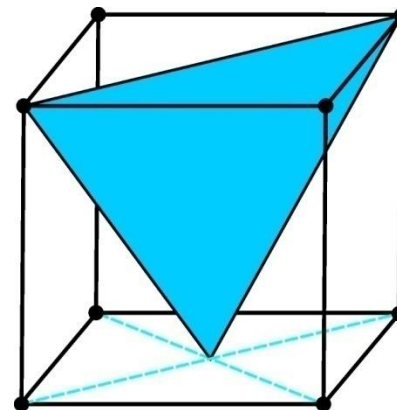
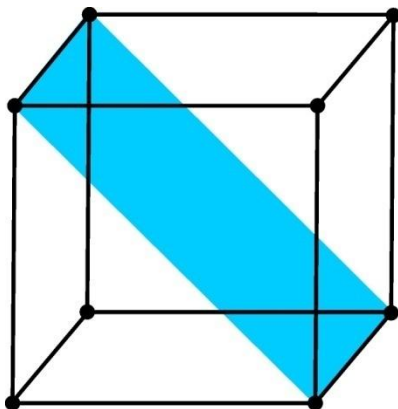
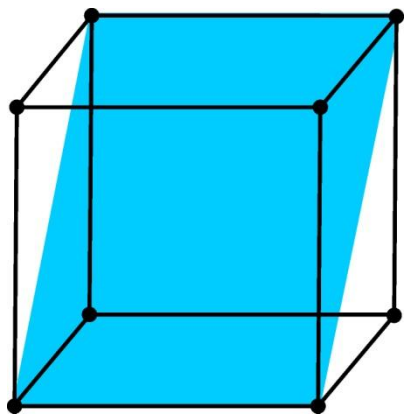
Егер жазықтық кез келген координат осіне параллель болса, яғни бұл осьпен шексіздікте қиылысатын болса, онда оның осы ось бойынша индексі нольге тең болады:

$$\frac{1}{\infty} = 0$$

Осьтердің арасындағы бұрыштарға тәуелсіз координат жазықтықтарының символдары – $XOY = (001)$, $XOZ = (010)$, $YOZ = (100)$ болады.



Жазықтық индекстерін анықта



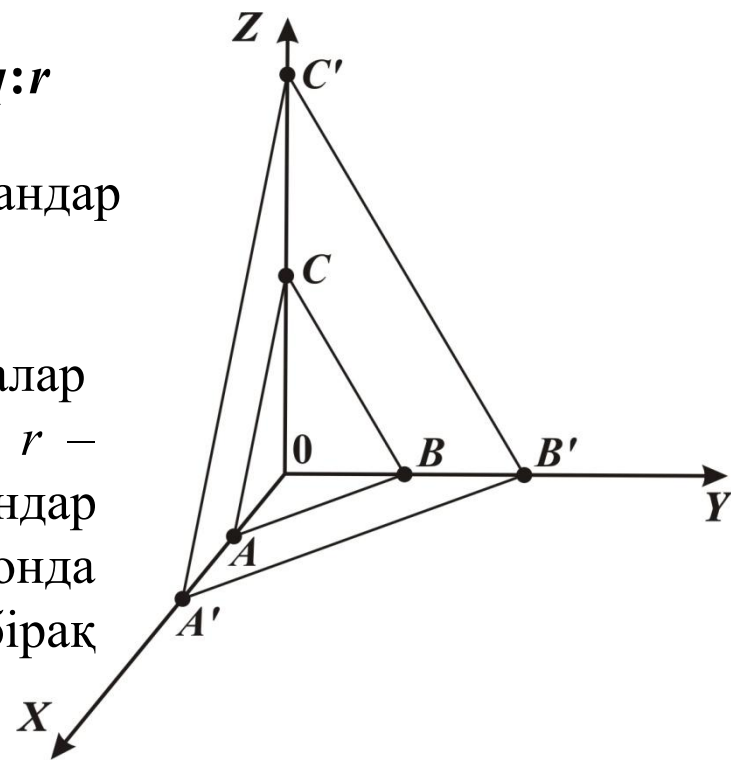
Кристалдың қабырғалары мен қырларын индекстер және символдар көмегімен бейнелеу әдісі кристалдың торлық құрылымы анықталғанан бұрын табылған. Ол кристаллографияның – **бүтін сандар немесе рационал қатынастар заңы (Гаюи заңы)** – эмпирикалық заңына негізделген.

Бұл заңның қағидасы: табиғи кристалдың кез келген екі қабырғасы үшін параметрлердің екі еселік қатынастары бүтін сандар қатынасына тең болады. Кристалдың қабырғасы болу үшін жазықтықтың координат осьтеріндегі кесінділері мен «бірлік» кесінділер өзара келесі қатынаспен байланысуы қажет:

$$\frac{OA'}{OA} \cdot \frac{OB'}{OB} \cdot \frac{OC'}{OC} = p:q:r$$

бұл жерде p, q, r – бүтін, өзара қарапайым сандар және табиғи кристалдар үшін аз сандар.

$p:q:r$ қатынасы иррационал болатын қабырғалар табиғи кристалда мүмкін емес, әдетте p, q, r – бестен аспайтын сандар болады. Егер бұл сандар бүтін болып, бірақ бестен артық болса, онда қабырғаның пайда болуы мүмкін, бірақ ықтималдығы аз болады.



Кез келген кристаллографиялық жазықтықты және кристалл қабырғасын **Миллер индекстері** деп аталатын – үш бүтін санның көмегімен анықтауға болады және бұл сандар келесі қасиеттерге ие болады:

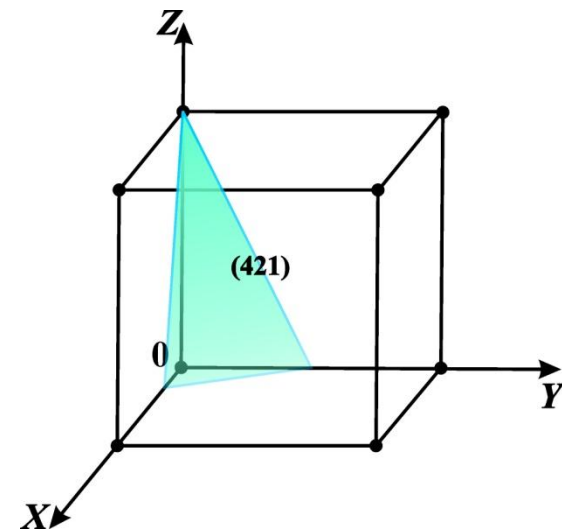
1. Бұл жалпы көбейткіші жоқ, бүтін сандар;
2. Олар координаттың бастапқы нүктесінен жазықтықпен кесетін кесінділерге кері пропорционал;
3. Барлық параллель жазықтықтар Миллер индекстерінің бірдей жиынымен белгіленеді;
4. Егер жазықтық қандай-да оське параллель болса, онда оған сай индекс нольге тең болады;
5. Кубтық жүйе кристалдарында жазықтық пен оған тұрғызылған нормаль Миллер индекстерінің бірдей жиынымен белгіленеді.

