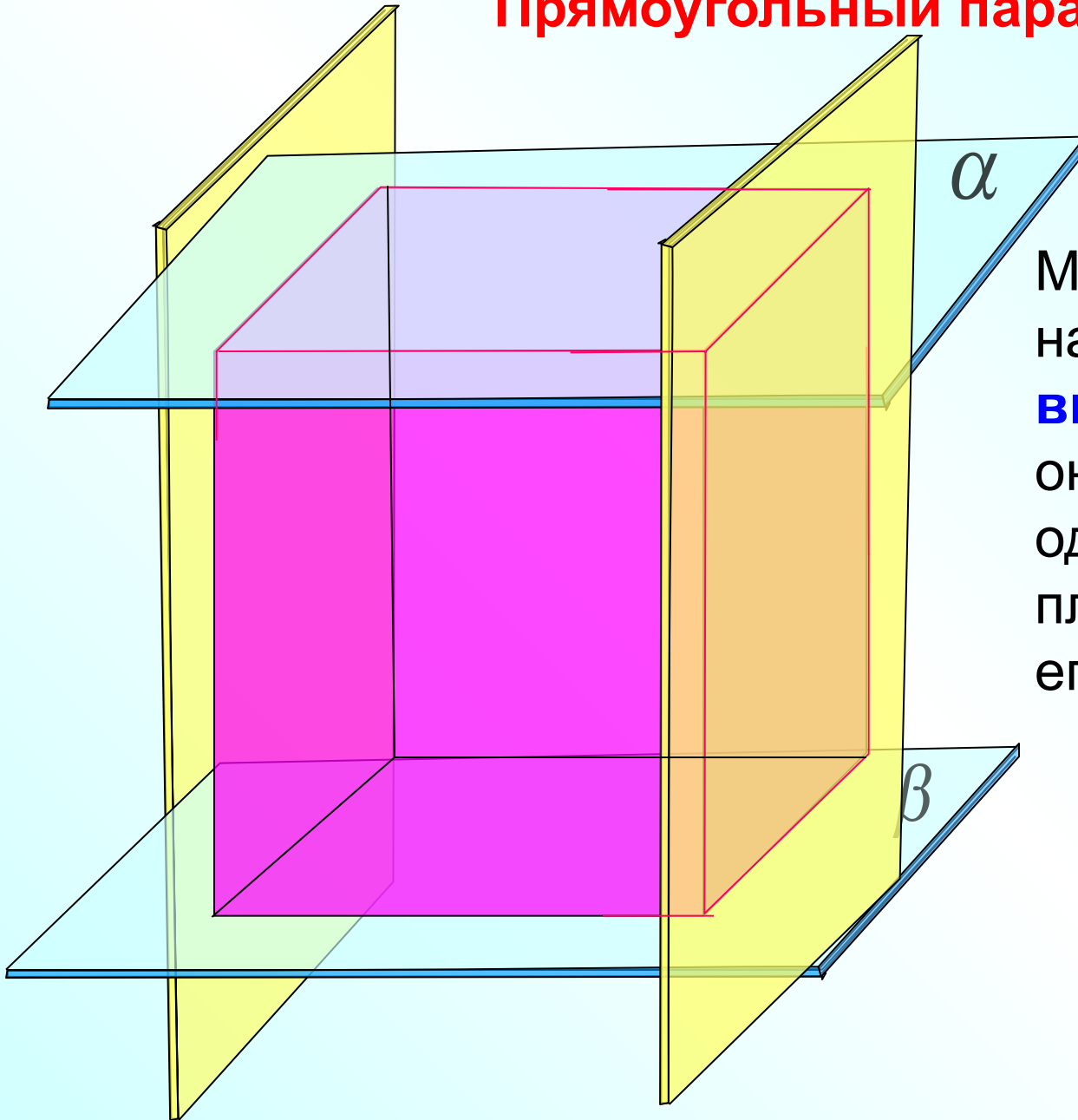


Понятие многогранника

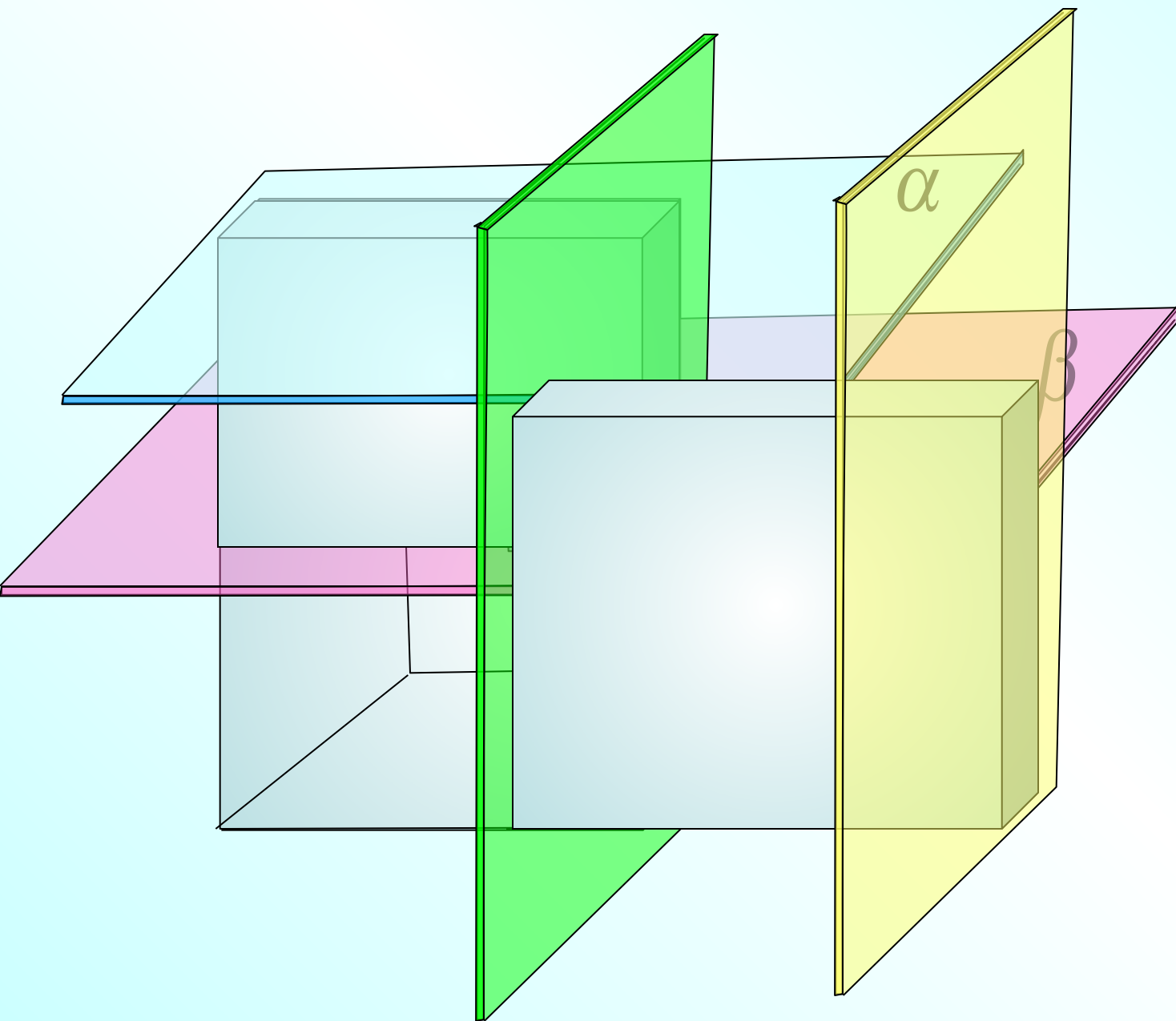
Призма

Прямоугольный параллелепипед

