**Лекция2.**

# Уравнение состояния идеального газа. Основные понятия теории вероятностей.

Попель Петр Станиславович

# Задачи лекции:

- Задача 1: Вывести уравнение состояния идеального газа и показать, что из него следуют законы Авогадро, Бойля-Мариотта, Гей-Люссака, Шарля и Дальтона.
- Задача 2: Познакомиться с понятиями «вероятность», «функция распределения (плотность вероятности)», теоремами сложения и умножения вероятностей.

# План лекции:

- 1. Уравнение состояния идеального газа.
- 2. Газовые законы как следствия уравнения состояния идеального газа.
- 3. Вероятность.
- 4. Теорема сложения вероятностей.
- 5. Теорема умножения вероятностей.
- 6. Функция распределения (плотность вероятности).

# 1.Уравнение состояния идеального газа

- **Уравнением состояния макросистемы** называется уравнение, устанавливающее взаимосвязь между ее термодинамическими параметрами.
- **Общий вид уравнения состояния**:

$$f(p,V,T)=0$$

Конкретный вид уравнения состояния зависит от конкретной макросистемы

# 1.Уравнение состояния идеального газа

Для идеального газа, согласно основному уравнению для давления:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} kT = nkT \quad ,$$

то есть

$$p = nkT \qquad (1)$$

где n=N/V – концентрация молекул

Уравнение (1) – это уже уравнение состояния идеального газа, связывающее его давление, температуру и концентрацию молекул.

# 1.Уравнение состояния идеального газа

$$p = nkT \quad (1)$$

Поскольку n=N/V, уравнение (1) можно переписать в виде:

$$pV = NkT \quad (2)$$

где N-общее число молекул в системе.

Для 1 моля идеального газа $N=N_A$ и $pV = N_A kT = RT$ ,

где $R=N_Ak=8.31$ *Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная.*

$$pV = RT \quad (3)$$

Уравнение Клапейрона

# 1.Уравнение состояния идеального газа

Для произвольного количества молей идеального газа ν

$$pV = \nu RT\,,$$

где *ν* = *M*/*μ* ( *M* – масса газа, *μ* - его молярная масса).

Отсюда для произвольной массы газа *M*:

$$pV = \frac{M}{\mu}RT \qquad (4)$$

Уравнение Менделеева - Клапейрона

# 2.1. Закон Авогадро

- Рассмотрим 2 различных газа, находящихся при одинаковых *T* и *p* и занимающих одинаковый объем *V*.

Запишем для них уравнение состояния (2):

$$pV = N_1 kT$$

$$pV = N_2 kT$$

Отсюда : $N_1 = N_2$

В равных объемах различных газов при одинаковых температуре и давлении содержится одинаковое количество молекул

# 2.2. Закон Бойля-Мариотта

Изотермический процесс ($T$=const) при постоянной массе газа ($M$=const)

**В исходном состоянии:** $$p_1V_1 = \frac{M}{\mu}RT$$

**В конечном состоянии:** $$p_2V_2 = \frac{M}{\mu}RT$$

**Отсюда** $$p_1V_1 = p_2V_2$$

**то есть** $$pV = const$$

**При изотермическом процессе произведение давления данной массы газа на его объем есть величина постоянная.**

# 2.3. Закон Гей-Люссака

Изобарический процесс ($p$=const) при постоянной массе газа ($M$=const)

В исходном состоянии: $$pV_1 = \frac{M}{\mu}RT_1$$

В конечном состоянии $$pV_2 = \frac{M}{\mu}RT_2$$

**Отсюда**: $$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

**то есть** $$\frac{V}{T} = const$$

**При изобарическом процессе отношение объема данной массы газа к его температуре есть величина постоянная**

# 2.4. Закон Шарля

Изохорический процесс ($V$=const) при постоянной массе газа ($M$=const)

В исходном состоянии: $$p_1 V = \frac{M}{\mu} R T_1$$

В конечном состоянии: $$p_2 V = \frac{M}{\mu} R T_2$$

Отсюда $$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$ то есть $$\frac{p}{T} = const$$

**При изохорическом процессе отношение давления данной массы газа к его температуре есть величина постоянная**

# 2.5. Закон Дальтона

Рассмотрим смесь газов, состоящую из $N_1$ молекул сорта 1, $N_2$ молекул сорта 2, . . …., $N_m$ молекул сорта m.

Общее число молекул:

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_m = \sum_{i=1}^{m} N_i$$

Уравнение состояния смеси:

$$pV = NkT = (N_1 + N_2 + \dots + N_m)kT = N_1kT + N_2kT + \dots + N_mkT \qquad (5)$$

Если бы $N_i$ молекул i-го газа заполняли весь объем V, а других газов не было, то давление в сосуде было бы $p_i$, причем

$$p_iV = N_ikT \qquad (6)$$

$P_i$ называется парциальным давлением I-го газа в смеси.