Кез келген кристаллографиялық жазықтықтың Миллер индекстерін табу үшін ең алдымен координаттың бастапқы нүктесін табу қажет (**ол бұл жазықтықта жатпауы қажет**); сонан соң жазықтықтың координат осьтерінде кесетін кесінділерді a , b , c осьтың кесінділері арқылы жазып, бұл шамалардың кері мәндерін табу керек, әрі қарай жалпы бөлгіші бар ең кіші рационал бөлшектер түріне келтіріліп, табылған сандар дөңгелек жақшаға алынуы керек.

1 - мысал

Тордың осьтерінен $A = 1$, $B = 2$, $C = 4$ кесінділер кесетін жазықтықтың индекстерін анықта.

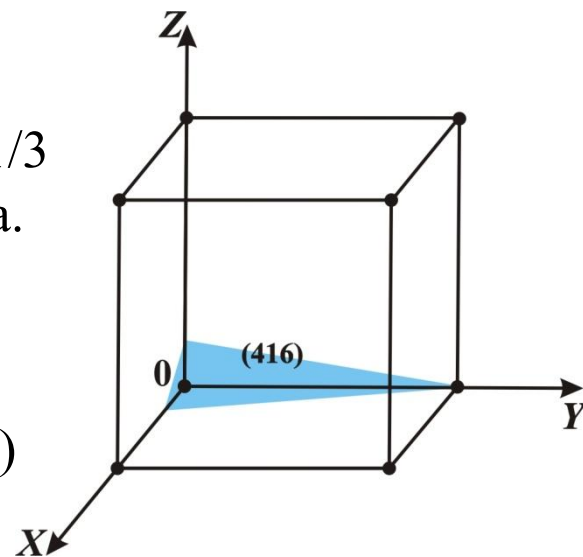
$$h = 4, k = 2, l = 1 \text{ (421)}$$



2 - мысал

Тордың осьтерінен $A = 1/2$, $B = 2$ және $C = 1/3$ кесінділер кесетін жазықтықтың индекстерін анықта.

$$h = 4, k = 1, l = 6 \text{ (416)}$$



3 - мысал

(123) жазықтығы тордың осьтерінен кесетін кесінділерді анықта.

$$A = 6, B = 3 \text{ және } C = 2$$

Кристалдық құрылымдардың симметрия элементтері

Кристалдық тор симметриясының негізін оның кеңістіктегі периодтық қасиеті құрайды, яғни белгілі қашықтыққа және белгілі бағытқа параллель орын ауыстырулар немесе трансляциялар арқылы бастапқы қалпына қайта келтіру қасиеті.

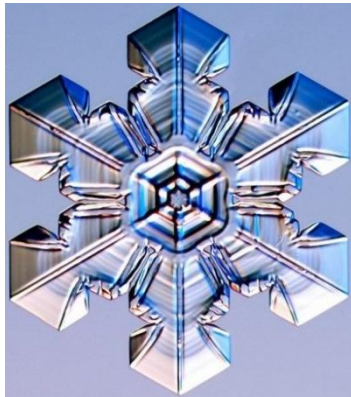
Симметриялық түрлендірулер нәтижесінде бастапқы қалпына келетін фигура *симметриялық фигура* деп аталады. Орыс кристаллографы Е.С. Федоров берген анықтама бойынша симметрия геометриялық фигуралардың әртүрлі қалпынан бастапқы қалпына келетін қасиеті болып табылады.

Геометриялық фигураларды бастапқы қалпына келтіретін шағылулар мен айналулар *симметрия түрлендірулері* немесе *симметриялық түрлендірулер* деп аталады.

Осы шағылулар мен айналулар *симметрия элементтері* деп аталатын жорамалдағы жазықтықтар, түзулер және нүктелер көмегімен жасалады.



Координат жүйесінің симметриялық түрлендіруі дегеніміз ығысуы және созылуы жоқ алынған екі нүктенің арасындағы қашықтық сақталатын түрлендіру.



Егер объект түрлендіруден кейін сызықтық өлшемдерімен қатар физикалық қасиеттерін сақтайтын болса, онда мұндай түрлендіру *физикалық қасиетке қатысты симметриялық түрлендіру* деп аталады.

Симметриялық түрлендірулер мен оларға сәйкес симметрия элементтерін белгілеу үшін арнайы символдар қолданылады. Кеңінен тараған үш символдар жүйесі бар: **халықаралық (Герман-Моген жүйесі), Шубников және Шенфлис жүйесі.**

Бірінші текті нүктелік симметрия элементтері

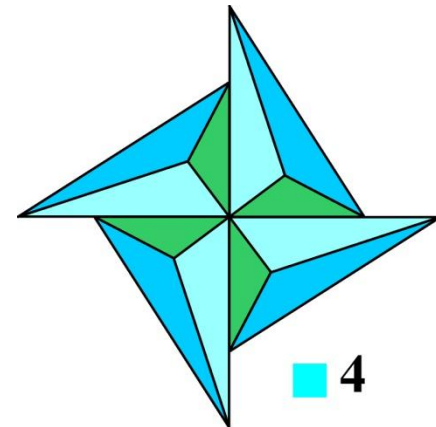
Айналу осі немесе симметрия осі

Симметрия осі дегеніміз элементар бұрышқа бұрылу – симметриялық түрлендірудің геометриялық бейнесі. Ол бұрылу іске асырылатын жорамалдық ось. Симметрия осінің реті « n » фигура осьті толық айналғанда неше рет бастапқы қалпына келетінін көрсетеді. Кристалл бұрылған кезде бірдей нүктелері бастапқы қалпына келетін бұрыш элементар бұрылу бұрышы болып табылады. Егер айналу осінің бағдары және элементар бұрыш берілген болса, онда айналу түрлендіруі берілген деп есептейміз. Элементар бұрыш пен симметрия осінің реті келесі қатынаспен байланысқан болады:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$
 Халықаралық және Шубников символикасында осьтің реті « n » немесе « X » деп белгіленеді, бұл жерде кристалдық құрылымдар үшін $n = 1, 2, 3, 4, 6$, яғни кристалдарда реті тек осындай осьтер болады. Шенфлистің белгілеуі бойынша ось реті « C_n » болады.