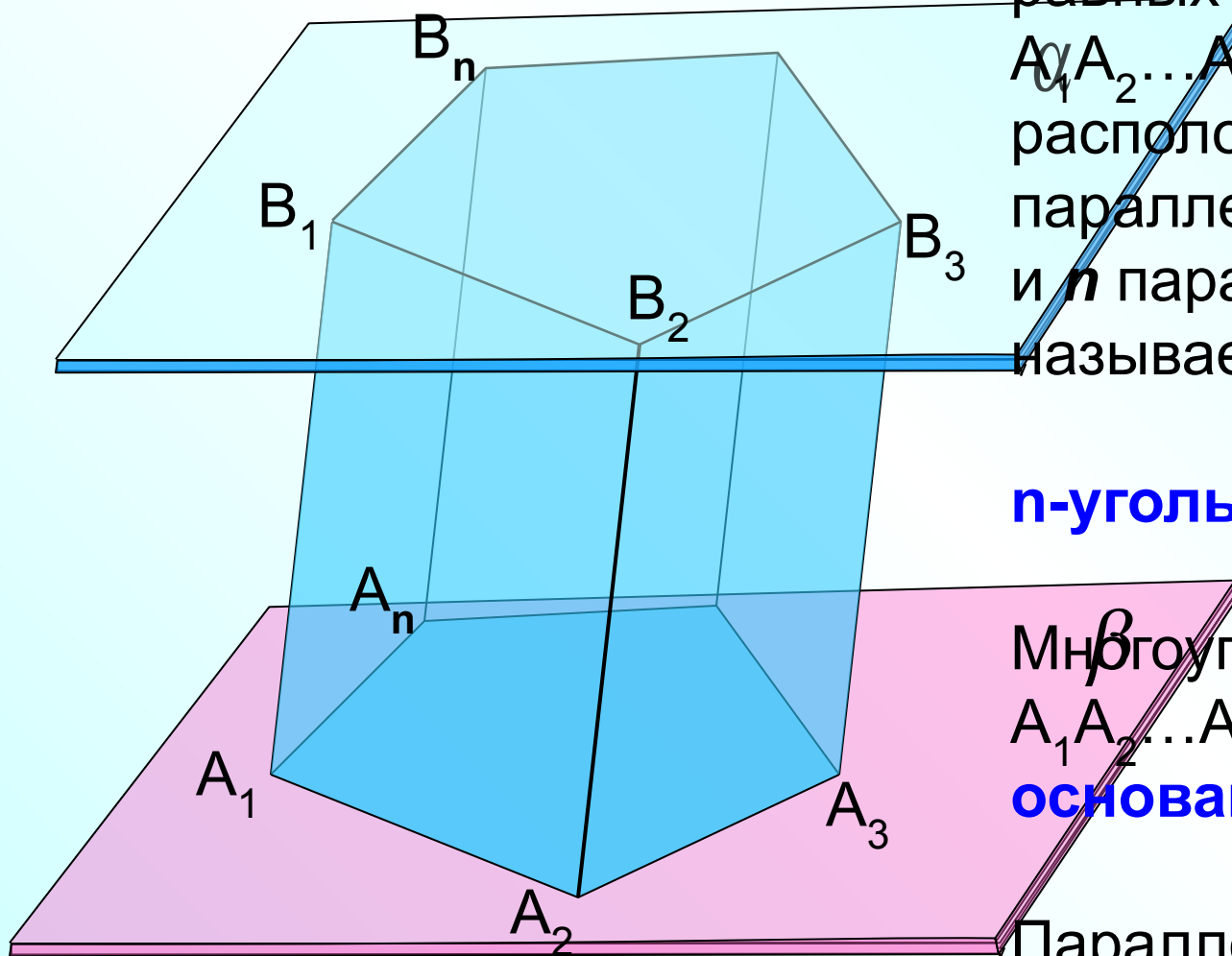


Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Невыпуклый многогранник



Призма



Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1 A_2 \dots A_n$ и $B_1 B_2 \dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется призмой.

