

**Комбинаторные  
понятия:  
сочетания**

# Что такое комбинаторика?

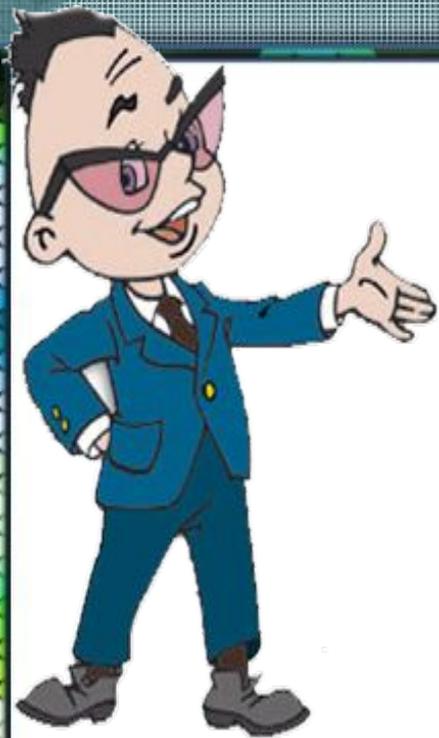
Комбинаторика – раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова «combinare», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Термин "комбинаторика" был введен знаменитым Готфридом Вильгельмом Лейбницем, - всемирно известным немецким учёным.

Комбинаторика - важный раздел математики, знание которого необходимо представителям самых разных специальностей. С комбинаторными задачами приходится иметь дело физикам, химикам, биологам, лингвистам, специалистам по кодам и др. Комбинаторные методы лежат в основе решения многих задач теории вероятностей и ее приложений.





## Определение

Сочетаниями без повторений из  $n$  элементов по  $m$  в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

В сочетаниях без повторений не имеет значение порядок расположения элементов в той или иной группе.



**Обозначение:**

**Количество сочетаний из  $n$  по  $m$ ,  
обозначается**

$$C_n^m$$

**и вычисляется по формуле:**

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n - m)!}$$

# Свойства сочетания из $p$ элементов по $k$ ( $p \geq k$ )

$$C_n^k = C_n^{n-k} \quad - \text{ первое свойство;}$$

**Пример:**  $C_6^2 = C_6^4$

$$C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k, \quad k < n \quad - \text{ второе свойство;}$$

**Пример:**  $C_{12}^8 = C_{11}^8 + C_{11}^7$

# Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
$n$ элементов $n$ клеток	$n$ элементов $k$ клеток	$n$ элементов $k$ клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

# Решение задач

Из 20 учащихся надо выбрать двух дежурных.

Сколькими способами это можно сделать?



## Решение:

Надо выбрать двух человек из 20.

Ясно, что от порядка выбора ничего не зависит, то есть

Иванов  - Петро  или Петр  - Иван  - это одна

и та же пара дежурных. Следовательно, это будут сочетания из 20 по 2.

$$C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = 190$$

**Вычислите:**

$$A_8^6 - P_4 = \frac{8!}{(8-6)!} - 4! = 20136$$

$$A_7^5 - P_5 = \frac{7!}{(7-5)!} - 5! = 2400$$

$$\frac{A_9^3}{P_6} + C_{21}^3 = \frac{9!}{(9-3)! \cdot 6!} + \frac{21!}{3! \cdot (21-3)!} =$$

**1330,7**

**Задача 1:**

**Сколькими способами можно составить команду по бегу из 4-х человек, если имеются 7 бегунов?**



$$C_7^4 = \frac{7!}{4! \cdot (7 - 4)!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!}$$

**35**

## Задача2:

Сколькими способами можно составить букет из 3 цветов, если в вашем распоряжении 5 цветов:

мак, роза, тюльпан, лилия,  
гвоздика?