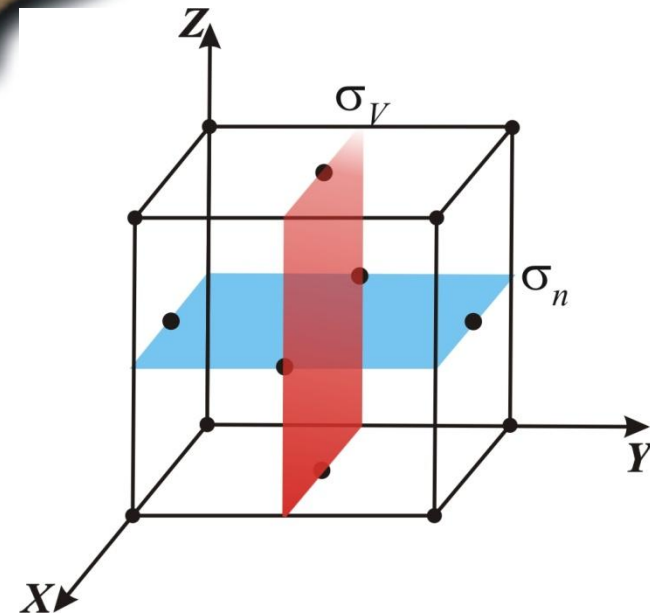
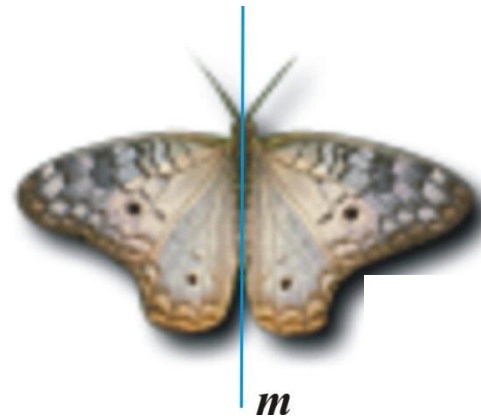
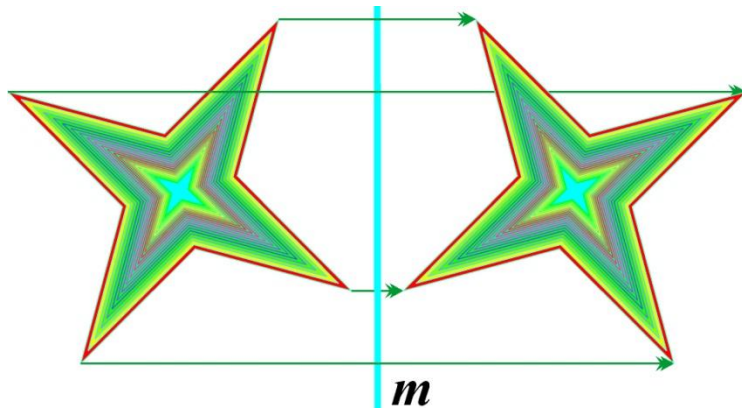
6



4

Айналық шағылу жазықтығы

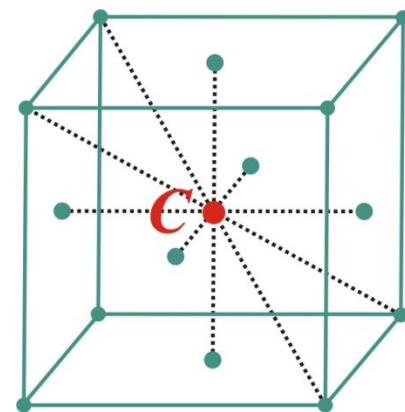
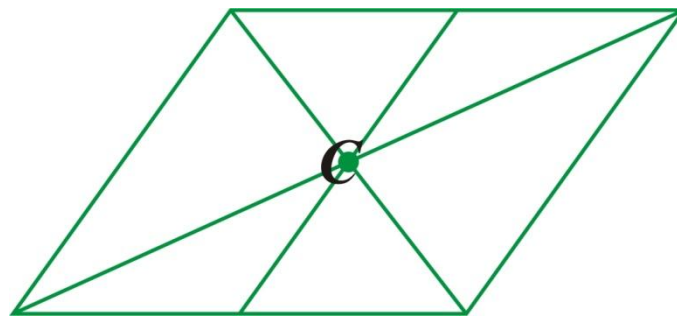
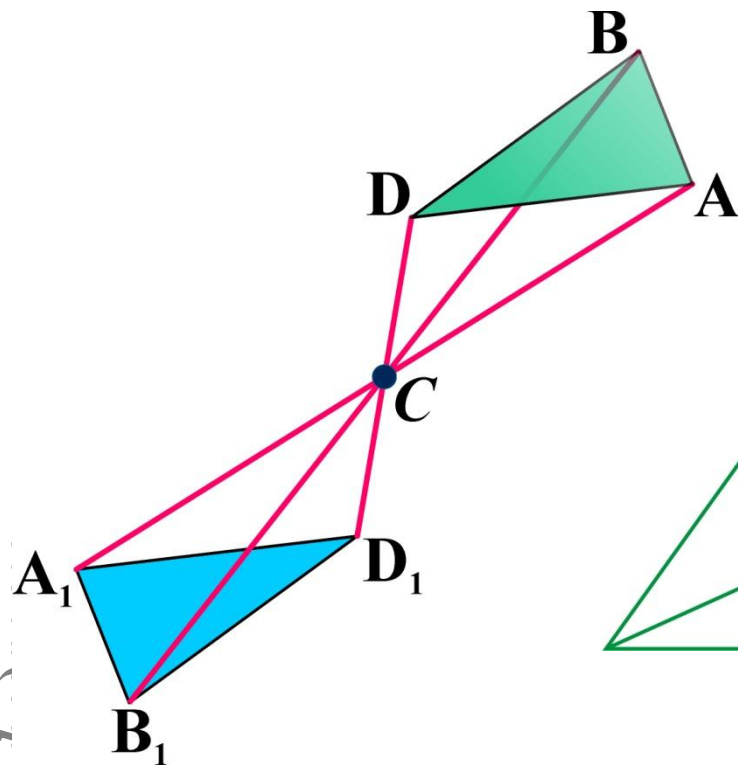
Зат пен оның айнадағы бейнесі сияқты фигураны екіге бөлетін жазықтық айналық шағылу жазықтығы немесе симметрия жазықтығы деп аталады. Халықаралық және Шубников жүйесінде айналық шағылу жазықтығы « m » символымен белгіленеді, ал Шенфлис жүйесінде σ_V символымен вертикал симметрия жазықтығы, σ_n – горизонтал симметрия жазықтығы белгіленеді.