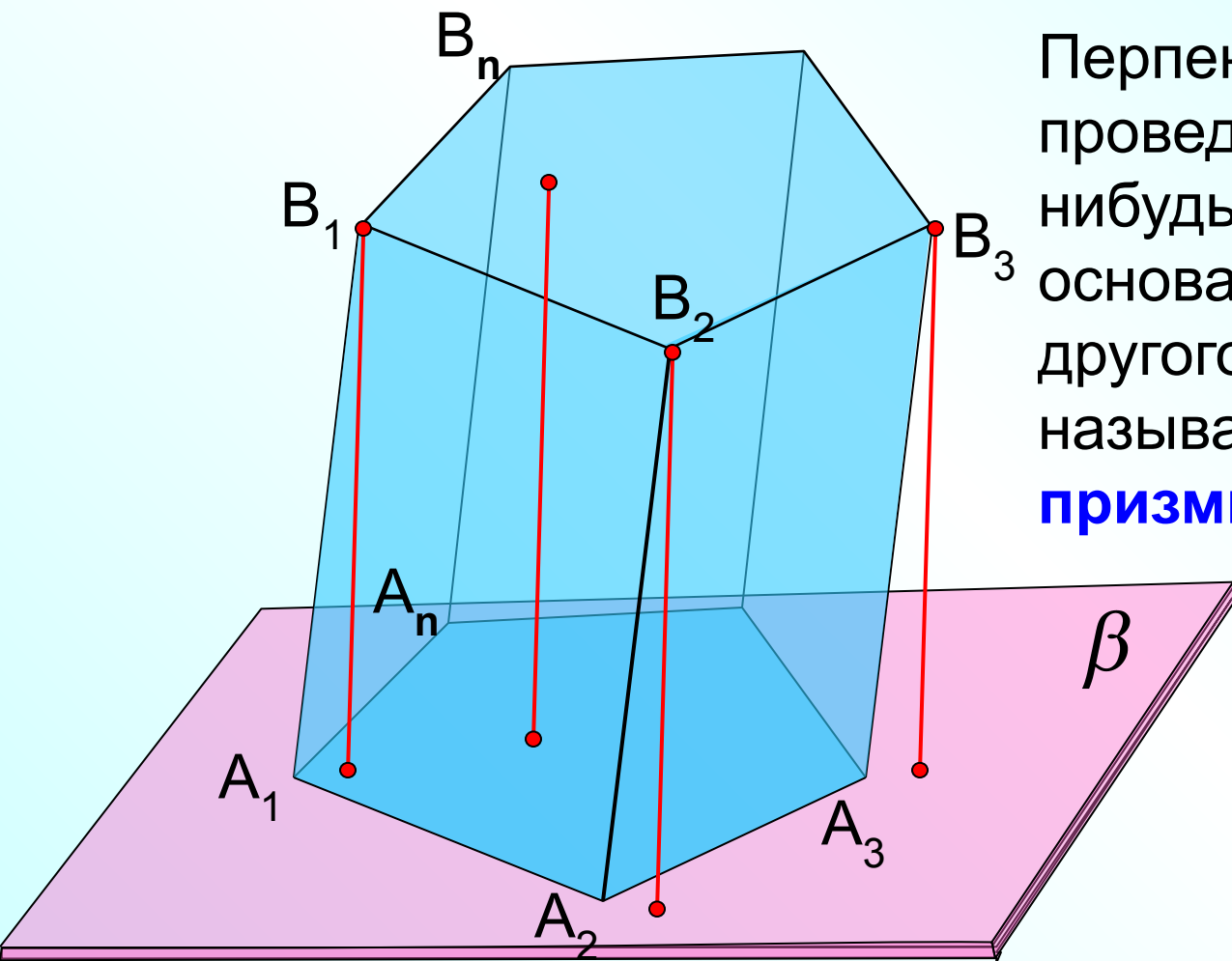
n -угольная призма.

Многоугольники $A_1 A_2 \dots A_n$ и $B_1 B_2 \dots B_n$ — **основания призмы.**

Параллелограммы $A_1 B_1 B_2 A_2$, $A_2 B_2 B_3 A_3$ и т.д. **боковые грани призмы**