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{4 \cdot 5}{2}$$



10

### Задача3:

Имеются 6 различных соков.  
Сколько разных коктейлей можно  
получить, если для каждого берутся  
четыре сока?

$$C_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!4!}$$

15



## Задача4:

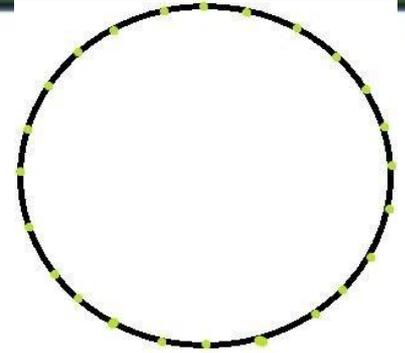


На 5 сотрудников выделено 3 путевки в санаторий. Сколькими способами можно распределить эти путевки, если все путевки одинаковые?

$$C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot (5 - 3)!}$$

10

**Задача 5:**



**На окружности отмечены 10 точек. Сколько разных треугольников с вершинами в этих точках можно получить?**

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot (10 - 3)!}$$

**Задачаб:**



Дежурный.

**В классе 25 учеников. С**  
**способами можно из них выбрать 4**  
**учащихся для дежурства?**

$$C_{25}^4 = \frac{25!}{4! \cdot (25 - 4)!}$$

## Задача7:



**Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеются ткани 6 цветов?**

$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!}$$

**Задача8:**



**Сколько экзаменационных комиссий,  
состоящих из 7 учителей, можно образовать  
из 14 педагогов?**

$$C_{14}^7 = \frac{14!}{7! \cdot (14 - 7)!}$$

## Задача9:



На склад завезли 17 ящиков с фруктами .  
Заведующая детским садом закупила  
14 таких ящиков. Сколькими способами зав.  
детским садом может выбрать эти ящики?

$$C_{17}^{14} = \frac{17!}{14! \cdot (17 - 14)!}$$

## Задача 10:



В чемпионате страны по футболу (высшая лига) участвуют 18 команд, причем каждые две команды встречаются между собой 2 раза. Сколько матчей играется в течение сезона?

$$C_{18}^2 = \frac{18!}{2!(18-2)!}$$

Но, так как каждая команда играет между собой 2 раза, то ответ в задаче :.....

## Подбор задач по теме «Сочетания»

- 1 В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде?
- 2 Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?
- 3 На плоскости отмечено 8 точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести через эти точки?
- 4 Из лаборатории, в которой работают заведующий и 10 сотрудников, надо отправить 5 человек в командировку. Сколькими способами это можно сделать, если а) заведующий лабораторией должен ехать в командировку; б) заведующий лабораторией должен остаться?

**Задание 1:** Решить уравнение  
при  $x > 0$

$$2C_{x+2}^{x+1} = A_{x+2}^3$$

**Запомни и выучи!!!**



**Сочетаниями с повторениями из  $n$  элементов по  $m$  называются соединения, имеющие одинаковый состав из  $n$  элементов, содержащих  $m$  элементов.**



## Обозначение:

Количество сочетаний с повторениями из  $n$  по  $m$ , обозначается

$$\overline{C}_n^m$$

и вычисляется по формуле:

$$\overline{C}_n^m = \frac{(n + m - 1)!}{m! \cdot (n - 1)!}$$



## Задача:

Сколько наборов из 7 пирожных можно составить, если в продаже имеются 4 сорта пирожных?

$$\overline{C}_4^7 = \frac{(7 + 4 - 1)!}{7! \cdot (4 - 1)!} = \frac{10!}{7! \cdot 3!}$$

120

## Задача:



В кондитерской продаются пирожные эклер, корзиночка, бисквит, безе, картошка, заварное (всего 6 сортов). Надо купить 10 пирожных. Сколькими способами можно это сделать?

$$\overline{C}_6^{10} = \frac{(6 + 10 - 1)!}{10! \cdot (6 - 1)!} = \frac{15!}{10! \cdot 5!}$$

3003