Симметрия центрі

Симметрия центрі (инверсия центрі) дегеніміз фигураның ішіндегі ерекше бір нүкте. Бұл нүктеден жүргізілген түзудің бойында центрден бірдей қашықтықта бірдей фигуралар табылатыны осы нүктенің негізгі қасиетті болып табылады. Бұл симметрия элементінің геометриялық бейнесі нүкте болады.

Халықаралық жүйедегі белгілеуі – $\bar{1}$, C , Шенфлис жүйесінде – C_i



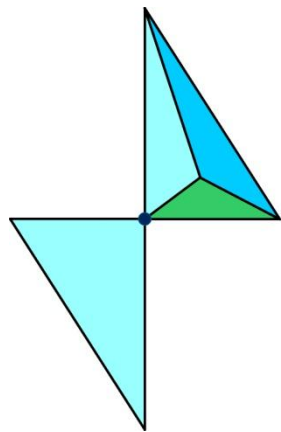
Құрама симметрия элементтері (екінші текті симметрия элементтері)

Нақты кристалдарда симметриялық түрлендірулер өзара үйлеседі де, оның нәтижесінде құрама және күрделі симметрия элементтері пайда болады.

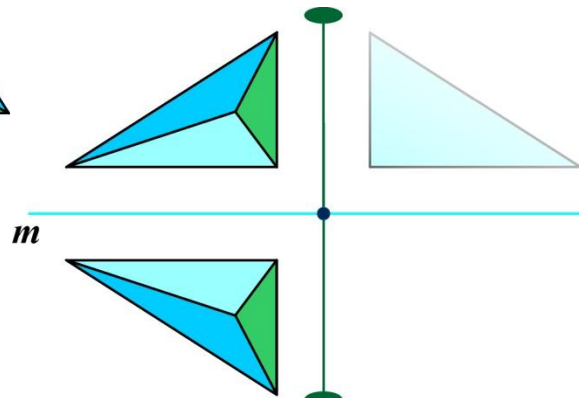
1. Айналық-бұрылу осі. Айналу осі мен оған перпендикуляр айналық шағылу жазықтығының үйлесу нәтижесінде n/m айналық-бұрылу осі деп аталатын жаңа симметрия элементі пайда болады.

Бұл симметрия операциясы кезегімен орындалған бұрылу және айналық шағылу операцияларының нәтижесі болады. **Бұрылу операциясынан кейінгі аралық күй симметриялық болмайды,** яғни тек аталмыш екі симметрия элементтерінің кезегімен қолдануының нәтижесі фигураны бастапқы қалпына келтіреді.

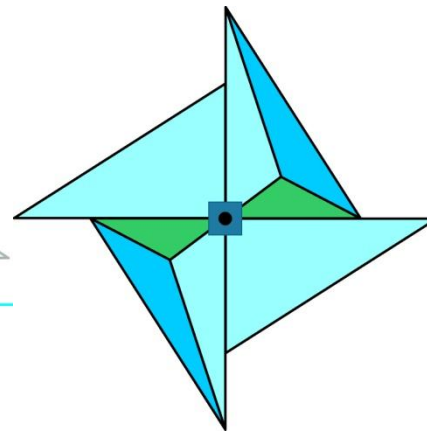
2. Инверсиялық осі. $\alpha = 360^\circ/n$ элементар бұрышқа бұрылу операциясы мен осы осьте жататын нүктедегі инверсияның үйлесу нәтижесінде инверсиялық симметрия осі пайда болады – \bar{n} .



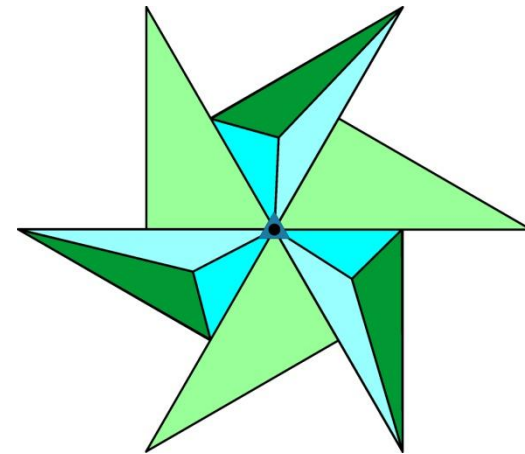
$$\bar{1} = \frac{2}{m} = C$$



$$\bar{2} = \frac{1}{m} = m$$



$$\bar{4} = \frac{4}{m}$$



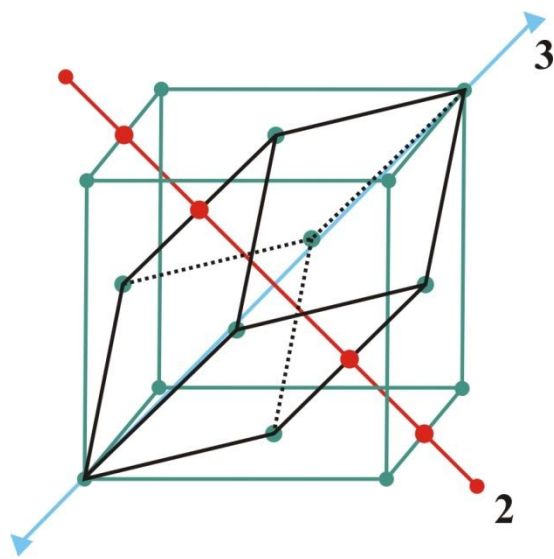
$$\bar{3} = \frac{6}{m}$$

Барлық қарастырылған симметрия элементтері: симметрия осі, айналық-бұрылу осі, айналық шағылу жазықтығы, симметрия центрі, инверсиялық осі түрлендірулерінің нәтижесінде кристалда кем дегенде бір нүкте жылжымай орнында қалады. Аталған симметрия элементтері нүктелік топтардың симметрия элементтеріне жатады.