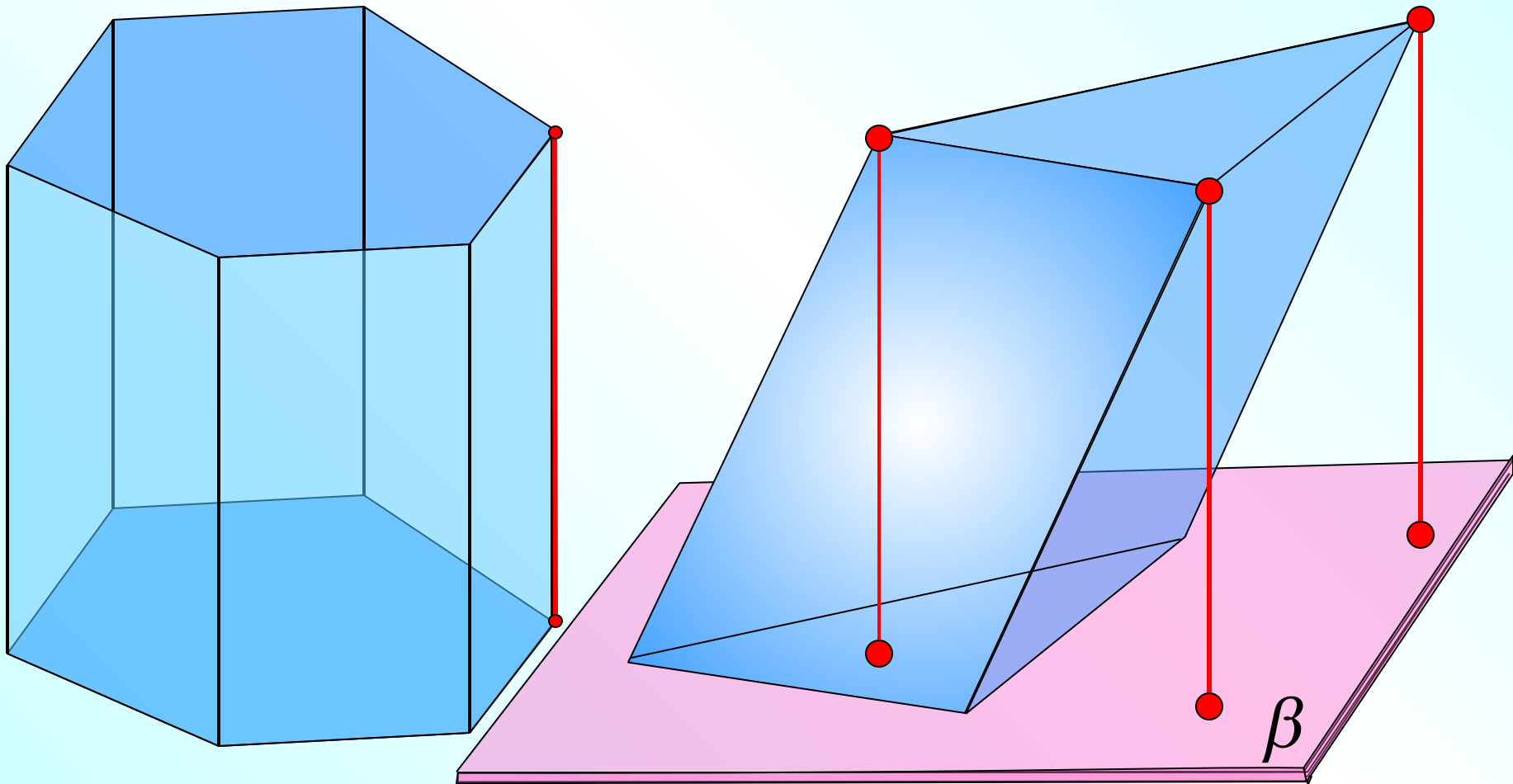
Призма

Отрезки A_1B_1 , A_2B_2 и т.д. -
боковые ребра призмы

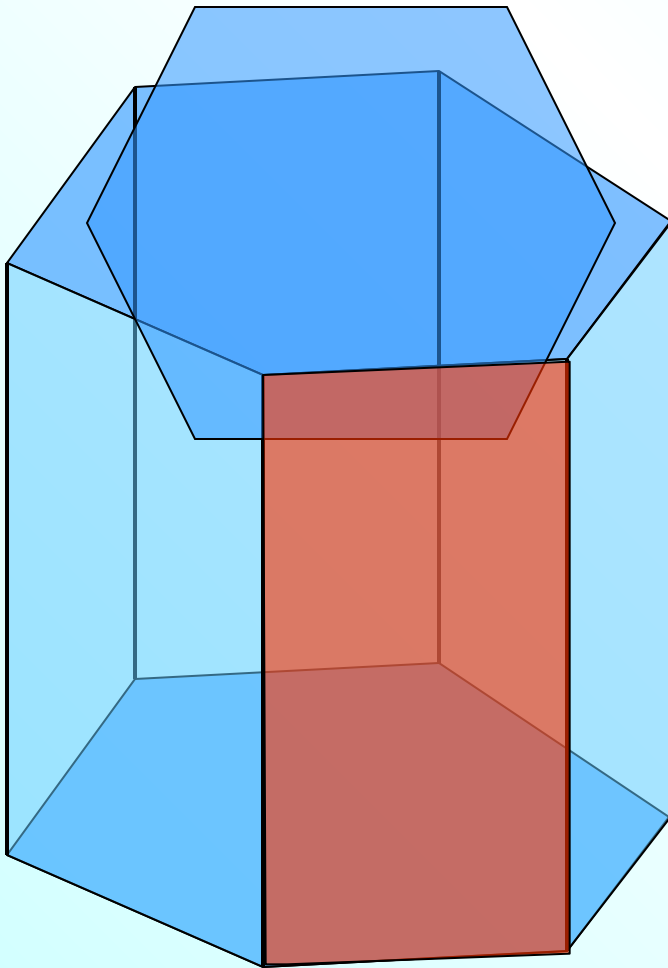


Перпендикуляр,
проведенный из какой-
нибудь точки одного
основания к плоскости
другого основания,
называется **высотой
призмы**.

Если боковые ребра перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**, в противном случае **наклонной**. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру.