Подставляя (6) в (5), получаем:

$$pV = p_1V + p_2V + \dots + p_mV$$

т.е.

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_m = \sum_{i=1}^{m} p_i$$

**Давление смеси газов равняется сумме парциальных давлений газов, образующих смесь**

# 3. Вероятность

Пусть мы провели *N* опытов (испытаний) и в *ΔN* из них случилось интересующее нас событие (например, выпадение определенной грани кубика). Тогда величина

$$\frac{\Delta N}{N}$$

- называется относительной частотой интересующего нас события в данной серии (выборке) испытаний.

Вероятностью W данного события называется предел, к которому стремится его относительная частота при неограниченном увеличении числа испытаний:

$$W = \lim_{N \to \infty} \frac{\Delta N}{N}$$

# 4.Теорема сложения вероятностей

**События называются взаимно исключающими в том случае, если осуществление одного из них при данном испытании исключает осуществление любого другого (пример – выпадение определенной грани кубика).**

**Теорема**

*Если $W_1$, $W_2$, $W_3$ и т.д. – вероятности различных взаимно исключающих событий, то вероятность того, что при данном испытании осуществится какое-то одно из них (любое), равна сумме вероятностей этих событий:*

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_m = \sum_{i=1}^{m} W_i$$

**В частности, если события 1, 2, …, m образуют полный набор взаимно исключающих событий (никаких других событий, кроме этих, не может случиться), то вероятность того, что при данном испытании случится какое-то одно (любое) из них:**

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_m = \sum_{i=1}^{m} W_i = 1$$

# 5. Теорема умножения вероятностей

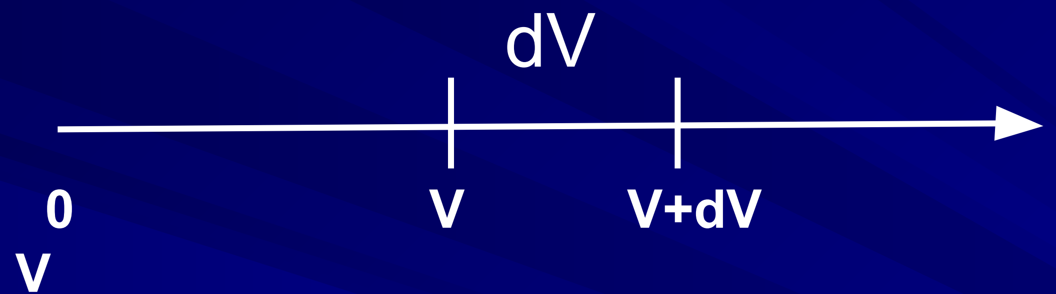
События называются статистически независимыми в том случае, если вероятность осуществления любого из них не зависит от вероятности осуществление любого другого (пример – выпадение определенных граней на двух одновременно бросаемых кубиках).

**Теорема**

*Если $W_1$, $W_2$, $W_3$ и т.д. – вероятности различных статистически независимых событий, то вероятность того, что при данном испытании эти события осуществятся совместно, равна произведению вероятностей этих событий:*

$$W = W_1 \cdot W_2 \cdot \ldots \cdot W_m = \prod_{i=1}^{m} W_i$$

# 6. Функция распределения (плотность вероятности)




Пусть *dW* – вероятность встретить молекулу газа, модуль скорости которой лежит в интервале от *V* до *V+dV*. Поскольку число молекул газа огромно, то:

$$dW = \frac{dN}{N}$$

где *N* – общее число молекул газа, а *dN* – число молекул, скорости которых попадают в интервал от *V* до *V+dV*. Поскольку при данной ширине интервала *dV* вероятность *dW* зависит от того, около какого значения *V* расположен этот интервал, то:

$$dW = \frac{dN}{N} = f(V)dV \qquad (7)$$

# 6. Функция распределения (плотность вероятности)

Функция *f(V)* называется функцией распределения, или плотностью вероятности распределения молекул по модулю скорости

Из (1) следует: $$f(V) = \frac{dW}{dV} = \frac{dN}{NdV}$$

То есть при ширине интервала *dv*=1м/с $$f(V) = dW = \frac{dN}{N}$$

Функция распределения (плотность вероятности распределения молекул по модулю скорости) численно равна вероятности встретить молекулу, скорость которой лежит в единичном интервале скоростей около данного ее значения V, или она равна доле молекул, скорости которых принадлежат данному интервалу.

# Спасибо за внимание!