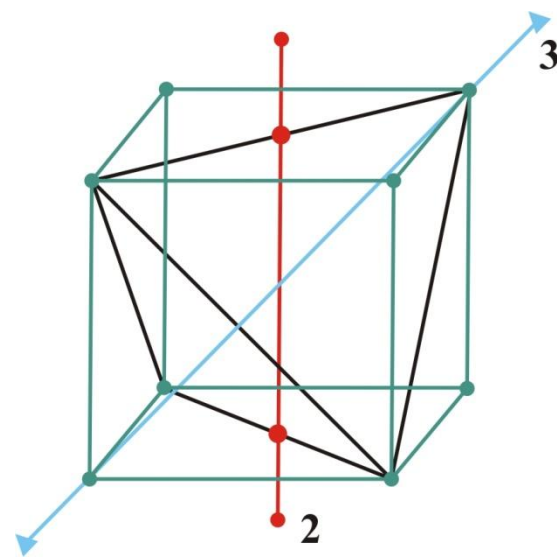
Кристалдағы симметрия элементтерінің өзара үйлесуін қысқа түрде жазу үшін төменде көрсетілген белгілі ережелер қолданылады.

Симметрия элементтерінің немесе олардың терулерінің белгілеуі	Аталуы
n, C_n	Айналу осі
m, σ_n, σ_v	Симметрия жазықтығы
$\bar{1}, C, C_i$	Симметрия немесе инверсия центрі
$\frac{n}{m}$	Айналық-бұрылу осі
\bar{n}	Инверсия осі
nm	Симметрия осі және оған параллель симметрия жазықтығы
$\frac{n}{m}$	Симметрия осі және оған перпендикуляр симметрия жазықтығы
$n2$	Реті n -ші (реттілікті) симметрия осі және оған перпендикуляр реті екінші симметрия осі
$2n$	Реттері n -ші және екінші симметрия осьтері

23 және 32 симметрия элементтерінің үйлесуін қарастырайық. Бұл жерде реті екінші және үшінші симметрия осьтері бар, бірақ екінші жағдайда бұл осьтер өзара перпендикуляр. Суретте осьтердің орналасуы және әр үйлесуге сәйкес көпқырлықтардың түрлері көрсетілген.



32



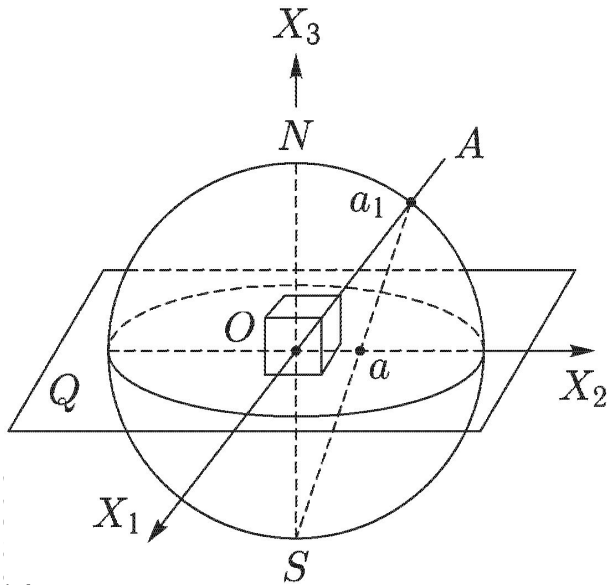
23

Кристаллографиялық проекциялар

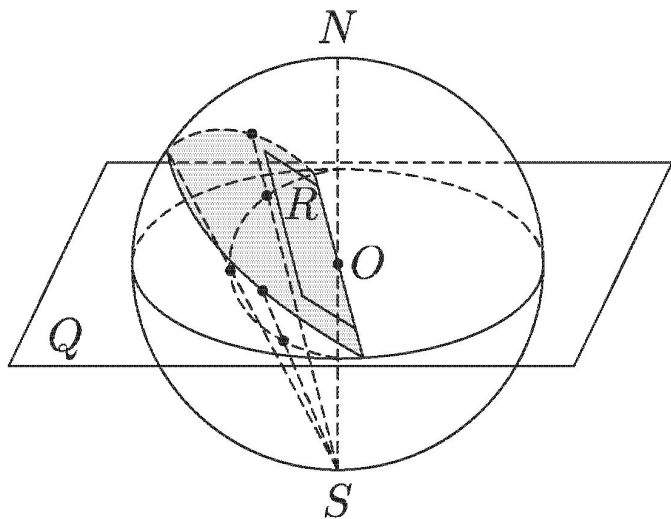
Кристалдың сыртқы көрінісін бейнелеу үшін кристаллографияда аксонометриялық және ортогоналдық проекциялар қолданылады. Кристаллографиялық проекциялар көрнекті болғанмен, кристалдың әртүрлі қырлары мен қабырғаларының арасындағы бұрыштарды анықтауға мүмкіндік бермейді.

Стереографиялық проекция. Суретте стереографиялық проекцияны тұрғызу принципі көрсетілген.

Стереографиялық проекцияның жазықтығы ретінде сфераның экваториал жазықтығы алынады, сфера бұл жазықтыққа шеңбер түрінде проекцияланады. Сферада солтүстік (N) және оңтүстік (S) полюстер белгіленеді. Oa_1 түзуінің стереографиялық проекциясын алу үшін бұл түзуді сферамен қиылысқанға дейін жүргіземіз. A нүктесі Oa_1 бағытының сфералық проекциясы болады. Енді A нүктесін S оңтүстік полюспен қосады. AS түзуі проекция жазықтығымен (экваториал жазықтығы) a нүктесінде қиылысады. Осы нүкте Oa_1 бағытының стереографиялық проекциясы болады.



Бағыттардың стереографиялық проекциялары шеңбер ішіндегі нүктелер болып бейнеленеді. Вертикал бағыт шеңбердің центріндегі нүкте, ал горизонтал бағыт экватордағы екі нүкте болады.