Прямая призма называется **правильной**, если ее основания - правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.



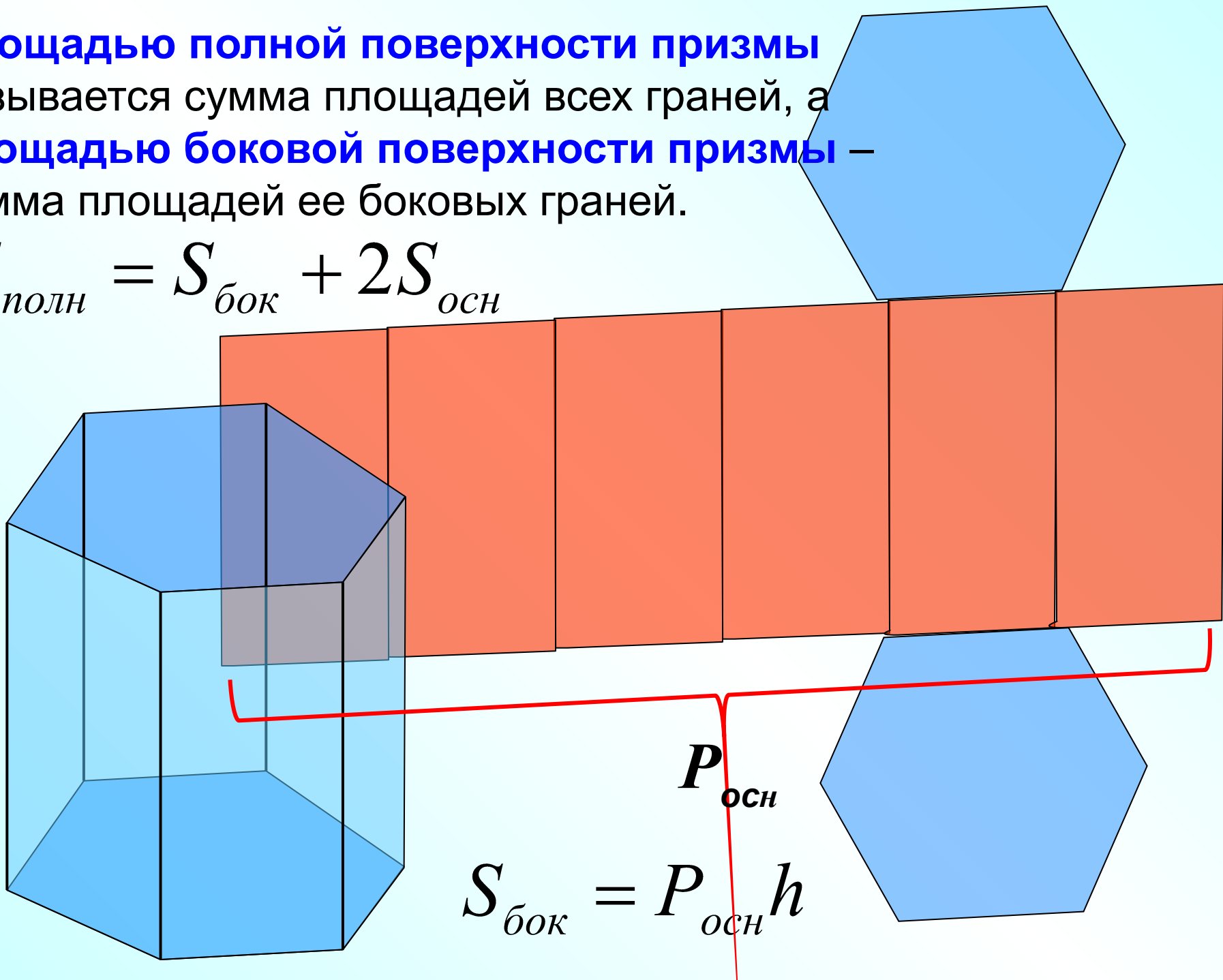
Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех граней, а **площадью боковой поверхности призмы** – сумма площадей ее боковых граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

h

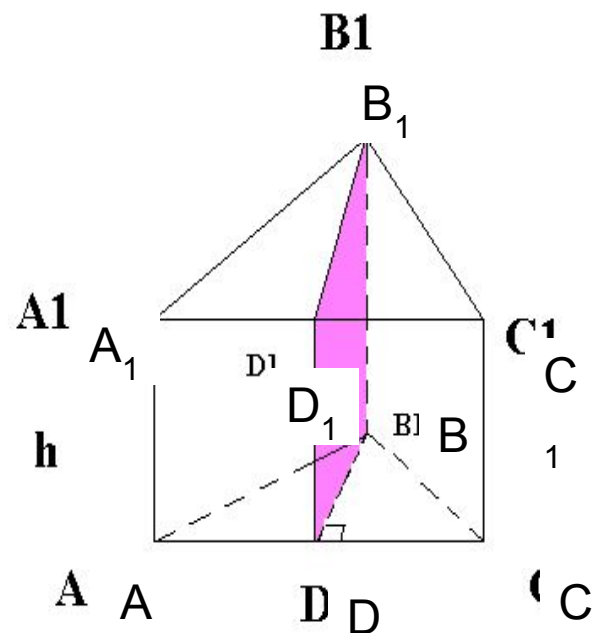
$P_{\text{осн}}$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} h$$

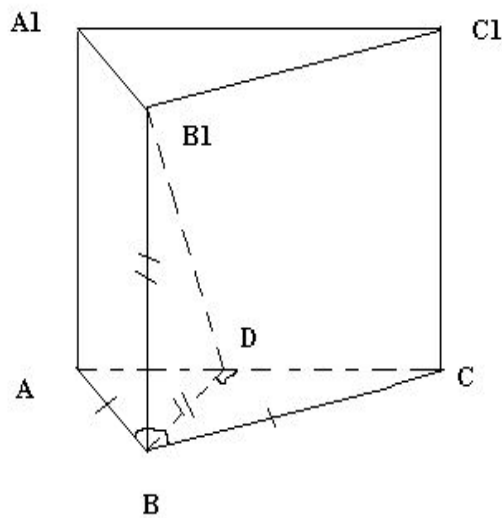


Теорема: Объем прямой призмы равен произведению площади основания на высоту

$$V = S_{ABC} \cdot h$$



Задача



- Дано: $ABCA_1B_1C_1$ -
прямая призма.

$$AB=BC=m; \angle ABC = \varphi,$$

BD - высота в $\triangle ABC$;

$$BB_1=BD.$$

Найти: $V_{ABCA_1B_1C_1}$ -?

Решение:

1) $S_{ABC} \cdot h, h = BB_1.$

2) Рассмотрим $\triangle ABC$; $\triangle ABC$ - р/б. BD - высота $\triangle ABC$, следовательно медиана и биссектриса.

$$\angle ABD = \angle DBC = \varphi/2$$

3) Рассмотрим $\triangle ABD$; $\triangle ABD$ - прямоугольный. Из соотношения в $\triangle$: $\cos \varphi/2 = BD/AB$ $BD = \cos \varphi/2 AB \Rightarrow BD = m \cos \varphi/2$
($AB = m$)

4) Т.к. $BD = BB_1 \Rightarrow BB_1 = m \cdot \cos \varphi / 2$

5) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \varphi$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} m^2 \cdot \sin \varphi \Rightarrow$

6) $V = \frac{1}{2} m^2 \cdot \sin \varphi \cdot m \cos \varphi/2 = \frac{1}{2} m^3 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi/2$

Ответ: $\frac{1}{2} m^3 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi/2$