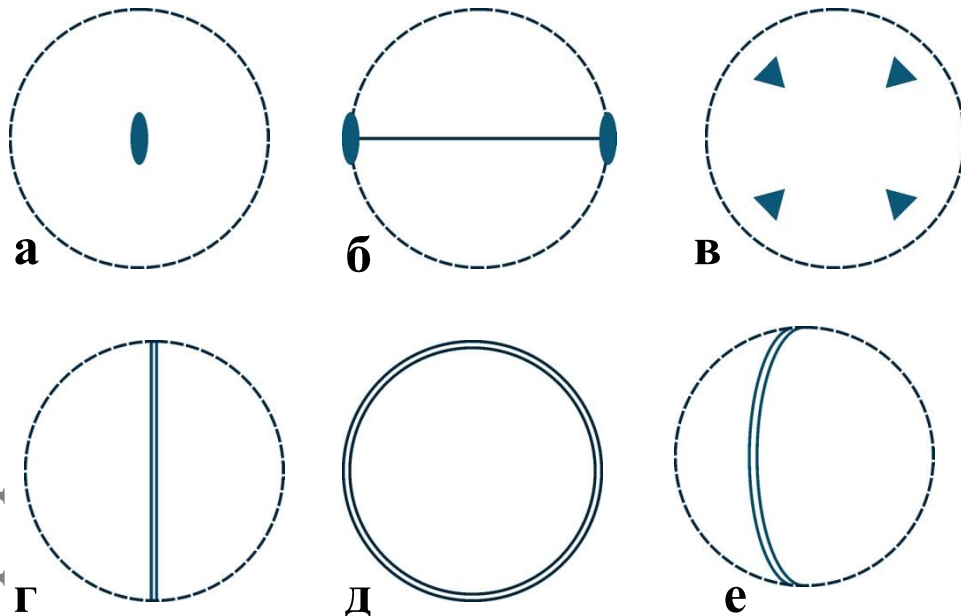
O нүктесінен өтетін және сферамен қиылысатын жазықтық – O нүктесінен шығатын және осы жазықтықта жататын бағыттардың геометриялық орны болады. Сол себептен, жазықтықтың стереографиялық проекциясы осы жазықтықта жататын бағыттардың стереографиялық проекцияларының геометриялық орны болады және O нүктесінен өтетін жазықтық стереографиялық проекцияға доға тәрізді проекцияланады.

Горизонтал жазықтықтардың стереографиялық проекциялары проекция шеңберінің шекарасымен сәйкес келетін шеңбер болады, вертикал жазықтықтар проекция шеңберінің диаметрлерінен өтеді, ал көлбеу жазықтықтардың проекциялары проекция шеңбері диаметрлеріне сүйенетін доғалармен бейнеленеді.

Стереографиялық проекцияның келесі екі қасиеттері маңызды:

- 1) сферада тұрғызылған кез келген шеңбер стереографиялық проекцияда шеңбер болып бейнеленеді;
- 2) стереографиялық проекцияда кеңістіктегі бұрыштық арақатынастар өзгермейді. Проекция сферасында тұрғызылған доғалар арасындағы бұрыштар проекция жазықтығында өзгеріссіз сақталады.

Стереографиялық проекциялар кристалдың симметрия элементтерін көрсету үшін және рентгенқұрылымдық талдауда кристалл құрылымындағы жазықтықтар мен бағыттарды айқындау үшін қолданылады.

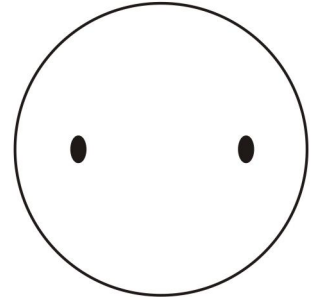
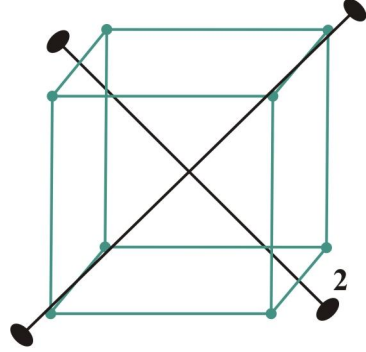
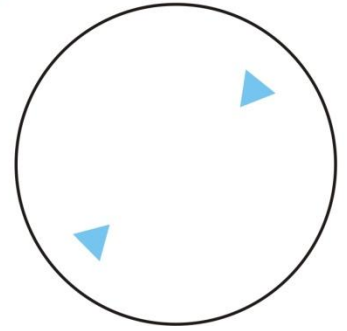
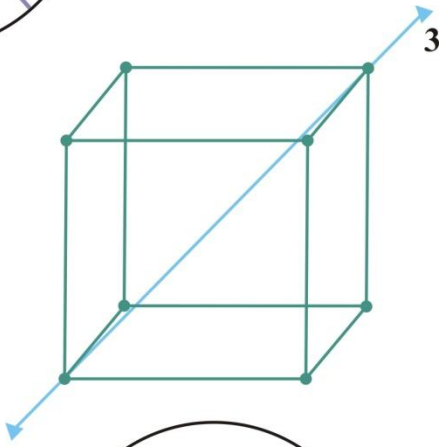
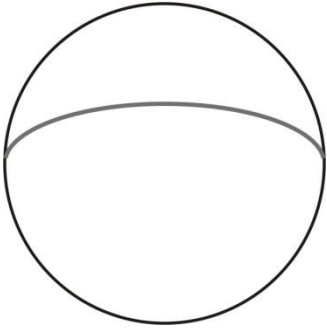
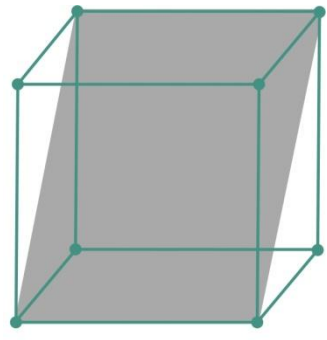
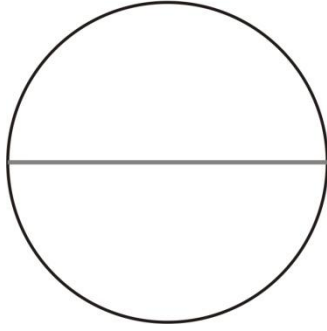
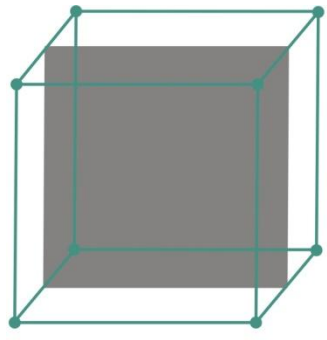
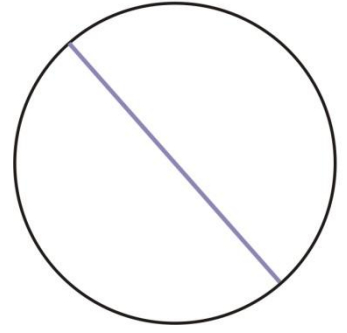
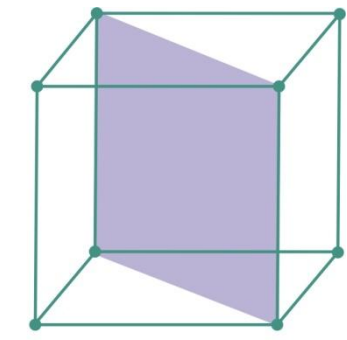


Реті 2-ші вертикал осьтің (а), реті 2-ші горизонтал осьтің (б), реті 3-ші көлбеу осьтердің (в), вертикал симметрия жазықтығының (г), горизонтал симметрия жазықтығының (д) және көлбеу симметрия жазықтығының (е) стереографиялық проекциялары.

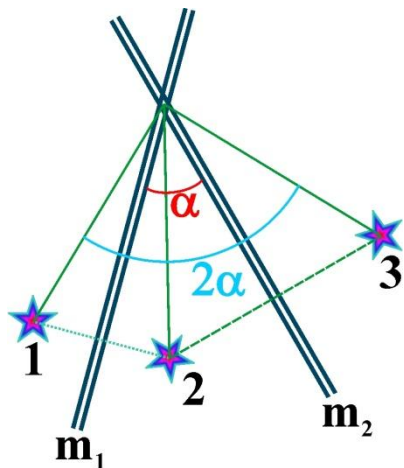
Нүктелік симметрия элементтерінің халықаралық белгілеуі

Симметрия элементі		Халықаралық символ	Стереографиялық проекция	
			Вертикал орналасуы	Горизонтал орналасуы
Симметрия жазықтығы		m		
Симметрия центрі		$\bar{1}, C$		
Симметрия осі	2-го	2		
	3-го	3		
	4-го	4		
	6-го	6		
Инверсиялық симметрия осі	3-го	$\bar{3}$		
	4-го	$\bar{4}$		
	6-го	$\bar{6}$		

Қатты дене физикасы мен материалтану кафедрасы

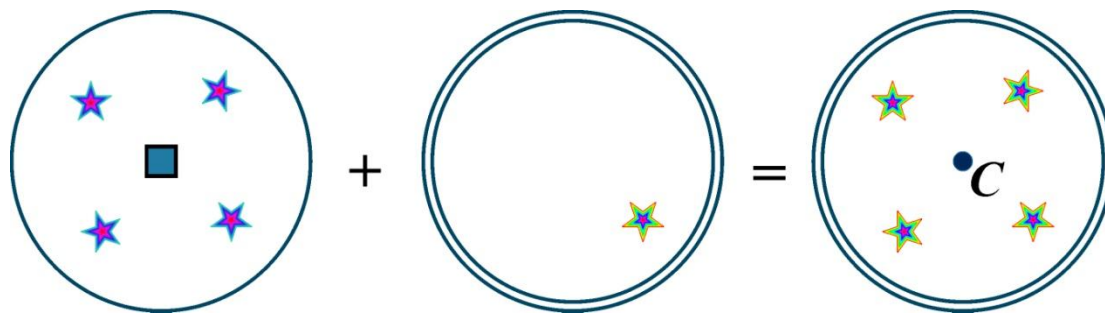


Симметрия элементтерінің терулері туралы теоремалар

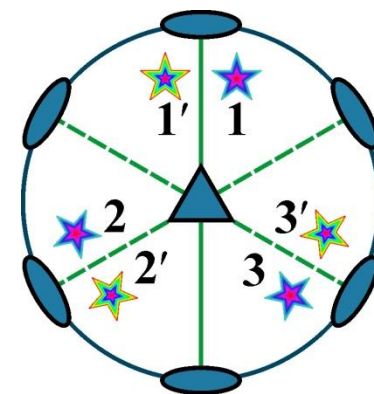


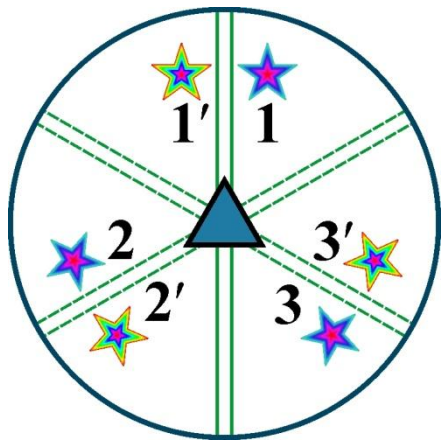
1 т. Екі симметрия жазықтықтарының қиылысқан сызығы айналу осі болып табылады, ал оның бұрылу бұрышы жазықтықтар арасындағы бұрыштың мәнінен екі есе артық болады.

2 т. Жұп симметрия осінің оған перпендикуляр симметрия жазықтығымен қиылысу нүктесі симметрия центрін береді.



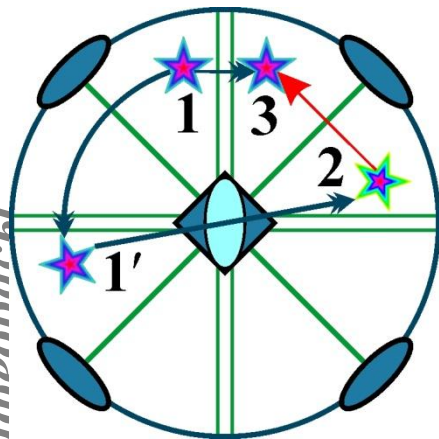
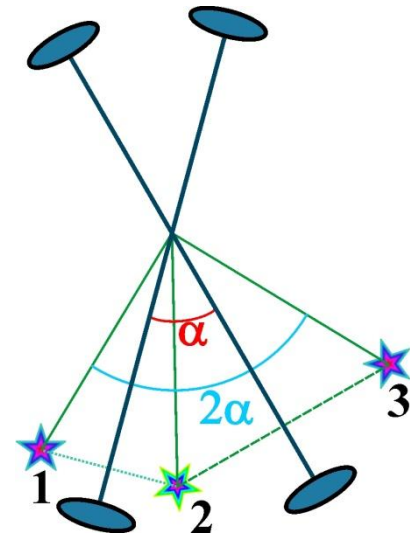
3 т. Егер реті n -ші (1, 2, 3, 4, 6) симметрия осі бар болса және оған перпендикуляр реті 2-ші ось өтетін болса, онда реті n -ші оське перпендикуляр n реті 2-ші осьтер бар болады.





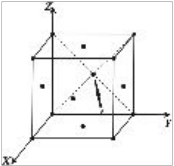
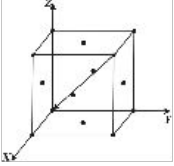
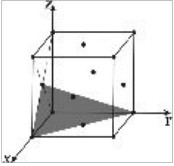
4 т. Егер реті n -ші ось бар болса және оны бойлай симметрия жазықтығы өтетін болса, онда осындай жазықтықтар саны n тең болады.

5 т. Қиылысатын екі симметрия осьтерінің теңәсері үшінші ось болып табылады. Ол үшінші ось екі осьтің қиылысқан нүктесінен әр оське перпендикуляр және оның бұрылу бұрышы қиылысқан осьтердің бұрышынан екі есе артық болады.

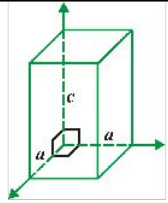
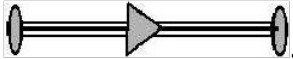


6 т. Жұп инверсия осін бойлай өтетін жазықтықтар оське перпендикуляр және жазықтықтар арасындағы бұрыштың биссектрисасын бойлай өтетін реті 2-ші симметрия осін береді.

№1 тестілік тапсырманың үлгісі

№ варианты		(АТЫ-ЖӨНІ) № тобы		
1.	<p>Бөлшектердің кеңістіктегі нақты орналасуы:</p> <p>A) Кристалл құрылымы</p> <p>B) Кеңістік торы</p> <p>C) Элементар ұяшық</p> <p>D) Құрылым түрі</p> <p>E) Кристаллографиялық жүйе</p>	6.	<p>Тор осьтерінде (123) жазықтығы кесегін кесінділерді анықта:</p> <p>A) 3, 2, 1</p> <p>B) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$</p> <p>C) 6, 3, 2</p> <p>D) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$</p> <p>E) 1, $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$</p>	
2.	<p>Миллер индекстері не көрсетеді?</p> <p>A) тор жазықтықтарының символдарын</p> <p>B) тор түйіндерінің символдарын</p> <p>C) тор бағыттарының символдарын</p> <p>D) тордағы қатардың символдарын</p> <p>E) көпқырлықтың симметриялық-эквиваленттік қабырғаларының санын</p>	7.	<p>Кристалдық тор түйінінің индекстерін анықта:</p> <p>A) $(\frac{1}{2}\frac{1}{2}1)$</p> <p>B) $(0\frac{1}{2}\frac{1}{2})$</p> <p>C) $(1\frac{1}{2}\frac{1}{2})$</p> <p>D) $(\frac{1}{2}\frac{1}{2}0)$</p> <p>E) $(\frac{1}{2}01)$</p>	
3.	<p>Инверсия центрінің хальқаралық символы:</p> <p>A) \bar{n}</p> <p>B) n/m</p> <p>C) nm</p> <p>D) C</p> <p>E) \bar{n}</p>	8.	<p>Кристалдық тор бағытының индекстерін анықта:</p> <p>A) $(0\bar{1}1)$</p> <p>B) $(01\bar{0})$</p> <p>C) $(\bar{1}11)$</p> <p>D) $(1\bar{1}0)$</p> <p>E) $(11\bar{1})$</p>	
4.	<p>Бағыт символының жазылуы:</p> <p>A) $[[uvw]]$</p> <p>B) $[uvw]$</p> <p>C) $\{uvw\}$</p> <p>D) $\langle uvw \rangle$</p> <p>E) (uvw)</p>	9.	<p>Кристалдық тор жазықтығының индекстерін анықта:</p> <p>A) $(0\frac{1}{2}1)$</p> <p>B) (011)</p> <p>C) $(11\frac{1}{2})$</p> <p>D) (111)</p> <p>E) $(\frac{1}{2}\frac{1}{2}1)$</p>	
5.	<p>Тор осьтерінде $A = 1$, $B = 2$, $C = 4$ кесінділерін кесетін жазықтықтың индекстерін анықта.</p> <p>A) (421)</p> <p>B) (214)</p> <p>C) (124)</p> <p>D) $(\frac{1}{4}\frac{1}{2}1)$</p> <p>E) $(11\frac{1}{4})$</p>	10.	<p>Қандай сингония кристалдары үшін келесі тұжырым дұрыс: $[hkl]$ бағыты (hkl) жазықтығына перпендикуляр болады</p> <p>A) Тетрагоналдық</p> <p>B) Кубтық</p> <p>C) Ромбтық</p> <p>D) Кез келген кристалдар үшін</p> <p>E) Гексагоналдық</p>	

№1 бақылау жұмысының үлгісі

Вариант	
1 (1 балл)	Кубтық сингония кристаллында келесіні бейнеле: <ul style="list-style-type: none">• $[21\bar{1}]$ бағытын• $[\frac{1}{3}1\frac{1}{4}]$ түйінін• $(\bar{1}1\bar{1})$ жазықтығын.
2 (1 балл)	Тор осьтерінен (342) жазықтығының кесетін кесінділерін анықта.
3 (1 балл)	Тор осьтерінен $A = 5, B = 3, C = 2$ кесінділерін кесетін жазықтық индекстерін анықта.
4 (2 балл)	Берілген көпқырлықтағы барлық симметрия операцияларын ата 
5 (2 балл)	Осы фигура үшін барлық симметрия элементтерінің стереографиялық проекцияларын бейнеле.
6 (3 балл)	Көрсетілген симметрия элементтерінен шығатын симметрия элементтерін проекцияда көрсет 

1-2 дәріске қосымша әдебиет

Чупрунов Е.В., Хохлов А.Ф., Фадеев М.А. Основы кристаллографии: Учебник для вузов. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2004. - 500 с.
Попов Г.М., Шафрановский И.И. Кристаллография: Учебник для студентов геологических специальностей вузов. – М.: «Высшая школа», 1972. - 352 с.